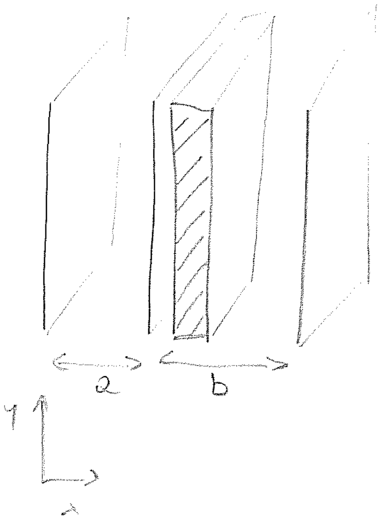
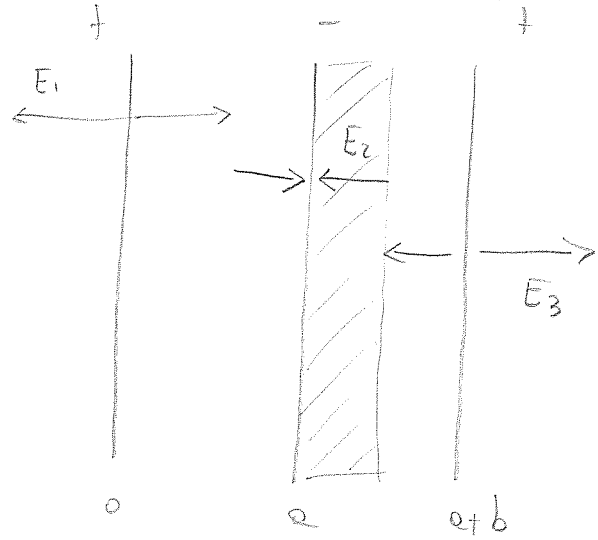
PROBLEMA A





1 Trascurando gli effetti di bordo, il campo generato da ogni lastra è $E_i = \frac{\sigma_i}{2\varepsilon_0}$, uniforme e perpendicolare alle lastre diretto come in figura

Immaginiamo che non ci sia il dielettrico: il campo risultante nelle varie regioni è la somma vettoriale

$x < 0$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{1}{2l^2\varepsilon_0}\left(-Q_1 + Q_2 - Q_3\right)\vec{u}_x = 35.3 \times 10^{-6}\,\frac{N}{C}$$

$0 < x < a$

$$\vec{E} = \frac{1}{2l^2\varepsilon_0}\left(Q_1 + Q_2 - Q_3\right)\vec{u}_x = 7.07 \times 10^{-6}\,\frac{N}{C}$$

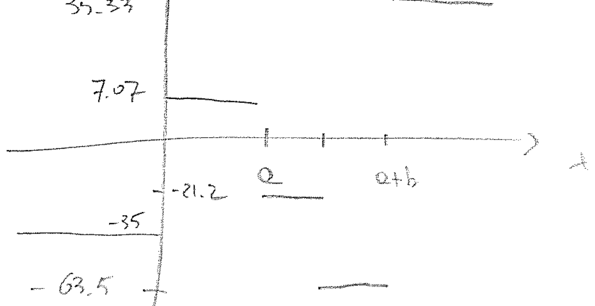
$0 < x < a+b$

$$\vec{E} = \frac{1}{2l^2\varepsilon_0}\left(Q_1 - Q_2 - Q_3\right)\vec{u}_x = -63.6 \times 10^{-6}\,\frac{N}{C}$$

$x > b+a$

$$E = \frac{1}{2l^2\varepsilon_0}\left(Q_1 - Q_2 + Q_3\right)\vec{u}_x = 35.33 \times 10^{-6}\,\frac{N}{C}$$

In realtà per $a < x < a + \frac{b}{2}$ il campo è diminuito di un fattore ε_r : $E = -21.2 \times 10^{-6}\,\frac{N}{C}$

