

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TORINO**

**CORSO DI PERFEZIONAMENTO IN FISICA E ASTROFISICA  
SUBNUCLEARE E NUCLEARE**

**PIERO GALEOTTI**

LEZIONI DI

**ASTROFISICA NEUTRINICA**

ANNO ACCADEMICO 1995 - 96

## INDICE

<u>Capitolo 1 - INTRODUZIONE: PROPRIETA` DEI NEUTRINI</u>	
1.1 Massa dei neutrini	
2	
1.2 Oscillazioni nel vuoto	
3	1.3 Oscillazioni nella materia
5	1.4 Momento magnetico dei neutrini
6	
<u>Capitolo 2 - MODELLI SOLARI</u>	
2.1 Caratteristiche osservative del Sole	
7	
2.2 Caratteristiche interne del Sole	8
2.3 Condizioni di degenerazione	
11	
2.4 Tempi evolutivi	
13	
2.5 Reazioni termonucleari	
14	
<u>Capitolo 3 - NEUTRINI SOLARI</u>	
3.1 Catena pp e ciclo CNO	
19	
3.2 Trasporto di fotoni e neutrini	
21	
3.3 Emissione e rivelazione dei neutrini solari	22
3.4 Esperimenti per la rivelazione dei neutrini solari	24
3.5 Possibili soluzioni del problema dei neutrini solari	26
<u>Capitolo 4 - FASI FINALI DELL'EVOLUZIONE STELLARE</u>	
4.1 Ruolo della massa nell'evoluzione stellare	
28	
4.2 Unita` fondamentale delle masse stellari	30
4.3 Massa limite di Chandrasekhar	31
4.4 Condizioni di stabilita`	
33	
4.5 Ruolo dell'indice adiabatico	
35	
<u>Capitolo 5 - COLLASSO GRAVITAZIONALE</u>	
5.1 Tempo di caduta libera	
37	
5.2 Cause fisiche del collasso	
38	

5.3 Esplosione supernova	
40	
5.4 Frequenza dei collassi stellari	
42	
Capitolo 6 - <u>NEUTRINI DA COLLASSO STELLARE</u>	
6.1 Formazione della neutrinosfera	43
6.2 Spettro dei neutrini	
45	
6.3 Rivelazione dei neutrini da collasso	
46	
6.4 Identificazione del burst neutrino	
51	
6.5 Neutrini dalla supernova 1987 A	52
6.6 Modelli non-standard di collasso	56
Capitolo 7 - <u>NEUTRINI DA OGGETTI COMPATTI</u>	
7.1 Fenomenologia delle pulsar	
62	
7.2 Radiazione di sincrotrone	65
7.3 Limite di Eddington	
66	
7.4 Limite al flusso neutrino	
68	
7.5 Sorgente standard	
69	
7.6 Resti di supernovae	
72	
7.7 Neutrini da sistemi binari	75
Capitolo 8 - <u>NEUTRINI EXTRAGALATTICI</u>	
8.1 Nuclei galattici attivi (AGN)	
83	
8.2 Neutrini da AGN	
88	
8.3 Correlazione neutrini $\gamma$ -ray bursts	
93	
Capitolo 9 - <u>NEUTRINI ATMOSFERICI</u>	
9.1 Meccanismi di produzione	
96	
9.2 Spettro e intensita` dei muoni	
98	
9.3 Spettro e intensita` dei neutrini	104
9.4 Rivelazione dei neutrini atmosferici	
9.5 Oscillazioni dei neutrini atmosferici	

## Cap. 1

### INTRODUZIONE: PROPRIETA' DEI NEUTRINI

Nello sviluppo della fisica delle particelle elementari, queste erano state classificate inizialmente secondo la loro massa in *leptoni* (particelle leggere), *barioni* (particelle pesanti) e *mesoni* (particelle di massa intermedia). Poiche' le prime, a differenza delle altre, interagiscono solo per mezzo di interazioni deboli, ora si preferisce classificare le particelle secondo le interazioni a cui sono soggette in due gruppi: *adroni* (interazioni forti e deboli, suddivisi a loro volta in *barioni*, se fermioni quali protoni e neutroni, e *mesoni*, se bosoni quali pioni e kaoni), e *leptoni* (solo interazioni deboli). Mentre i leptoni non mostrano alcuna struttura interna, gli adroni sono a loro volta costituiti di 3 quarks se barioni e di 1 quark ed 1 antiquark se mesoni.

Inoltre, fuori dallo schema di classificazione in adroni e leptoni, ci sono i bosoni di gauge, particelle mediatrici (*quanti*) delle interazioni: il fotone  $\gamma$  e le particelle  $W^\pm$  e  $Z^0$  per le interazioni elettromagnetiche e deboli e gli 8 gluoni mediatori di colore associati alle interazioni forti. Infine, ma non scoperti, il gravitone per le interazioni gravitazionali, e diversi altri bosoni (di Higgs o pesanti). Quarks e gluoni non sono mai stati osservati isolati. In tabella 1.1 sono riportate le proprieta' di leptoni e quark; in tabella 1.2 le interazioni tra particelle.

	LEPTONI		QUARKS	
Famiglia I	e (0.51 MeV)	$\nu_e$ ( $\leq 5.1$ eV)	u (2/3) (2-8 MeV)	d (-1/3) (5-15 MeV)
Famiglia II	$\mu$ (105.6 MeV)	$\nu_\mu$ ( $\leq 0.27$ MeV)	s (-1/3) (0.1-0.3 GeV)	c (2/3) (1.0-1.6 GeV)
Famiglia III	$\tau$ (1777 MeV)	$\nu_\tau$ ( $\leq 31$ MeV)	b (-1/3) (4.1-4.5 GeV)	t (2/3) (174 GeV)

Tab. 1.1 - Leptoni e quarks

#### 1.1 Massa e numero di specie di neutrini

Per quanto riguarda i neutrini, questi sono dunque leptoni, fermioni con spin 1/2, la cui massa e' nota solo come limite superiore e potrebbe essere nulla. Se  $m_\nu \neq 0$ , la velocita'  $v_\nu < c$  comporta un cambio di elicitita' del neutrino per trasformazioni di Lorentz in un sistema di riferimento con velocita'  $c$ . Se, come indicato schematicamente in figura 1.1, questo nuovo stato coincide con quello ottenuto da una trasformazione CPT, si hanno 2 possibili stati (*neutrini di Majorana*), altrimenti si hanno 4 stati (*neutrini di Dirac*). Se  $m_\nu = 0$  non esiste differenza tra neutrini di Majorana e di Dirac.

Interazione	Intensita'	Raggio d'azione	Particelle scambiate	Particelle soggette	Esempi
Gravitazionale	$G_N = 6 \cdot 10^{-39} m_p^{-2}$	$\infty$ ( $\propto r^{-2}$ )	gravitoni (non scoperti)	tutte	corpi celesti

Debole	$G_F =$ $1 \cdot 10^{-5} m_p^{-2}$	$10^{-16} \text{ cm}$	bosoni ( $W^\pm$ e $Z^0$ )	leptoni e adroni	decadi- menti $\beta$
Elettromagnetica	$\alpha =$ 1/137	$\infty$ ( $\propto r^{-2}$ )	fotoni	cariche	strutture atomiche
Forte	$g^2 =$ 1	$10^{-13} \text{ cm}$	adroni	adroni	strutture nucleari

Tab. 1.2 - Interazioni fondamentali

Diversi esperimenti di decadimento  $\beta$  hanno fornito limiti superiori alla massa dell'antineutrino, in particolare il decadimento ( ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$ ) del tritio; si tratta di misure molto delicate riguardanti il punto terminale della distribuzione energetica degli elettroni che dipende dal decadimento studiato e vale  $E_0 = 18,6 \text{ keV}$  per il tritio nel caso di neutrini con massa nulla mentre vale  $(E_0 - m_\nu c^2)$  per neutrini massivi. Altri nuclei oltre al tritio sono stati studiati, ma poichè hanno energie finali maggiori, sono meno adatti ad evidenziare differenze dell'ordine di  $m_\nu c^2 \sim 10 \text{ eV}$  rispetto al valore  $E_0$ . Anche gli errori sullo stato finale del nucleo sono maggiori per nuclei con maggior peso atomico; tuttavia alcuni di essi, come il  ${}^{187}\text{Re}$ , che funzionano sia da sorgente che da rivelatore di elettroni di decadimento sono particolarmente adatti a misurare la massa del neutrino.

Il bilancio energetico del decadimento è tale che solo in prossimità del punto terminale si può evidenziare il valore di  $m_\nu$ , ma a queste energie la statistica di eventi è piccola. Infatti, secondo la teoria di Fermi, il numero di elettroni e neutrini di decadimento con momento compreso rispettivamente nell'intervallo  $(p, p + dp)$  e  $(q, q + dq)$  in un volume dello spazio delle fasi permette di ricavare la distribuzione degli stati finali con la relazione:

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{4 \pi p^2 dp}{h^3} \frac{4 \pi q^2 dq}{h^3} \frac{1}{dE_0} = \frac{16 \pi^2}{h^6 c^3} p^2 (E_0 - E)^2 dp \quad (1.1)$$

in quanto i momenti  $p$  e  $q$  dipendono tra loro solo mediante la conservazione dell'energia, ossia  $q = (E_0 - E)/c$ . La distribuzione integrale del numero di stati finali varia quindi come  $E^3$ , ed il numero di elettroni nell'intervallo di energia  $\Delta E$  di interesse per misure di massa del neutrino è proporzionale a  $(\Delta E/E_0)^3$ , ossia dell'ordine di  $10^{-10}$  rispetto al numero totale di decadimenti. Infine, le misure sperimentali possono avere errori sistematici anche grandi, in quanto gli spettrometri utilizzati per queste misure sono necessariamente calibrati ad energie inferiori ad  $E_0$ , dove la statistica è maggiore.

Usando variabili adimensionali per momento ed energia degli elettroni, ossia  $\eta = p/m_0 c$  e  $W = m/m_0 = (E + m_0 c^2)/m_0 c^2 = E/m_0 c^2 + 1$ , dalla (1.1) si ha:

$$\frac{dn}{dE_0} = \left( \frac{16 \pi^2 m_0^5 c^4}{h^6} \right) \eta^2 (W_0 - W)^2 d\eta$$

che definisce il fattore statistico spesso utilizzato per calcolare la probabilità  $N(\eta)d\eta$  di decadimenti  $\beta$  nel tempo, con emissione di elettroni di momento compreso tra  $\eta$  e

$\eta + d\eta$ . Infine, con un opportuno cambiamento di coordinate, si puo` definire lo spettro linearizzato degli elettroni di decadimento, che puo` essere scritto in diversi modi equivalenti:

$$K(E) = \sqrt{\frac{N(\eta)}{\eta^2 F(A, \eta)}} \propto (W_0 - W) = \frac{1}{m_0 c^2} (E_0 - E) = (E_0 - E) \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_0 - E}\right)^2} \quad (1.2)$$

che facilita il calcolo dell'intersezione della distribuzione degli elettroni di decadimento  $(N/\eta^2 F)^{1/2}$  con l'asse delle energie ed ottenere il valore massimo estrapolato  $W_0$  oppure  $E_0$ . In forma grafica la (1.2) e` nota come diagramma di Kurie (o di Fermi): ha andamento lineare con l'energia (indifferentemente  $W$  oppure  $E$ ) ed e` riportato in figura 1.2 nel caso del decadimento del tritio; il grafico di Kurie mostra chiaramente la differenza nella distribuzione finale dei decadimenti  $\beta$  tra il caso di neutrini massivi oppure di massa nulla. Dalla (1.2), e ricordando che la distribuzione integrale degli stati finali varia come  $E^3$ , si deduce che l'area sottratta alla distribuzione (rettilenea nel caso  $m_\nu = 0$ ) e` proporzionale a  $m_\nu^3$  nel caso di neutrini massivi.

Infine, e` importante notare che tutte le misure recenti di  $m_\nu^2$  forniscono valori negativi, nonostante gli errori sistematici siano studiati in modo molto accurato, ed indicano limiti inferiori ( $m_\nu < 3,5$  eV) rispetto a quello riportato in tabella 1.1; la media dei risultati piu` recenti comporta una probabilita` del 3,5% che i neutrini abbiano massa diversa da zero. Per neutrini di Majorana sono possibili misure di decadimento  $\beta$  doppio senza emissione di neutrini, che non hanno evidenziato alcun valore di massa al livello di qualche eV. I limiti sulle masse dei neutrini  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  sono ottenuti con misure su decadimenti di  $\pi$  e  $\tau$ , soprattutto:  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  per i primi e  $\tau^- \rightarrow 3\pi^- + 2\pi^+ + \nu_\tau$  per i secondi.

Oltre al problema della massa e` importante esaminare anche quelli di eventuali ulteriori famiglie di neutrini e delle oscillazioni. Il primo problema e` ormai stato risolto dagli esperimenti al LEP del CERN, con la misura della larghezza del bosone  $Z^0$ , che e` legata al numero di specie di neutrini, da cui si conferma l'esistenza di 3 sole famiglie di neutrini. Infatti, i bosoni  $Z^0$  prodotti in collisioni  $e^+e^-$  possono decadere in una delle 3 coppie di leptoni ( $e^\pm, \mu^\pm, \tau^\pm$ ), oppure in adroni, oppure in neutrini; mentre i primi due tipi di decadimento sono osservabili, il terzo non lo e`, per cui la larghezza totale  $\Gamma_z$  della  $Z^0$  comprende due termini misurabili ed un terzo termine invisibile:

$$\Gamma_z = \Gamma(Z^0 \rightarrow \text{adroni}) + 3\Gamma(Z^0 \rightarrow l^+l^-) + N_\nu \Gamma(Z^0 \rightarrow \nu_l \bar{\nu}_l)$$

dove  $l^+l^-$  indica una coppia di leptoni carichi e si sono considerate  $N_\nu$  specie di neutrini.

I dati sperimentali della sezione d'urto del processo ( $e^+e^- \rightarrow X$ ), riportati in figura 1.3, indicano chiaramente un picco che, se interpretato come dovuto alla formazione e successivo decadimento di bosoni  $Z^0$ , permette di ricavarne la massa (valore del picco,  $M_z = 91,16 \pm 0,03$  GeV/c<sup>2</sup>), la larghezza totale e nei singoli canali osservabili:

$$\begin{aligned}\Gamma_z &= 2,534 \pm 0,027 \text{ GeV} \\ \Gamma(Z^0 \rightarrow \text{adroni}) &= 1,797 \pm 0,027 \text{ GeV} \\ \Gamma(Z^0 \rightarrow \Gamma^1) &= 0,084 \pm 0,002 \text{ GeV}\end{aligned}$$

si ottiene così, per differenza, la larghezza invisibile:

$$N_\nu \Gamma(Z^0 \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_i) = 0,485 \pm 0,039 \text{ GeV}$$

equivalente a quanto previsto teoricamente (0,166 GeV per ogni specie) se, e solo se, le specie di neutrini sono  $N_\nu = 3$ .

### 1.2 Oscillazioni nel vuoto

Neutrini di massa nulla non sono soggetti al fenomeno delle oscillazioni. Per neutrini massivi, invece, nel 1968 Pontecorvo suggerì che gli autostati di flavour, ossia i neutrini fenomenologici  $\nu_\alpha$  (con  $\alpha = e, \mu, \tau$ ) siano combinazioni lineari di autostati di massa  $\nu_i$  (con  $i = 1, 2, 3$ ) cioè  $|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle$ , con  $U_{\alpha i}$  gli elementi di una matrice unitaria di mixing. Ne segue che, considerando per semplicità due sole famiglie di neutrini, gli autostati di flavour e quelli di massa sono legati tra loro da una relazione del tipo:

$$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

con  $\theta$  angolo di mixing. Uno stato  $|\nu_\alpha\rangle$ , creato in un processo debole insieme ad un leptone carico di ugual specie (per es.  ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$ ), può evolvere nel tempo per miscelamento in un altro stato  $|\nu_\beta\rangle$ ; i processi possono essere  $\nu_\alpha \leftrightarrow \nu_\beta$  e  $\bar{\nu}_\alpha \leftrightarrow \bar{\nu}_\beta$  mentre la transizione  $\nu_\alpha \leftrightarrow \bar{\nu}_\beta$  ha probabilità molto minore perché richiede anche il cambio di elicità, che è proporzionale a  $m_\nu/E_\nu \ll 1$ .

Per esaminare le caratteristiche fenomenologiche delle oscillazioni di neutrini, consideriamo un fascio di neutrini di momento costante  $p_\nu$  e massa  $m_i \ll p_\nu$  in moto lungo l'asse  $x$ ; la loro energia totale è:

$$E_i = (p_\nu^2 + m_i^2)^{1/2} \approx p_\nu + \frac{m_i^2}{2p_\nu} \quad (1.4)$$

(avendo posto  $\hbar = c = 1$ ). Il fascio di neutrini, creato al tempo  $t = 0$  in posizione  $x = 0$  in un processo debole in cui un leptone (o un antileptone) carico viene assorbito, oppure un antileptone (o un leptone) carico viene creato. Per la (1.4) la corrispondente equazione d'onda è:

$$\Psi(x,t) = \sum_i U_{li} e^{ip_\nu x} e^{-iE_i t} \nu_i \approx e^{ip_\nu(x-t)} \sum_i U_{li} e^{-i\frac{m_i^2}{2p_\nu} t} \nu_i \quad (1.5)$$

Un rivelatore posto alla distanza  $L = x$  dalla sorgente (che nelle unita' usate equivale anche a  $L = t$ ) avra' probabilita' proporzionale a  $|\Psi\Psi^*|$  di osservare il fascio di neutrini che, se avvengono oscillazioni, non sara' puro ma composto di neutrini di autostati di massa  $m_1$  e  $m_2$ . Per la (1.5) la probabilita' di oscillazione e' proporzionale a:

$$P \propto \exp\left[i \frac{|m_1^2 - m_2^2| L}{2p_\nu}\right]$$

ed indica che una differenza di fase  $\Delta m^2 t / (2p_\nu) = \Delta m^2 L / (2p_\nu)$ , dove si e' posto  $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$ , si genera nel tempo (oppure lungo il percorso). Il segnale osservabile varia quindi periodicamente con la distanza del rivelatore dalla sorgente, ripetendosi per multipli interi della lunghezza di oscillazione, che si ottiene ponendo la fase  $\Phi = 2\pi$  nella precedente espressione, ossia:

$$L_{\text{osc}} = 2\pi \frac{2p_\nu}{|m_1^2 - m_2^2|} \approx 2\pi \frac{2E_\nu}{|m_1^2 - m_2^2|} = 2,48 \text{ km} \frac{E_\nu(\text{GeV})}{\Delta m^2(\text{eV}^2)} \quad (1.6)$$

Per illustrare il fenomeno, supponiamo che, al tempo  $t = 0$ , si produca un  $\nu_e$  di momento  $p$  che, per la (1.3), puo' essere scritto nella forma:

$$|\nu_e, p\rangle = \cos\theta |\nu_1, p\rangle + \sin\theta |\nu_2, p\rangle \quad (1.7)$$

il quale, dopo un tempo  $t$ , diventa:

$$a_1(t) \cos\theta |\nu_1, p\rangle + a_2(t) \sin\theta |\nu_2, p\rangle \quad (1.8)$$

dove:

$$a_1(t) = \exp[-iE_1 t] \quad a_2(t) = \exp[-iE_2 t]$$

sono spostamenti di fase, che definiscono i fattori di oscillazione nel tempo. Solo per  $t = 0$  le (1.7) e (1.8) coincidono, altrimenti la (1.8) non corrisponde piu' ad uno stato puramente elettronico, ma e' una combinazione lineare:

$$A(t) |\nu_e, p\rangle + B(t) |\nu_\mu, p\rangle \quad (1.9)$$

di stati in cui, per la (1.3), lo stato di neutrino muonico e' definito come:

$$|\nu_\mu, p\rangle = -\sin\theta |\nu_1, p\rangle + \cos\theta |\nu_2, p\rangle \quad (1.10)$$

Il confronto tra la (1.7) e la (1.10) e l'espressione (1.8) permettono di ottenere le funzioni  $A(t)$  e  $B(t)$ :

$$\begin{aligned} A(t) &= a_1(t) \cos^2\theta + a_2(t) \sin^2\theta \\ B(t) &= \sin\theta \cos\theta [a_2(t) - a_1(t)] \end{aligned}$$

e quindi le probabilita' di osservare un  $\nu_\mu$  oppure un  $\nu_e$  dopo il tempo  $t$ :



$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |B(t)|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2[(E_2 - E_1)t/2] \quad (1.11)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = |A(t)|^2 = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \quad (1.12)$$

Analoghe relazioni valgono se lo stato iniziale (al tempo  $t = 0$ ) è un  $\nu_\mu$ . Si noti che, come si deduce dalla (1.11), in entrambi i casi non si hanno oscillazioni se l'angolo di mixing  $\theta$  è zero, oppure se i neutrini hanno masse uguali, e quindi uguali energie. In particolare, le oscillazioni non sono possibili nel caso in cui entrambi i neutrini hanno masse nulle. Lo sviluppo nel tempo di un fascio di neutrini delle due specie (1.7) e (1.10) può essere descritto in forma compatta con l'equazione differenziale:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1^2/2p & 0 \\ 0 & m_2^2/2p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

e la lunghezza di oscillazione (1.6) si ottiene dividendo  $2\pi$  per la differenza degli elementi diagonali della matrice  $2 \times 2$  precedente.

Di solito, ricordando la (1.11) con  $E_1$  e  $E_2$  date dalla (1.4), la probabilità che un neutrino, per esempio consideriamo ora un  $\nu_\mu$ , nel vuoto non oscilli è scritta nella forma:

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - (1 - \rho) \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta m^2 L}{4 E_\nu} \right) \quad (1.14)$$

dove  $L$  è la distanza tra luogo di produzione e luogo di rivelazione dei neutrini,  $E_\nu$  è l'energia,  $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$  è la differenza quadratica degli autostati di massa (in  $\text{eV}^2/c^4$ ),  $\rho$  è l'eventuale contaminazione di  $\nu_e$  nel fascio di  $\nu_\mu$ , ossia:  $\rho = (\nu_e + \nu_\mu) / (\nu_\mu + \nu_\mu)$ . Per un fascio puro di soli  $\nu_\mu$  ( $\rho = 0$ ), la probabilità di oscillazione  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$  nel vuoto è data da:

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = |\langle \nu_\mu | \nu_e \rangle|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2(\pi L/L_{\text{osc}}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left( 1,27 \frac{\Delta m^2 L}{E_\nu} \right) \quad (1.15)$$

dove  $L_{\text{osc}}$  è dato dalla (1.6),  $L$  è espresso in m ed  $E$  in MeV (oppure  $L$  in km ed  $E$  in GeV). I massimi di oscillazione si hanno quindi per:

$$1,27 \frac{\Delta m^2 L}{E_\nu} = (2n+1) \pi/2 \quad (1.16)$$

con  $n$  intero; il primo massimo ( $n = 0$ ) viene raggiunto dopo una distanza  $L \sim E_\nu / \Delta m^2$ . Se  $\theta = 0$ , si vede dalla (1.15) che le oscillazioni di neutrino non sono rivelabili anche se fosse  $\Delta m^2 \neq 0$ .

Riassumendo, nell'approssimazione di 2 specie l'oscillazione dipende da 4 parametri:  $\Delta m^2$  e  $\theta$  caratteristici delle proprietà fisiche dei neutrini,  $L$  e  $E_\nu$  caratteristici dell'esperimento realizzato. Si possono realizzare due tipi di esperimenti per lo studio delle oscillazioni: a comparsa (di neutrini di una data famiglia in un

fascio di neutrini di un'altra famiglia) o a scomparsa (di neutrini da un fascio di una data famiglia) e vale comunque sempre  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ . In entrambi i casi l'ampiezza e la frequenza delle oscillazioni sono date da  $\sin^2 2\theta$  e da  $\frac{\Delta m^2 L}{E_\nu}$

rispettivamente. Per  $L/E_\nu \gg 1/\Delta m^2$  la frequenza di oscillazione è molto grande e gli esperimenti forniscono solo valori medi delle probabilità di oscillazione  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - 1/2 \sin^2 2\theta$  oppure  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 1/2 \sin^2 2\theta$  come mostrato in figura 1.4.

Esperimenti a scomparsa sono stati fatti misurando a diverse distanze da un reattore ( $L \sim 10 - 100$  m) il flusso degli antineutrini prodotti nella fissione nucleare, utilizzando il processo di cattura ( $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ ). In questo caso  $E_\nu$  è minore dell'energia di soglia per la produzione di  $\mu$  e  $\tau$ , per cui non è possibile fare un esperimento a comparsa; la sensibilità a misure di ampiezza non è buona (si possono valutare solo grandi angoli di mixing  $\theta$ ) mentre è buona per  $\Delta m^2$  ( $\sim 0.02$  eV<sup>2</sup>). Gli acceleratori forniscono  $\nu_\mu$  di grande energia, e quindi sono adatti a compiere esperimenti a comparsa di neutrini di un'altra famiglia; in questo caso la sensibilità in differenza di massa non è buona, solo  $\Delta m^2 \sim (1 - 100)$  eV<sup>2</sup>, mentre è buona in angolo di mixing ( $\sin^2 2\theta \sim 10^{-3}$ ). Molto più sensibili, invece, sono gli esperimenti che utilizzano neutrini solari o atmosferici, per i quali i valori di  $L$  sono molto più elevati di quelli che si hanno nei casi di neutrini da reattori o da acceleratori.

### 1.3 Oscillazioni nella materia

Nel 1978 Wolfenstein ha osservato che gli autostati di massa dei neutrini nella materia devono essere diversi rispetto a quelli nel vuoto, per il fatto che i  $\nu_e$  interagiscono con la materia attraverso processi a correnti cariche o a correnti neutre, secondo gli schemi riportati in figura 1.5, mentre i  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  interagiscono solo attraverso questi ultimi. Lo scambio addizionale dei  $W^+$  e  $W^-$  equivale ad un'energia potenziale aggiuntiva  $V = \sqrt{2}G_F N_e$  per i  $\nu_e$  e non per i  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  (dove  $G_F = 1,2 \cdot 10^{-5}$  GeV<sup>-2</sup> è la costante di accoppiamento di Fermi ed  $N_e$  è la densità di elettroni nel mezzo) ed aggiunge ai neutrini elettronici, e solo ad essi, un termine di massa:  $m_i = 2E_\nu V = 2\sqrt{2}G_F N_e E_\nu$ . L'attraversamento di un mezzo comporta quindi un cambiamento degli autostati di massa dei  $\nu_e$ , proporzionale a  $N_e$  e quindi alla densità  $\rho$  del mezzo attraversato, ma non altera gli autostati di massa dei  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ .

Per chiarire il meccanismo di oscillazioni nella materia, consideriamo un neutrino elettronico di massa  $m$  e momento  $p \gg m$ , che nel vuoto si propaga come:

$$v(t) = v(0) \exp[i(px - Et)] \sim v(0) \exp[-it(m^2/2p)] \quad (1.17)$$

Nella materia, l'energia totale non sarà più data dalla (1.4), ma dall'energia effettiva:

$$E_{\text{eff}} \approx E + \sqrt{2}G_F N_e \approx p + \frac{m^2}{2p} + \sqrt{2}G_F N_e \quad (1.18)$$

e la propagazione non varia più nel tempo come la (1.17) ma come:

$$v(t) = v(0) \exp[-it(m^2/2p + \sqrt{2}G_F N_e)] \quad (1.19)$$

Nel vuoto ( $\rho = 0$  e quindi  $N_e = 0$ ), o per  $\rho$  piccolo, il termine aggiuntivo di massa e' nullo (o trascurabile); nella materia, invece, questo termine porta ad un'ulteriore variazione di fase nello sviluppo temporale del fascio di neutrini elettronici e quindi anche (essendo ancora  $c = 1$ ) lungo il loro percorso  $x$ :

$$v(x) = v(0) \exp[-i\sqrt{2G_F N_e} x] \quad (1.20)$$

Di conseguenza, analogamente a quanto fatto per ottenere la (1.6) nel vuoto, si ottiene la lunghezza di oscillazione nella materia, che contiene un termine addizionale indipendente dall'energia, in quanto nella (1.20) non compare  $E_\nu$ . Questo termine, detto lunghezza caratteristica di oscillazione nella materia, e' definito, anche in questo caso, come quel valore  $L_0$  del percorso  $x$  che rende la fase  $\phi = 2\pi$  nella (1.20):

$$L_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2G_F N_e}} \approx \frac{1,7 \cdot 10^7}{\rho[\text{g/cm}^3] Z/A} \text{ m} \quad (1.21)$$

dove si e' definita la densita' elettronica come  $N_e = \rho N_A Z/A$ , con  $Z/A$  rapporto tra numero e peso atomico del mezzo attraversato dai neutrini elettronici e  $N_A$  numero di Avogadro. Come vedremo, lo studio delle oscillazioni di neutrini e' importante nel caso dei neutrini solari e di quelli atmosferici; nel primo caso, essendo  $\rho \sim 150 \text{ g/cm}^3$  e  $Z/A \sim 0,7$  nell'interno del Sole, la lunghezza caratteristica vale circa  $L_0 \sim 2 \cdot 10^5 \text{ m}$ ; nel secondo caso, essendo  $\rho \sim 3 \text{ g/cm}^3$  e  $Z/A \sim 0,5$  nelle rocce terrestri, la lunghezza caratteristica vale circa  $L_0 \sim 10^7 \text{ m}$  ossia circa un diametro terrestre.

Nella materia, l'equazione differenziale che rappresenta l'evoluzione nel tempo degli autostati di massa, analoga alla (1.13) nel vuoto, e' data da:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1^2/2p + \sqrt{2}G_F N_e c^2 & +\sqrt{2}G_F N_e sc \\ +\sqrt{2}G_F N_e sc & m_2^2/2p + \sqrt{2}G_F N_e s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

dove  $c = \cos\theta$  e  $s = \sin\theta$ . Poiche' gli autostati di massa nella materia cambiano, anche la lunghezza  $L_m$  e l'ampiezza  $\theta_m$  di oscillazione nella materia cambiano rispetto alle analoghe quantita' nel vuoto e diventano:

$$L_m = L \left[ 1 + \left( \frac{L}{L_0} \right)^2 + 2 \frac{L}{L_0} \cos 2\theta \right]^{-1/2} \quad (1.23)$$

$$\sin^2 2\theta_m = \frac{\sin^2 2\theta}{1 + \left( \frac{L}{L_0} \right)^2 - 2 \left( \frac{L}{L_0} \right) \cos 2\theta}$$

Da queste espressioni si vede che l'effetto della materia sulle oscillazioni di neutrino e' trascurabile nel caso in cui  $L \ll L_0$  (piccola densita'); invece nel caso in cui  $L \gg L_0$  (grande densita') la lunghezza di oscillazione non dipende dai parametri di oscillazione nel vuoto e vale  $L_m \sim L_0$ , mentre l'ampiezza e' ridotta del fattore  $L_0/L$ . Se infine, come notato nel 1985 da Mikeyev e Smirnov,  $L \sim L_0$  esiste una condizione

di risonanza nelle oscillazioni, in quanto per  $(L/L_0) = \cos 2\theta$ , si ha massimo valore di mixing ( $\sin^2 2\theta_m = 1$ ) nella materia per qualsiasi valore di angolo di mixing  $\theta$  nel vuoto.

Infine, ricordando che per la (1.16) la lunghezza di oscillazione al primo massimo ( $n = 0$ ) è data da  $L = \frac{\pi E_\nu}{2 \cdot 1,27 \Delta m^2}$ , il rapporto  $L/L_0$  è proporzionale al prodotto tra energia  $E_\nu$  dei neutrini e densità  $\rho$  del mezzo attraversato, e definisce la seguente condizione di risonanza:

$$E_\nu \rho = 1,3 \cdot 10^{-7} \Delta m^2 \cos 2\theta \quad (1.24)$$

In condizioni astrofisiche esistono due casi limite in cui le oscillazioni di neutrino si possono esaminare con buona sensibilità:

1. quando neutrini di diversa energia  $E_\nu$  attraversano un mezzo a densità circa costante (per esempio i neutrini atmosferici),
2. quando neutrini quasi monoenergetici (come i neutrini solari) attraversano un mezzo a densità variabile qual è l'interno del Sole.

#### 1.4 Momento magnetico dei neutrini

Neutrini di massa nulla hanno anche momento magnetico nullo. Invece i neutrini di Dirac possono possedere un momento magnetico, il cui valore, secondo il modello standard  $SU(2) \times U(1)$  della teoria elettrodebole, è:

$$\mu_\nu = \frac{3eG_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_\nu = 3,2 \cdot 10^{-19} \mu_B \left( \frac{m_\nu}{eV} \right) \quad (1.25)$$

dove  $\mu_B = e\hbar/2m_e c = 5,79 \cdot 10^{-11} \text{ MeV/T}$  è il magnetone di Bohr. Se i neutrini elettronici avessero momento magnetico (oppure anche momento di dipolo elettrico) potrebbero cambiare di elicità, da sinistrorsi a destrorsi, e quindi diventare sterili e non rivelabili con interazioni deboli nell'attraversamento di regioni con componente sufficientemente intensa del campo magnetico perpendicolare alla loro direzione di moto.

Perché avvenga questo meccanismo di precessione di spin, il cui effetto sarà discusso nel caso dei neutrini solari, sono richiesti sia campi magnetici molto intensi che momenti magnetici dei neutrini molto grandi, dell'ordine di  $10^{-11}$ - $10^{-10} \mu_B$ . Anche se molto maggiore del valore previsto teoricamente, i dati sperimentali non sono tuttavia in grado di escludere questa possibilità, in quanto le misure di scattering ( $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ ) forniscono il limite superiore  $1,08 \cdot 10^{-9} \mu_B$  per l'autostato di massa  $\nu_1$  e valori maggiori per gli altri autostati di massa.

## Cap. 2

### MODELLI SOLARI

#### 2.1 Caratteristiche osservative del Sole

Le principali caratteristiche del Sole, per quanto riguarda i suoi valori macroscopici, si ricavano in modo diretto da osservazioni astronomiche. Tra esse, un parametro importante è la misura della sua distanza  $d$  da Terra, in quanto molte altre caratteristiche sono legate a questo valore numerico. Le caratteristiche interne del Sole sono invece deducibili da semplici leggi fisiche e da ipotesi ragionevoli sulla sua struttura.

Distanza:  $d = 1.5 \cdot 10^{13}$  cm. Fin dall'antichità gli astronomi hanno cercato di misurare la distanza Terra-Sole (ben noto è il metodo della dicotomia di Aristarco, poi proseguito con misure geodetiche da Eratostene). La distanza è misurata ora con metodi diretti di radar-astronomia: con un radiotelescopio si invia un treno di onde radio (di caratteristiche ben precise) verso il Sole e si registra a Terra lo stesso segnale riflesso, dopo il tempo necessario a percorrere la distanza Terra-Sole-Terra. Dalla misura del tempo di volo si ottiene il valore della distanza  $d$ , nota come unità astronomica (UA).

Raggio:  $R_o = 6,96 \cdot 10^{10}$  cm. Da Terra, il diametro angolare del Sole appare sotto un angolo  $2\alpha = 40'$ . Nota la distanza da Terra, si ottiene  $R_o = d \operatorname{tg}\alpha$ .

Massa:  $M_o = 1,99 \cdot 10^{33}$  gr. Le osservazioni astronomiche di Tycho Brahe sul moto dei pianeti intorno al Sole, la loro interpretazione da parte di Keplero e la successiva spiegazione di Newton con la legge di gravitazione universale, hanno permesso di ricavare in modo immediato la massa del Sole. Assumendo per semplicità orbite circolari, si ha:

$$G \frac{m_p M_o}{d^2} = m_p a_c = \frac{m_p v^2}{d} = m_p \left( \frac{2\pi d}{T} \right)^2 \frac{1}{d} \quad (2.1)$$

dove  $m_p$  è la massa di un pianeta qualsiasi. Da questa uguaglianza si ricava:

$$M_o = \frac{4\pi^2 d^3}{GT^2} \quad (2.2)$$

che altro non è se non la terza legge di Keplero, valida per qualsiasi pianeta di massa  $m_p$ , alla distanza  $d$  dal Sole e con periodo orbitale  $T$ . Inserendo, per esempio, i valori terrestri  $d = 1$  UA,  $T = 1$  anno, si ottiene  $M_o$ .

Luminosità:  $L_o = 3,83 \cdot 10^{33}$  erg/s. Misure fatte con bolometri su satelliti in orbita fuori dell'atmosfera terrestre, oppure con telescopi a Terra a diversi angoli zenitali  $\theta$  (per eliminare con estrapolazione l'effetto di assorbimento dell'atmosfera terrestre, che dipende da  $\sec\theta$ ) hanno permesso di ottenere il valore della costante solare  $J = 2$  cal  $\text{cm}^{-2} \text{min}^{-1}$ . La quantità totale di energia che giunge dal Sole alla distanza della Terra sarà quindi  $L_o = 4\pi d^2 J$  (si noti che la luminosità ha le dimensioni di una potenza). Dal valore di  $L_o$  si ricava immediatamente il ritmo di combustione della massa solare:  $L_o/c^2 = 4 \cdot 10^6$  ton/s, e la vita massima che può avere

il Sole, inteso come un corpo di massa  $M_o$  che brucia la sua materia al ritmo  $L_o$ , ossia:  $\tau = (M_o/L_o) = 10^{13}$  anni. Si ricava anche immediatamente l'emissività solare (luminosità per unità di superficie):

$$q = \frac{4 \pi d^2 J}{4 \pi R_o^2} = 6 \cdot 10^{11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (2.3)$$

Temperatura superficiale:  $T_e = 5780$  K. In buona approssimazione il Sole può essere considerato come un corpo nero, la cui emissività è data dalla legge di Stefan  $q = \sigma T^4$  (con  $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-5} \text{ erg K}^{-4} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  costante di Stefan). Le leggi di Wien  $\lambda_M T = \text{costante}$  o, più accuratamente, la distribuzione energetica di Plank  $B(\lambda, T)$  misurata a diverse lunghezze d'onda, permettono di ottenere la temperatura superficiale del Sole o, più precisamente, la sua temperatura effettiva, ossia la temperatura che avrebbe un corpo nero con la stessa distribuzione spettrale del Sole. In genere, per tutte le stelle, si conclude che esiste la seguente relazione tra luminosità, raggio e temperatura:

$$L = 4 \pi R^2 \sigma T_e^4 \quad (2.4)$$

Densità media:  $\bar{\rho} = 1,4 \text{ g cm}^{-3}$ . Ottenuta semplicemente dividendo la massa del Sole per il suo volume.

## 2.2 Teorema del viriale.

Prima di calcolare le caratteristiche dell'interno del Sole, esaminiamo brevemente il meccanismo di aumento di temperatura nelle stelle in genere, e nel Sole in particolare. Come vedremo, il ritmo delle reazioni termonucleari negli interni stellari e nel Sole dipende fortemente dalla loro temperatura centrale e, quindi, dal valore dell'energia di agitazione termica  $E_T$  in queste zone. Per calcolarne il valore, ricordiamo che, durante la fase di contrazione gravitazionale in pre-sequenza principale, la nube da cui si sono formate le stelle si riscalda, poiché l'energia gravitazionale liberata  $E_p$  viene per metà emessa sotto forma di radiazione elettromagnetica mentre l'altra metà viene trasformata in energia termica. Ciò è dovuto al fatto che la contrazione della nube pre-stellare è molto lenta, tanto da poter considerare il processo quasi in condizioni di equilibrio idrostatico. In tali condizioni, il bilancio energetico è stabilito dal teorema del viriale:

$$2 E_T + E_p = 0 \quad (2.5)$$

che si ricava dalla condizione di equilibrio idrostatico:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\rho g = -\rho \frac{GM(r)}{r^2} = -\frac{4}{3} \pi G \rho^2 r \quad (2.6)$$

avendo assunto densità costante, ed essendo:

$$M(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr \quad (2.7)$$

la massa interna al raggio  $r$ . Moltiplicando ambo i membri della (2.6) per  $4\pi r^3$  e integrando, dal centro alla superficie della nube, si ottiene:

$$\int_0^{R_0} 4\pi r^3 \frac{dP(r)}{dr} dr = - \int_0^{R_0} \frac{GM(r)\rho(r)4\pi r^2}{r} dr = - \int_0^{M_0} \frac{GM(r)}{r} dm = E_p$$

dove  $dm = 4\pi r^2 \rho(r) dr$  e' la massa compresa tra  $r$  e  $r + dr$ . Il primo membro di questa uguaglianza si puo' integrare per parti, ottenendo:

$$\left[ P(r)4\pi r^3 \right]_0^{R_0} - 3 \int_0^{R_0} P(r)4\pi r^2 dr = -3 \bar{P}V$$

in quanto  $P(R_0) = 0$  perche' la pressione in superficie e' nulla, ed avendo indicato con  $\bar{P}$  il valor medio della pressione. Si conclude dunque che la pressione media del gas, per mantenere in equilibrio idrostatico un volume  $V$  con energia potenziale gravitazionale  $E_p$ , deve valere:

$$\bar{P} = -\frac{E_p}{3V} \quad (2.8)$$

Per un gas perfetto non relativistico (quale puo' essere considerato l'interno del Sole), costituito di particelle di massa  $m$ , la pressione media vale:

$$\bar{P} = \frac{2}{3} N \left( \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right) = \frac{2E_T}{3V} \quad (2.9)$$

dove  $N$  e' il numero di particelle per unita' di volume e  $E_T$  e' l'energia cinetica totale del sistema. Il teorema del viriale (2.5) segue quindi immediatamente dall'uguaglianza tra (2.8) e (2.9).

In conclusione, l'energia gravitazionale liberata nella fase di contrazione della nube pre-solare viene per meta' emessa sotto forma di radiazione e per meta' viene trasformata in energia termica e, quindi, in un aumento della temperatura interna del Sole. Nel corso del processo, l'aumento di energia termica provoca prima la ionizzazione della materia che costituisce il Sole (quasi esclusivamente idrogeno ed elio e poche tracce di altri elementi) ed in seguito l'innescio delle reazioni di fusione termonucleare tra protoni. Infatti, quando l'energia termica supera i potenziali di ionizzazione (13,6 eV per H, 24,6 eV e 54 eV per He neutro e una volta ionizzato, a cui corrispondono temperature dell'ordine di  $10^5$  K) la composizione dell'interno solare diventa quella di un plasma completamente ionizzato, composto di protoni, elettroni, particelle  $\alpha$  e (in quantita' trascurabile) ioni di nuclei pesanti. Come vedremo, le reazioni termonucleari di fusione avvengono in questo plasma.

### 2.3 Caratteristiche interne del Sole

Le caratteristiche macroscopiche del Sole sono dunque osservabili in modo diretto con buona precisione; i valori numerici che si ottengono devono essere considerati i vincoli (le condizioni al contorno) per le previsioni o le ipotesi fatte sulla

struttura interna del Sole, dalla quale dipende il flusso atteso di neutrini emessi. Per ricavare i valori numerici delle caratteristiche interne del Sole, in particolare della temperatura centrale  $T_c$  che stabilisce il ritmo delle reazioni termonucleari, e' invece necessario formulare alcune ipotesi, molto ragionevoli e tutt'altro che restrittive, che sono riassumibili nel considerare il Sole come un gas perfetto in equilibrio idrostatico.

Pressione centrale:  $P_c = 6 \cdot 10^{15} \text{ dyn cm}^{-2}$ . Dalla condizione di equilibrio idrostatico (2.6), assumendo in prima approssimazione densita' costante  $\rho = \bar{\rho}$  ed integrando da una profondita' generica  $r$  entro il Sole fino alla superficie  $R_o$ , si ottiene:

$$\int_r^{R_o} \frac{4}{3} \pi \bar{\rho}^2 G r dr = \frac{2}{3} \pi \bar{\rho}^2 G (R_o^2 - r^2) = P(r) - P(R_o) \quad (2.10)$$

da cui si ha conferma che la pressione in superficie e' nulla:  $P(R_o) = P(r=R_o) = 0$ . Invece, per  $r = 0$  si ottiene il valore della pressione centrale, che puo' anche essere scritta nelle forme equivalenti:

$$P(r=0) = P_c = \frac{2}{3} \pi \bar{\rho}^2 G R_o^2 = \frac{3 G M_o^2}{8 \pi R_o^4} = \frac{\bar{\rho} G M_o}{2 R_o} \quad (2.11)$$

Temperatura centrale:  $T_c = 1,5 \cdot 10^7 \text{ K}$ . Nota la pressione centrale del Sole, l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$P = NkT = \frac{k}{\mu m_H} \rho T \quad (2.12)$$

(in cui si e' trascurato il contributo della pressione di radiazione) permette di ricavare il valore della temperatura centrale  $T_c$ . Nella (2.12) si e' usata la relazione  $\rho = N \mu m_H$ , che definisce la densita' come prodotto del numero  $N$  di particelle per unita' di volume per il peso medio di una particella (dove  $m_H$  e' il peso dell'atomo di idrogeno e  $\mu$  il peso molecolare medio, adimensionale, che sara' definito tra breve). Dalla conoscenza di  $T_c$  e  $T_e$  si ricava anche immediatamente il gradiente termico medio  $(T_c - T_e)/R_o = 2.3 \cdot 10^{-4} \text{ K/cm}$ . Le principali caratteristiche fisiche del Sole attuale sono riassunte in tabella 2.1.

<i>Caratteristica</i>	<i>Valore</i>
Distanza da Terra	1 U.A. = $1,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}$
Massa	$M_o = 1,99 \cdot 10^{33} \text{ g}$
Raggio	$R_o = 6,96 \cdot 10^{10} \text{ cm}$
Luminosita' ottica	$L = 3,83 \cdot 10^{33} \text{ erg/s}$
Temperatura effettiva	$T_e = 5780 \text{ }^\circ\text{K}$
Eta'	$\tau = 4,5 \cdot 10^9 \text{ anni}$
Densita' centrale	$\rho_c = 150 \text{ gr/cm}^3$
Temperatura centrale	$T_c = 1,5 \cdot 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$
Pressione centrale	$P_c = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ dyn/cm}^2$



Tabella 2.1 - Principali caratteristiche del Sole

Peso molecolare medio. In astrofisica e' consuetudine indicare con X, Y e Z rispettivamente la frazione di massa (ossia le abbondanze in peso) di idrogeno, elio ed elementi pesanti. Le corrispondenti abbondanze numeriche, in un gas non ionizzato, sono:

$$N_x = X\rho/m_H, \quad N_y = Y\rho/4m_H, \quad N_z = Z\rho/Am_H$$

In un plasma completamente ionizzato, l'idrogeno fornisce 2 particelle, l'elio 3, gli elementi pesanti 1 nuclide e  $Z \sim A/2$  elettroni; ne segue che la densita' numerica totale e':

$$N = 2N_x + 3N_y + N_z A/2 = (2X + 3Y/4 + Z/2) \rho/m_H = \rho/\mu m_H$$

avendo trascurato la densita' degli ioni ed indicato con  $\mu$  il peso molecolare medio:

$$\mu = \frac{1}{\left(2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z\right)} \quad (2.13)$$

Con l'ovvia condizione di normalizzazione  $X + Y + Z = 1$ , si puo' anche scrivere  $N = (1 + 3X + Y/2) \rho/2m_H$ . In un plasma di puro idrogeno ( $X = 1, Y = Z = 0$ ) il peso molecolare medio vale  $\mu = 0,5$ , mentre la densita' numerica di elettroni, in un plasma completamente ionizzato e di composizione qualsiasi, e' sempre esprimibile con la relazione:

$$N_e = (X + Y/2 + Z/2) \rho/m_H = (1 + X) \rho/2m_H \quad (2.14)$$

Per esempio, il modello solare standard (SSM) e' ottenuto nell'ipotesi che il Sole si sia condensato da una nube pre-solare con composizione originaria  $X = 0,71, Y = 0,27, Z = 0,02$ ; il peso molecolare medio in questo gas, se ionizzato completamente, e' quindi  $\mu = 0,61$  ed una particella in media ha massa  $0,61 m_H$ . Nel Sole attuale, a causa del bruciamento di H in He che esamineremo tra poco, secondo il SSM la composizione nelle parti centrali del sole e'  $X = 0,34, Y = 0,64, Z = 0,02$  e il peso molecolare medio vale  $\mu = 0,85$ .

#### 2.4 Condizioni di degenerazione

L'ipotesi che il Sole sia in equilibrio idrostatico e' giustificata dal fatto che le condizioni fisiche sulla Terra (soprattutto la temperatura) non sono cambiate in modo significativo nel corso delle ere geologiche. Se, nel passato, il raggio del Sole fosse variato, anche la sua temperatura e la sua luminosita' sarebbero variate: infatti, una contrazione o un'espansione di un gas portano ad un aumento o ad una diminuzione di temperatura che, come vedremo, induce a sua volta un aumento o una diminuzione nel ritmo delle reazioni termonucleari e quindi della luminosita' solare. Sulla Terra sarebbero quindi cambiate drasticamente le condizioni ambientali, cosa che non e' avvenuta.

L'ipotesi che il Sole possa essere considerato un gas perfetto si dimostra verificando se le particelle siano libere o meno di muoversi nel suo interno, cioè se le loro dimensioni sono inferiori o meno della distanza media  $d$  tra esse. Alla temperatura centrale  $T_c = 1,5 \cdot 10^7$  K corrisponde l'energia termica media  $kT_c = 1.4 \cdot 10^9$  erg, ossia circa 1 keV, per cui l'interno solare è un plasma completamente ionizzato composto di  $e^-$ ,  $p$ ,  $n$ ,  $\alpha$  e in minor misura ioni pesanti; queste particelle possono essere considerate puntiformi in quanto le loro dimensioni sono dell'ordine di  $r \sim 10^{-13}$  cm o meno, minore della loro lunghezza d'onda di De Broglie  $\lambda = h/mv$  che, anche nel caso  $v = c$ , ha il valore  $\lambda = 2 \cdot 10^{-10}$  cm per gli elettroni e  $\lambda = 10^{-13}$  cm per i protoni.

In un gas di densità  $\rho$ , come abbiamo visto, il numero di particelle per unità di volume è  $N = \rho/\mu m_H$ , per cui la distanza media  $d$  tra particelle è proporzionale a  $N^{-1/3} = (\rho/\mu m_H)^{-1/3}$  e quindi la condizione  $d > \lambda$  è soddisfatta se vale la disuguaglianza:

$$(\rho/\mu m_H)^{-1/3} > h/mv$$

che dipende solo dai due parametri indipendenti densità e quantità di moto. Quindi, anche la pressione che le particelle del plasma esercitano dipende solo da questi due parametri. Poiché in un gas perfetto si ha:

$$3 kT/2 = mv^2/2 \quad (2.15)$$

la precedente condizione definisce la densità critica di degenerazione:

$$\rho_c = \frac{(3mkT)^{3/2}}{h^3} \mu m_H \quad (2.16)$$

per cui, se  $\rho > \rho_c$  si ha degenerazione, altrimenti si ha gas perfetto. A parità di temperatura, la condizione (2.15) per elettroni o neutroni (e protoni) implica che questi due tipi di particelle abbiano la stessa energia cinetica:  $m_e v_e^2 = m_n v_n^2$ . Però, essendo  $m_n \sim 2 \cdot 10^3 m_e$ , per la (2.16) gli elettroni sono le prime particelle a divenire degeneri (stelle nane bianche) e solo a più alte densità diventano degeneri i neutroni (stelle di neutroni).

Sostituendo i valori delle costanti nella (2.16) si ottiene la densità critica  $\rho_c = 1.5 \cdot 10^9 \mu T^{3/2}$  per la degenerazione elettronica. Se  $\rho > \rho_c$  il volume proprio degli elettroni  $\lambda^3$  è paragonabile allo spazio che essi occupano, per cui non possono più muoversi liberamente. Per il principio di Pauli, il gas stellare diventa degenero e, di conseguenza, la pressione di gas perfetto esercitata dai nucleoni diviene trascurabile rispetto a quella degli elettroni degeneri che, come vedremo con l'equazione (4.2), dipende solo dalla densità  $\rho$  e quindi la temperatura  $T$  diventa un parametro trascurabile. Tutte le stelle di sequenza principale, e quindi anche il Sole, possono essere considerate come un gas perfetto, anche se nelle zone centrali le condizioni di temperatura e densità sono al limite di validità della condizione (2.16) di gas perfetto, come mostra schematicamente la figura (2.1).

## 2.5 Tempi evolutivi

Si noti che il fatto che il Sole emetta radiazione, con una luminosità (potenza)  $L_\odot$ , comporta necessariamente che esso debba anche evolvere (per il principio di

conservazione dell'energia). Si possono quindi stimare i tempi evolutivi solari facendo alcune ipotesi sui suoi meccanismi di liberazione dell'energia. Innanzitutto, il Sole deve avere un'età almeno pari a quella della Terra ( $4,5 \cdot 10^9$  anni, ossia  $1,4 \cdot 10^{17}$  s) ed aver avuto luminosità circa costante, pari a  $L_o = 4 \cdot 10^{33}$  erg/s, perché le condizioni geologiche nel passato sono state circa costanti sulla Terra. Dunque, l'energia totale liberata dal Sole è  $L_{TOT} \sim 6 \cdot 10^{50}$  erg, corrispondente ad un'energia liberata per unità di massa di circa  $(6 \cdot 10^{50} \text{ erg}) / (2 \cdot 10^{33} \text{ g}) = 3 \cdot 10^{17}$  erg/g. Escludendo reazioni chimiche, in quanto esse producono solo  $\sim 9 \cdot 10^{10}$  erg/g, rimangono 2 sole possibilità di liberazione di energia: gravitazionale o nucleare.

Energia potenziale gravitazionale. L'energia potenziale gravitazionale di una sfera di massa  $M$  e raggio  $R$  è:

$$E_p = -\int_0^R \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) (4 \pi r^2 \rho dr) \frac{G}{r} = \quad (2.17)$$

$$= -\frac{1}{3} (4 \pi \rho)^2 G \int_0^R r^4 dr = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} = 2 \cdot 10^{48} \text{ erg}$$

avendo assunto, in prima approssimazione, densità costante. Questo valore è troppo piccolo rispetto a  $L_{TOT}$  e comporta che il Sole abbia liberato energia con la potenza  $L_o$  solo per un tempo  $\tau_p = E_p/L_o = 5 \cdot 10^{14}$  s =  $2 \cdot 10^7$  anni, che rappresenta tuttavia una valutazione del tempo trascorso dal Sole nella fase di pre-sequenza principale.

Energia nucleare. Nelle reazioni di fusione di 4 protoni in 1 nucleo di elio:



si libera l'energia di legame di quest'ultimo, circa 7 MeV per nucleone, di cui una piccola parte viene immediatamente emessa come energia cinetica dei neutrini. Il bilancio energetico,  $4 m_H = 1 m_{He} + 0.029 m_H$ , corrisponde quindi ad un'efficienza  $\epsilon_N = 0,007 \text{ g/g} = 6 \cdot 10^{18} \text{ erg/g}$ . Perciò, nell'ipotesi che tutto il Sole sia costituito di idrogeno e che tutto l'idrogeno si trasformi in elio, si ottiene il limite superiore al tempo nucleare del Sole:  $\tau_N = \epsilon_N M_o c^2/L_o = 10^{11}$  anni, ben superiore all'età richiesta. In realtà, l'abbondanza di idrogeno al centro del Sole è  $X = 0,7$  e, sulla sequenza principale, si brucia una frazione di massa  $f(M) \sim 0,15$  della massa totale, per cui l'età termonucleare del Sole può essere al massimo di  $\tau_N X f(M) = 10^{10}$  anni e l'energia media liberata per unità di massa solare diventa  $\epsilon_N = 6 \cdot 10^{17}$  erg/g. Questi valori indicano che il meccanismo di liberazione di energia nucleare è adatto per interpretare i tempi evolutivi solari.

## 2.6 Reazioni termonucleari

L'energia media per particella nell'interno solare,  $KT \sim 1 \text{ KeV}$ , è molto inferiore all'energia repulsiva coulombiana per distanze a cui cominciano a diventare effettive le interazioni forti (attrattive). Infatti questa vale  $E_{Coul} = Z_1 Z_2 e^2/r = 2.3 \cdot 10^{-7} Z_1 Z_2 \text{ erg}$  per  $r = 10^{-12} \text{ cm}$ ; quindi i protoni ( $Z_1 = Z_2 = 1$ ) sono soggetti ad un'energia repulsiva corrispondente a circa 100 KeV alla distanza  $r = 10^{-12} \text{ cm}$  e circa 1 MeV alla distanza  $r = 10^{-13} \text{ cm}$  (ed a maggior ragione la repulsione è più elevata per altre particelle,  $\alpha$  e ioni, di carica elettrica più elevata). La maggior parte degli urti tra protoni è quindi di tipo elastico, ma sono anche presenti protoni più energetici, in

quanto nella coda di alta energia della distribuzione maxwelliana delle velocita', ed inoltre si deve tener conto dell'effetto tunnel. In altre parole, le reazioni termonucleari nel Sole cominciano ad essere significative quando la velocita' di agitazione termica media dei protoni  $\langle v \rangle = \sqrt{2kT / m_p}$  corrisponde ad energie cinetiche non troppo inferiori all'energia repulsiva coulombiana.

Numero di urti per unita' di tempo. Nell'ipotesi che l'interno del Sole sia composto di puro idrogeno completamente ionizzato, la composizione e' di soli protoni ed elettroni (peso molecolare medio  $\mu = 0,5$ ), con energia cinetica  $kT = 1$  keV, densita' numerica  $N = \rho / \mu m_H \sim 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ , velocita' termica media  $\langle V_p \rangle = 5 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$  per i protoni e  $\langle V_e \rangle = 10^9 \text{ cm/s}$  per gli elettroni. Dalla definizione di libero cammino medio  $\chi$  di una particella, ossia il percorso corrispondente al volume spazzato  $\chi\sigma$  tale da avere  $N\chi\sigma = 1$ , dove  $\sigma = \pi\lambda^2 = \pi\left(\frac{\hbar}{mv}\right)^2$  e' l'area della particella, si ottiene:

$$\chi = \frac{1}{\sigma N} = \frac{m^2 v^2}{\pi \hbar^2 N} = \frac{2mkT}{\pi \hbar^2 N} = \begin{cases} = 10^{11} \frac{T}{N} \text{ cm} & \text{per elettroni} \\ = 10^{14} \frac{T}{N} \text{ cm} & \text{per protoni} \end{cases} \quad (2.19)$$

Dai valori precedentemente stimati di temperatura e densita' di particelle nell'interno solare si ottengono i rispettivi liberi cammini medi  $\chi_p = 10^{-5} \text{ cm}$  e  $\chi_e = 10^{-8} \text{ cm}$ .

Di conseguenza, il tempo medio tra due urti successivi tra protoni e' dato da  $\tau = \chi/v = 10^{-5}/5 \cdot 10^7 = 2 \cdot 10^{-13}$  secondi e si hanno percio' circa  $10^{13}$  urti al secondo, quasi tutti elastici perche' la repulsione coulombiana impedisce che i protoni arrivino a distanze tali da far intervenire le interazioni forti. Infatti, gia' a  $r = 10^{-10} \text{ cm}$  si ha equilibrio tra energia termica e coulombiana, mentre le forze nucleari attrattive agiscono solo a distanze di  $10^{-13} \text{ cm}$ , alle quali, come abbiamo visto, corrisponde una barriera repulsiva dell'ordine di 1 MeV. Solo i protoni piu' energetici, ossia quelli nella coda di alta velocita' della distribuzione maxwelliana, possono venire a contatto tra loro e produrre la fusione termonucleare.

Ritmo delle reazioni termonucleari. Consideriamo, per generalita', nuclei di tipo A e B, con abbondanze relative  $X_A$  e  $X_B$  (con  $X_A + X_B = 1$ ), che definiscono abbondanze numeriche  $N_A = \rho_A/m_A = X_A \rho/m_A$  e  $N_B = \rho_B/m_B = X_B \rho/m_B$ . Sia la loro velocita' relativa  $v = |v_A - v_B|$  e  $\sigma(v)$  la sezione d'urto della reazione di fusione tra essi, con  $\langle v \rangle = \sqrt{2kT/m}$ . Per la (2.19) un nucleo di tipo A percorre il libero cammino medio  $1/N_B \sigma$  prima di interagire con un nucleo di tipo B ed il tempo medio tra 2 urti e'  $\tau_A = 1/N_B \sigma v$ . Poiche'  $N_A$  e' la concentrazione di nuclei di tipo A, il ritmo con cui avvengono le reazioni, per unita' di tempo e di volume, e'  $R = N_A/\tau_A = N_A N_B \sigma v$ . Poiche' la sezione d'urto  $\sigma$  dipende dalla velocita' relativa  $v$ , il ritmo delle reazioni deve essere mediato sulle velocita'; e si ottiene:

$$R = \int_0^{\infty} N_A N_B v \sigma(v) D(T, v) dv \quad (2.20)$$

dove  $D(T, v)$  e' la distribuzione maxwelliana delle velocita' in quanto il plasma dell'interno solare puo' essere considerato un gas perfetto non relativistico:

$$D(T, v) = \left( \frac{m_R}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{m_R v_r^2}{2kT} \right] 4\pi v_r^2 \quad (2.21)$$

dove  $m_R = m_A m_B / (m_A + m_B)$  e' la massa ridotta. Sostituendo la (2.21) nella (2.20) e usando l'energia  $E = m_r v^2 / 2$  come variabile di integrazione, si ottiene:

$$R = N_A N_B \left( \frac{8}{\pi m_R} \right)^{1/2} (kT)^{-3/2} \int_0^{\infty} E \sigma(E) \exp \left[ -\frac{E}{kT} \right] dE \quad (2.22)$$

E' molto difficile misurare la sezione d'urto di fusione  $\sigma(E)$  alle basse energie tipiche dell'interno delle stelle, mentre e' facile alle piu' alte energie, tipiche degli acceleratori. Una formula estrapolata e':

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp \left[ -\left( \frac{E_G}{E} \right)^{1/2} \right] \quad (2.23)$$

dove  $E_G$  e' l'energia di Gamow, proporzionale a  $Z_A Z_B e^2$ , ed  $S(E)$  e' un fattore che varia poco con  $E$  ma tiene conto di eventuali risonanze nucleari. La (2.23) considera il verificarsi di due effetti: penetrazione della barriera repulsiva coulombiana seguita da formazione di un nucleo composto stabile, ossia che avvenga la fusione.