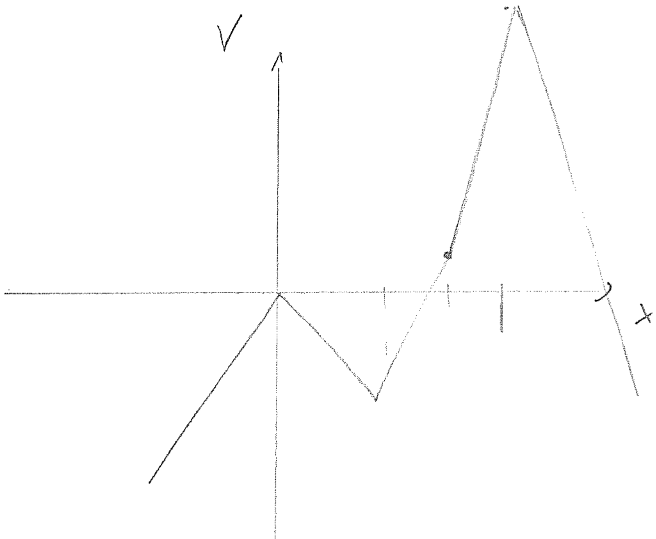


Il potenziale sulle lastre

$$V(a) = -7.07 \times 3\times10^{-3}\times10^{6} = -21\times10^{3}\ V$$

$$V\left(a+\frac{b}{2}\right) = V(a) + \left(21.2\times1.5\times10^{6}\times10^{-3}\right) = 31.8\times10^{3}\ V - 21\times10^{3}\ V = 10.8\times10^{3}\ V$$

$$V(a+b) = V\left(a+\frac{b}{2}\right) + (63.5\times1.5)\times10^{3} = (10.8\ V + 94.5\ V)\times10^{3} = 105.3\ V\times10^{3}$$

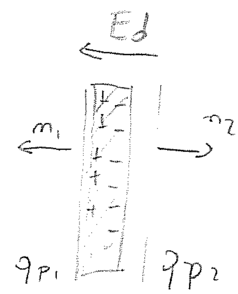


Notare che quando il campo è diretto come $\vec{u}_x$, $V(x)$ scende: infatti

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{u}_x$$

2) Come visto, il campo nel dielettrico vale

$$\vec{E}_d = -21.2\times10^{6}\ \frac{N}{C}\ \vec{u}_x$$



$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$$

Le cariche superficiali di polarizzazione:

$$\sigma_1 = \vec{P}\cdot\vec{n}_1 = 375.3\ \frac{\mu C}{m^2} \rightarrow q_{p1} = \sigma_1 A = 15\ \mu C$$

$$\sigma_2 = \vec{P}\cdot\vec{n}_2 = -\sigma_1 \rightarrow q_{p2} = -15\ \mu C$$

q_{p1} e q_{p2} si dispongono come in figura

La densità volumica è nulla

3) Il sistema diventa un condensatore piano. Se non c'è dielettrico:

$$C = \varepsilon_0\frac{S}{d} = 8.8\times10^{-12}\cdot\frac{(0.2)^2\ m^2}{7\times10^{-3}\ m} = 0.05\times10^{-9}\ F = 50\ pF$$

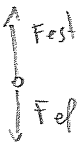
Se c'è il dielettrico, il sistema può essere visto come la serie di due condensatori:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\ ; \quad C_1 = \varepsilon_0\frac{S}{a+b/2} = 64\ pF \qquad C_2 = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{b/2} \simeq 700\ pF$$

$$C' = \frac{64\times700}{64+700} = 58.6\ pF$$

Il lavoro compiuto dalle forze esterne per estrarre il dielettrico è la differenza tra le energie potenziali del condensatore prima e dopo:

$$\Delta U = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C'}\right) =$$



$$= \frac{1}{2} \left(15\times10^{-6}\right)^2 \left(\frac{1}{64\times10^{-12}} - \frac{1}{58.6\times10^{-12}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\, 225\times10^{-12} \times(-)1.4\times10^{9} = -157\times10^{-3}\ J =$$

$$= -0.157\times10^{-3}\ J$$

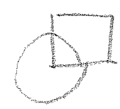
$$W_{est} = -\Delta U = 0.157\times10^{-3}\ J$$

PROBLEMA B

1) Il campo nel solenoide è

$B = \mu_0 I n$

il flusso va calcolato attraverso l'intersezione delle superfici cioè $A = \frac{\pi r^2}{4}$



$$\Phi(B) = \mu_0 i n \frac{r^2 \pi}{4}$$

$$M = \frac{\Phi(B)}{i} = \mu_0 n \frac{r^2 \pi}{4} = 9.3\times10^{-8}\ H$$

2) $$fem_i = -M\frac{di}{dt} = -\frac{i_0 M}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$I_i = \frac{fem}{R} = -\frac{i_0 M}{R\tau} e^{-t/\tau}$$

senso opposto alla corrente nel sol.

3) $$U = \int P\,dt = \int_0^{\infty} R i^2\,dt = \frac{M^2 i_0^2}{2\tau R} = 6.4\times10^{-15}\ J$$