Sostituendo la (2.23) nella (2.22), integrando e riscrivendo i vari fattori che compaiono in quest'ultima relazione, si ottiene in conclusione che il ritmo delle reazioni di fusione negli interni stellari e' dato da:

$$R = R_0^* \rho^2 X_A X_B T^{-2/3} \exp \left[ -\frac{E}{kT} - \left( \frac{E}{E_G} \right)^{-1/2} \right] \quad (2.24)$$

dove  $R_0^*$  e' una costante che congloba tutti i vari termini costanti precedenti. Si noti che la dipendenza dall'energia del ritmo delle reazioni di fusione e' regolata dall'esponenziale nella (2.24), in cui il primo termine  $\exp[-E/kT]$  rappresenta l'andamento della coda di alta energia della distribuzione maxwelliana (dove avviene la maggior parte delle reazioni di fusione), ed il secondo termine  $\exp[-(E_G/E)^{1/2}]$  rappresenta la probabilita' di penetrazione della barriera coulombiana (che decresce rapidamente alle basse energie). Il prodotto dei due esponenziali da luogo ad un picco (noto come *picco di Gamow* e rappresentato in figura 2.2) centrato sull'energia efficace  $E_0$ , il cui valore si puo determinare calcolando le condizioni di massimo, ossia:

$$\frac{d}{dE} \left( -\frac{E}{kT} - \frac{E^{-1/2}}{E_G^{-1/2}} \right) = -\frac{1}{kT} + \frac{1}{2E_G^{-1/2}} E^{-3/2} = 0$$

da cui si ottiene l'energia piu' probabile di fusione:

$$E_0 = \left( \frac{kT \sqrt{E_G}}{2} \right)^{2/3} \quad (2.25)$$

Per esempio, l'energia di Gamow per due protoni e'  $E_G = 493$  keV. Alla temperatura  $T = 2 \cdot 10^7$  K, a cui corrisponde  $kT = 1,7$  keV, l'energia efficace e'  $E_0 = 7,2$  keV e la semilarghezza  $\Delta/2$  del picco di Gamow e'  $4,1$  keV.

In conclusione, i processi di fusione termonucleare sono descrivibili con un modello a tre parametri: la temperatura  $T$ , l'energia di Gamow  $E_G$  ed il fattore di fusione nucleare  $S(E_0)$ . L'energia di Gamow dipende dalle cariche dei nuclei e dalla loro massa ridotta e stabilisce, insieme alla temperatura  $T$ , come la barriera coulombiana influenzi la fusione; il fattore nucleare dipende dalla specifica reazione considerata.

Sviluppando in serie di Taylor l'esponenziale nella (2.24):

$$\exp\left[-\frac{E}{kT} - \left(\frac{E}{E_G}\right)^{-1/2}\right] \approx \exp\left[-3\left(\frac{E_G}{4kT}\right)^{1/3}\right] \exp\left[-\left(\frac{E-E_0}{\Delta/2}\right)^2\right] \quad (2.26)$$

dove  $\Delta$  e' la larghezza della finestra di fusione, si vede che il ritmo massimo delle reazioni di fusione si ha per  $E = E_0$  e dipende esponenzialmente dal rapporto  $E_G/kT$ ; esso e' quindi molto diverso da reazione a reazione (perche' molto diversi sono i valori di  $E_G$ ) e dipende fortemente dalla temperatura  $T$ . Infatti, derivando rispetto a  $T$  la (2.24) nell'approssimazione (2.26) si ottiene:

$$\frac{dR}{dT} \approx \left[\frac{E_G}{4kT}\right]^{1/3} \frac{R}{T} = \eta \frac{R}{T} \quad (2.27)$$

Per esempio, nella fusione di protoni con deutoni si ha  $E_G = 0,66$  MeV, mentre nella fusione di protoni con nuclei di  $^{12}\text{C}$  si ha  $E_G = 35,5$  MeV, per cui il ritmo di fusione, a  $T = 2 \cdot 10^7$  K, e' rallentato di  $\exp[-14]$  e  $\exp[-52]$  rispettivamente. I valori di  $\eta$ , circa 4 e 17 rispettivamente, sono tipici delle reazioni di protoni con nuclei leggeri o con nuclei pesanti.

Il ritmo delle reazioni di fusione termonucleare nell'interno di una stella puo' quindi essere riassunto dalla relazione:

$$R = R_0 \rho^2 T^\eta \quad (2.28)$$

dove  $R_0 = R_0 * X_A X_B$  congloba tutte le costanti precedentemente definite, inclusa la funzione debolmente variabile  $S(E_0)$ , e la composizione del gas stellare, mentre l'esponente  $\eta = (d \ln R) / (d \ln T)$  per la (2.27) comprende l'energia di Gamow e dipende dalla particolare reazione considerata.

Infine, se  $\alpha$  e' l'energia prodotta per urto, quella prodotta per grammo e per secondo sara':

$$\varepsilon = \alpha R / \rho = \varepsilon_0 \rho T^\eta \quad (2.29)$$

per cui la luminosita' totale prodotta dalle reazioni termonucleari nell'interno di una stella e' data dalla relazione:

$$L = \int_0^R 4 \pi r^2 \rho \epsilon dr \quad (2.30)$$

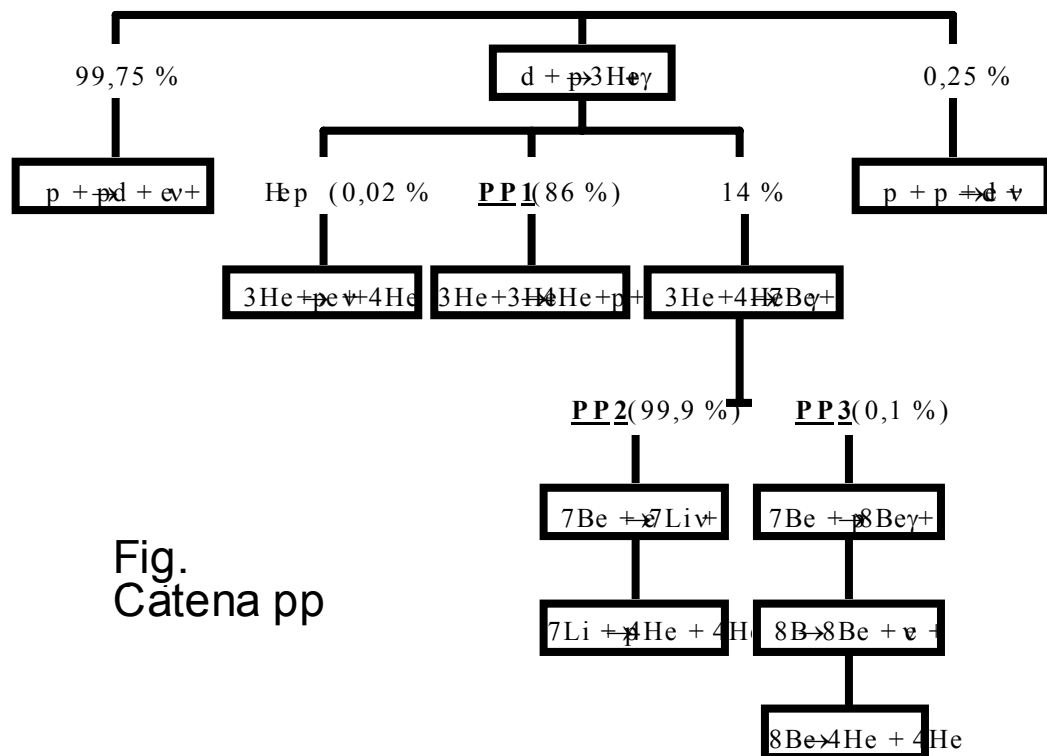
Non solo le interazioni elettromagnetiche (che definiscono il valore della barriera coulombiana) hanno un ruolo fondamentale nel definire il ritmo delle reazioni di fusione termonucleare negli interni stellari, ma anche le interazioni nucleari forti e deboli sono coinvolte nei vari processi, attraverso il fattore nucleare  $S(E)$ . A questo proposito è utile ricordare che questo fattore ha diversa importanza per le diverse interazioni; in particolare  $S(E)$  è piccolo per le interazioni nucleari deboli (che comportano l'emissione di neutrini), è più grande per le interazioni elettromagnetiche (che comportano l'emissione di fotoni) ed è ancora più grande per le interazioni nucleari forti.

## Cap. 3

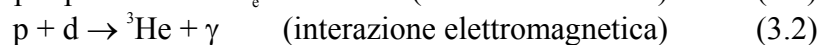
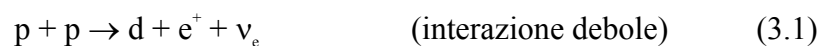
## NEUTRINI SOLARI

## 3.1 Catena protone-protone e ciclo carbonio-azoto-ossigeno

Quando il picco di Gamow per i protoni diviene apprezzabile iniziano le reazioni di fusione nucleare tra essi. Se esistesse uno stato legato tra due protoni, la reazione  $p + p \rightarrow {}^2\text{He} + \gamma$  (di tipo elettromagnetico) seguita dal decadimento  $\beta$  dell'elio  ${}^2\text{He} \rightarrow d + e^+ + \nu_e$  (di tipo nucleare debole) avverrebbe ad un ritmo molto elevato e l'idrogeno nel Sole si consumerebbe in tempi brevi. Invece, poiché le interazioni forti tra due protoni non sono sufficienti a vincere la loro reciproca repulsione coulombiana, il nucleo composto di  ${}^2\text{He}$  non si forma, per cui questa reazione non può avvenire ed il bruciamento dell'idrogeno passa attraverso la produzione diretta di deutoni per opera di interazioni nucleari deboli, molto più lente. Il processo di bruciamento dell'idrogeno nel Sole avviene secondo gli schemi di figure 3.1 e 3.2.



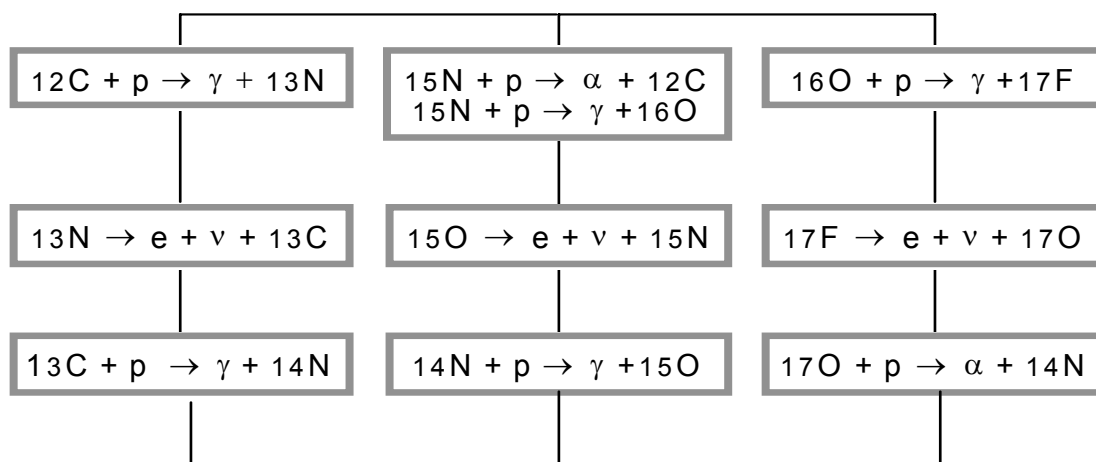
Il ciclo dominante delle reazioni termonucleari nell'interno solare è dunque:





che costituisce il ramo principale pp1 della catena protone protone, in quanto interessa circa l'86% delle reazioni (vedi fig. 3.1). Nella (3.1) e' sottinteso che uno dei due protoni subisca un decadimento  $\beta$  inverso ( $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ ), il cui bilancio energetico e' negativo di 1,8 MeV, pari alla differenza di massa tra neutrone e protone ( $\Delta_{np} = m_n - m_p = 1,3$  MeV) piu' la massa dell'elettrone (0,5 MeV). Questa energia e' fornita dall'energia di legame del deutone (2,2 MeV), superiore alla differenza di massa necessaria alla reazione.

Fig. 3 - Ciclo CNO



La sezione d'urto della (3.1) e' tanto piccola da non potersi misurare in modo diretto; tuttavia, una valutazione del fattore nucleare  $S_{pp}(E_0)$  e la (2.23) permettono di stimarne il valore in circa  $10^{-47}$  cm<sup>2</sup>. Il ritmo della reazione nel Sole puo' essere calcolato dalla (2.28) con  $\eta \sim 4$ : per  $T = 1,5 \cdot 10^7$  K,  $\rho = 1,5 \cdot 10^2$  g/cm<sup>3</sup> e  $X_H = 0,5$  (corrispondente ad una concentrazione di idrogeno  $N_H = X_H \rho / m_H = 4 \cdot 10^{25}$  cm<sup>-3</sup>), questo risulta essere di  $5 \cdot 10^7$  reazioni cm<sup>-3</sup>s<sup>-1</sup> (o anche  $5 \cdot 10^5$  reazioni g<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>), equivalente ad un tempo medio di fusione tra due protoni di circa  $\tau = 10^{10}$  anni. Inoltre, la (2.29) fornisce l'energia prodotta nel ciclo protone protone:  $\epsilon_{pp} \sim 20$  erg g<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>; si noti che, sebbene questo valore sia molto piccolo (equivalente a  $\sim 100$  Watt per m<sup>3</sup>), ciononostante corrisponde alla quantita' di energia necessaria ad interpretare l'eta' del Sole ossia circa  $10^{17}$  s, tempo durante il quale l'evoluzione termionucleare del Sole sulla sequenza principale libera un totale di circa  $10^{18}$  erg g<sup>-1</sup>.

Per quanto riguarda il ciclo CNO, l'energia liberata per reazione e' doppia di quella liberata nella catena pp (perche' in quest'ultima occorrono 2 cicli di formazione di <sup>3</sup>He) e l'esponente della temperatura nella (2.28) e'  $\eta \sim 20$ . La produzione di energia, nei due casi, e' quindi:

$$\epsilon_{pp} = \alpha R_{pp} / \rho = 0,28 X_H^2 \rho T^4 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (3.4)$$

$$\epsilon_{CNO} = 2\alpha R_{CNO} / \rho = 1,66 X_H X_{CNO} \rho T^{20} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (3.5)$$

con T in unita'  $1,3 \cdot 10^7$  K. Per  $\rho = 10^2$  g cm<sup>-3</sup> le funzioni  $\epsilon_{pp}$  e  $\epsilon_{CNO}$  si intersecano a  $T \sim 1,5 \cdot 10^7$  K (vedi figura 3.3), poco maggiore della temperatura centrale del Sole. Data la diversa dipendenza dalla temperatura, si deduce che la catena pp prevale a  $T < 1,5 \cdot 10^7$  K, mentre il ciclo CNO prevale a  $T > 1,5 \cdot 10^7$  K; nel Sole il ciclo CNO

contribuisce per circa il 3% al bruciamento dell'idrogeno mentre la catena pp è dominante.

In conclusione, l'energia totale liberata (pari alla differenza tra le masse iniziali e finali dei nuclei:  $\Delta M = M_{\text{in}} - M_{\text{fin}}$ ) nel processo complessivo di fusione dell'idrogeno:



è data dall'energia di legame dell'elio (24,7 MeV) a cui si deve aggiungere l'energia liberata nel processo di annichilazione dei due positroni  $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ , per un totale di 26,7 MeV. Una piccola parte di essa viene immediatamente emessa dal Sole sotto forma di neutrini, il resto sotto forma di fotoni di alta energia, prodotti direttamente nei due cicli di reazioni o nell'annichilazione dei positroni. Questi fotoni diffondono verso l'atmosfera (termalizzandosi con la materia più fredda degli strati più superficiali del Sole), da cui saranno emessi come fotoni di bassa energia, secondo la distribuzione di quasi corpo nero, con un massimo di emissione nel dominio ottico. Ogni fotone, di energia media circa 10 MeV prodotto nell'interno solare, genera quindi mediamente  $10^7$  fotoni di energia  $\sim 1$  eV emessi dalla fotosfera solare.

Il numero totale di reazioni (3.6) nel Sole deve essere tale da liberare una quantità di energia pari a quella emessa dalla fotosfera solare, in modo da giustificare la luminosità bolometrica  $L_{\odot} = 4 \cdot 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ , che costituisce quindi un vincolo molto rigido al ritmo delle reazioni di bruciamento dell'idrogeno nelle parti interne del Sole. Poiché ogni protone libera circa  $7 \text{ MeV} \sim 10^5 \text{ erg}$  di energia, si deduce immediatamente che l'idrogeno si deve consumare al ritmo di  $4 \cdot 10^{38}$  protoni  $\text{s}^{-1}$  e che il numero di neutrini emessi dal Sole è  $2 \cdot 10^{38} \text{ s}^{-1}$ ; nota infine la distanza Terra-Sole, il corrispondente flusso di neutrini a Terra è dell'ordine di  $10^{11} \nu_e \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

### 3.2 Trasporto di fotoni e neutrini

Neutrini e fotoni sono prodotti contemporaneamente nell'interno solare e diffondono verso la superficie del Sole. I rispettivi liberi cammini medi sono:

$$\chi_f = \frac{1}{\kappa \rho} \quad \text{per fotoni}$$

$$\chi_\nu = \frac{1}{n \sigma} \quad \text{per neutrini}$$

dove  $\kappa$  è il coefficiente di assorbimento dei fotoni e  $\sigma$  è la sezione d'urto dei neutrini con la materia.

La maggior parte del Sole, fino ad un raggio  $R = 0,86 R_{\odot}$ , è in equilibrio radiativo e solo gli strati più superficiali definiscono una zona convettiva (vedi figura 3.4), che qui possiamo trascurare. Perciò il trasferimento di energia avviene con atti successivi di assorbimento e riemissione della radiazione. Come sappiamo, la temperatura media del plasma solare è  $T = 5 \cdot 10^6 \text{ K}$ , alla quale corrispondono energie del campo di radiazione dell'ordine di 1 keV. Tra i vari meccanismi di interazione tra fotoni e materia dell'interno solare possiamo quindi escludere la creazione di coppie (perché l'energia è insufficiente) e l'effetto fotoelettrico (perché il plasma è ionizzato), per cui solo l'effetto Compton deve essere preso in considerazione come causa di assorbimento. La sezione d'urto Thomson  $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3 = 0,7 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$  può

dunque essere usata come approssimazione del coefficiente di assorbimento  $\kappa$  per calcolare il libero cammino medio dei fotoni nell'interno solare, e si ha:

$$\chi_f = (\sigma_T N_e)^{-1} \sim 1 \text{ mm}$$

avendo usato, per la (2.14), il valore  $N_e \sim 10^{25} \text{ cm}^{-3}$ . Viaggiando alla velocità  $c$ , i fotoni impiegano un tempo medio  $\tau = \chi_f/c$  a percorrere la distanza  $\chi_f$ .

Data la natura statistica (*random walk*) del processo di diffusione, in  $n$  passi i fotoni percorrono una distanza quadratica media  $r^2 = (\chi_1^2 + \chi_2^2 + \dots + \chi_n^2) = n\chi_f^2$ , per cui il numero di passi per giungere dal centro alla superficie del Sole, dopo aver attraversato il raggio solare, è  $n = R_o^2/\chi_f^2$  a cui corrisponde un tempo dell'ordine di:

$$\tau_{\text{tot}} = n \chi_f/c = R_o^2/\chi_f c = 2 \cdot 10^{12} \text{ s}$$

ossia  $\sim 6 \cdot 10^4$  anni. In realtà, il ritardo temporale tra produzione e emissione di fotoni è maggiore, in quanto i processi di ionizzazione ed eccitazione della materia, nell'attraversamento di involucro e atmosfera solare, avvengono con sezioni d'urto molto maggiori della sezione d'urto Thomson.

Invece, come detto, la frazione di neutrini assorbita nell'interno del Sole è trascurabile, in quanto il loro libero cammino medio è dell'ordine di  $10^{20} \text{ cm}$  (ben maggiore del raggio del Sole  $R_o = 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$ ) essendo  $\sigma \sim 10^{-44} \text{ cm}^2$  la sezione d'urto totale dei processi di interazione dei neutrini con nuclei o con elettroni alle energie tipiche dei neutrini solari ed  $n \sim 10^{24} \text{ cm}^{-3}$  la densità media di particelle nel Sole. La probabilità di interazione dei neutrini solari con la materia del Sole è quindi dell'ordine di  $\sigma n R_o = 10^{-9}$ .

### 3.3 Emissione e rivelazione dei neutrini solari

Le caratteristiche delle varie reazioni che producono neutrini nel Sole sono riportate in tabella 3.1. I flussi a Terra sono stati calcolati da diversi autori secondo modelli solari diversi; in tabella sono riportati i valori massimi e minimi di questi flussi calcolati. Sei delle otto reazioni danno luogo ad uno spettro continuo di neutrini, due di esse (pep e  ${}^7\text{Be}$ ) producono neutrini monocromatici, la seconda a due energie (90% dei casi a 0,86 MeV e 10% dei casi a 0,38 MeV) corrispondenti a due livelli eccitati. In figura 3.5 è riportato lo spettro energetico delle varie reazioni di produzione dei neutrini solari e la sensibilità degli esperimenti in misura (linea continua), in costruzione (linea tratteggiata) o in fase di discussione (linea punteggiata).

reazione	$E_\nu$ massima (MeV)	$E_\nu$ media (MeV)	Flusso a terra ( $\nu_e \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ )	
			minimo	massimo
$\text{p+p} \rightarrow \text{d} + \text{e}^+ + \nu$	0,42	0,26	$6,0 \cdot 10^{10}$	$6,04 \cdot 10^{10}$
$\text{p+p+e} \rightarrow \text{d} + \nu$	1,44	1,44	$1,29 \cdot 10^8$	$1,43 \cdot 10^8$
${}^3\text{He+p} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{e}^+ + \nu$	18,77	9,62	$1,23 \cdot 10^3$	$7,6 \cdot 10^3$
${}^7\text{Be+e} \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu$	0,86 + 0,38	0,86 + 0,38	$4,18 \cdot 10^9$	$4,89 \cdot 10^9$
${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \text{e}^+ + \nu$	14,06	7,3	$3,83 \cdot 10^6$	$5,8 \cdot 10^6$
${}^{13}\text{N} \rightarrow {}^{13}\text{C} + \text{e}^+ + \nu$	1,20	0,71	$3,99 \cdot 10^8$	$6,1 \cdot 10^8$
${}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N} + \text{e}^+ + \nu$	1,73	1,00	$3,09 \cdot 10^8$	$5,6 \cdot 10^8$

$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + e^+ + \nu$	1,74	1,00	$4,23 \cdot 10^6$	$5,39 \cdot 10^6$
---	------	------	-------------------	-------------------

Tab. 3.1 - Caratteristiche energetiche e flussi previsti a Terra delle reazioni che producono neutrini nel Sole

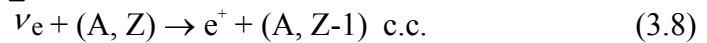
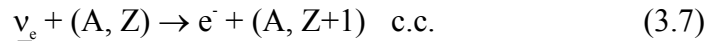
Le incertezze sui valori dei flussi neutrini calcolati dipendono da molti fattori, soprattutto dalle sezioni d'urto nucleari ed i relativi fattori  $S_{ij}(E_0)$ , e dall'opacità delle parti interne, che dipende dalla composizione chimica nel Sole. Tuttavia, i diversi fattori di incertezza non possono alterare le previsioni sui flussi di neutrini e radiazione elettromagnetica emessi in modo notevole, in quanto la liberazione di energia è proporzionale al ritmo  $R$  delle reazioni termonucleari che, per la (2.29), è proporzionale a  $T^\eta$ , ma è anche vincolata dalla luminosità ottica che, per la (2.4), è proporzionale a  $T^4$ . In altre parole, si ha  $\Phi \propto T^\eta \propto L^{\eta/4}$ , ed assumendo che la luminosità solare nel passato non sia variata più dell'1%, quale si deduce dai dati geologici, si ottiene:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} \propto \left(\frac{\eta}{4}\right) \frac{\Delta L}{L} = 2,5 \cdot 10^{-3} \eta$$

ossia dell'ordine dell'1% per le reazioni della catena pp e dell'ordine del 5% per le reazioni del ciclo CNO.

Come si vede dalla tab. 3.1 e dalla figura 3.5, i neutrini solari di più alta energia sono anche quelli con minor flusso a Terra. Ciò è vero sia per i neutrini Hep che per quelli prodotti nel decadimento del  $^8\text{B}$  nella catena PP3, che avviene ad un ritmo  $10^{-4}$  volte inferiore rispetto a quello della reazione principale di produzione. Al contrario, i neutrini pp, prodotti nella reazione iniziale del ciclo, sono quelli con maggior flusso a Terra ma anche con minor energia. Questo fatto, come vedremo, ha notevoli implicazioni sperimentali.

I neutrini sono rivelabili mediante quattro tipi di reazioni nucleari: interazioni deboli a correnti cariche o a correnti neutre con nuclei  $(A, Z)$  o con elettroni, secondo gli schemi seguenti:



Poiché il Sole emette solo  $\nu_e$ , le reazioni principali di rivelazione sono la (3.7) e lo scattering neutrino-elettrone sia per interazioni a correnti cariche che a correnti neutre. Nel primo caso il nucleo  $(A, Z+1)$  prodotto è in genere instabile per cattura elettronica (CE) e, una volta estratto dal rivelatore con metodi radiochimici, decade con vita media  $\tau$  nel nucleo di partenza:



Essendo il numero di decadimenti (3.12) proporzionale al numero di catture neutriniche (3.7), il flusso neutrinico puo` essere valutato sperimentalmente.

### 3.4 Esperimenti per la rivelazione dei neutrini solari

Tra i molti nuclei proposti per misurare questo flusso, due sono stati utilizzati:



per realizzare i tre esperimenti attualmente in funzione: al cloro Homestake (USA) in misura dal 1970, al gallio *Gallex* (Gran Sasso, Italia) e *Sage* (Baksan, Russia) in misura dal 1991. L'esperimento *Kamiokande* (Kamioka, Giappone), progettato per lo studio del decadimento del protone, e` invece adatto alla rivelazione dei neutrini solari mediante processi di scattering con elettroni.

Il numero totale di interazioni di neutrini solari, per unita` di tempo e per nucleo bersaglio, in un rivelatore con soglia di rivelazione  $E_{th}$ , puo` essere calcolato con la relazione:

$$R = \sum_i \int_{E_{th}}^{E_{Max}} \Phi_i(E) \sigma(E) dE \quad (3.15)$$

dove  $\Phi_i(E)$  e` lo spettro energetico differenziale della  $i$ -esima reazione del ciclo. In generale,  $R$  e` misurato in SNU (*solar neutrino unit*) equivalente alla cattura di 1 neutrino al secondo in un bersaglio composto di  $10^{36}$  nuclei. In un bersaglio di  $N = MXN_A/A$  nuclei (con  $M$  massa totale del bersaglio,  $X$  abbondanza isotopica del nucleo bersaglio di peso atomico  $A$  ed  $N_A$  numero di Avogadro), il numero di catture di neutrini al giorno e` legato all'analogo numero in SNU dalla relazione:

$$n = RN = 0,05 RMX/A \quad (3.16)$$

con  $R$  in SNU,  $M$  in tonnellate,  $A$  in a.m.u. La scelta dell'unita` di misura SNU e` dovuta al fatto che il primo esperimento realizzato, (Homestake) basato su  ${}^{37}\text{Cl}$ , avendo soglia di rivelazione 0,814 MeV, e` soprattutto sensibile ai  $\nu_e$  da decadimento del  ${}^8\text{B}$ , per i quali si ha  $R({}^8\text{B}) \sim \Phi({}^8\text{B})\sigma({}^8\text{B})N({}^{37}\text{Cl}) = 6 \cdot 10^{-36}N({}^{37}\text{Cl})$  catture al secondo. Nell'esperimento, composto di 615 tonnellate di  $\text{C}_2\text{Cl}_4$  pari a  $2,2 \cdot 10^{30}$  atomi di  ${}^{37}\text{Cl}$ , si ha  $R({}^8\text{B}) = 10^{-5}$  catture al secondo, corrispondenti a circa una cattura di neutrini solari al giorno. In tabella 3.2 sono riportate le principali caratteristiche dei rivelatori di neutrini solari in funzione.

Data la vita media finita  $\tau$  dei nuclei prodotti nella cattura di  $\nu_e$ , parte di essi decadono nel tempo mentre altri vengono prodotti con continuita` dalla reazione (3.7). Di conseguenza, il numero di atomi ( $A, Z+1$ ) presenti al tempo  $t$  (oltre a quelli prodotti dal fondo) e` dato da:

$$n(t) = nt - nt[\exp(-t/\tau)] = nt[1 - \exp(-t/\tau)] \quad (3.17)$$

per cui e` necessario ottimizzare il tempo di esposizione  $t$  ai neutrini solari in base al nucleo bersaglio utilizzato nel rivelatore. Essendo  $\tau = 35$  giorni nel  ${}^{37}\text{Cl}$  e  $\tau = 11,4$

giorni nel  $^{71}\text{Ga}$ , di solito si fanno esposizioni per un tempo  $3\tau$ , pari a circa 3 mesi nel rivelatore al cloro e 1 mese nei rivelatori al gallio.

Laboratorio	Profondita` (m.a.e.)	Bersaglio (tons)	Soglia $E_{th}$ (MeV)	Processo principale	Vita media $\tau$ (giorni)
Homestake	4100	615 $\text{C}_2\text{Cl}_4$	0,814	CE di $^{37}\text{A}$	35,0
Kamioka	2700	680 $\text{H}_2\text{O}$	$\sim 8$	rinculo $e^-$	diretto
Gran Sasso	3600	30 Ga	0,236	CE di $^{71}\text{Ge}$	11,43
Baksan	4700	57 Ga	0,236	CE di $^{71}\text{Ge}$	11,43

Tab. 3.2 - Principali caratteristiche dei rivelatori di neutrini solari

Nell'esperimento di Kamioka, invece, la rivelazione dei neutrini avviene in tempo reale in quanto il rivelatore è acqua deionizzata, in cui gli elettroni, acquistando energia dai neutrini per scattering, diventano rivelabili per emissione di luce Cherenkov. Il problema principale in un rivelatore di questo tipo è l'alto valore della soglia energetica di rivelazione, dell'ordine di 8 MeV, che consente di misurare solo il flusso dei neutrini da  $^8\text{B}$ . C'è tuttavia il vantaggio di poter compiere misure direzionali e di correlare, anche se con angoli relativamente grandi, ogni evento con la posizione del Sole nel cielo.

reazione	$^{37}\text{Cl}$ catture (SNU)		$^{71}\text{Ga}$ catture (SNU)	
pp	0,0	0,0	70,8	71,1
pep	0,23	0,21	3,01	2,99
$^7\text{Be}$	1,12	0,99	34,4	30,9
$^8\text{B}$	6,15	4,06	14,1	10,77
$^{13}\text{N}$	0,10	0,10	3,77	2,36
$^{15}\text{O}$	0,34	0,37	6,03	3,66
$^{17}\text{F}$	0,003		0,06	
totale	7,9	5,8	132	122,5
misurato	2,6 $\pm$ 0,16 $\pm$ 0,14 (Homestake)		70 $\pm$ 8 (Gallex) 72 $\pm$ 10 (Sage)	

Tab. 3.3 - Numero di catture previste (secondo due modelli solari) e misurate in esperimenti radiochimici

In tabella 3.3 è riportato il numero di catture previste (in SNU) per ogni reazione che produce neutrini nel Sole (calcolato in base alle previsioni di due modelli solari) ed i valori ottenuti dagli esperimenti radiochimici in funzione. L'esperimento di Kamioka ha misurato 0,31 eventi al giorno di neutrini da  $^8\text{B}$ , pari ad un flusso di  $[2,80 \pm 0,19 \text{ (Stat)} \pm 0,33 \text{ (Sist)}] 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , contro un valore previsto dal modello solare standard di  $6,5 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ .

Dalla tabella 3.3 si nota che i dati degli esperimenti al gallio danno valori quasi in accordo con quelli previsti per i neutrini pp e pep che, costituendo le reazioni di partenza della catena pp, sono certamente prodotti nel Sole. C'è invece disaccordo con le previsioni sul flusso di neutrini prodotti in tutti gli altri processi, in particolare

nei decadimenti di  ${}^7\text{Be}$  e  ${}^8\text{B}$ . Avendo una soglia di rivelazione più alta, gli esperimenti di Homestake e Kamioka non sono in grado di rivelare neutrini pp e pep, ma solo (Kamioka) quelli da  ${}^8\text{B}$ , oppure soprattutto (Homestake) quelli da  ${}^8\text{B}$  e  ${}^7\text{Be}$ ; anche questi esperimenti hanno misurato un minor flusso rispetto a quello previsto. Questa discrepanza è nota come il problema dei neutrini solari, in quanto i valori misurati sono, nel complesso, inferiori (circa il 30% - 60%) rispetto a quelli previsti.

La serie temporale delle misure fatte a Homestake è riportata in figura 3.6 insieme alle variazioni del numero di macchie solari nel tempo, indice dell'attività solare durante il ciclo undecennale; il confronto tra le due curve sembra mostrare una tendenza all'anticorrelazione. Se la variazione nel flusso di neutrini, di periodo uguale a quello dell'attività superficiale del Sole, fosse confermata dagli esperimenti al gallio, si avrebbe per la prima volta una conferma sperimentale che l'attività superficiale del Sole è correlata con i processi che avvengono al suo interno. La serie temporale delle misure di Gallex, riportata in figura 3.7, non sembra tuttavia mostrare periodicità.

### 3.5 Possibili soluzioni del problema dei neutrini solari

Da ormai oltre 20 anni fisici e astronomi si chiedono se esista realmente un deficit di neutrini rispetto alle previsioni, ed eventualmente come lo si possa spiegare. Gli errori sui dati sperimentali sono circa (10-20)%, mentre quelli stimati sulle previsioni, al livello di significatività statistica  $3\sigma$ , sono circa (10-15)% per il gallio e (20-30)% per il cloro; la discrepanza sembra quindi essere maggiore dei puri errori (assumendo che gli errori sistematici siano piccoli). Da anni sono state proposte diverse soluzioni per risolvere il problema dei neutrini solari mancanti, che possono essere raggruppate in due categorie: 1) quelle basate su considerazioni astrofisiche per ridurre il flusso di neutrini emessi dal Sole, e 2) quelle basate su considerazioni fisiche, relative alle proprietà dei neutrini, per ridurre il flusso a Terra. Inoltre si è anche considerata come spiegazione la possibilità di variazioni periodiche del flusso di neutrini (come sembra indicare la figura 3.6, ma non la figura 3.7) legata all'attività undecennale del ciclo solare.

Soluzioni astrofisiche. Per la (2.22), il ritmo delle reazioni termonucleari nel Sole dipende dalla composizione chimica, che determina le abbondanze  $N_A$  e  $N_B$ , dalla temperatura centrale, che determina l'efficacia del picco di Gamow, e dalla sezione d'urto delle reazioni stesse, incluso il fattore  $S(E_0)$ .

La composizione chimica del Sole determina anche la sua opacità ed il trasporto della radiazione verso la fotosfera; ma le incertezze principali sulla produzione di neutrini vengono dall'abbondanza di elio che determina quanto il ramo pp1 sia dominante rispetto ai rami pp2 e pp3, come risulta evidente dalla figura 3.1. La nucleosintesi cosmologica produce solo nuclei leggeri, in particolare  ${}^1\text{H}$ ,  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$  e  ${}^7\text{Li}$ , mentre è molto minore il contributo della nucleosintesi stellare all'abbondanza di questi elementi chimici; nelle stelle l'elio è dunque di origine essenzialmente primordiale. Infatti, come abbiamo visto nel capitolo 2.5, essendo  $\varepsilon_N = 6 \cdot 10^{18}$  erg/g l'efficienza di produzione di energia termonucleare nel ciclo di bruciamento dell'idrogeno, durante la sua età nucleare  $\tau_N$  il Sole ha prodotto una massa di elio pari a quella necessaria ad interpretarne la luminosità  $L_O$ , ossia:

$$M_{\text{He}} = \frac{L_O \tau_N}{\varepsilon_N} = \frac{4 \cdot 10^{33} \times 1.5 \cdot 10^{17}}{6 \cdot 10^{18}} = 10^{32} \text{ g} \quad (3.18)$$

corrispondente al 5% della sua massa. In conclusione la nucleosintesi stellare giustifica un'abbondanza  $Y \sim 0,05$  di elio, mentre i dati osservativi forniscono  $Y \sim 0,24$ . Le incertezze sull'abbondanza primordiale di elio, misurata in stelle e ammassi vecchi, si ripercuotono quindi sulle abbondanze solari e sul flusso di neutrini emessi. Inoltre, solo l'abbondanza di  $^3\text{He}$  influenza il ramo pp1, ed essa e' molto incerta perche' dipende dalle abbondanze primordiali di  $^3\text{He}$  e di  $^2\text{H}$ , il quale gia' a  $T = 10^6$  K produce  $^3\text{He}$  nelle stelle per cattura protonica.

Molti modelli solari non-standard, a temperatura centrale minore, sono stati proposti per ridurre il ritmo delle reazioni termonucleari. Per soddisfare al vincolo della luminosita' ottica, tuttavia, questi modelli comportano che parte dell'energia sia liberata con meccanismi ad hoc, di tipo non nucleare e difficili da giustificare. Infine, considerazioni nucleari sui valori numerici dei fattori di fusione nucleare, estrapolati da misure fatte con gli acceleratori ad energie dell'ordine di 100 keV o superiori e quindi molto maggiori dei valori dell'interno del Sole, possono avere un ruolo molto importante per spiegare il deficit dei neutrini. Per esempio, se il fattore nucleare  $S_{34}(E_0)$  fosse inferiore, oppure il fattore  $S_{33}(E_0)$  fosse superiore, al valore estrapolato e utilizzato per il calcolo del modello solare standard, i rami pp2 e pp3 della catena pp (a cui appartengono i neutrini da  $^7\text{Be}$  e  $^8\text{B}$ ) avverrebbero con ritmo minore, mentre sarebbe invece favorito il ramo pp1 che non comporta emissione di neutrini. Tuttavia, la soppressione di questi neutrini dovrebbe far ridurre in ugual quantita' i conteggi sia in Homestake che in Kamioka, cosa che invece non si verifica sperimentalmente.

Soluzioni fisiche. Il secondo tipo di considerazioni tende invece a ridurre il flusso a Terra di neutrini solari, pur mantenendone invariata la produzione secondo le previsioni del modello solare standard. Si tratta sostanzialmente dei due meccanismi esaminati nel capitolo 1: oscillazioni nella materia solare, oppure precessione di spin per neutrini con grande momento magnetico.

Le oscillazioni nel vuoto richiedono angoli di miscelamento troppo grandi ( $0,75 \leq \sin^2 2\theta \leq 1$ ); al contrario, quelle risonanti nell'interno solare potrebbero interpretare le misure dei diversi esperimenti assumendo che i parametri di oscillazione siano in uno dei due seguenti possibili intervalli:

$$\begin{array}{ll} 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ eV}^2 \leq \Delta m^2 \leq 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 & 5 \cdot 10^{-3} \leq \sin^2 2\theta \leq 1,6 \cdot 10^{-2} \\ 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ eV}^2 \leq \Delta m^2 \leq 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2 & 0,18 \leq \sin^2 2\theta \leq 0,86 \end{array}$$

Quando solo i dati del cloro erano disponibili si pensava ad un deficit di neutrini dal boro, la cui spiegazione, per la (1.24), poteva essere la seguente: nell'attraversamento di uno strato interno del Sole a  $\rho \sim 130 \text{ g cm}^{-3}$ , i neutrini  $\nu_e$  di energia  $E_\nu < 5,9 \text{ MeV}$  escono inalterati, mentre quelli di energia maggiore oscillano in  $\nu_\mu$ . Poiche' la densita' nelle parti interne del Sole non e' infinita, ma limitata a  $\rho \sim 150 \text{ g cm}^{-3}$ , per la (1.24) i neutrini di energia piu' piccola di un certo valore non possono oscillare; la scelta dell'energia critica 5,9 MeV e' stata fatta per poter interpretare il valore del flusso misurato in Homestake.

Con i recenti dati del gallio sembra invece ora che si tratti piuttosto di un deficit di neutrini da berillio o dalla reazione principale pp, un deficit piu' difficile da interpretare. Restano comunque valide le interpretazioni basate su oscillazioni risonanti nella materia solare (anche se con diversi parametri) oppure sul meccanismo di precessione di spin.



In questo secondo caso, neutrini di Dirac con momento magnetico molto maggiore del valore (1.25) potrebbero cambiare elicit , e diventare neutrini destrorsi, e quindi sterili, nell'attraversamento di intensi campi magnetici. Infatti, se si indica con  $L$  lo spessore della zona convettiva solare e con  $H_{\perp}$  la componente del campo magnetico solare, perpendicolare alla direzione del moto dei neutrini, se nell'interno del Sole il prodotto:

$$HL = \int_0^L H_{\perp} dl$$

fosse sufficientemente grande, il meccanismo di precessione di spin darebbe:

$$\begin{aligned} N_{\text{left}} &= N_{\nu} \cos^2(\mu_{\nu}HL) \\ N_{\text{right}} &= N_{\nu} \sin^2(\mu_{\nu}HL) \end{aligned}$$

Essendo  $\mu_{\nu} \leq 10^{-11} \mu_B$  (con  $\mu_B$  magnetone di Bohr) e  $L \sim 2 \cdot 10^{10}$  cm, sono richiesti campi magnetici molto intensi (dell'ordine di  $H \sim 10^3 - 10^4$  Gauss) per avere un prodotto  $\mu_{\nu}HL = \pi/4$ , affinche meta` dei neutrini emessi diventino sterili.

## Cap. 4

### FASI FINALI DELL'EVOLUZIONE STELLARE

#### 4.1 Ruolo della massa nell'evoluzione stellare

Il teorema del viriale (2.5) permette di calcolare l'energia termica  $E_T$  raggiunta nelle parti interne di un corpo di massa  $M$  soggetto solo a contrazione gravitazionale. Ricordando la (2.17) questa energia è data da:

$$E_T = - E_p/2 = fGM^2/R \quad (4.1)$$

con  $f = 0,6$  nel caso di simmetria sferica e densità costante, ed  $f$  dell'ordine di 1 per corpi in cui la densità cresce verso il centro. Come abbiamo visto, per il Sole l'uguaglianza (4.1) comporta che l'energia cinetica media per particella  $kT$  sia di circa 1 keV. Il confronto tra l'energia termica nell'interno del corpo e quella necessaria a spezzare i legami atomici o cristallini (dell'ordine di 10 eV e di 0,1 eV rispettivamente) definisce la condizione fisica che stabilisce la differenza tra stelle e pianeti o asteroidi. Se il corpo in contrazione ha massa maggiore di circa  $0,1 M_\odot$  raggiungerà lo stadio di stella, con condizioni di temperatura al centro tali da produrre un significativo picco di Gamow per i protoni. Inizia in questo modo la fase termonucleare della stella. Dalla (4.1) si deduce anche che l'energia termica, e quindi la temperatura centrale ed il ritmo delle reazioni nucleari, crescono con la massa della stella; ne segue che l'evoluzione avviene su tempi più brevi per le stelle più massive.

La sequenza delle reazioni termonucleari prosegue, dopo il bruciamento dell'idrogeno in elio, con il bruciamento di quest'ultimo mediante la reazione  $3\alpha \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$ , seguita da  ${}^{12}\text{C} + \alpha \rightarrow {}^{16}\text{O} + \gamma$ . Non può avvenire la fusione di  $2\alpha$  in  ${}^8\text{Be}$ , in quanto la reazione è endotermica ed il  ${}^8\text{Be}$ , instabile, se non cattura una terza particella  $\alpha$  entro tempi pari alla sua vita media  $\tau \sim 10^{-18}$  s, si divide in  $2\alpha$ . Seguono quindi vari processi di fusione nucleare, cattura neutronica ed equilibrio statistico che portano la composizione chimica dell'interno stellare verso gli elementi del gruppo del ferro. I processi di fusione termonucleare si interrompono a questo punto, in quanto i nuclidi con massa intorno a quella del ferro (vedi fig. 4.1) hanno la massima energia di legame per nucleone (8,7 MeV) e non sono più possibili processi esotermici di fusione nucleare.

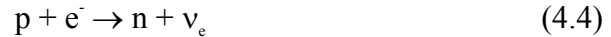
A causa della repulsione coulombiana, tuttavia, le stelle di piccola massa (e quindi piccola energia cinetica per particella) non riescono a completare la loro evoluzione termonucleare oltre il bruciamento dell'elio e terminano la loro esistenza come nane bianche. In queste stelle, la pressione degli elettroni degeneri

$$P_D = k\rho^\gamma \quad (4.2)$$

(dove  $\gamma$  è il rapporto  $C_p/C_v$  tra i calori specifici a pressione e volume costanti) con  $k = k_r$  e  $\gamma = 4/3$  nel caso relativistico oppure  $k = k_{nr}$  e  $\gamma = 5/3$  in quello non relativistico, riesce ad equilibrare la pressione esercitata dalla materia sovrastante  $P_c = 3M^2G/8\pi R^4$  data dalla (2.11). Dall'uguaglianza tra queste due pressioni:

$$P_D = k\rho^\gamma = \frac{3M^2G}{8\pi R^4} = P_c \quad (4.3)$$

si deduce che deve esistere una relazione  $M = M(R)$  per le stelle degeneri ed una massa limite (massa di Chandrasekhar  $M_{ch}$  dell'ordine di  $1,44 M_{\odot}$  per le nane bianche) al di sopra della quale la contrazione gravitazionale non è bilanciata dalla degenerazione elettronica, per cui la stella collassa al raggio  $R = 0$ . Prima che ciò avvenga, tuttavia, a causa dell'enorme crescita di densità, l'energia degli elettroni degeneri diventa sempre maggiore, fino a superare la differenza di massa  $\Delta_{np} = (m_n - m_p) c^2 = 1,3 \text{ MeV}$  tra neutroni e protoni ed indurre la reazione:



di neutronizzazione della materia. Attraverso questo meccanismo si formano le stelle di neutroni, per le quali la massa limite di Chandrasekhar è stimata dell'ordine di  $2 M_{\odot}$ . Per ogni valore di temperatura, la (2.15) per elettroni o neutroni,  $3KT = m_e v_e^2 = m_n v_n^2$ , sostituita nella definizione (2.16) di densità critica di degenerazione fornisce la relazione:

$$\frac{(\rho_c)_n}{(\rho_c)_e} = \frac{(m_n v_n)^3}{(m_e v_e)^3} = \left( \frac{m_n}{m_e} \right)^{3/2} \sim 10^5 \quad (4.5)$$

essendo  $\langle v \rangle = (2kT/m)^{1/2}$ . Per esempio, nelle stelle nane bianche, in cui la densità è dell'ordine di  $\rho \sim 10^6 \text{ gr cm}^{-3}$ , gli elettroni sono degeneri mentre neutroni e protoni non lo sono e si comportano come un gas perfetto; nelle stelle di neutroni, invece, la densità deve avere il valore  $\rho \sim 10^{11} \text{ gr cm}^{-3}$  affinché si verifichino le condizioni di materia degenera.

Da quanto detto, segue quindi che le stelle di grande massa continuano la loro evoluzione termonucleare e, se  $M \geq (8-10) M_{\odot}$  riescono a raggiungere la fase finale, con formazione di un nucleo centrale di ferro, circondato di strati concentrici di nuclidi con peso atomico sempre più leggero fino all'involuppo esterno, a composizione chimica originaria, non alterato dai prodotti delle reazioni termonucleari, che avvengono solo nelle parti interne della stella. Raggiunta questa configurazione, le reazioni di fusione termonucleare si arrestano, ma non la contrazione gravitazionale, che continua ad esercitarsi facendo progressivamente aumentare la temperatura delle parti centrali della stella (*core*) fino a valori dell'ordine di  $T_c = 10^9 \text{ K}$ , corrispondenti ad energie cinetiche medie  $kT \sim 10^7 \text{ erg} \sim 100 \text{ keV}$ .

L'intervallo delle masse stellari è limitato verso il basso dalle condizioni di innesco delle reazioni termonucleari, definite dalla temperatura raggiunta dopo la fase di contrazione gravitazionale di pre-sequenza principale, e verso l'alto dalla rotazione che tende a frantumare la stella, e dagli alti valori della temperatura che comportano una pressione di radiazione:

$$P_r = aT^4/3 \quad (4.6)$$

(dove  $a = 7,6 \cdot 10^{-15} \text{ erg K}^{-4} \text{ cm}^{-3}$  è la costante di Stefan, definita spesso anche come  $\sigma = ac/4$ ) tanto elevata da rendere precario l'equilibrio idrostatico. Le osservazioni astronomiche mostrano, in effetti, che le masse delle stelle sono comprese tra circa 0,1 e 50 masse solari.

#### 4.2 Unita` fondamentale delle masse stellari

Si puo` definire un'unita` fondamentale delle masse stellari, rispetto alla quale le stelle di sequenza principale non possono avere masse troppo diverse. Questa massa stellare tipica e` legata all'interazione fondamentale, quella gravitazionale, tra i nucleoni componenti la stella stessa, che definisce l'energia potenziale  $-Gm_H^2/r$  tra due nucleoni alla distanza  $r$ . La meccanica statistica assegna ai nucleoni una dimensione tipica, definita dalla lunghezza d'onda di De Broglie  $\lambda = \hbar/m_H c$ , per cui per  $r = \lambda$  l'energia potenziale tra due nucleoni, in unita` della loro massa a riposo  $m_H c^2$ , e` data da:

$$\alpha_G = \frac{Gm_H^2}{\hbar c} = 5,9 \cdot 10^{-39} \quad (4.7)$$

La quantita`  $\alpha_G$  e' quindi l'analogo gravitazionale della costante di struttura fina delle interazioni elettromagnetiche  $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ . Poiche', come vedremo tra poco, la pressione al centro di una stella con densita` variabile dipende da  $M^{2/3}$ , si definisce l'unita` tipica delle masse stellari con la quantita`:

$$M^* = \alpha_G^{-3/2} m_H = 1,85 M_\odot \quad (4.8)$$

che dipende solo dalla massa del nucleone e dall'intensita` delle interazioni gravitazionali. Le stelle stabili hanno  $M \sim M^*$ ; se  $M \ll M^*$  la temperatura al centro della stella e` inferiore a quella necessaria ad innescare le reazioni di fusione nucleare; se  $M \gg M^*$  la pressione di radiazione (4.6) rende instabile la struttura stellare. Dalla (4.7) segue inoltre che il numero di nucleoni in una stella tipica dipende solo da  $\alpha_G$  e deve essere dell'ordine di:

$$N^* = M^*/m_H = \alpha_G^{-3/2} = 2 \cdot 10^{57} \quad (4.9)$$

#### 4.3 Massa limite di Chandrasekhar

La struttura evolutiva finale per stelle di massa intermedia (circa  $1-8 M_\odot$ ) consiste di un nucleo di carbonio-ossigeno, nel quale non possono piu` avvenire le reazioni nucleari, circondato da un guscio di elio ed un involucro esterno di idrogeno. Il nucleo e` in equilibrio perche` la pressione esercitata dagli strati esterni per opera delle forze gravitazionali al centro della stella e` bilanciata dalla pressione degli elettroni degeneri relativistici:

$$P_C = P_e = k_r N_e^{4/3} = k_r (Y_e \rho_C / m_H)^{4/3} \quad (4.10)$$

dove la densita` numerica di elettroni  $N_e$  nel core completamente ionizzato, per la (2.14) e` stata espressa in termini della frazione di elettroni per nucleone  $Y_e = (1 + X)/2$  con l'espressione:

$$N_e = (1 + X)\rho_C/2m_H = Y_e \rho_C / m_H \quad (4.11)$$

La pressione esercitata al centro dalle forze gravitazionali e' data dalla (2.11) nell'approssimazione di densita' costante, che pero' non e' valida in questo caso in quanto la densita' al centro e' molto superiore della densita' media della stella. Un modo piu' preciso per calcolare la pressione al centro di una stella, con densita' centrale molto maggiore della densita' media, e' quello di adottare un modello politropico per la sua struttura, del tipo:

$$P = \text{costante } \rho^{(n+1)/n} \quad (4.12)$$

con indice politropico  $n$  opportuno. Un secondo modo e' quello di introdurre un fattore correttivo esponenziale nell'equazione dell'equilibrio idrostatico (2.6), per definire un diverso gradiente di pressione, del tipo:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{4\pi}{3} G \rho_c^2 r \cdot \exp[-r/a]^2 \quad (4.13)$$

dove  $a$  e' una lunghezza caratteristica. Con questo metodo si ottengono valori sufficientemente precisi al centro della stella ( $r = 0$ ,  $\rho = \rho_c$ ) e non in superficie ( $r = R$ ,  $\rho = 0$ ). Analogamente alla (2.10), l'integrale della (4.13) fornisce la pressione ad una qualsiasi distanza  $r$  dal centro:

$$P(r) = \frac{2\pi}{3} G \rho_c^2 a^2 \left\{ \exp[-(r/a)^2] - \exp[-(R/a)^2] \right\} \quad (4.14)$$

avendo fatto uso della consueta condizione che la pressione in superficie e' nulla:  $P(R) = 0$ .

Per una stella con grande concentrazione di massa al centro si ha  $a < R$  e la massa della stella puo' essere approssimata dalla relazione:

$$M = \frac{4\pi}{3} \rho_c a^3 \sqrt{6} \quad (4.15)$$

Ricavando  $a$  dalla (4.15) e sostituendone il valore nella (4.14) con  $r = 0$ , si ricava la pressione al centro, in termini di massa e densita' centrale:

$$P_c = 0,4 G M^{2/3} \rho_c^{4/3} \quad (4.16)$$

Sostituendo ora questa espressione di  $P_c$  nella condizione di equilibrio (4.10), si ottiene la massa limite di Chandrasekhar:

$$M_{ch} = 4 (Y_e/m_H)^2 (k_R/G)^{3/2} = 5,8 Y_e^2 M_\odot \quad (4.17)$$

Nella maggior parte dei plasmi completamente ionizzati degli interni stellari si hanno circa due nucleoni per elettrone ( $A \sim 2Z$ ), per cui  $Y_e = 0,5$  e la massa di Chandrasekhar e'  $M_{ch} = 1,44 M_\odot$ .

Un diverso modo per determinare la massa limite di Chandrasekhar e' quello di considerare  $N$  fermioni di massa  $m_H$  in una stella di raggio  $R$  (quindi con densita' numerica  $n \sim N/R^3$  fermioni  $\text{cm}^{-3}$ ). Ogni fermione, per il principio di esclusione di

Pauli, occupa il volume  $1/n$  ed ha momento  $p \sim \hbar n^{1/3}$  per il principio di indeterminazione di Heisenberg. Quindi, se relativistici ( $v = c$ ), l'energia di Fermi di questo gas è  $E_F \sim \hbar n^{1/3} c$ , mentre l'energia gravitazionale è  $E_G \sim -GMm_H/R$  per fermione (essendo  $M = Nm_H$  la massa totale).

In condizioni di equilibrio deve essere:

$$E_F + E_G = \frac{\hbar c N^{1/3}}{R} - \frac{GNm_H^2}{R} = 0 \quad (4.18)$$

da cui si ricavano il numero massimo di barioni e la massa massima che può avere la stella in equilibrio:

$$N_{\text{Max}} \approx \left( \frac{\hbar c}{Gm_H^2} \right)^{3/2} \approx 2 \cdot 10^{57} \quad (4.19)$$

$$M_{\text{Ch}} = M_{\text{max}} = N_{\text{max}} m_H \sim 1,5 M_{\odot} \quad (4.20)$$

Si noti che la massa limite è definita solo mediante costanti fondamentali e che, nell'uguaglianza (4.18), entrambi i termini dipendono da  $R^{-1}$ , per cui, se prevale  $E_F$  ( $N$  piccolo), la differenza si annulla al crescere di  $R$ . Ciò ha l'effetto di far diminuire l'energia di Fermi ed i fermioni diventano non relativistici; se la diminuzione di  $E_F$  è troppo grande, prevale l'energia gravitazionale e la stella si contrae. Si raggiunge quindi una configurazione di equilibrio stabile ad un valore finito  $R$  del raggio. Se invece prevale  $E_G$  ( $N$  grande), la differenza non può essere annullata con la diminuzione di  $R$  ed il collasso ha inizio.

Poiché il raggio di equilibrio di una stella al limite di Chandrasekhar (di massa poco inferiore a  $M_{\text{Ch}}$ ) è stabilito dalla degenerazione relativistica  $E_F \geq mc^2$ , questa condizione e la (4.18), con  $N = N_{\text{Max}}$  dato dalla (4.19), permettono di ottenere:

$$R \leq \frac{\hbar}{mc} \left( \frac{\hbar c}{Gm_H^2} \right)^{1/2} = \begin{cases} = 5 \cdot 10^8 \text{ cm} , & \text{per elettroni} \\ = 3 \cdot 10^5 \text{ cm} , & \text{per neutroni} \end{cases} \quad (4.21)$$

#### 4.4 Condizioni di stabilità

La stabilità di un sistema in equilibrio idrostatico dipende dall'insorgere di perturbazioni (la cui origine verrà esaminata in seguito), dalla loro intensità e durata temporale. L'instabilità in una stella si può far risalire a due cause: la prima è la cessazione delle reazioni nucleari in un core evoluto, di massa superiore alla massa di Chandrasekhar, che comporta l'implosione del core stesso (il *collasso gravitazionale*) in quanto non è più soddisfatta la condizione di equilibrio idrostatico; la seconda causa è il verificarsi di due condizioni concomitanti:

$$E_N > E_G = GM^2/R \quad (4.22)$$

$$\tau_N < \tau_p \quad (4.23)$$

che porta alla rottura dell'equilibrio della struttura stellare e all'esplosione della stella stessa. Esamineremo in seguito il primo di questi due meccanismi di instabilità, che comporta un'intensa emissione di neutrini; ora esaminiamo il secondo meccanismo.

Le condizioni (4.22) e (4.23) di instabilità dipendono dai valori delle energie in gioco (nucleare  $E_N$  e gravitazionale  $E_G$ ), dai tempi di liberazione dell'energia nucleare  $\tau_N$  e dalla durata della perturbazione  $\tau_p$ .

Per chiarire il meccanismo di rottura dell'equilibrio idrostatico in una struttura stellare, consideriamo l'insorgere di una qualsiasi instabilità nelle parti centrali della stella, per esempio l'innesco improvviso di una reazione di fusione nucleare, che comporti la produzione di energia termica superiore a quella gravitazionale, come richiesto dalla prima condizione di instabilità (4.22). Questa variazione improvvisa genera una perturbazione, che si propaga verso le parti esterne della stella alla velocità del suono nel mezzo  $c_s$ , la quale dipende dalla compressibilità adiabatica del gas stellare  $K_s = 1/\gamma P$  (dove  $\gamma = C_p/C_v$  è il rapporto tra i calori specifici a pressione ed a volume costanti). Negli interni stellari, in condizioni di gas perfetto con equazione di stato (2.12), la velocità del suono è data da:

$$c_s = \sqrt{\frac{1}{K_s \rho}} = \sqrt{\gamma \frac{K}{\mu m_H} T} \approx 1,4 \cdot 10^4 \sqrt{T} \text{ cm s}^{-1} \quad (4.24)$$

ed è quindi variabile nell'interno della stella.

Le perturbazioni impiegano un tempo  $\tau_p = R/c_s$  a propagarsi lungo la distanza  $R$ ; per esempio, nel Sole, la cui temperatura media è  $T \sim 5 \cdot 10^6$  K, si ha  $c_s = 3,1 \cdot 10^7$  cm s<sup>-1</sup> ed un'eventuale perturbazione, originatasi al centro, giunge in superficie dopo un tempo  $\tau_p = 2,2 \cdot 10^3$  s. In questo caso, pur essendo soddisfatta la condizione (4.22) in quanto, per unità di massa, si ha (come abbiamo visto nel capitolo 2)  $E_N = 6 \cdot 10^{18}$  erg g<sup>-1</sup> e  $GM_o/R_o = 2 \cdot 10^{15}$  erg g<sup>-1</sup> ossia circa  $10^{-3} E_N$ , non è soddisfatta la (4.23) perché i tempi di bruciamento nucleare dell'idrogeno sono dell'ordine di  $10^{17}$  s; perciò il Sole si mantiene in configurazione energetica stabile.

Questa conclusione è valida per tutte le stelle di sequenza principale, in fase di bruciamento dell'idrogeno, per le quali  $E_N > E_G$  ma anche  $\tau_N \gg \tau_p$ . Queste stelle reagiscono immediatamente ad una eventuale perturbazione (la cui durata è molto breve rispetto ai tempi di bruciamento dell'idrogeno) in quanto, essendo trascurabile la quantità di energia liberata nel tempo  $\tau_p$ , la perturbazione può venire riassorbita con meccanismi di controreazione della struttura stellare (tra raggio, temperatura e pressione) per cui l'instabilità viene smorzata. Per esempio, una liberazione improvvisa di energia (quale si ha all'innesco di una nuova reazione termonucleare) provoca un'espansione, che a sua volta induce raffreddamento; la diminuzione di temperatura riduce il ritmo delle reazioni nucleari e quindi la liberazione di energia.

In conclusione, le stelle di sequenza principale sono energeticamente stabili ed hanno vita molto lunga in quanto il bruciamento di H in He libera, come abbiamo visto, l'energia di legame di quest'ultimo (6,8 MeV/nucleone) corrispondente a circa l'80% di tutta l'energia nucleare disponibile in una stella, fino alla sintesi degli elementi del gruppo del ferro, la cui energia di legame è 8,8 MeV/nucleone.

Nelle fasi evolutive successive, invece, eventuali perturbazioni in stelle di grande massa possono originare condizioni di instabilità tali da provocare la rottura dell'equilibrio e produrre l'esplosione della stella. Ciò avviene se entrambe le condizioni (4.22) e (4.23) si verificano, in particolare quando il tempo di propagazione della perturbazione  $\tau_p$  è confrontabile con il tempo di liberazione dell'energia. Per esempio, nel core di una stella evoluta (di massa  $M_c = 1 M_o$ ,

temperatura  $T_c = 10^9$  K e raggio  $R_c = 10^{-3} R_o \sim 10^8$  cm) la velocità del suono è  $c_s \sim 5 \cdot 10^8$  cm s<sup>-1</sup> per cui il tempo di transito della perturbazione dal centro alla superficie è  $\tau_p = 0,2$  s, mentre il tempo delle reazioni nucleari in questa fase (per esempio, di bruciamento del carbonio o dell'ossigeno, che dipendono da  $T^n$ , con  $n \sim 40$ ), può essere inferiore. Anche se in questa fase  $E_N \sim 5 \cdot 10^{17}$  erg g<sup>-1</sup> è inferiore all'energia liberata nel bruciamento dell'idrogeno (ma comunque maggiore di  $E_G$ ) la stella non ha il tempo di riassorbire la perturbazione e, essendosi verificate entrambe le condizioni di instabilità, può avvenire l'esplosione (anche parziale, come accade per le stelle novae, alcune delle quali sono ricorrenti). Durante il processo esplosivo vengono emessi neutrini, ma con intensità molto minore di quelli emessi dai collassi gravitazionali stellari, che costituiscono in assoluto il principale meccanismo di emissione neutrinica.

#### 4.5 Ruolo dell'indice adiabatico $\gamma$

Come abbiamo visto, le stelle in fase evolutiva avanzata sono spesso in condizioni di degenerazione elettronica, con equazione di stato (4.2). Per esse l'innescò di nuove reazioni nucleari comporta liberazione di energia che riduce il grado di degenerazione, senza alterare la struttura stellare (che quindi rimane stabile), fino a quando si elimina del tutto la degenerazione; in questo momento si innescano i meccanismi di instabilità esposti nel cap. 4.4 e può avvenire l'esplosione.

La stabilità di stelle degeneri in equilibrio idrostatico dipende quindi solo dal valore dell'indice adiabatico  $\gamma$  che determina l'equazione di stato. Ciò è vero non solo in questo caso, ma in genere in tutti i casi in cui si hanno piccole variazioni adiabatiche di volume  $V$  e di pressione  $P$  di un gas tali da avere  $PV^\gamma = \text{costante}$  (in particolare, non solo nelle fasi finali dell'evoluzione stellare ma anche in quelle iniziali di pre-sequenza principale). Infatti, la derivata logaritmica di questa condizione:

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (4.25)$$

da cui  $V dP = -\gamma P dV$ , comporta:

$$d(PV) = P dV + V dP = -(\gamma - 1) P dV = (\gamma - 1) dE_{IN}$$

in quanto, in una trasformazione adiabatica, non c'è trasferimento di energia ed il lavoro svolto  $-(P dV)$  cambia solo l'energia interna  $E_{IN}$  del sistema. Se l'indice adiabatico è costante, l'integrale della precedente condizione inserito nel teorema del virale nella forma (2.8) fornisce la relazione:

$$\bar{P} = (\gamma - 1) E_{IN}/V = -E_p/3V$$

da cui

$$3(\gamma - 1) E_{IN} + E_p = 0 \quad (4.26)$$

La (4.26) costituisce l'espressione più generale del legame tra le energie interna e potenziale gravitazionale di un gas in equilibrio idrostatico di dato indice adiabatico. Per esempio, in un gas non relativistico si ha  $\gamma = 5/3$  ed il teorema del



viriale nella forma (2.5),  $2 E_T + E_p = 0$ , segue immediatamente se non ci sono gradi interni di liberta` (come energie rotazionali o vibrazionali) in quanto, in questo caso, l'energia interna e` interamente cinetica  $E_T = E_{IN}$ .

In conclusione, l'energia totale del sistema con indice adiabatico  $\gamma$  e`:

$$E_{TOT} = E_p + E_{IN} = - (3\gamma - 4) E_{IN} = \frac{3\gamma - 4}{3(\gamma - 1)} E_p \quad (4.27)$$

dalla quale si deduce che esistono le tre seguenti possibilita`: 1) equilibrio instabile ( $E_{TOT} = 0$ ) per  $\gamma = 4/3$ , indipendentemente dalla configurazione del gas, che puo` essere in espansione o in contrazione; 2) per  $\gamma = 1$  deve essere  $E_p = 0$  per qualsiasi  $E_{TOT}$ ; 3) il sistema e` stabile e legato ( $E_{TOT} < 0$ ) per  $\gamma > 4/3$ .

Se, per esempio, nel sistema si verifica una contrazione, e l'energia  $E_p$  aumenta di  $\Delta E_p$ , l'energia totale  $E_{TOT}$  aumenta di:

$$\Delta E_{TOT} = \frac{3\gamma - 4}{3(\gamma - 1)} \Delta E_p = -(3\gamma - 4) \Delta E_{IN}$$

che viene emessa per irraggiamento, mentre l'energia interna aumenta di  $\Delta E_{IN} = -\Delta E_p / 3(\gamma - 1)$  provocando un aumento di temperatura nel gas. Il sistema e` instabile se l'indice adiabatico  $\gamma$  e` poco superiore a  $4/3$ , in quanto una piccola variazione di  $E_{TOT}$  provoca un grande aumento di  $E_{IN}$  e  $E_p$ .

## Cap. 5

### COLLASSO GRAVITAZIONALE

Quando una stella di massa superiore a circa  $10 M_{\odot}$  ha terminato la sua fase termonucleare, le parti centrali sono composte di nuclei del gruppo del ferro, alla temperatura  $T_c \sim 8 \cdot 10^9 \text{ K} = 0,7 \text{ MeV}$  ed alla densità  $\rho_c \sim 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$ , circondate da gusci concentrici composti di elementi sempre più leggeri, fino all'involucro esterno che rispecchia la composizione chimica originaria, in quanto non alterato dalle reazioni termonucleari avvenute nel corso dell'evoluzione precedente della stella. Non essendo più possibili altre reazioni di fusione, non avviene liberazione di energia ed il core si deve contrarre per effetto della gravità, non più contrastata. Inizialmente il processo è lento, in quanto bilanciato dalla pressione degli elettroni degeneri; progressivamente, però, quando la massa di ferro del core  $M_c$  supera il limite di Chandrasekhar  $M_{Ch}$ , per l'aumento di ferro prodotto dal bruciamento del silicio nel guscio (shell) vicino al nucleo, la pressione degli elettroni ultra-relativistici non riesce più a bilanciare la gravitazione. A questo punto il core stellare inizia un processo catastrofico di collasso gravitazionale.

#### 5.1 Tempo di caduta libera

Se una particella di massa  $m$  sulla superficie di una stella di massa  $M$  e raggio  $R$  fosse soggetta solo a forze gravitazionali, essa cadrebbe verso il centro secondo l'equazione del moto:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = m v \frac{dv}{dr} = -G \frac{Mm}{r^2}$$

ossia  $v dv = -GM r^{-2} dr$  che, integrata con la condizione al contorno  $v = 0$  per  $r = R$  (ed essendo  $r < R$ ), fornisce la velocità di caduta libera  $v = (2GM/r)^{1/2}$ , da cui si ricava  $r^{1/2} dr = (2GM)^{1/2} dt$ . Integrando nuovamente, ricordando che  $dr$  è negativo, e con la condizione al contorno  $r = R$  per  $t = 0$ , si ottiene:

$$(r^{3/2} - R^{3/2}) = -3/2 (2G 4\pi R^3 \rho/3)^{1/2} t = - (6\pi G \rho)^{1/2} R^{3/2} t$$

dividendo ambo i membri per  $R^{3/2}$  si ha:

$$(r/R)^{3/2} = 1 - (6\pi G \rho)^{1/2} t$$

da cui si definisce il tempo di caduta libera come quel tempo per cui  $r = 0$ :

$$\tau = (6\pi G \rho)^{-1/2} \quad (5.1)$$

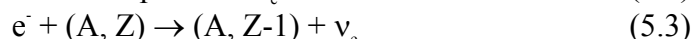
che dipende solo dalla densità del corpo. Per esempio, se nel Sole cessassero improvvisamente le reazioni termonucleari di bruciamento dell'idrogeno e agissero solo le forze gravitazionali, essendo  $\rho$  dell'ordine di 1, si avrebbe un tempo di caduta libera  $\tau \sim 1$  ora. In un core stellare evoluto (di massa  $1 M_{\odot}$  e raggio  $R = 10^8 \text{ cm} \sim 10^{-3}$

$R_0$  e quindi con densità  $\rho = (R_0/R)^3 \rho_0 \sim 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ ) il tempo di caduta libera è di  $10^{4,5}$  volte inferiore, ossia circa  $6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

## 5.2 Cause fisiche del collasso

I processi fisici che causano il collasso sono legati a vari meccanismi di raffreddamento del core. L'evoluzione precedente al collasso ha trasformato energia gravitazionale in energia interna che, con l'aumento della pressione ha bilanciato la contrazione. terminate le reazioni nucleari, esotermiche, il core si deve contrarre e qualsiasi processo endotermico può avvenire solo a scapito dell'energia cinetica; ciò ha l'effetto di ridurre la pressione centrale ed il collasso gravitazionale deve necessariamente avvenire. Nel core stellare di ferro possono avvenire tre processi di raffreddamento (neutronizzazione della materia, annichilazione di coppie  $e^+e^-$  e fotodissociazione dei nuclei) che provocano il collasso del core stesso in caduta libera. Come abbiamo visto, ciò si verifica quando l'indice adiabatico diventa minore di  $4/3$ , così che la pressione  $P = k\rho^\gamma$  non aumenta, al crescere della densità  $\rho$ , di quanto sarebbe necessario per bilanciare le forze di gravità.

Neutronizzazione della materia. Nella fase di pre-collasso gravitazionale, come abbiamo visto, gli elettroni degeneri hanno energia di Fermi inferiore a 1 MeV; con il procedere del collasso, l'energia degli elettroni aumenta fino a superare la differenza di massa tra neutroni e protoni  $\Delta_{np} = 1,3 \text{ MeV}$ , così che possono aver luogo processi di neutronizzazione della materia, sia su nuclidi che su protoni liberi, del tipo:



dove  $(A, Z)$  sono, in questa fase evolutiva, principalmente i nuclidi del gruppo del ferro, che costituiscono gli elementi più abbondanti del core stellare.

Queste reazioni sono favorite dal fatto che i neutrini vengono emessi immediatamente dal core, almeno inizialmente, riducendo l'occupazione nello spazio delle fasi: infatti, ai due fermioni iniziali, l'elettrone ed il protone, si sostituisce un unico fermione, il neutrone, nello stato finale. I processi di neutronizzazione del core avvengono quando la densità numerica  $n_e$  di elettroni supera il valore critico corrispondente alla massima energia di Fermi del plasma di elettroni degeneri, definita tramite il momento di Fermi, dalla condizione:

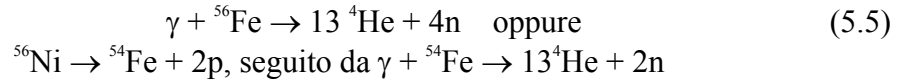
$$E_F^2 = p_F^2 c^2 + m_e^2 c^4 = h^2 c^2 (3n_e/8\pi)^{2/3} + m_e^2 c^4 \quad (5.4)$$

Per esempio, in un core stellare di  $^{56}\text{Fe}$ , il decadimento  $\beta$  inverso (5.3) forma nuclidi di  $^{56}\text{Mn}$ , alla densità  $\rho_c \sim 10^9 \text{ g/cm}^3$ , che a loro volta, per un'ulteriore cattura elettronica a  $\rho_c \sim 10^{10} \text{ g/cm}^3$ , formano nuclei di  $^{56}\text{Cr}$ . Con l'aumento di densità, il processo diventa catastrofico ed il collasso inarrestabile, in quanto vengono a mancare gli elettroni e la pressione da essi esercitata.

Fotodissociazione nucleare. Terminata la fase di bruciamento dei nuclei leggeri, il core stellare ha composizione chimica prevalente di nuclei con peso atomico  $A = 56$  ( $^{56}\text{Fe}$  e  $^{56}\text{Ni}$ ), sui quali agiscono fenomeni di fotodissociazione da parte di fotoni di grande energia. In un plasma degenere relativistico, in condizioni di equilibrio tra la pressione di radiazione e la pressione del gas degenere, la temperatura cresce linearmente con il diminuire del raggio del core, in quanto vale la relazione  $P = k_R \rho^{4/3}$

$= aT^4$  e la densità  $\rho$  varia come  $R^{-3}$  (anche il teorema del viriale,  $kT = GM^2/R$ , ci conferma che l'energia termica varia linearmente come  $R^{-1}$ ). Inoltre, anche se l'energia termica è dell'ordine di 1 MeV, numerosi sono i fotoni  $\gamma$  più energetici, perché sulla coda di alta energia della distribuzione maxwelliana.

Possono quindi innescarsi processi di fotodissociazione del tipo:



che definiscono la transizione  $\text{Fe} \rightarrow \text{He}$ , seguita, a temperature più elevate, dalla fotodissociazione dell'elio:



I processi di fotodissociazione nucleare avvengono a densità  $\rho$  tra  $10^{10}$  e  $10^{13}$  gr  $\text{cm}^{-3}$  e temperature  $T \sim 10^{10}$  K; essendo endotermici essi comportano l'assorbimento dall'ambiente di tutta l'energia liberata nelle precedenti fasi dell'evoluzione stellare in quanto il plasma stellare ritorna alle condizioni iniziali di nucleoni (ed elettroni) liberi e non legati in nuclei. In particolare, la (5.5) richiede l'assorbimento di 124,4 MeV, pari a  $1,4 \cdot 10^{18}$  erg/g mentre la (5.6) assorbe dall'ambiente l'energia  $3,6 \cdot 10^{18}$  erg/g.

In totale l'energia sottratta al core dai processi di fotodissociazione è:

$$-Q(\text{Fe} \rightarrow \alpha) - Q(\alpha \rightarrow n,p) = 5 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$$

pari a circa tutta l'energia termonucleare liberata nel corso dell'evoluzione precedente. In un core di massa  $M = M_{\text{ch}}$  e raggio  $R = 10^8$  cm l'energia gravitazionale per unità di massa:

$$GM/R = 2 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$$

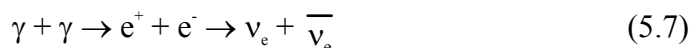
è assorbita quasi completamente dal processo di fotodissociazione nucleare del ferro, per cui il collasso stellare, una volta iniziato, procede inarrestabile su tempi scala confrontabili con i tempi di caduta libera.

Annichilazione di coppie. Insieme alla fase di fotodissociazione, per cui sono richieste energie di Fermi dei fotoni di alcuni MeV, possono crearsi coppie di leptoni carichi da parte di fotoni con energia almeno pari all'energia di massa dei due leptoni prodotti. Ovviamente, la coppia leptonica  $e^+e^-$  è l'unica ad essere prodotta dai fotoni perché le coppie  $\mu^+\mu^-$  e  $\tau^+\tau^-$  hanno energie di massa troppo grandi per poter essere prodotte nel core stellare.

A temperature del campo di radiazione poco superiori alla soglia per la produzione di coppie  $e^+e^-$  (1 MeV) l'energia dei fotoni è trasformata in energia di massa, e le coppie prodotte sono in equilibrio termodinamico con la radiazione. Ciò equivale a sottrarre energia termica all'ambiente e a ridurre la pressione necessaria a bilanciare le forze gravitazionali degli strati sovrastanti. Invece, a temperature più elevate, il processo (che avviene comunque, anzi a ritmo maggiore) fa sì che l'energia del campo di radiazione si ritrovi come energia di agitazione termica degli elettroni,

quindi non viene piu' sottratta energia all'ambiente perche' la pressione esercitata dalla radiazione e dagli elettroni riesce a mantenere la stella in equilibrio.

Esiste pertanto una fase critica, per  $kT \sim 1$  MeV, che puo' far diminuire l'indice adiabatico  $\gamma$  al di sotto di  $4/3$  e provocare il collasso. Inoltre, le coppie prodotte possono annichilarsi in coppie di neutrini secondo il processo:



che comporta una notevole perdita di energia in quanto i neutrini sfuggono immediatamente dal core stellare, almeno all'inizio del collasso.

### 5.3 Esplosione supernova

Le tre fasi di instabilita' del core ora descritte possono anche verificarsi contemporaneamente, su tempi scala dell'ordine del tempo di caduta libera. Per quanto riguarda l'emissione di neutrini, che vedremo nel cap. 6, si ritiene che il processo (5.7) sia dominante durante tutto il fenomeno di collasso, mentre i neutrini da neutronizzazione contribuiscono in modo trascurabile (qualche percento) all'emissione totale, ma sono ugualmente importanti da rivelare perche', prodotti solo all'inizio del collasso, permettono di studiare la dinamica iniziale del fenomeno.

Da quanto precede si conclude che il collasso di un core sufficientemente massivo e' inevitabile, quando il bruciamento nucleare del silicio nel guscio intorno al core ne aumenta la massa di ferro  $M_c$  fino a far superare la massa di Chandrasekhar; anche i processi di neutronizzazione favoriscono il collasso perche', riducendo la frazione di elettroni per barione  $Y_e$ , riducono sia la pressione degli elettroni degeneri che il valore numerico di  $M_{ch}$ . L'intero processo riguarda il core stellare, mentre le parti esterne della stella non ne sono coinvolte; se pero' queste dovessero esplodere a causa del collasso, si verificherebbe il fenomeno supernova, molto energetico anche nel dominio elettromagnetico.

Le cause dell'esplosione supernova di una stella massiva non sono state ancora chiarite; si ritiene, comunque, che due diversi processi contribuiscano all'esplosione della stella: deposizione di energia, o di momento, dei neutrini nell'involuppo esterno, oppure propagazione di onde d'urto prodotte durante il rimbalzo idrostatico del core. Riassumendo i meccanismi precedentemente esposti di collasso, si puo' pensare alla seguente successione di eventi, in un core alla temperatura di circa  $10^{10}$  K ed alla densita' di circa  $10^{10}$  g cm<sup>-3</sup>, in condizioni di equilibrio idrostatico per la pressione degli elettroni degeneri con indice adiabatico  $\gamma = 4/3$ :

1. Avvengono processi di neutronizzazione dovuti all'elevato potenziale chimico degli elettroni. Ogni cattura elettronica comporta l'emissione di un neutrino e riduce la pressione degli elettroni degeneri.
2. Avvengono i processi di fotodisintegrazione nucleare, che spezzano i nuclei di ferro e nickel in particelle alfa e, successivamente, le particelle alfa in protoni e neutroni liberi.
3. Il guscio di silicio circondante il core continua a bruciare, aggiungendo ulteriore massa di ferro e nickel al core, fino a far superare il valore limite di Chandrasekhar.
4. Nel core molto caldo avvengono i processi di annichilazione di coppie che, attraverso i neutrini, portano via ulteriore energia dal core.

Questi quattro processi hanno l'effetto di produrre il collasso del core ma lasciano inalterato l'involuppo stellare. Se i neutrini emessi durante il collasso vengono catturati nell'involuppo, anche ad opera di processi a correnti neutre, la deposizione di energia e momento puo` provocarne l'esplosione. Durante il collasso, inoltre, il core puo` cambiare la sua condizione di equilibrio da quella di gas degenerare di elettroni relativistici, con indice adiabatico  $\gamma = 4/3$ , a quella di gas degenerare di neutroni non-relativistici, con  $\gamma = 5/3$ . Il brusco cambio di pendenza nell'equazione di stato del plasma,  $P = k \rho^\gamma$ , puo` causare il rimbalzo idrostatico del core con conseguente generazione di un'onda d'urto che, arrivata nell'involuppo, lo potrebbe far esplodere.

Queste diverse possibilita` sono pero` tuttora in fase di studio, cosi` che non si conosce ancora quale sia il meccanismo di esplosione delle stelle come supernovae. In realta`, la maggior parte delle simulazioni numeriche del processo supernova non portano all'esplosione dell'involuppo. Inoltre, molti effetti importanti sono spesso trascurati nelle simulazioni, quali la rotazione e la presenza di campi magnetici, nonostante che le stelle di neutroni (che si ritiene siano il residuo dell'esplosione) abbiano intensissimi campi magnetici e momenti angolari; anzi, le stelle di neutroni sono gli oggetti che, in assoluto, hanno i piu` intensi campi magnetici e la piu` rapida rotazione nell'universo.

Terminata la fase di collasso, se non viene distrutto completamente, il core stellare ha due possibili configurazioni finali: quella di stella di neutroni o quella di black hole. La prima si ha per piccole masse del core ( $M_c \leq 2 M_\odot$ ), in cui la degenerazione neutronica esercita una pressione tale da bilanciare le forze gravitazionali; la seconda si ha per masse maggiori, in cui neppure la pressione dei neutroni degeneri riesce ad arrestare le forze gravitazionali ed il core subisce un collasso relativistico verso la singolarita` a raggio nullo.

#### 5.4 Frequenza dei collassi stellari

Poiche`, in ogni caso, le supernovae ottiche si osservano, la frequenza con cui si verificano puo` essere assunta come limite inferiore alla frequenza di collassi gravitazionali stellari. Nell'ultimo millennio sono state osservate nella nostra Galassia 5 supernovae, nel 1006, 1054 (la Crab Nebula), 1181, 1572, 1604 ed una sesta Cas A, di cui non esistono dati storici ma si osserva un remnant che induce a ritenere che questa stella sia esplosa nel 1653. Queste 6 supernovae sono state osservate ad occhio nudo sul piano galattico entro un settore di apertura circa 50 gradi centrato al centro della Galassia.

Tenendo presente che l'assorbimento interstellare medio nella Galassia e` di circa  $0,5 \text{ m kpc}^{-1}$ , non sarebbe stato possibile osservare ad occhio nudo supernovae ottiche piu` lontane. Ma non essendoci motivo per escludere esplosioni piu` lontane, la frequenza di supernovae storiche deve essere corretta per il fattore di normalizzazione  $360/50 \sim 7$ , fornendo quindi circa 1 evento ogni 25 anni. In epoche storiche, inoltre, non si ha notizia di esplosioni nel cielo australe, per cui la frequenza di supernovae storiche dovrebbe essere circa doppia. Altri fattori correttivi meno importanti portano a stimare una frequenza di supernovae di circa 8 eventi ogni 100 anni. Le supernovae sono di almeno due tipi principali: SN I se l'esplosione avviene per accrescimento di massa in stelle binarie evolute, fino a produrre il bruciamento esplosivo del carbonio, e SN II se l'esplosione e` conseguenza del collasso gravitazionale di un core massivo di ferro. Poiche` solo le SN II emettono un burst

neutrinico di intensita` rivelabile, la loro frequenza nella Galassia determina quella dei collassi gravitazionali stellari, rivelabili con osservazioni neutriniche. Anche se con molte incertezze, si puo` ritenere che la frequenza dei burst neutrinici nella Galassia sia di un evento ogni 15 - 25 anni circa. Un valore inferiore, (circa 1 evento ogni qualche anno) si ricava invece dal ritmo di formazione delle pulsar, ossia delle stelle di neutroni residuo del collasso gravitazionale.

## Cap. 6

### NEUTRINI DA COLLASSO GRAVITAZIONALE

I neutrini emessi nel collasso gravitazionale del core interagiscono con la materia dell'involucro stellare, e vengono in parte assorbiti, prima di poter sfuggire liberamente. In un core di massa  $M_c = M_{ch}$ , come sappiamo, si hanno circa  $2 \cdot 10^{57}$  nucleoni e  $10^{57}$  elettroni (perché  $Y_e \sim 0,5$ ), che producono  $10^{57} \nu_e$  se i processi di neutronizzazione (5.2) e (5.3) avvengono completamente. Come vedremo, l'energia media dei neutrini prodotti nel collasso di un core alla temperatura  $kT$  di qualche MeV, è  $E_\nu \sim 3,15 kT \sim 10 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ erg}$ ; di conseguenza, l'energia massima emessa dai neutrini durante il processo di neutronizzazione del core è dell'ordine di:

$$E_N = 1,6 \cdot 10^{52} \text{ erg} = 10^{-2} M_\odot c^2 \quad (6.1)$$

Per quanto riguarda i neutrini prodotti nell'annichilazione di coppie  $e^+e^-$ , si ritiene che essi sottraggano al core stellare un'energia 20 - 30 volte maggiore, ossia circa  $(0,1-0,2) M_c c^2 = (3-5) \cdot 10^{53} \text{ erg}$ , per cui l'energia emessa dalle coppie  $(\nu, \bar{\nu})$ , considerando sempre energie neutriniche tipiche di 10 MeV, corrisponde a flussi dell'ordine di almeno:

$$\Phi_0(\nu, \bar{\nu}) = 3 \cdot 10^{58} \text{ neutrini} \quad (6.2)$$

pari a  $5 \cdot 10^{57}$  neutrini per specie, se si assume equipartizione dell'energia tra le sei specie di neutrini. Se il collasso gravitazionale avviene al centro della nostra Galassia ( $d = 8,5 \text{ kpc} = 3 \cdot 10^{22} \text{ cm}$ ) il flusso totale di neutrini a Terra è:

$$\Phi(\nu, \bar{\nu}) = \Phi_0(\nu, \bar{\nu})/4\pi d^2 = 3 \cdot 10^{12} (\nu, \bar{\nu}) \text{ cm}^{-2} \quad (6.3)$$

Se i neutrini potessero sfuggire liberamente dal core, essi verrebbero emessi in tempi brevi, un *burst* di durata dell'ordine del tempo di caduta libera del core. Invece, i neutrini interagiscono con la materia della stella stessa, attraverso le interazioni deboli a correnti cariche o a correnti neutre già esaminate (3.7) - (3.11) per il Sole. Si viene così a formare un core opaco ai neutrini, per cui la durata dell'emissione neutrinica dipende dal tempo di diffusione dei neutrini nel core collassato.

#### 6.1 Formazione della neutrinofera

Poiché il libero cammino medio dei neutrini,  $\chi = 1/N\sigma$  già discusso nel caso dei neutrini solari, diminuisce con l'aumentare della densità del core, solo i neutrini da neutronizzazione riescono a sfuggire liberamente dal core stellare, perché prodotti nella fase iniziale del collasso. Invece, i neutrini da annichilazione di coppie, che costituiscono la maggior parte dell'emissione di neutrini da collasso, restano intrappolati nel core, da cui poi diffondono verso la neutrinofera (analogo neutrinico della fotosfera ottica) e vengono emessi da essa. Lo spettro dei neutrini emessi è definito quindi da una distribuzione energetica di Fermi Dirac alla temperatura della neutrinofera.



Le interazioni di neutrini con il plasma stellare (o anche in un rivelatore) sono le stesse (3.7) - (3.11) già discusse per i neutrini solari. Esaminiamo qui più in dettaglio lo scattering con elettroni e i processi di cattura con nucleoni, che sono anche le principali reazioni di rivelazione dei neutrini da collasso:

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \quad (6.4)$$

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+ \quad (6.5)$$

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^- \quad (6.6)$$

La corrispondenti sezioni d'urto sono:

$$\sigma(\nu_e + e^-) = 10^{-44} (E_\nu/\text{MeV}) \text{ cm}^2 \quad (6.7)$$

$$\sigma(\nu_e + n) = \sigma(\bar{\nu}_e + p) = 9 \cdot 10^{-44} (E_\nu/\text{MeV})^2 \text{ cm}^2 \quad (6.8)$$

Per  $E_\nu = 10 \text{ MeV}$  la (6.8) vale  $9 \cdot 10^{-42} \text{ cm}^2$ , circa 100 volte superiore della (6.7) a parità di energia; quindi i processi di cattura possono essere considerati dominanti rispetto a quelli di scattering.

Alla densità  $\rho = 10^{12} \text{ g cm}^{-3}$ , corrisponde una densità numerica  $N = 10^{36}$  nucleoni  $\text{cm}^{-3}$ , per cui il libero cammino medio nel core, relativo a neutrini di energia tipica  $E_\nu = 10 \text{ MeV}$ , vale:

$$\chi = 1/N\sigma = 10^5 \text{ cm} \quad (6.9)$$

paragonabile al raggio (4.21) corrispondente alla configurazione finale di una massa al limite di Chandrasekhar; i neutrini restano quindi intrappolati nel core. A densità inferiori, per esempio a  $\rho = 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$  che corrisponde alla densità all'inizio del collasso, invece, il libero cammino medio  $\chi$  è dell'ordine dei 100 km, cioè superiore al raggio del core ed i neutrini, in particolare i  $\nu_e$  da neutronizzazione, sfuggono liberamente.

Per questo motivo, l'emissione di neutrini avviene solo marginalmente entro il tempo di caduta libera ( $\sim 10^{-2} \text{ s}$ ) mentre il 99% circa di essi, secondo i risultati di diversi modelli teorici, sfugge entro tempi dell'ordine di (10-20) s dalla neutrosfera, secondo la distribuzione temporale rappresentata in fig. 6.1, che può considerarsi una curva di luce neutrinica. È tuttavia opportuno notare che i diversi modelli sono molto approssimati per i seguenti motivi:

1. Non è ben nota l'equazione di stato della materia alle densità tipiche del collasso (dell'ordine della densità nucleare), né il grado di degenerazione dei neutrini intrappolati nel core (con energie di Fermi di  $\sim 100\text{-}200 \text{ MeV}$ ).
2. La rotazione del core viene molto spesso trascurata, pur essendo le stelle di neutroni, che si ritiene siano il risultato finale del collasso, gli oggetti a più rapida rotazione nell'universo.
3. Il campo magnetico del core viene molto spesso trascurato, pur essendo le stelle di neutroni, anche in questo caso, gli oggetti con il più intenso campo magnetico nell'universo.

In tabella 6.1 sono riassunte le principali caratteristiche dell'emissione di neutrini, calcolate per il collasso gravitazionale di un core stellare di massa  $2 M_\odot$ , composto di

un nucleo interno di  $1,82 M_{\odot}$  di ferro e di un involucro di  $0,18 M_{\odot}$  di ossigeno intorno al nucleo. Le tre fasi di collasso considerate sono:

1. Formazione del core opaco ai neutrini (neutrinosfera).
2. Accrescimento dell'involucro sul core.
3. Raffreddamento Kelvin della neonata stella di neutroni calda.

<i>Fase del collasso</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Energia totale in neutrini ( $10^{53}$ erg)	0,1	1,7	3
Energia media dei neutrini (MeV)	12	14	15
Durata temporale (s)	0,04	3,1	15

Tab. 6.1 - Caratteristiche dell'emissione neutrinica dal collasso gravitazionale di un core stellare di massa  $2M_{\odot}$

### 6.2 Spettro dei neutrini

La distribuzione energetica dei neutrini prodotti durante il collasso del core segue una legge di Fermi-Dirac. Tuttavia, la distribuzione dei neutrini emessi dalla stella puo` venir in parte modificata a causa dell'assorbimento selettivo dei neutrini nell'involucro stellare che, dipendendo da  $E_{\nu}^2$  per la (6.8), agisce in modo da attenuare le alte energie. Per tener conto di questo effetto, di solito, lo spettro emesso nel collasso e` rappresentato dalla legge:

$$\frac{dN}{dE_{\nu}} = \frac{E_{\nu}^2}{(1 + e^{E_{\nu}/kT})} e^{-\alpha(E_{\nu}/kT)^2} \quad (6.10)$$

dove il parametro  $\alpha$  definisce l'assorbimento nell'involucro (per  $\alpha = 0$  si ha un puro spettro di Fermi-Dirac), e  $T$  e` la temperatura della neutrinosfera. In alcuni modelli, lo spettro e` approssimato con una distribuzione di Boltzmann:

$$\frac{dN}{dE_{\nu}} = \frac{N}{2T^3} E_{\nu}^2 e^{E_{\nu}/kT}$$

La temperatura della neutrinosfera dei neutrini elettronici e` inferiore rispetto a quella delle altre specie di neutrini. Il motivo e` che i primi escono piu` difficilmente dalla stella perche` interagiscono con la materia sia a causa di interazioni a correnti cariche che a correnti neutre, mentre i neutrini delle altre specie interagiscono solo attraverso processi a correnti neutre, per cui sono meno intrappolati nel core ed escono da strati piu` interni. In altre parole, la neutrinosfera dei  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  e` piu` superficiale della neutrinosfera dei  $\nu_{\mu}$ ,  $\bar{\nu}_{\mu}$ ,  $\nu_{\tau}$ ,  $\bar{\nu}_{\tau}$  e (essendoci un gradiente termico crescente verso l'interno della stella) anche a minor temperatura rispetto alla neutrinosfera di questi ultimi.

Nonostante notevoli siano le incertezze sui valori di temperatura, si ritiene generalmente che le neutrinosfere abbiano i seguenti valori:

$$kT = (3-5) \text{ MeV} \quad (\text{per } \nu_e \text{ e } \bar{\nu}_e) \quad (6.11)$$

$$kT = (6-10) \text{ MeV} \quad (\text{per } \nu_{\mu}, \bar{\nu}_{\mu}, \nu_{\tau}, \bar{\nu}_{\tau}) \quad (6.12)$$

Una semplice considerazione ci puo' confermare che questi valori di  $kT$  sono ragionevoli, ricordando che la temperatura del core nella fase iniziale di collasso e' dell'ordine di 1 MeV. Poiche' la sezione d'urto (6.8) dipende da  $E_\nu^2$  mentre la densita' di particelle dipende da  $E_\nu^3$ , come si deduce integrando la (6.10), il libero cammino medio (6.9) varia come  $E_\nu^{-5}$  e quindi anche come  $T^{-5}$ . Quindi i neutrini emessi dalla neutrosfera, che non hanno potuto percorrere se non una distanza dell'ordine di qualche cammino libero medio, devono avere temperature di poco superiori alla temperatura superficiale del core.

Come accennato, l'energia media dei neutrini emessi dalla neutrosfera alla temperatura costante  $T$  vale 3,15  $kT$  per uno spettro puro di Fermi-Dirac. Infatti, ricordando la (6.10) con  $\alpha = 0$  e ponendo  $E/kT = x$ , per definizione di valor medio si ha:

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^\infty E \frac{dN}{dE} dE}{\int_0^\infty \frac{dN}{dE} dE} = \frac{kT \int_0^\infty x \frac{x^2}{1+e^x} dx}{\int_0^\infty \frac{x^2}{1+e^x} dx} = kT \frac{F_3(x)}{F_2(x)} = 3,15 kT \quad (6.13)$$

dove  $F_j(x)$  sono integrali di Fermi di grado  $j$ . Al crescere dell'energia oltre il valor medio, la distribuzione energetica dei neutrini decresce rapidamente, secondo la distribuzione di Fermi-Dirac (6.10), per cui si ritiene generalmente possibile trascurare neutrini da collasso stellare con energia superiore a circa 60 MeV, come sara' discusso (vedi fig. 6.4) nel paragrafo successivo.

### 6.3 Rivelazione dei neutrini da collasso

Le principali reazioni per la rivelazione dei neutrini da collasso stellare sono le (6.4), (6.5) e (6.6); tuttavia, essendo i neutroni legati nei nuclei del rivelatore, il segnale indotto dai neutrini viene integrato per il tempo di decadimento del nucleo composto e quindi la (6.6) non e' adatta allo studio dei burst neutrinici che, secondo i modelli, sono fenomeni di breve durata nel tempo. Data la maggior sezione d'urto, le interazioni (6.5) dei neutrini con i protoni del rivelatore forniscono il segnale principale del collasso.

La reazione (6.5) ha un'energia di soglia 1,8 MeV, data dalla differenza di massa ( $\Delta_{np} = 1,3$  MeV) tra protone e neutrone piu' la massa a riposo (0,5 MeV) dell'elettrone; l'energia cinetica del positrone e' quindi  $E = E_\nu - 1,8$  MeV. Il positrone, pero', si annichila con un elettrone nel rivelatore (dopo essere stato termalizzato, oppure in volo) e la reazione  $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$  restituisce al mezzo 1 MeV di energia. Anche il neutrone, una volta termalizzato nel rivelatore, e' rivelabile tramite la reazione:



di cattura con protoni, che emette un gamma monoenergetico, di energia pari all'energia di legame del deutone, dopo un ritardo medio di circa 0,2 ms. La cattura degli  $\bar{\nu}_e$  ha quindi un riconoscimento ben preciso, dato dai due segnali prodotti nelle

reazioni (6.5) e (6.14) in successione temporale; però, il piccolo valore dell'energia del gamma nel processo di cattura (n, p) rende la (6.14) possibile solo in esperimenti con soglia energetica di rivelazione molto bassa.

La reazione (6.4) non ha invece soglia energetica; ha però lo svantaggio di avere piccola sezione d'urto ma ha il vantaggio di conservare la direzione d'arrivo del neutrino entro qualche decina di gradi. Inoltre, a parità di massa, il numero di elettroni è maggiore di quello di protoni liberi, per cui la minore sezione d'urto viene in parte bilanciata dal maggior numero di particelle bersaglio (per esempio, in acqua, si ha un fattore 5 nel rapporto numerico tra elettroni e protoni liberi, riducendo così a 20, anziché a 100, il rapporto delle sezioni d'urto a parità di energia  $E_\nu$ ). Infine, la (6.4) è l'unica reazione possibile per la rivelazione delle fasi iniziali del collasso, in quanto durante i processi di neutronizzazione sono emessi solamente i  $\nu_e$ .

In conclusione, gli esperimenti per la rivelazione dei neutrini da collasso devono essere composti di sostanze idrogenoidi. Due tipi di esperimenti sono stati realizzati: con l'uso di scintillatore liquido e con l'uso di acqua.

Rivelatori a scintillatore liquido ( $C_nH_{2n}$ ). In questi esperimenti, la soglia di rivelazione è limitata solo dalle caratteristiche dell'esperimento e del fondo di radiazione (cosmica e ambientale) del laboratorio in cui esso è situato, e di solito è posta a valori tra 4 e 9 MeV. L'energia depositata nello scintillatore dalla reazione (6.5) è l'energia totale del positrone, cinetica e di massa, in quanto i  $2\gamma$  di annichilazione  $e^+e^-$  sono rivelabili. L'interazione di un neutrino di energia  $E_\nu$  deposita quindi l'energia visibile  $E_{vis} = E_\nu - 0.8 \text{ MeV}$ , in quanto il positrone ha energia cinetica  $E_p = E_\nu - 1,8 \text{ MeV}$  (per la soglia della reazione), ma i  $2\gamma$  restituiscono 1 MeV nel rivelatore. In questi esperimenti, inoltre, anche il  $\gamma$  prodotto nella reazione (6.14) è rivelabile, fornendo un ottimo riconoscimento della cattura degli antineutrini elettronici.

Rivelatori ad acqua. I positroni della reazione (6.5) sono rivelati per effetto Cherenkov con soglia in energia di circa 8 MeV. L'energia visibile nel rivelatore è data solo dall'energia cinetica dei positroni, in quanto i  $2\gamma$  di annichilazione  $e^+e^-$  non sono rivelabili. Inoltre, non è possibile rivelare i  $\gamma$  di cattura neutronica (6.14) perché di energia troppo piccola. Alla soglia della reazione (6.5), si deve aggiungere anche la soglia dell'effetto Cherenkov in acqua (circa 0,25 MeV), per cui l'interazione di un neutrino di energia  $E_\nu$  deposita l'energia visibile  $E_{vis} \sim E_\nu - 2 \text{ MeV}$ .

L'effetto Cherenkov è prodotto da particelle cariche relativistiche, con velocità  $v_p = \beta c$  superiore alla velocità della luce nel mezzo  $v_l = c/n$ , dove  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo; la soglia è stabilita dalla condizione  $v_p \geq v_l$ , ossia  $\beta n \geq 1$ . Per elettroni in acqua ( $n = 1,33$ ) si deve avere  $\beta \geq 1/n = 0,75$  a cui corrisponde l'energia totale di soglia  $E = \gamma mc^2 = mc^2(1 - \beta^2)^{-1/2} = 0,77 \text{ MeV}$ , oppure l'energia cinetica di soglia 0,26 MeV.

Il confronto tra i due tipi di rivelatori ci porta quindi a concludere che la differenza di energia visibile tra essi è:

$$E_{vis}^{Sc} - E_{vis}^{Ch} = 1,2 \text{ MeV} \quad (6.15)$$

a favore dei rivelatori a scintillatore, per annichilazione dei positroni a riposo e maggiore per annichilazione in volo. Questa differenza può essere un fattore molto importante per la rivelazione di neutrini di bassa energia, emessi da neutrosfere a piccola temperatura.

Il numero di interazioni (6.5) di antineutrini in un rivelatore contenente  $N_p$  protoni e soglia di rivelazione  $E_{th}$ , per un collasso stellare che avvenga alla distanza  $d$  da Terra, e' calcolabile con la relazione:

$$N(\tau, E_{th}, d) = q \cdot E_{Tot} \frac{N_p}{4 \pi d^2} \int_0^\tau dt \int_{E_{th}}^\infty \frac{d\sigma}{E_\nu} dE_\nu \quad (6.16)$$

dove  $E_{Tot} = 3 \cdot 10^{53}$  erg e' l'energia totale emessa in neutrini di ogni specie da una neutrosfera alla temperatura  $T$ ,  $q$  e' la frazione di  $E_{Tot}$  emessa in  $\bar{\nu}_e$ , che vale  $q = 1/6$  se si assume equipartizione dell'energia emessa tra le 6 specie di neutrini, e  $\tau$  e' il tempo totale di osservazione. In tabella 6.2 e' riportato il numero di interazioni calcolate, per alcuni valori dei parametri cosi' definiti, in un rivelatore di 100 tonnellate di scintillatore liquido per un collasso alla distanza  $d = 10$  kpc.

kT (MeV)	$E_{th}$ (MeV)	t (s)				
		0,01	0,1	1	10	$\geq 25$
3	5	0,15	2,55	9,3	24,4	35,3
	10	0,08	1,33	4,8	12,7	18,3
	15	0,02	0,39	1,4	3,7	5,4
	20	0,00	0,07	0,3	0,7	1,0
4	5	0,23	4,0	14,5	38	55
	10	0,17	3,0	10,9	29	41
	15	0,09	1,6	5,7	15	22
	20	0,04	0,6	2,2	5,9	8,5
5	5	0,31	5,3	19	51	73
	10	0,27	4,6	16,7	44	64
	15	0,19	3,2	11,7	31	45
	20	0,11	1,8	6,6	17	25

Tab. 6.2 - Numero di interazioni ( $\bar{\nu}_e, p$ ) in un rivelatore di 100 tonnellate di scintillatore, calcolate per un collasso alla distanza 10 kpc.

Oltre che con la (6.16), il numero di interazioni ( $\bar{\nu}_e, p$ ) in un rivelatore si puo' calcolare in modo approssimato, ma molto semplice, assumendo neutrini monoenergetici, per esempio  $E_\nu = 10$  MeV, da un collasso standard di energia totale emessa  $3 \cdot 10^{53}$  erg. Per la (6.3), assumendo equipartizione dell'energia, il flusso di  $\bar{\nu}_e$  a Terra e'  $\Phi = 5 \cdot 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>, mentre per la (6.8) la loro sezione d'urto con i protoni del rivelatore, a questa energia, e'  $\sigma \sim 10^{-41}$  cm<sup>2</sup>; per cui il prodotto  $N_p \Phi \sigma$  vale 1 per un numero di protoni bersaglio:

$$N_p = 1/\Phi \sigma = 2 \cdot 10^{29} \text{ protoni} \quad (6.17)$$

Quindi, ricordando il valore del numero di Avogadro, il numero di interazioni ( $\bar{\nu}_e, p$ ) e' dell'ordine di 0,5 per tonnellata, sia in un rivelatore ad acqua che in un rivelatore a scintillatore liquido, assumendo efficienza  $\varepsilon = 1$  di rivelazione in entrambi i casi. Da

cio' e' chiaro che solo esperimenti dotati di grandi volumi sensibili sono in grado di rivelare i neutrini da collasso.

A titolo di esempio, discutiamo il metodo di rivelazione dei neutrini da collasso nell'esperimento LVD dei Laboratori del Gran Sasso, mostrato in fig. 6.2, che attualmente e' il piu' sensibile esperimento adatto a questa ricerca, con una massa attiva di 560 tonnellate di scintillatore liquido suddivise in identici contatori di 1,2 tonnellate ciascuno (che verranno incrementate a 1.800 tonnellate al completamento dell'installazione). La soglia energetica di ciascun contatore e' posta tra 4 e 6 MeV, dipendendo dalla sua esposizione al fondo radioattivo della roccia; una soglia di 0,8 MeV viene abilitata, per una durata temporale  $\Delta t = 10^{-3}$  s, ogni qual volta si registra un impulso (vedi fig. 6.3) per la rivelazione del  $\gamma$  di cattura neutronica prodotto nella reazione (6.14). Essendo un esperimento a scintillatore liquido, oltre alle interazioni di neutrini con protoni e elettroni, anche le interazioni a correnti neutre e a correnti cariche con i nuclei di carbonio contribuiscono al segnale osservabile. Cio' non e' possibile nei rivelatori Cherenkov ad acqua in cui, non essendoci nuclei di carbonio, queste reazioni non possono avvenire. Lo spettro atteso delle interazioni di neutrini da collasso in questo esperimento, calcolato per neutrinosfere di energia  $kT = 3$  MeV per  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_e$  e  $kT = 6$  MeV per  $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu$ ,  $\nu_\tau$  e  $\bar{\nu}_\tau$  e' riportato in figura 6.4.

Le reazioni di neutrini rivelabili in LVD sono le seguenti:

1. decadimento  $\beta$  inverso:  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ . Entrambi i prodotti di questa interazione sono rivelabili; precisamente: un impulso pronto dal positrone seguito da un impulso ritardato di cattura neutronica  $n + p \rightarrow d + \gamma$ . Questi  $\gamma$  sono rivelati con un'efficienza media del 60%, nella finestra temporale di 1 ms durante la quale la soglia di rivelazione in energia viene abbassata a 0,8 MeV. La reazione produce il maggior numero di eventi nel rivelatore e costituisce un riconoscimento molto preciso dei neutrini, in quanto si osservano 2 impulsi in coincidenza ritardata nello stesso contatore.
2. diffusione neutrino-elettrone:  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ . Questa interazione produce un singolo impulso in un solo contatore.
3. interazioni a correnti neutre:  $\nu_{e,\mu,\tau} (\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}) + {}^{12}\text{C} \rightarrow \nu_{e,\mu,\tau} (\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}) + {}^{12}\text{C}^*$ , seguita dal processo di diseccitazione:  ${}^{12}\text{C}^* \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$ , essendo il  $\gamma$  emesso all'energia di 15,1 MeV. Anche questo processo e' identificabile con buona precisione: il  $\gamma$  da diseccitazione del carbonio ha grande energia, e' monoenergetico ed osservabile in un ben preciso intervallo energetico in un singolo contatore.
4. interazioni a correnti cariche:  $\nu_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{N} + e^-$  (con soglia energetica 17,3 MeV) seguita, con ritardo temporale medio  $\tau$  di 15.9 ms, dal decadimento  $\beta^+$  dell'azoto  ${}^{12}\text{N} \rightarrow {}^{12}\text{C} + e^+ + \nu_e$ .
5. interazioni a correnti cariche:  $\bar{\nu}_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{B} + e^+$  (con soglia energetica 14,4 MeV) seguita, con ritardo temporale medio  $\tau$  di 29,4 ms, dal decadimento  $\beta^-$  del boro  ${}^{12}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C} + e^- + \bar{\nu}_e$ .

Il riconoscimento di entrambe le reazioni [4] e [5] e' dato da due impulsi, registrati nello stesso contatore, in coincidenza temporale entro  $3\tau$ .

Il numero di interazioni previste per un collasso standard alla distanza del centro galattico e' calcolato nell'ipotesi di equipartizione dell'energia tra le 6 specie di neutrini. Tuttavia, se i neutrini  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  di piu' alta energia, perche' emessi dalle

parti piu' interne della stella che collassa, oscillano in neutrini  $\nu_e$  durante il tragitto dalla stella al rivelatore, allora il numero di interazioni previste cambia e, in particolare, le reazioni [4] e [5] sono favorite, per effetto della piu' elevata sezione d'urto dei neutrini (che aumenta con l'energia) e producono un maggior numero di interazioni con i nuclei di carbonio dello scintillatore. Questa considerazione fornisce una possibilita' indiretta di studiare il fenomeno delle oscillazioni di neutrini da collassi gravitazionali stellari.

Anche informazioni sulla massa dei neutrini possono essere ottenute dal ritardo con cui particelle massive vengono registrate nel rivelatore rispetto ai tempi di arrivo di particelle con massa nulla. Infatti, se di una particella si riesce a misurare sia la velocita' che l'energia, se ne puo' ricavare la massa  $m$  dal rapporto tra impulso ed energia totale:

$$v = \frac{p}{E} = \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{E} \quad (6.18)$$

avendo posto  $c = 1$ . Nell'approssimazione relativistica  $m_\nu c^2 \ll E_\nu$ , neutrini di energia  $E_1$  e  $E_2 > E_1$  emessi contemporaneamente dalla sorgente sono separati di un intervallo temporale:

$$\Delta t = (d/2c) (m_\nu c^2)^2 (E_1^{-2} - E_2^{-2}) \quad \text{secondi} \quad (6.19)$$

dopo aver percorso la distanza  $d$ ; quindi neutrini piu' energetici sono rivelati prima di quelli meno energetici. Il ritardo tra neutrini di massa  $m_\nu$  e neutrini di massa nulla (e quindi velocita'  $c$ ) e' dato da:

$$\Delta t = 0,5 \left( \frac{d}{10 \text{ kpc}} \right) \left( \frac{10 \text{ MeV}}{E_\nu} \right)^2 \left( \frac{m_\nu}{10 \text{ eV}} \right)^2 \text{ s} \quad (6.20)$$

In conclusione, se e' nota la distanza  $d$  della supernova, la misura del ritardo  $\Delta t$  (che equivale ad aver misurato la differenza di velocita'  $v = d/\Delta t$  rispetto alla velocita'  $c$ ) e dell'energia  $E_\nu$  dei neutrini permette di ricavarne la massa in esperimenti con buona risoluzione temporale ed energetica.

#### 6.4 Identificazione del burst neutrino

I rivelatori neutrino sono posti a grande profondita' sottoroccia perche' il fondo dovuto alla radiazione cosmica, sulla superficie terrestre, impedisce l'osservazione del debole segnale indotto dai neutrini da collasso stellare; solo i muoni riescono a penetrare per alcuni km di roccia, ma sono facilmente identificabili per le loro grandi perdite di energia nel rivelatore. I neutrini si possono confondere con il fondo radioattivo e con i prodotti secondari delle interazioni dei muoni nella roccia intorno al rivelatore. Per questo motivo, nella ricerca dei neutrini da supernovae, in un primo tempo non si analizzano le singole interazioni ma solo i raggruppamenti di eventi rari, statisticamente significativi rispetto ad analoghi raggruppamenti di eventi di fondo. Solo in un secondo tempo, dopo aver identificato il burst neutrino, si esaminano le caratteristiche delle singole interazioni per verificarne la consistenza con le previsioni delle interazioni neutrino. Come

esempio, vediamo la procedura seguita nell'esperimento LVD, simile a quella di altri osservatori neutrinici.

Supponiamo che, in un laboratorio sotterraneo, il conteggio di eventi di fondo abbia frequenza  $f$  (Hz), e che la probabilità di registrare  $m$  eventi in un tempo  $\Delta t$  segua una distribuzione statistica di Poisson con valor medio  $f\Delta t$ . La frequenza di imitazione  $F_{im}$  di un pacchetto di almeno  $(m-1)$  impulsi nel tempo  $\Delta t$ , successivo ad un impulso di trigger, è data da:

$$F_{im} = f \sum_{k=m-1}^{\infty} P(k, \Delta t) = f \sum_{k=m-1}^{\infty} \frac{(f\Delta t)^k}{k!} e^{-f\Delta t} \quad (6.21)$$

A titolo di esempio, le figure 6.5 e 6.6 mostrano le distribuzioni sperimentali dei pacchetti di impulsi di diversa molteplicità  $m$ , registrati in finestre temporali  $\Delta t$  variabili da  $10^{-3}$  s a  $2 \cdot 10^2$  s nell'esperimento LVD, che indicano un buon accordo con le distribuzioni di fondo calcolate con la (6.21) e quindi non mostrano la presenza di alcun burst statisticamente significativo. Se un raggruppamento di  $m$  dati rivelati nel tempo  $\Delta t$  avesse invece frequenza molto inferiore rispetto ad un valore prestabilito (per esempio 0,1 per anno) il corrispondente gruppo di impulsi sarebbe sottoposto ad un'analisi fisica completa per verificarne la consistenza con le caratteristiche di un reale fiotto di neutrini da supernovae. Questo secondo livello di analisi consiste nella verifica delle seguenti caratteristiche del pacchetto di eventi:

1. Distribuzione topologica degli impulsi. Un evento fisico reale deve avere distribuzione spaziale abbastanza uniforme nel volume di rivelatore; gli eventi di fondo, invece, per effetto di schermatura, sono più frequenti nei contatori al bordo dell'esperimento e meno frequenti in quelli interni.
2. Distribuzione energetica. Un evento fisico reale deve avere distribuzione energetica di Fermi-Dirac; gli eventi di fondo invece, come mostra la figura 6.7, sono distribuiti secondo una legge che decresce esponenzialmente con l'energia dell'evento.
3. Presenza di impulsi ritardati di bassa energia. Questi impulsi, caratteristici delle interazioni di  $\bar{\nu}_e$  nello scintillatore, accompagnano gli eventi fisici (e solo marginalmente quelli di fondo) perché sono dovuti al doppio segnale indotto dalle interazioni (6.5) e (6.14).

Mentre i precedenti punti 1 e 2 sono di immediata comprensione, il punto 3 richiede una breve spiegazione. Poiché il conteggio degli eventi di fondo sopra la soglia di bassa energia è in media 200 Hz per contatore, il numero atteso di questi eventi in una finestra temporale di durata  $600 \mu s$  è 0,12; invece, le misure fatte sulla rivelazione del  $\gamma$  di cattura (n,p) associato alle interazioni di  $\bar{\nu}_e$  forniscono un'efficienza di rivelazione del 60%. Quindi, considerando per esempio 100 eventi di trigger, se questi sono impulsi di fondo ci si aspetta che 12 di essi siano accompagnati da un impulso di bassa energia, mentre se sono un segnale fisico essi saranno accompagnati da 72 impulsi di bassa energia (di cui 60 reali e 12 casuali). La grande differenza tra i due casi mostra anche la grande capacità di identificare gli antineutrini elettronici di qualsiasi origine in LVD, e non solo quelli prodotti da stelle che esplodono come supernovae.

Infine, ci si aspetta che il fiotto di neutrini emesso da una stella in fase di collasso gravitazionale arrivi a Terra molte ore (o anche giorni) prima che si osservi



l'aumento di luminosità ottica. Ciò è dovuto al fatto che i neutrini vengono emessi contemporaneamente al collasso del core, mentre l'aumento di luminosità per la (2.4) è dovuto all'espansione dell'involucro che avviene in ritardo rispetto al collasso. Quindi, l'immediato riconoscimento del fiotto di neutrini non solo può essere confermato da successive osservazioni nel dominio elettromagnetico, ma anche favorire la ricerca della supernova negli Osservatori Astronomici, permettendo lo studio dettagliato delle fasi iniziali dell'evoluzione del fenomeno.

### 6.5 Neutrini dalla supernova 1987A

Il 23 febbraio 1987, alle  $10^{\text{h}}33^{\text{m}}$  di tempo universale, nell'Osservatorio di Las Campanas in Cile venne osservata una supernova di magnitudine visuale  $m_v \sim 6$  nelle Grandi Nubi di Magellano; precedenti osservazioni astronomiche hanno mostrato che la stella era di magnitudine  $m_v \sim 12$  alle  $01^{\text{h}}55^{\text{m}}$  dello stesso giorno. In questo intervallo di circa 8 ore è avvenuta l'esplosione della prima supernova visibile ad occhio nudo dell'era moderna. La pre-supernova era una supergigante blu (tipo B3 Ia) di massa (20 - 25)  $M_{\odot}$ , appartenente ad un sistema di almeno tre stelle legate gravitazionalmente tra loro.

Molte osservazioni astronomiche indicano che questa supernova non è standard; tra esse per esempio:

1. il fatto di essere esplosa in una piccola galassia irregolare, con contenuto di metalli molto inferiore rispetto a quello delle stelle di popolazione I, che si ritiene siano le progenitrici delle supernovae.
2. il fatto che la pre-supernova fosse una supergigante blu e non rossa, al contrario di tutte le previsioni dei modelli di evoluzione stellare.
3. il fatto di avere avuto una magnitudine assoluta massima molto inferiore a quella di tutte le altre supernovae dello stesso tipo.
4. il fatto di essere esplosa in un sistema composto di almeno 3 o 4 stelle, in cui le interazioni gravitazionali reciproche, con eventuali trasferimenti di massa durante o dopo l'esplosione, possono aver alterato il meccanismo di collasso gravitazionale rispetto a quanto previsto dai modelli esistenti, che sono tutti basati sull'esplosione di stelle singole, senza rotazione né campi magnetici.
5. il fatto che le osservazioni ottiche abbiano ben presto rivelato la presenza di alcuni anelli luminosi, a rapida espansione e non concentrici, intorno al luogo dell'esplosione.
6. il fatto che siano stati osservati due distinti burst neutrinici, separati di 4,7 ore l'uno dall'altro, mentre i modelli teorici prevedono una sola emissione.

Per quanto riguarda quest'ultimo punto, all'epoca dell'esplosione della supernova, erano in misura 4 esperimenti sotterranei: 2 rivelatori Cherenkov ad acqua (Kamiokande in Giappone e IMB in USA) progettati per lo studio del decadimento del protone, e 2 rivelatori a scintillatore liquido (LSD al Monte Bianco, Italia e Baksan nel Caucaso, Russia) progettati per l'osservazione dei neutrini da collasso e della radiazione cosmica. Le principali caratteristiche dei rivelatori sotterranei in funzione al tempo della supernova sono riportate in tabella 6.3, insieme alle osservazioni dei neutrini da SN 1987A.

	<i>Monte Bianco</i>	<i>Baksan</i>	<i>Kamioka</i>	<i>IMB</i>
Profondità (m.a.e.)	5.200	850	2500	1570
Massa attiva	$C_n H_{2n}$	$C_n H_{2n}$	$H_2O$	$H_2O$

(tonnellate)	(90)	(200)	(2140)	(5000)
Soglia al 50% (MeV)	5-6	9-10	9-10	25
Sensibilita` (ph/MeV)	15	3-5	3,4	1,2
Fondo ( $\mu$ /ora)	3,5	$10^6$	$10^3$	$10^4$
n. di neutrini rivelati	5	5 (+2)	11 (+2)	8
energie rivelate (MeV)	5,8 - 7,8	12 - 23	8 - 35	19 - 39
inizio dell'evento (TU)	$2^h52^m37^s$	$7^h36^m06^s$	$7^h35^m35^s$	$7^h35^m41^s$
durata dell'evento (s)	7	9	12	6
precisione temporale	$\pm 2$ ms	(-54, +2) s	$\pm 1$ min	$\pm 5$ ms

Tab. 6.3 - Principali caratteristiche degli esperimenti che hanno rivelato i neutrini da SN 1987A. La profondita` e` in metri di acqua equivalente; la sensibilita` in fotoelettroni per MeV. Gli esperimenti di Baksan e Kamioka hanno osservato anche 2 eventi in coincidenza temporale con l'evento del Monte Bianco.

Mentre non e` chiaro come trovare una spiegazione fenomenologica alle due osservazioni neutriniche, dal punto di vista sperimentale esse non sono in contraddizione. Infatti, le 5 interazioni osservate nello scintillatore liquido del Monte Bianco con energie visibili comprese nell'intervallo (5,8-7,8) MeV, se attribuite al processo ( $\bar{\nu}_e$ , p) corrispondono, per la (6.15), ad energie in acqua comprese nell'intervallo (4,6-6,6) MeV se si considera annichilazione a riposo dei positroni, ed a (4-6) MeV se si considera annichilazione in volo. Data la soglia di rivelazione degli altri esperimenti, eventi di cosi` bassa energia non sono rivelabili (IMB) oppure (Baksan e Kamioka) lo sono solo marginalmente e con piccola efficienza ( $\varepsilon \leq 0,05$ ). Non deve stupire quindi che l'evento del Monte Bianco non abbia prodotto segnali significativi in esperimenti di maggior volume ma con alta soglia di rivelazione.

Per esempio, il confronto tra Monte Bianco e Kamioka ottenuto sulla base dei 5 eventi registrati nel primo esperimento, porta ad un corrispondente numero di eventi attesi in Kamioka:

$$N_K = \frac{n_H^K}{n_H^{MB}} \sum_{i=1}^5 \frac{\eta_K(E_i)}{\eta_{MB}(E_i)} \quad (6.22)$$

inferiore a 10, essendo  $n_H^K = 1,4 \cdot 10^{32}$  e  $n_H^{MB} = 8,4 \cdot 10^{30}$  i rispettivi numeri di protoni bersaglio, e  $\eta_K(E_i)$  e  $\eta_{MB}(E_i)$  le efficienze di rivelazione dei positroni, prodotti da interazioni di  $\bar{\nu}_e$  nei due esperimenti, in funzione dell'energia. Durante l'evento del Monte Bianco, Kamioka ha registrato 2 eventi, per cui non esiste grande contraddizione tra i due esperimenti e la piccola differenza tra il numero di eventi osservati rispetto a quelli calcolati con la (6.22) puo` essere attribuita sia alla limitata statistica che ad errori sistematici nelle curve di efficienza dei due esperimenti.

Entrambi gli eventi sono tuttavia difficili da interpretare nello schema di collasso standard. Il primo richiede infatti una grande luminosit`a` neutrinica:

$$W(\bar{\nu}_e) = \frac{4 \pi d^2}{n_H^{MB}} \sum_{i=1}^5 \frac{E_i}{\sigma(E_i) \eta_{MB}(E_i)} \approx 6,3 \cdot 10^{53} \text{ erg} \quad (6.23)$$

(dove  $d = 52$  kpc e' la distanza di SN 1987A da Terra), mentre il secondo mostra una grande anisotropia dei singoli impulsi, rivelata dalla direzione dei coni Cherenkov, che indica preferenzialmente particelle provenienti dalla SN 1987A; questa evidenza sperimentale e' incompatibile con la isotropia delle reazioni (6.5) e comporta un flusso di neutrini incidenti (e quindi energie) troppo grandi se e' dovuto alle reazioni (6.4), che conservano la direzione di arrivo dei neutrini.

Ciononostante, spesso i dati dell'esperimento del Monte Bianco sono stati trascurati per poter interpretare le osservazioni di Kamioka e IMB secondo il modello standard di collasso gravitazionale. Poiche' l'osservazione di neutrini da supernovae e' un fenomeno molto raro, anziche' trascurare parte dei dati sono anche state compiute analisi di correlazione tra tutti gli esperimenti in funzione al tempo di SN 1987A, comprese due antenne per la rivelazione di onde gravitazionali, in misura a Roma e in Maryland (USA).

Per effettuare l'analisi delle correlazioni temporali e' pero' necessario, in primo luogo, che i tempi assoluti di osservazione dei singoli eventi siano noti con buona precisione, cosa non vera per Kamioka e Baksan. Tuttavia, il tempo assoluto in questi esperimenti puo' essere corretto con il tempo assoluto di IMB, assumendo che tutti i 3 rivelatori abbiano osservato lo stesso evento al tempo  $7^h35^m41^s$  di IMB. Inoltre, a parte per la correzione del tempo, IMB non puo' essere utilizzato nell'analisi delle correlazioni con gli altri esperimenti perche' ha soglia energetica troppo elevata e non e' in grado di osservare eventi rivelabili negli altri esperimenti.

Dopo aver effettuato la correzione dei valori di tempo universale nei dati di Kamioka e Baksan, i loro eventi sono stati correlati con quelli del Monte Bianco mediante la semplice formula standard per il calcolo del numero di coincidenze casuali  $N_c$  tra due contatori, i cui conteggi sono  $N_1$  ed  $N_2$ , entro la finestra di coincidenza temporale  $\Delta t$  e per una durata temporale  $T$ :

$$N_c = N_1 N_2 \Delta t / T$$

Con questa formula e' stato calcolato il numero di coincidenze casuali tra l'esperimento del Monte Bianco e gli altri esperimenti, da confrontare con il numero di coincidenze effettive osservate nei dati sperimentali, avendo un intervallo di presa dati in comune di 34 ore con Kamioka e di 10 ore con Baksan. Gli intervalli di analisi  $T$  e le finestre di coincidenza  $\Delta t$  sono stati fatti variare su ampi valori; la miglior correlazione tra i dati sperimentali e' stata ottenuta per  $T = 2$  ore e  $\Delta t = \pm 0,5$  s. Infatti, il numero di coincidenze casuali con questi valori di  $T$  e  $\Delta t$ , per tutto il periodo di dati comuni, e' stato:

$$N_c(\text{MB-K}) = 2,4 \qquad N_c(\text{MB-B}) = 3,03 \qquad N_c(\text{triple}) = 0,08$$

mentre il numero di coincidenze osservate nei dati e' in accordo con questi valori in tutti gli intervalli temporali tranne quello centrato intorno al tempo dell'evento del Monte Bianco, durante il quale e' stato osservato il seguente numero di coincidenze:

$$N_o(\text{MB-K}) = 9 \qquad N_o(\text{MB-B}) = 13 \qquad N_o(\text{triple}) = 1$$

In altre parole, al tempo dell'evento del Monte Bianco e solo allora, e' stato evidenziato un eccesso di coincidenze tra tutti gli esperimenti rispetto al numero

atteso di coincidenze casuali; l'eccesso osservato ha probabilita' sempre inferiore a  $10^{-3}$  di essere casuale in tutti i casi esaminati. In nessun'altra finestra temporale e' stato osservato un qualsiasi eccesso di coincidenze. In questa stessa finestra temporale, inoltre, e' anche stato osservato un eccesso di coincidenze tra rivelatori neutrinici e di onde gravitazionali, la cui probabilita' di essere casuale e' dell'ordine di  $10^{-7}$ .

In conclusione, i dati sperimentali di tutti gli esperimenti in funzione al tempo della supernova 1987A (i 4 rivelatori sotterranei e le 2 antenne per la rivelazione di onde gravitazionali) mostrano un eccesso di conteggi, per una durata di circa 2 ore, al tempo dell'evento del Monte Bianco, che precede di circa 8 ore le prime osservazioni ottiche della supernova. I modelli teorici standard, come abbiamo visto, non spiegano la presenza di due esplosioni ne' un'emissione neutrinica su tempi cosi' lunghi; se si vogliono prendere in considerazione tutti i dati sperimentali si deve quindi ricorrere a qualche meccanismo non standard di collasso gravitazionale.

Diverse possibilita' sono state analizzate per interpretare tutti i vari dati sperimentali relativi alla supernova 1987A, per esempio un primo collasso in stella di neutroni seguito da un secondo collasso della stella di neutroni in buco nero o stella a quark strani. Esamineremo uno di questi meccanismi, in grado di interpretare le osservazioni fatte all'epoca dell'esplosione ed anche il fatto che ancora non sia comparsa una pulsar nel luogo del collasso, la cui presenza testimonierebbe l'esistenza di una stella di neutroni, remnant della supernova. Al contrario, l'andamento della curva di luce della supernova nel dominio ottico, a distanza di anni dal collasso, si interpreta come dovuto alla liberazione di energia per decadimento radioattivo di nuclei formati per processi di cattura neutronica rapida nell'inviluppo, e non a rifornimento di energia da parte di una pulsar al centro del remnant della supernova. Infatti, il decremento esponenziale della curva di luce, con costante di tempo di circa 116 giorni, e' tipico dei decadimenti di elementi radioattivi, indicando in particolare la presenza di  $^{56}\text{Co}$ .

### 6.6 Modelli non-standard di collasso

Un modello non standard, basato sulla rapida rotazione del core durante il collasso, riesce ad interpretare i dati sperimentali di tutti i rivelatori. La differenza sostanziale dei modelli a rotazione, anche se preliminari, rispetto a quelli non rotanti e' che la temperatura della neutrosfera e' inferiore ( $kT < 1 \text{ MeV}$ ) rispetto ai valori standard; questo fatto comporta una densita' di positroni in equilibrio inferiore, e quindi una minor produzione di neutrini  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ , che sono prodotti solo per annichilazione di coppie  $e^+e^-$ . Di conseguenza, l'energia totale emessa non e' equipartita tra le specie neutriniche, ma e' maggiore per neutrini ed antineutrini elettronici.

Per confrontare i risultati sperimentali con le previsioni dei vari modelli, iniziamo a considerare il modello standard, con equipartizione di energia tra le 3 specie neutriniche e spettro di Fermi Dirac definito dalla (6.10), dove per  $\alpha = 0$  si trascura l'assorbimento neutrinico nell'inviluppo. Il flusso totale di neutrini di ogni specie ed energia  $E_\nu$ , emessi da una neutrosfera di raggio  $R_\nu$  e temperatura  $T_\nu$  e' dato da:

$$\sum_{i=1}^3 \Phi_i(E_\nu) = N_\nu 4 \pi R_\nu^2 \frac{2 \pi c}{(hc)^3} \frac{E_\nu^2}{\exp[E_\nu / kT_\nu] + 1} \quad (6.24)$$

dove  $N_\nu = 3$  è il numero di specie di neutrini. Non conoscendo i valori di  $T_\nu$  e  $R_\nu$ , si può procedere normalizzando il flusso di neutrini a Terra al numero di eventi registrati al Monte Bianco,  $N_{MB} = 5$ :

$$N_{MB} = K n_H^{MB} \int_0^\infty dE_\nu \sigma(E_\nu) \eta_{MB}(E_\nu) \frac{E_\nu^2}{\exp[E_\nu / kT_\nu] + 1} \exp[-\alpha E_\nu^2 / kT_\nu^2] \quad (6.25)$$

e da questa ottenere il fattore di normalizzazione  $K$  e quindi l'energia totale emessa in neutrini ed il numero di eventi previsto in Kamioka:

$$W(\bar{\nu}_e) = 4 \pi d^2 K \int_0^\infty dE_\nu \frac{E_\nu^3}{\exp[E_\nu / kT_\nu] + 1} \exp[-\alpha E_\nu^2 / kT_\nu^2] \quad (6.26)$$

$$N_K = K n_H^K \int_0^\infty dE_\nu \sigma(E_\nu) \eta_K(E_\nu) \frac{E_\nu^2}{\exp[E_\nu / kT_\nu] + 1} \exp[-\alpha E_\nu^2 / kT_\nu^2] \quad (6.27)$$

Il risultato di questo confronto, riportato in figura 6.8, mostra che, per  $T_\nu$  circa (2-3) MeV e  $\alpha = 0$  si ha un numero di interazioni in Kamioka troppo elevato, mentre alla stessa temperatura ma  $\alpha > 0$  si ha troppa energia emessa in neutrini. Il motivo di questo disaccordo è dovuto al fatto che, per avere un limitato numero di interazioni in Kamioka, è necessario un piccolo valore di temperatura della neutrinofera, ma ciò implica un'intensa emissione di neutrini e quindi un grande raggio della neutrinofera, secondo la relazione:

$$L_\nu = \frac{7}{16} \sigma_s 4 \pi R_\nu^2 T_\nu^4 \quad (6.28)$$

analoga alla (2.4), tenendo conto dei pesi statistici diversi di fotoni e neutrini, con  $L_\nu = W(\bar{\nu}_e)/\tau_\nu$  (dove  $\tau_\nu \sim 10$  s) e  $\sigma_s$  costante di Stefan-Boltzmann.

Infatti, risolvendo la (6.28) rispetto a  $R_\nu$  ed inserendo i valori numerici delle costanti, si ottiene il raggio della neutrinofera:

$$R_\nu = R_0 (L_\nu / 10^{53} \text{ erg/s})^{1/2} T_\nu^{-2} (\text{MeV}) \quad (6.29)$$

con  $R_0 = 1,3 \cdot 10^8$  cm, a cui corrisponde una massa interna alla neutrinofera  $M \geq 4\pi\rho_0 R_\nu^3 / 3$  se  $\rho_0$  è la densità alla neutrinofera, ossia la minima densità del core stellare. Per stimare il valore di  $\rho_0$ , ricordiamo che, per definizione, alla neutrinofera i neutrini sono in equilibrio termico con la materia mediante reazioni, quale la (6.5), che cambiano la densità numerica di neutrini, la cui sezione d'urto (6.8) dipende da  $T_\nu^2$ . Dalla (6.29) e dalla definizione di libero cammino medio (6.9) si ottiene la densità di protoni alla neutrinofera:

$$N_p = \frac{1}{\sigma_\chi} = \frac{1}{\sigma_0 T^2 \cdot \zeta R_\nu} = \frac{T^2}{\sigma_0 T^2 \cdot \zeta R_0} \left( \frac{10^{53} \text{ erg / s}}{L_\nu} \right)^{1/2} \quad (6.30)$$

dove  $\zeta$  è la frazione di raggio che definisce lo spessore della neutrinosfera. Si noti che la densità numerica di protoni  $N_p$  non dipende dalla temperatura.

Indicando con  $\xi$  il rapporto tra protoni e nucleoni ( $\xi \sim 0,1$ ), e passando da densità numeriche a densità di massa ( $\rho = N m_H$ ) si ottiene infine:

$$\rho_0 \approx 1,4 \cdot 10^{13} \left( \frac{0,1}{\xi} \right) \left( \frac{10^{53} \text{ erg / s}}{L_\nu} \right)^{1/2} \text{ g / cm}^3 \quad (6.31)$$

da cui si ricava il limite inferiore alla massa interna alla neutrinosfera:

$$M > \frac{4}{3} \pi R_\nu^3 \rho_0 = 6,4 \cdot 10^4 M_\odot \left( \frac{L_\nu}{10^{53} \text{ erg / s}} \right) T^{-6} \quad (6.32)$$

ossia una massa esageratamente grande per qualsiasi valore di temperatura. In conclusione il modello di Fermi Dirac non è in grado di interpretare in modo congiunto i dati osservativi del Monte Bianco e di Kamioka.

Esaminiamo ora un modello non standard di gas degeneri di neutrini a bassa temperatura ( $kT < 1 \text{ MeV}$ ), con flusso a Terra dato da:

$$j_\nu(E_\nu) = K \frac{E_\nu^2}{1 + \exp[(E_\nu / kT_\nu) - \mu]} \quad (6.33)$$

dove  $\mu$  è il potenziale chimico. Il valore della costante  $K$  si può calcolare, con il medesimo procedimento del caso precedente, dal numero  $N_{MB}$  di eventi osservati al Monte Bianco:

$$N_{MB} = K n_H^{MB} \int_0^\infty dE_\nu \sigma(E_\nu) \eta_{MB}(E_\nu) \frac{E_\nu^2}{1 + \exp[(E_\nu / kT_\nu) - \mu]} \quad (6.34)$$

da cui seguono, come prima, l'energia totale emessa in neutrini ed il numero di eventi previsti in Kamioka:

$$W(\bar{\nu}_e) = 4 \pi d^2 K \int_0^\infty dE_\nu \frac{E_\nu^3}{1 + \exp[(E_\nu / kT_\nu) - \mu]} \quad (6.35)$$

$$N_K = K n_H^K \int_0^\infty dE_\nu \sigma(E_\nu) \eta_K(E_\nu) \frac{E_\nu^2}{1 + \exp[(E_\nu / kT_\nu) - \mu]} \quad (6.36)$$

Il risultato di questi calcoli, riportato in fig. 6.9, indica che per temperature della neutrinosfera  $0,4 < kT_\nu < 0,5 \text{ MeV}$  e potenziali chimici  $12 < \mu < 15$ , l'energia totale emessa in neutrini è di circa  $2 \cdot 10^{54} \text{ erg}$  ed il numero di eventi previsti in Kamioka è dell'ordine di 12.

Questi valori molto ragionevoli, e ricordando che sono stati osservati 2 emissioni neutriniche, suggeriscono il seguente modello (vedi fig. 6.10) per interpretare la supernova 1987A. All'inizio del processo le parti interne di un core massivo,  $M \sim 20 M_\odot$ , collassano in un black hole, mentre un gas degeneri di neutrini

si forma nelle parti esterne del core e forma una neutrinosfera a bassa temperatura. L'emissione di  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  e' trascurabile perche' gli elettroni, essendo degeneri, impediscono i processi ( $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ ) e ( $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow e^+ + e^-$ ), ossia quei processi che producono positroni e quindi  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ . A causa dell'alta rotazione, durante il collasso il core forma un ellissoide di rotazione da cui si staccano uno o piu' frammenti di piccola massa,  $m = (1 - 2) M_o$ , in orbita intorno al black hole ed in avvicinamento ad esso, per perdite di energia dovute ad emissione di radiazione gravitazionale, fino a ricadere sul black hole e produrre la seconda emissione neutrिनica.

Il periodo orbitale del sistema binario e la sua vita media (definita come il tempo caratteristico delle perdite di energia gravitazionale) sono dati da:

$$P = \left( \frac{4\pi^2 R^3}{G(M+m)} \right)^{1/2} \approx \left( \frac{R}{4,3 \cdot 10^8 \text{ cm}} \right)^{3/2} \left( \frac{20 M_o}{M+m} \right)^{1/2} \text{ s} \quad (6.37)$$

$$\tau_g = \frac{5c^5 R^4}{256 G^3 \mu M^2} \approx 4,7 \left( \frac{R}{4,3 \cdot 10^8 \text{ cm}} \right)^4 \frac{1 M_o}{\mu} \left( \frac{20 M_o}{M} \right)^2 \text{ h}$$

essendo  $\mu = Mm/(M+m)$  la massa ridotta del sistema e R la separazione tra i due corpi, che deve essere maggiore del raggio della neutrinosfera affinche' il modello sia consistente. Anche nel caso degenero il raggio della neutrinosfera si puo' calcolare con un'espressione simile alla (6.29), in cui i pesi statistici  $\chi$  dipendono dal grado di degenerazione. Infatti, la luminosita' neutrिनica, di cui la (6.28) e' il caso particolare con  $\chi = 7/8$ , e' definita come:

$$L = 4\pi R_v^2 \chi \sigma_{\text{SB}} T^4 / 2 \quad (6.38)$$

dove  $\chi$  e' il peso statistico, definito dalla relazione:

$$\chi = \frac{15}{\pi^4} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{\exp[x - \mu] + 1}$$

Alcuni valori dei pesi statistici sono dati in tabella 6.4 in funzione del grado di degenerazione.

$\mu$	0	3	8	10	12	14
$\chi$	7/8	11,4	2,1 $10^2$	4,6 $10^2$	9,1 $10^2$	1,6 $10^3$

Tab. 6.4 - Valori di  $\chi$  per alcuni valori del potenziale chimico  $\mu$ .

Risolvendo la (6.38) rispetto a  $R_v$  ed essendo  $\chi \sim 10^3$  nel caso in esame, si ottiene:

$$R_v = 1,7 \cdot 10^7 \left( \frac{L_v}{2 \cdot 10^{53} \text{ erg / s}} \right)^{1/2} \left( \frac{T_v}{0,5 \text{ MeV}} \right)^{-2} \text{ cm} \quad (6.39)$$

ossia un valore del raggio della neutrinosfera inferiore alla separazione tra i due corpi del sistema binario.

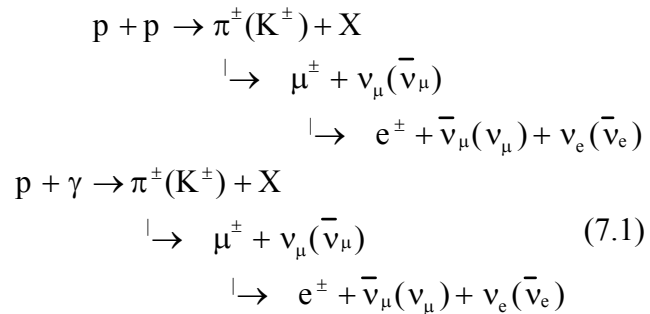
In conclusione, i modelli di collasso con rotazione, anche se preliminari, possono costituire la base per un'interpretazione più completa dei fenomeni fisici connessi alle esplosioni supernovae, almeno per quanto riguarda la supernova 1987A. Lo schema del doppio evento neutrino, se non si vuole trascurare una parte dei dati sperimentali, si può quindi interpretare come dovuto ad un primo collasso in cui la neutrinosfera degenere emette un burst di alta luminosità in neutrini di bassa energia, rivelato nell'esperimento del Monte Bianco e marginalmente negli altri esperimenti sotterranei, che hanno soglie di rivelazione più alta. Il secondo burst di neutrini, di più alta energia ma piccola luminosità, osservato negli esperimenti di massa maggiore dato il piccolo flusso a Terra perché l'esplosione è avvenuta alla distanza delle nubi di Magellano, può essere interpretato sulla base delle previsioni del modello standard. In questo modello, la frammentazione del core in rapida rotazione gioca un ruolo essenziale; ma una risposta precisa al fenomeno del collasso di una stella massiva potrà aversi solo con ulteriori osservazioni di altri eventi, possibilmente dovuti a supernovae galattiche, nei nuovi e grandi esperimenti per la rivelazione dei neutrini da collasso.



## Cap. 7

### NEUTRINI DA OGGETTI COMPATTI

Neutrini di alta energia,  $E_\nu \geq (10 - 30) \text{ GeV}$ , possono essere prodotti in sorgenti astrofisiche in seguito a collisioni pp oppure p $\gamma$ : interazioni di protoni accelerati dalla sorgente con protoni (e nuclei) o con fotoni del gas intorno alla sorgente stessa, mediante la catena di decadimento di pioni e kaoni:



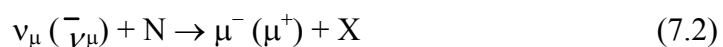
che costituiscono il meccanismo principale di produzione di neutrini a queste energie. I pioni hanno probabilita` quasi 100% di decadere in muoni, con una vita media  $\tau = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$  (pari a  $c\tau = 780 \text{ cm}$ ), se non interagiscono con altre particelle durante il tempo  $\tau$ . I kaoni hanno probabilita` 63% di decadere in muoni e 21% di decadere in  $\pi^\pm + \pi^0$ , con una vita media  $\tau = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$  (pari a  $c\tau = 371 \text{ cm}$ ). E` importante osservare che nei processi (7.1) la produzione di  $\nu_\mu$  e` doppia rispetto a quella dei  $\nu_e$ . Le collisioni p $\gamma$  (tra cui quelle con i fotoni della radiazione di fondo cosmico) producono neutrini di altissima energia ma con piccoli flussi a Terra. Neutrini di alta energia possono anche essere prodotti nel decadimento di mesoni charmati, che costituisce il meccanismo di produzione di muoni e neutrini pronti.

I principali meccanismi di produzione di neutrini di alta energia, a parte quelli artificiali, sono:

1. Resti di supernovae giovani con una pulsar (stella di neutroni) all'interno,
2. Stelle binarie composte di una pulsar giovane ed una compagna massiva,
3. Nuclei galattici attivi.
4. Neutrini atmosferici.

In questo capitolo esamineremo i primi due meccanismi, legati a sorgenti astrofisiche galattiche, nel prossimo capitolo esamineremo il terzo processo che, ovviamente, e` legato a sorgenti extragalattiche, mentre nel capitolo 9 si discuterà l'ultimo processo, importante sia perche` fornisce una possibilita` per lo studio delle oscillazioni dei neutrini e sia perche` costituisce il fondo naturale principale nello studio di sorgenti astrofisiche.

Il principale meccanismo di rivelazione dei neutrini di alta energia e`:



dove N indica i nucleoni del rivelatore o, spesso, del mezzo (roccia o acqua) intorno al rivelatore, in quanto il percorso dei muoni di alta energia e` tanto grande da

consentirne la rivelazione anche se essi sono prodotti all'esterno dell'apparato sperimentale.

Nel processo (7.2) si possono trascurare le interazioni a correnti neutre in quanto meno efficaci (i neutrini perdono solo parte della loro energia), per cui la sezione d'urto principale del processo di assorbimento dei neutrini è quella per interazioni a correnti cariche che, fino ad energie dell'ordine del TeV, è data da:

$$\sigma(\nu) = 0,62 \cdot 10^{-38} E_\nu \text{ cm}^2 \quad (7.3)$$

$$\sigma(\bar{\nu}) = 0,30 \cdot 10^{-38} E_\nu \text{ cm}^2 \quad (7.4)$$

con energia del neutrino misurata in GeV; si noti che la sezione d'urto cresce linearmente con l'energia.

Il grande flusso a Terra di muoni secondari (che sarà discusso nel cap. 9) prodotti in atmosfera da raggi cosmici primari mediante interazioni pp, impedisce l'osservazione di sorgenti astrofisiche la cui posizione sulla sfera celeste sia verticale rispetto all'osservatore (o entro un ampio angolo solido intorno allo zenith), come mostrato in fig. 7.1. Il flusso di muoni atmosferici è invece trascurabile per sorgenti la cui posizione sulla sfera celeste sia antivericale rispetto all'osservatore (o entro un altrettanto ampio angolo solido intorno al nadir), per le quali il cammino che dovrebbero percorrere i muoni atmosferici di fondo, dell'ordine di un diametro terrestre, è troppo grande rispetto alla loro vita media anche se essi sono ultrarelativistici. Il rivelatore deve però avere una buona risoluzione temporale, affinché le misure dei tempi di volo consentano di discriminare i muoni provenienti in direzione antivericale rispetto a quelli in direzione verticale.

Per qualsiasi sorgente, invece, anche se in direzione antivericale, esiste sempre un fondo di neutrini atmosferici, prodotti nell'atmosfera terrestre da collisioni pp. Questo fondo può essere eliminato (o ridotto) in rivelatori con buona risoluzione angolare (dell'ordine di pochi gradi) in quanto, in essi, il rapporto segnale/rumore aumenta notevolmente se le osservazioni seguono la sorgente nel suo spostamento diurno sulla sfera celeste. È anzi possibile definire un limite energetico inferiore all'astrofisica neutrinica delle alte energie perché, tra la direzione d'arrivo del neutrino e quella del muone prodotto nella (7.2), esiste la seguente correlazione angolare:

$$\vartheta_{\nu\mu} \approx 2,6 \left( \frac{100 \text{ GeV}}{E_\nu} \right)^{1/2} \text{ gradi} \quad (7.5)$$

che impedisce l'osservazione di sorgenti astrofisiche di neutrini ad energie inferiori a circa 10 GeV, in quanto si perde la correlazione angolare tra muoni e neutrini. In altre parole, a piccole energie, il rapporto segnale/rumore diminuisce per due motivi: in primo luogo perché aumenta il fondo di neutrini atmosferici entro la risoluzione angolare del rivelatore, ed in secondo luogo perché diminuisce il segnale, in quanto sia le sezioni d'urto di produzione dei muoni, (7.3) e (7.4), che il percorso dei muoni relativistici nel mezzo attraversato crescono con l'energia.

In interazioni protone-protone alle alte energie, oltre che pioni (o kaoni) carichi, si possono produrre anche pioni neutri che, nel 99% dei casi e con una vita media  $\tau = 8,4 \cdot 10^{-17}$  s (pari a un  $c\tau = 2,5 \cdot 10^6$  cm), decadono in  $2 \gamma$ :



L'astrofisica neutrिनica ha quindi molti aspetti in comune con l'astrofisica gamma di alta energia, per cui e' interessante studiare sorgenti cosmiche, se trasparenti ai raggi  $\gamma$ , nei due domini per cercare di interpretare la struttura e le caratteristiche di emissione con un'informazione sperimentale completa.

### 7.1 Fenomenologia delle pulsar

Scoperte nel 1968 come oggetti pulsanti nel dominio radio, costituiscono la parte osservativa delle stelle di neutroni, in quanto sono interpretate come il residuo ad alta rotazione e con intenso campo magnetico del core stellare sopravvissuto al collasso gravitazionale di stelle massive. Le pulsar devono avere raggio inferiore al raggio della neutrosfera di un core stellare in fase di collasso, ossia tipicamente  $10^6$  cm, come si vede dalla (4.21) oppure dalle (6.39) e (6.29) con  $kT$  dell'ordine del MeV, ed una massa dell'ordine della massa di Chandrasekhar. Di conseguenza, per la (2.17), le pulsar devono aver liberato un'energia potenziale gravitazionale  $\sim 10^5$  volte maggiore di quella emessa da stelle di ugual massa in fase di pre-sequenza principale; questa energia  $E_p$  dell'ordine di  $10^{53}$  erg (ossia circa  $10^{19}$  erg/g) e' superiore anche all'energia liberata in tutta la fase term nucleare dell'evoluzione stellare.

Il raggio delle pulsar e' comunque superiore al raggio di Schwartzschild, definito come il raggio di un oggetto di massa  $M$  in cui la velocita' di fuga e' pari alla velocita' della luce nel vuoto. Gia' Laplace nel 1798 aveva osservato che, in condizioni di equilibrio, la velocita' di fuga di un corpo di massa  $m$ , nel campo gravitazionale di un corpo di massa  $M$ , e' definita dalla condizione di uguaglianza tra energia cinetica e potenziale:

$$\frac{1}{2}mv^2 = G \frac{mM}{R} \quad (7.7)$$

da cui  $v = c$  per:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (7.8)$$

Per esempio, il raggio di Schwartzschild e' 1 cm per la Terra e 3 km per il Sole, mentre nelle stelle di neutroni esso e' poco inferiore al raggio effettivo.

Le stelle di neutroni sono dunque oggetti compatti, come confermato dalla piu' nota di esse, la pulsar nella Crab Nebula, residuo di una supernova esplosa nel 1054, di cui e' stato misurato il periodo di rotazione  $P = 33$  ms. La necessita' che le pulsar siano oggetti compatti deriva proprio dal fatto di non essere distrutte dalla rapida rotazione; infatti, per la (7.7), la loro velocita' angolare  $\omega = v/R$  deve soddisfare alla condizione:

$$\omega^2 \leq \frac{2GM}{R^3} = \frac{8\pi}{3}G\rho \quad (7.9)$$

per cui deve essere:

$$\rho \geq \frac{3\omega^2}{8\pi G} \quad (7.10)$$

Per esempio, la pulsar nella Crab Nebula, con  $P = 33$  ms e quindi  $\omega = 200$  rad/s, deve avere densita'  $\rho \geq 10^{11}$  g cm<sup>-3</sup>. I periodi misurati delle pulsar variano circa nell'intervallo ( $10^3 - 1$ ) s, per cui si esclude che questi oggetti possano essere nane bianche in quanto per la (7.9) alla densita' delle nane bianche ( $\rho \sim 10^8$  g/cm<sup>3</sup>) corrispondono periodi maggiori di 1 s.

Il modello piu' accreditato delle pulsar e' quello di un rotatore obliquo magnetico, ossia le pulsar possono essere interpretate come sfere magnetiche in rapida rotazione intorno ad un asse di rotazione non coincidente con l'asse magnetico. Che esse debbano avere intensi campi magnetici e' conseguenza immediata della legge di conservazione del flusso magnetico:  $B_1 R_1^2 = B_2 R_2^2 =$  costante; per esempio, se si prende come riferimento il Sole (con  $R_0 = 7 \cdot 10^{10}$  cm e  $B_0$  nelle parti convettive interne dell'ordine di  $10^2 - 10^3$  gauss) e lo si fa contrarre fino al raggio  $R = 10^6$  cm, l'intensita' del campo magnetico diventa:

$$B = B_0 (R_0/R)^2 \sim 10^{12} \text{ gauss} \quad (7.11)$$

Per questo stesso motivo, l'intensita' del campo magnetico nelle nane bianche (di raggio  $R = 10^8$  cm) deve essere dell'ordine di  $10^8$  gauss.

Essendo dipoli magnetici in rapida rotazione, le pulsar perdono momento angolare per emissione di energia elettromagnetica, e quindi la loro rotazione rallenta. Indicando con  $E_R$  l'energia di rotazione e con  $E_D$  quella di dipolo, per l'equilibrio si deve avere  $\dot{E}_R = \dot{E}_D$ ; ossia uguaglianza tra:

$$\dot{E}_R = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} I \omega^2 \right) = I \omega \dot{\omega} = 2 E_R \frac{\dot{P}}{P} \quad (7.12)$$

e

$$\dot{E}_D = \frac{2 H_{\perp}^2 \omega^4}{3 c^3} \quad (7.13)$$

dove  $I$  e' il momento d'inerzia,  $P = 2\pi/\omega$  il periodo di rotazione e  $H_{\perp} = BR^3/2$  e' la componente perpendicolare del momento magnetico. La (7.13) si ottiene dall'elettrodinamica classica, per  $\sin^2 \alpha = 1$ , essendo:

$$\dot{E}_D = -\frac{2}{3c^3} \left| \ddot{H}_{\perp} \right| = -\frac{B^2 R^6 \omega^4 \sin^2 \alpha}{6c^3}$$

Per esempio, per la pulsar nella Crab Nebula, per la quale  $\omega = 200$  rad/s,  $\dot{P} = 1,3 \cdot 10^{-11}$  P,  $I = 2MR^2/5 = 2(1 M_{\odot})(10^6)^2/5 = 10^{44}$  gr cm<sup>2</sup> e  $H_{\perp} = 10^{30}$  gauss cm<sup>3</sup> ha:  $\dot{E}_R = 5 \cdot 10^{37}$  erg/s e  $\dot{E}_D = 2 \cdot 10^{38}$  erg/s. I valori numerici quasi identici confermano che si possono uguagliare le (7.12) e (7.13), ottenendo:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} I \omega^2 \right) = \frac{2}{3c^3} H_{\perp}^2 \omega^4 \quad (7.14)$$

la cui soluzione fornisce la legge di variazione nel tempo della rotazione di una pulsar:

$$\omega(t) = \omega_0(1 + t / \tau)^{-1/2} \quad (7.15)$$

Si noti che, per la (7.9) con  $\rho = \rho_{\text{nucl}} \sim 10^{15} \text{ gr/cm}^3$ , si ottiene la massima velocita' angolare di una pulsar,  $\omega_{\text{Max}} \sim 10^4 \text{ rad/s}$ , a cui corrispondono perdite massime di energia elettromagnetica per emissione di dipolo  $\dot{E}_D = 10^{45} \text{ erg/s}$ . Questa potenza esercita la forza massima  $F_{\text{Max}} = \dot{E}_D/c = 3 \cdot 10^{34} \text{ dyne}$ , la cui pressione sul gas espulso durante l'esplosione supernova (ed ancora presente intorno alla pulsar) e' in grado di accelerare una massa  $m = 0,1 M_{\odot}$  al valore  $a_{\text{Max}} = F_{\text{max}}/m = 300 \text{ cm/s}^2$ . La velocita' finale del gas dell'involuppo dipende dal tempo di accelerazione; per esempio dopo un mese ( $t = 3 \cdot 10^6 \text{ s}$ ) essa vale  $v = 10^4 \text{ km/s}$ , a cui corrisponde l'energia cinetica massima  $E = mv^2/2 = 10^{50} \text{ erg}$ . Si comprende quindi come si possa formare un involuppo di materia densa intorno all'oggetto collassato, la cui distanza dalla pulsar varia nel tempo secondo la legge:

$$R(t) = \left( \frac{3 E}{2 \pi \rho} \right)^{1/5} t^{2/5} \quad (7.16)$$

ottenuta scrivendo l'energia cinetica come  $E = (4\pi R^3 \rho/3)(R/t)^2/2$  e risolvendo rispetto a R. La tabella 7.1 riporta i valori del raggio dell'involuppo e della sua velocita' di espansione calcolati per alcuni valori del tempo di accelerazione. Il confronto con i dati osservativi della Crab Nebula ( $t \sim 10^3$  anni) conferma questo schema, in quanto misure di effetto Doppler nel gas indicano appunto velocita' di espansione dell'ordine di  $10^3 \text{ km/s}$ .

t (anni)	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^6$
R (pc)	1	3,2	8	30
v (km/s)	$4 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	15

Tab. 7.1 - Raggio e velocita' di espansione nel tempo dell'involuppo di un resto di supernova

In questo involuppo denso si producono neutrini e gamma, mediante i processi (7.1) e (7.6), se la pulsar accelera alle alte energie le particelle, in particolare i protoni, che emette.

## 7.2 Radiazione di sincrotrone

Il fatto che nei resti di supernovae si osservi radiazione elettromagnetica nel dominio dei raggi  $\gamma$ , di frequenza  $10^{24} \text{ Hz}$ , o anche emissioni sporadiche ad energie fin oltre il TeV, e' la dimostrazione sperimentale che in essi avviene accelerazione di particelle. Anche lo spettro dei raggi cosmici, che si estende fino a circa  $10^{21} \text{ eV}$ , viene generalmente interpretato come dovuto a processi galattici fino al ginocchio,  $E \sim 10^{15} \text{ eV}$ , con contributo dominante delle pulsar a queste energie. Tuttavia, non e' chiaro

quale sia il meccanismo piu` efficace di accelerazione di particelle a cosi` alte energie, anche perche` intorno alle stelle di neutroni puo` formarsi un disco di accrescimento, in cui l'effetto di onde d'urto e campi magnetici puo` produrre protoni relativistici.

In ogni caso, il meccanismo di accelerazione di particelle cariche dalle pulsar deve poter interpretare l'emissione di radiazione elettromagnetica a larga banda, in quanto le osservazioni mostrano emissione dal dominio radio a quello  $\gamma$ . Uno dei meccanismi piu` probabili e` percio` quello di emissione di radiazione di sincrotrone, dovuto al moto di particelle cariche in un campo magnetico. Nel caso non relativistico la frequenza emessa e'  $\nu_{NR} = Be/mc$ , dove B e' la componente del campo magnetico diffuso nella nebula perpendicolare alla direzione del moto della particella carica; per  $B = 1 \mu\text{Gauss}$ , la frequenza emessa vale 2,8 Hz per gli elettroni e 5,5 cicli/ora per i protoni. Per particelle relativistiche, si deve moltiplicare la frequenza per il fattore di Lorentz  $\gamma^2$ .

Il massimo di emissione di radiazione di sincrotrone si ha per:

$$\nu_{\text{Max}} \approx 0,07 \frac{eB}{mc} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2 \approx 2 \cdot 10^{18} B E^2 \text{ (Hz) [per elettroni]} \quad (7.16)$$

con B in Gauss ed E in erg. Per campi magnetici  $B = (10^{-3} - 10^{-4})$  Gauss, sono necessarie energie  $E = 10^4 \text{ erg} = 70 \text{ MeV}$  per produrre fotoni radio ( $10^7 \text{ Hz}$ ) e  $E = 2 \cdot 10^{15} \text{ eV}$  per produrre fotoni gamma ( $10^{22} \text{ Hz}$ ). Sono quindi necessari elettroni ultrarelativistici per produrre la radiazione gamma che si osserva dalle pulsar; ad essi si devono pero` anche aggiungere fotoni di minor energia (dal dominio radio agli X) che possono produrre  $\gamma$  di energia fino al TeV per effetto Compton inverso.

Dalla (7.16) si deduce che il numero n di fotoni emessi nell'unita` di tempo non dipende dal fattore di Lorentz, ma solo da  $eB/m$ ; invece la loro energia media E dipende da  $eB\gamma^2/m$  (oppure  $zeB\gamma^2/m$  per particelle di carica ze). Quindi, l'energia irradiata per particella dipende dal fattore di Lorentz:

$$\left( -\frac{dE}{dt} \right) \propto \frac{E}{n} = \frac{2}{3} c \left( \frac{z^2 e^2}{mc^2} \right)^2 \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2 B^2 \approx 2,4 \cdot 10^{-3} B^2 E^2 \text{ (erg/s) [per elettroni]} \quad (7.17)$$

Anziche` elettroni, consideriamo ora particelle di massa m. Per la (7.16), la frequenza emessa al massimo dello spettro varia come  $m^{-3}$  e, per la (7.17), l'energia irradiata nell'unita` di tempo varia come  $m^{-4}$ . Per i protoni (ed a maggior ragione per i nuclei) l'energia emessa e` trascurabile, essendo  $10^{13}$  volte inferiore rispetto a quella irradiata dagli elettroni. Dalle (7.16) e (7.17) si puo` anche calcolare la durata  $\tau$  dell'emissione:

$$\tau = \frac{E}{(-dE/dt)} \propto \frac{E}{B^2 E^2} = 6 \cdot 10^{11} B^{-3/2} \nu_{\text{Max}}^{-1/2} \text{ (s)} \quad (7.18)$$

che, nel dominio radio ( $\nu \leq 10^{11} \text{ Hz}$ ) e con campo magnetico uguale a quello della Crab Nebula, comporta un'eta` superiore ai 6.000 anni. Questo risultato non e` pero`

vero alle alte energie; per esempio nei gamma ( $\nu \geq 10^{22}$  Hz) si ottiene un'età  $6 \cdot 10^6$  secondi, ossia circa 2 mesi. Poiché ora, a quasi  $10^3$  anni dall'esplosione supernova, si osserva ancora radiazione  $\gamma$  dalla Crab Nebula, è facile dedurre che deve verificarsi un rifornimento continuo di particelle cariche relativistiche (elettroni e protoni) dalla pulsar alla nebula, e ciò può avvenire solo per trasferimento di energia rotazionale ad energia di dipolo.

Notiamo ancora che, nel campo magnetico costante intorno ad una stella di neutroni, la perdita di energia (7.17) per unità di tempo e per particella dipende solo da  $E^2$ , ossia  $dE/dt = -b E^2$  avendo indicato con  $b$  tutte le costanti. Separando le variabili ed integrando si ottiene:

$$E = E_0 (1 - Ebt) \quad (7.19)$$

dove  $E_0$  indica l'energia al tempo iniziale  $t = 0$ . Da questo risultato si deduce che deve valere la disuguaglianza  $Ebt < 1$ , e quindi l'energia delle particelle diminuisce come  $E \propto 1/bt$  al crescere del tempo; in altre parole, spariscono progressivamente le particelle con energia  $E \geq 1/bt$ , mentre quelle di energia inferiore rimangono più a lungo nella nebula.

In conclusione, la radiazione elettromagnetica osservata dalle pulsar può essere interpretata come emissione di radiazione di sincrotrone prodotta da elettroni relativistici in moto nel campo magnetico di un oggetto compatto. Lo stesso meccanismo di accelerazione degli elettroni, qualunque esso sia, può quindi anche essere utilizzato per accelerare protoni ad alte energie.

### 7.3 Limite di Eddington

Se la pulsar fa parte di un sistema binario, oppure se intorno ad essa è presente un disco di accrezione costituito di un involucro denso di materia, le forze gravitazionali inducono caduta di materia sull'oggetto compatto, con conseguente liberazione di energia potenziale che riscalda il gas e provoca emissione di radiazione e neutrini. Tuttavia questa emissione non può essere superiore ad un valore limite, imposto dalla condizione che il meccanismo di accrescimento di materia continui a verificarsi.

Per valutare la condizione limite di emissione di radiazione, si consideri un ritmo di accrescimento di massa  $\dot{M}$  su una stella di neutroni di massa  $M$  e raggio  $R$ , si faccia l'ipotesi di simmetria sferica del gas in caduta libera con velocità  $v$  verso l'oggetto compatto e si trascuri l'effetto dei campi magnetici. All'impatto con la superficie della stella di neutroni, l'energia cinetica del gas viene convertita in calore e radiazione per cui, in condizioni stazionarie, la luminosità emessa è stabilita dall'uguaglianza:

$$L = \frac{1}{2} \dot{M} v^2 = \frac{G \dot{M} M}{R} \quad (7.20)$$

e l'efficienza di emissione radiativa della massa in caduta libera sarà:

$$\varepsilon = \frac{L}{\dot{M} c^2} = \frac{GM}{Rc^2} \quad (7.21)$$

La corrispondente temperatura effettiva  $T$ , nell'ipotesi di emissione di corpo nero, e' calcolabile mediante la (2.4):

$$T = \left( \frac{\dot{M} M}{4 \pi R^3 \sigma} \right)^{1/4}$$

I valori numerici di una tipica stella di neutroni,  $L = 10^{37} \text{ erg s}^{-1}$ ,  $\varepsilon \sim 0,1$  e  $T = 10^7 \text{ K}$ , corrispondono ad un massimo di emissione nella regione dei raggi X molli ( $kT \sim 1 \text{ keV}$ ), e richiedono un ritmo di accrescimento di circa  $10^{-9} M_{\odot}$  all'anno.

Il limite di Eddington stabilisce il valore massimo di luminosit  che puo' avere un corpo celeste (quale una pulsar), in base all'equilibrio tra pressione di radiazione in superficie e ritmo  $\dot{M}$  di accrescimento della materia che, per semplicit , consideriamo composta di idrogeno ionizzato. Supponiamo che i fotoni siano emessi con momento medio  $p$ , interagiscano con gli elettroni per diffusione Thomson, con sezione d'urto  $\sigma_T$ , e questi ultimi trascinino i protoni per effetto elettrostatico. Essendo  $pc$  l'energia media dei fotoni, il numero di fotoni emessi al secondo dalla fotosfera e'  $L/pc$  ed il numero di essi che attraversano l'unit  di area alla distanza  $r$  sara'  $L/(4\pi r^2 pc)$ . Il numero di collisioni al secondo per elettrone,  $L\sigma_T/(4\pi r^2 pc)$ , moltiplicato per il momento  $p$  fornisce il valore della forza esercitata dai fotoni su ogni elettrone:

$$F = \frac{L\sigma_T}{4\pi r^2 c} \quad (7.22)$$

L' accrescimento di materia avviene se le forze gravitazionali, esercitate dai protoni del gas in caduta verso la stella:

$$F_G = G \frac{Mm_p}{r^2} \quad (7.23)$$

hanno intensita' superiore alla (7.22). Poiche' le due forze hanno la stessa dipendenza da  $r^{-2}$ , la loro uguaglianza definisce una luminosit  critica che dipende solo da  $M$ :

$$L_{\text{EDD}} = \frac{4\pi c G M m_p}{\sigma_T} = 1,3 \cdot 10^{38} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \text{ erg s}^{-1} \quad (7.24)$$

nota come limite di Eddington.

Questo stesso argomento, sviluppato in origine nel 1926 e poi applicato per interpretare il limite osservativo all'emissione X da oggetti compatti, si puo' utilizzare anche per porre un limite superiore all'emissione neutrinica da oggetti collassati. Cio' e' stato fatto per cercare di spiegare l'esplosione di un involuppo stellare come supernova in seguito al collasso gravitazionale del core, noto come deposizione del momento neutrinico. Anche se la spiegazione si e' poi dimostrata inadeguata, e' comunque interessante calcolare il limite di Eddington per i neutrini, oltre a quello per i fotoni X dato dalla (7.24).



In questo caso, anziche la sezione d'urto Thomson, si deve considerare la (6.8), ossia la sezione d'urto dominante per l'assorbimento dei neutrini, il cui valore numerico, per  $E_\nu = 10 \text{ MeV}$ , e'  $10^{-41} \text{ cm}^2$ , ossia circa  $10^{17}$  volte piu' piccolo della sezione d'urto Thomson. Sostituendo questo valore nella (7.24) si ottiene il limite di Eddington per i neutrini che e' ovviamente circa  $10^{17}$  volte maggiore rispetto al limite di Eddington per i fotoni:

$$L_{\text{Edd}, \nu} = \frac{4 \pi c G M m_p}{\sigma_\nu} \approx 10^{55} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \text{ erg s}^{-1} \quad (7.25)$$

particolarmente importante quale limite superiore all'emissione di neutrini da collassi gravitazionali stellari.

#### 7.4 Limite superiore al flusso di neutrini associato a sorgenti gamma

Come abbiamo visto, nelle reazioni (7.1) e (7.6) si producono pioni neutri e pioni carichi con lo stesso meccanismo (urti pp), per cui i flussi di neutrini e di gamma di alta energia sono connessi. Se la sorgente e' trasparente ai  $\gamma$ , ossia se lo spessore di materia lungo la colonna attraversata e' inferiore a circa una lunghezza di radiazione [ $\chi_{\text{rad}} \sim (40 - 90) \text{ g/cm}^2$ ], allora il flusso  $\Phi_\nu$  di neutrini a Terra e' correlato al flusso  $\Phi_\gamma$  di gamma a Terra, di energia  $E_\gamma \geq 100 \text{ GeV}$ , secondo la relazione:

$$\Phi_\nu (> E) < \lambda(\gamma) (E/\text{GeV})^\gamma \Phi_\gamma \quad (7.26)$$

dove  $\gamma$  e' l'esponente dello spettro integrale dei neutrini, mentre  $\lambda(\gamma)$  e' un coefficiente adimensionale, che dipende dalle sezioni d'urto di produzione di  $\pi^0$  e  $\pi^\pm$ . Nell'ipotesi di sorgente  $\gamma$  con flusso a Terra rivelabile:  $3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ , i corrispondenti limiti superiori al flusso di  $\nu_\mu$  e  $\bar{\nu}_\mu$  a Terra (in  $\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ), che per la (7.2) producono il segnale principale in un rivelatore, sono indicati nella tabella 7.2, insieme ai valori di  $\lambda(\gamma)$ , per alcuni valori dell'indice spettrale  $\gamma$ . Si noti che, come ci si deve aspettare, a parita' di flusso gamma le sorgenti a spettro piatto sono piu' facilmente rivelabili.

$\gamma$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$\lambda(\gamma)$	0,17	0,12	0,08	0,06	0,04
$\Phi_\nu (> 100 \text{ GeV})$	$2,1 \cdot 10^{-9}$	$5,8 \cdot 10^{-10}$	$1,6 \cdot 10^{-10}$	$4,4 \cdot 10^{-11}$	$1,3 \cdot 10^{-11}$
$\Phi_\nu (> 1 \text{ TeV})$	$1,3 \cdot 10^{-10}$	$2,3 \cdot 10^{-11}$	$3,9 \cdot 10^{-12}$	$6,9 \cdot 10^{-13}$	$1,3 \cdot 10^{-13}$

Tab. 7.2 - Valori di  $\lambda(\gamma)$  e flussi neutrinici massimi a Terra per una sorgente  $\gamma$  con flusso a Terra  $3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  a  $E_\gamma > 100 \text{ GeV}$  e con diversi indici spettrali.

Nel caso di sorgenti  $\gamma$  non visibili (perche' racchiuse entro involucri di materia troppo densa, non trasparente alla radiazione  $\gamma$ ) i limiti superiori al flusso di neutrini si possono stimare nell'ipotesi che meta' degli urti protone-protone producano  $\pi^0$  e l'altra meta' producano  $\pi^\pm$ . Quindi, meta' dell'energia  $L_p$  dei protoni di alta energia viene trasferita ai neutrini ad opera del processo (7.1) mentre l'altra meta' viene termalizzata ed emessa in seguito dalla superficie della sorgente neutrinica, come

emissione di corpo nero. Per la (2.4) e per la definizione di magnitudine, questa sorgente ha temperatura effettiva e magnitudine bolometrica date da:

$$T = (0,5L_p/4\pi R^2\sigma)^{1/4}, \quad m_{bol} = -2,5 \log (0,5L_p/4\pi d^2 f_0) \quad (7.27)$$

dove  $d$  è la distanza da Terra e  $f_0 = 2,48 \cdot 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  è una costante di normalizzazione della scala delle magnitudini.

Se si definisce rivelabile una sorgente di neutrini che produce almeno  $10 \mu$  all'anno con energia  $E_\mu \geq 3 \text{ TeV}$  in un rivelatore di area  $100 \text{ m}^2$  proiettata perpendicolarmente alla sorgente stessa, la tabella 7.3 riporta, per alcuni valori dell'indice spettrale  $\gamma$ , il flusso neutrino e la magnitudine bolometrica apparente di sorgenti di neutrini con flusso a Terra rivelabile. Dai valori in tabella si deduce che una sorgente di neutrini deve anche essere una stella molto luminosa affinché questi siano rivelabili.

$\gamma$	1,2	1,4	1,6
$\Phi_\nu (> 1 \text{ TeV}) \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	$2,3 \cdot 10^{-12}$	$3,1 \cdot 10^{-12}$	$4,1 \cdot 10^{-12}$
$m_{bol}$	1,2	-1,0	-3,4

Tab. 7.3 - Magnitudine bolometrica apparente di sorgenti neutriniche senza controparte visibile nel dominio  $\gamma$ .

In conclusione, questi risultati indicano che una sorgente di neutrini di alta energia, per essere rivelabile, deve anche essere un'intensa sorgente  $\gamma$ , a meno che abbia spettro piatto ( $\gamma < 1,4$ ) oppure che non abbia controparte visibile nel dominio gamma. In quest'ultimo caso, però, deve anche essere un oggetto molto luminoso, a meno che sia posta in una zona della Galassia con grande coefficiente di estinzione.

### 7.5 Sorgente standard

Per discutere le possibilità di rivelare neutrini di alta energia da sorgenti diverse, è opportuno definire una sorgente "standard" dalla quale calcolare il flusso di muoni osservabili e poter poi usare come riferimento di normalizzazione per i vari casi; questa sorgente deve accelerare protoni ad alte energie ed essere avvolta da un gas a bassa densità in cui vengono prodotti neutrini per interazioni (7.1), come schematicamente indica la figura (7.1). Affinchè i protoni interagiscano, la densità di colonna del gas intorno alla sorgente deve essere maggiore dello spessore nucleare ( $\chi_N \sim 70 \text{ g cm}^{-2}$ ), ma deve anche essere minore della profondità di assorbimento dei neutrini, affinché questi possano essere emessi.

Per quanto riguarda la distribuzione energetica dei protoni emessi dalla sorgente ad alte energie, è naturale fare l'ipotesi che essa abbia andamento uguale allo spettro dei raggi cosmici primari che, come vedremo nel capitolo 9, segue una legge di potenza nell'energia con flusso integrale dato da:

$$N(> E) = K E^{-\gamma} \quad (7.28)$$

e flusso differenziale:

$$\frac{dN}{dE} = -\gamma K E^{-(\gamma+1)} \quad (7.29)$$

dove  $K$  è una costante e  $\gamma$  l'indice spettrale che vale circa 1,7 fino al ginocchio dello spettro ( $E \sim 10^{15}$  eV) e circa 2,2 oltre il ginocchio.

L'ipotesi che i protoni della sorgente standard abbiano lo stesso spettro dei protoni dei raggi cosmici primari è giustificata dal fatto che, essendo molto piccola ( $\sim 10^{-23}$  g cm<sup>-3</sup>, ossia 5 - 10 protoni cm<sup>-3</sup>) la densità media di materia nel disco galattico, e circa costante la sezione d'urto ( $\sigma \sim 35$  mb) per interazioni protone-protone nell'intervallo 10 GeV - 1 TeV, il libero cammino medio dei protoni nella Galassia è molto grande, dell'ordine di:

$$\chi = \frac{1}{\sigma n} = \frac{m_p}{\sigma \rho_G} \approx \frac{1}{10} \sigma^{-1} = 3 \cdot 10^{24} \text{ cm} = 10^3 \text{ kpc} \quad (7.30)$$

Inoltre questo valore, che generalmente viene espresso in termini di densità media di colonna attraversata dai raggi cosmici (5 - 10 g cm<sup>-2</sup>), deve essere considerato un limite inferiore, in quanto l'alone galattico è molto meno denso del disco. Di conseguenza, l'ipotesi che lo spettro energetico dei raggi cosmici primari a Terra rispecchi quello emesso dalla sorgente è accettabile, in quanto quest'ultimo viene alterato solo marginalmente da interazioni nella Galassia. Possiamo quindi considerare l'espressione (7.28) come spettro dei protoni accelerati dalla sorgente e definire con  $\dot{N}(E)$  il numero di protoni con energia cinetica (in GeV) compresa tra  $E$  ed  $E + dE$ , prodotti al secondo dalla sorgente. Di conseguenza, la luminosità  $L_p$  (GeV/s) di raggi cosmici emessi dalla sorgente può quindi essere definita come:

$$L_p = \int_0^{\infty} E \dot{N}(E) dE \quad (\text{GeV/s}) \quad (7.31)$$

Dopo aver percorso la distanza  $r$  dalla sorgente, in un mezzo di densità  $n_H$  particelle cm<sup>-3</sup>, l'energia di un protone si riduce a:

$$E(r) = E_0 \exp[-\sigma_{in} n_H (1-\alpha)r] \quad (7.32)$$

dove  $E_0$  è l'energia iniziale del protone alla sorgente,  $\sigma_{in}$  è la sezione d'urto inelastica delle interazioni pp, ed  $\alpha \sim 0,5$  è la frazione di energia persa da un protone in ogni urto. Il flusso di neutrini di energia  $E$ , emesso nell'unità di tempo dalla sorgente, si può calcolare dal numero di interazioni (7.1) tra protoni di energia  $E$  e protoni del gas intorno alla sorgente, ed integrando sull'intero volume. Se è nota la distanza  $d$  della sorgente, il corrispondente flusso di neutrini a Terra è dato da:

$$\Phi_{\nu}(E) dE = \frac{1}{4 \pi d^2} \dot{N}_{\nu}(E) dE \quad (7.33)$$

Per la (7.2), nell'attraversamento della roccia terrestre questo flusso di neutrini produce un flusso di muoni in equilibrio, i quali nella roccia perdono energia ad opera di vari meccanismi, che possono sintetizzarsi con la legge:

$$-\frac{dE}{dx} = a(E) + b(E)E \quad (7.34)$$

dove  $E$  è l'energia del muone,  $a(E)$  definisce le perdite per ionizzazione, date dalla formula di Bethe-Bloch, dominanti alle basse energie,  $b(E)$  rappresenta la somma degli altri contributi (creazione di coppie, bremsstrahlung, elettroni di knock-on, ecc.) e diventa importante alle alte energie. Questi termini, che variano poco con l'energia alle energie dei muoni osservati in esperimenti sotterranei, valgono  $a(E) \sim 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ GeV/g cm}^{-2}$ ,  $b(E) \sim 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^2$ , con  $E$  in GeV; in prima approssimazione le perdite di energia per  $E_\mu = 100 \text{ GeV}$  sono di circa  $4 \text{ MeV/g cm}^{-2}$  a cui corrisponde un percorso tipico  $E/(-dE/dx)$  dei muoni dell'ordine del centinaio di metri in roccia.

In conclusione, i neutrini prodotti nella sorgente standard interagiscono con i nucleoni della roccia vicino al rivelatore e producono muoni, i quali sono rivelabili in apparati sotterranei in direzione antiverticale, altrimenti il fondo dei muoni prodotti nell'atmosfera terrestre, mediante lo stesso meccanismo (7.1), impedirebbe l'osservazione della sorgente. In tabella 7.4 è riportato il numero di muoni con energia maggiore di  $E_\mu$ , rivelabili in 1 anno in un esperimento di area effettiva (perpendicolare alla direzione d'arrivo dei  $\mu$ )  $100 \text{ m}^2$ , emessi da una sorgente con luminosità  $L_p = 10^{43} \text{ erg s}^{-1}$  alla distanza  $d = 10 \text{ kpc}$ , per alcuni valori dell'indice spettrale.

indice spettrale $\gamma$	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2,0
$E > 10 \text{ GeV}$	690	310	130	23	5	1,2
$E > 100 \text{ GeV}$	600	260	100	16	2,5	0,4
$E > 1 \text{ TeV}$	330	130	45	5	0,6	0,1

Tab. 7.4 - Numero di muoni rivelabili in 1 anno in un rivelatore di area  $100 \text{ m}^2$ , emessi da una sorgente con  $L_p = 10^{43} \text{ erg s}^{-1}$  alla distanza  $d = 10 \text{ kpc}$ .

Dalla tabella 7.4 si possono trarre le seguenti conclusioni:

1. Perché i muoni siano rivelabili in un apparato di area  $100 \text{ m}^2$  è necessario che la sorgente abbia una grande luminosità in protoni; questa condizione si verifica solo durante le esplosioni supernovae o in pulsar giovani.
2. La rivelabilità di sorgenti extragalattiche di neutrini richiede luminosità in protoni molto più elevate, per esempio  $L_p > 10^{47} \text{ erg s}^{-1}$  per  $d = 1 \text{ Mpc}$ . Sono perciò richiesti rivelatori di area effettiva molto maggiore, oppure meccanismi di produzione diversi rispetto a quello qui discusso.
3. In sorgenti a spettro ripido dominano muoni di bassa energia; questo fatto favorisce i rivelatori con piccola soglia energetica.
4. In sorgenti a spettro piatto la maggior parte dei muoni hanno energie in un ampio intervallo centrato intorno al rapporto  $a/b$ , essendo  $a$  e  $b$  dati dalla (7.34), che in roccia equivale a circa  $500 \text{ GeV}$ .

### 7.6 Resti giovani di supernovae

Tra gli oggetti galattici singoli, il principale modello in cui i neutrini siano rivelabili con la produzione di muoni nel mezzo sottostante il rivelatore, è quello di

una pulsar giovane ancora circondata dall'involuppo espulso durante l'esplosione supernova. Il periodo temporale durante il quale si ha intensa emissione neutrinica da una pulsar e' correlato al tempo caratteristico della decelerazione del dipolo magnetico, che si ottiene integrando la (7.14):

$$\tau_D = \frac{3c^3 I}{4(H_{\perp}\omega)^2} \quad (7.35)$$

Il tempo minimo si ha nel caso in cui la pulsar nasca con la massima velocita' angolare possibile ( $\omega = \omega_{\max} = 10^4$  rad/s); inserendo i valori tipici di momento d'inerzia  $I = 2MR^2/5 = 10^{45}$  g cm<sup>2</sup> e di momento magnetico perpendicolare  $H_{\perp} = 10^{30}$  gauss cm<sup>3</sup>, si ottiene un tempo  $\tau_D = 2 \cdot 10^8$  s, ossia alcuni anni ma con notevoli incertezze sui parametri, in particolare sulla velocita' angolare che deve essere  $\omega < \omega_{\max}$ .

Se il flusso di raggi cosmici galattici e' dovuto essenzialmente alle pulsar a queste energie, una singola pulsar deve emettere nello spazio interstellare l'energia  $W_p = 10^{50}$  erg in raggi cosmici con  $E \geq 10$  GeV. Tenendo conto delle perdite di energia, la luminosit  iniziale in raggi cosmici  $\lambda L_0$  moltiplicata per il tempo di emissione  $\tau_D$ , e' correlata all'energia totale emessa dalla relazione:

$$W_p = \lambda \frac{L_0 \tau_D}{(\gamma - 1)} \left( \frac{\tau_D}{\tau_b} \right) \left( \frac{R_b}{R_c} \right)^{\gamma} \quad (7.36)$$

dove  $\gamma$  e' l'indice spettrale dei raggi cosmici,  $\tau_b = 6.5 \cdot 10^9$  s e  $R_b = 6.5 \cdot 10^{18}$  cm sono rispettivamente il tempo ed il raggio dell'involuppo espulso (supposto di  $1 M_{\odot}$  alla velocita' di espansione di  $10^9$  cm/s) quando la massa di materia interstellare catturata uguaglia la massa iniziale dell'involuppo stesso; infine  $R_c \sim 10$  pc  $\sim 5 R_b$  e' la distanza a cui la propagazione dei raggi cosmici viene alterata da meccanismi di diffusione e  $\lambda$  e' un fattore di normalizzazione.

Per  $\gamma = 1,3$  e  $\tau_D = 2 \cdot 10^8$  s si ha  $\lambda L_0 = 10^{43}$  erg/s, ossia il valore assunto per la sorgente standard. Tuttavia l'emissione neutrinica ha durata inferiore, dell'ordine del tempo attivo  $\tau_a = 1,3 \cdot 10^7$  s, in quanto per tempi  $t > \tau_a$  i protoni perdono energia soprattutto per espansione adiabatica dell'involuppo, il quale diventa troppo rarefatto perche' gli urti protone-protone avvengano a ritmo elevato. Il tempo attivo e' quindi definito come quel tempo per cui le perdite adiabatiche iniziano a dominare sulle perdite per collisione nucleare:

$$\tau_a = \left( \frac{3Mc\sigma_{pp}}{4\pi m_H v^3} \right)^{1/2} = 1,3 \cdot 10^7 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{1/2} \text{ s}$$

ma l'emissione puo' continuare anche per alcuni anni, con una diminuzione graduale nel tempo, in quanto i protoni stessi possono restare intrappolati nella shell aumentando la profondita' ottica delle interazioni pp.

Secondo i risultati della sorgente standard, alla distanza  $d = 10$  kpc, in un rivelatore di area  $100 \text{ m}^2$  il numero atteso di muoni da neutrini prodotti nell'involuppo di una pulsar giovane e' dell'ordine di 200 durante il tempo attivo  $\tau_a$  sopra la soglia di

100 GeV, costituendo quindi un caso rivelabile. Se invece la sorgente ha spettro ripido (indice spettrale  $\gamma \geq 2$ ) non è possibile una sua osservabilità in piccoli rivelatori.

### 7.7 Neutrini da sistemi binari

La prima stella doppia, Mizar, fu scoperta intorno al 1650 dall'astronomo italiano Riccioli. Da allora molte altre sono state scoperte, tanto che si ritiene ora che oltre un terzo delle stelle della Galassia siano sistemi composti di due o più oggetti. I sistemi binari stretti non vengono risolti visualmente, ma si deduce la natura binaria attraverso eclissi periodiche o periodici spostamenti Doppler delle loro righe spettrali. Anche le sorgenti X sono interpretate come sistemi binari, nelle quali il trasferimento di materia dalla stella primaria alla compagna compatta provoca l'emissione di radiazione elettromagnetica alle alte energie: l'effetto sincrotrone su elettroni accelerati nel campo magnetico di quest'ultima può interpretarne l'emissione X, mentre l'effetto Compton inverso è in grado di interpretarne l'emissione  $\gamma$  fino al TeV. Come indicato in figura 7.2, il trasferimento di materia può essere dovuto a due cause:

1. Vento stellare, in cui una piccola frazione della massa ( $\leq 0,1$  %) espulsa dalla primaria viene catturata gravitazionalmente dall'oggetto compatto. In questo caso si ritiene che l'accrescimento sia quasi sferico e che il ritmo di perdita di massa sia tipicamente dell'ordine di  $10^{-6} - 10^{-7} M_{\odot}$  all'anno, come si deduce dai dati osservativi sul vento stellare delle stelle supergiganti.
2. Perdita di massa attraverso il punto Lagrangiano  $L_1$  da una primaria che ha riempito il limite di Roche, verso l'oggetto compatto che cattura tutta la materia espulsa. In questo caso si ritengono possibili perdite di massa di circa  $10^{-4} - 10^{-8} M_{\odot}$  all'anno, e che la massa catturata dall'oggetto compatto formi un disco di accrezione intorno ad esso in quanto dotata di momento angolare sufficientemente elevato.

L'origine delle sorgenti X dipende dall'evoluzione di sistemi binari stretti (come mostrato schematicamente in figura 7.3) in cui la stella più massiva (e quindi ad evoluzione più rapida) occupa il suo limite di Roche alla fine del bruciamento dell'idrogeno nel nucleo e trasferisce quasi tutta la sua massa sulla compagna, che così diventa la stella più massiva del sistema. La stella più evoluta è quindi quella di massa più piccola che, come sappiamo, termina la sua evoluzione in configurazione di oggetto compatto: nana bianca o stella di neutroni o buco nero a seconda del valore della massa. La stella più massiva continua invece la sua evoluzione e, se il sistema non viene distrutto durante l'esplosione della stella più evoluta che genera la stella di neutroni o il buco nero, anche questa stella, riempito il suo lobo di Roche, perderà massa verso l'oggetto compatto che emetterà radiazione X.

Come abbiamo visto, le pulsar accelerano protoni alle alte energie che, interagendo con la materia della compagna massiva, generano neutrini mediante il meccanismo (7.1) e gamma mediante il meccanismo (7.6). Questi ultimi vengono riassorbiti nella compagna, a meno che siano prodotti nella sua atmosfera dove è piccolo lo spessore di materia attraversata; quindi il rapporto dei flussi emessi dalla sorgente  $\Phi_{\nu}/\Phi_{\gamma}$  è proporzionale al rapporto tra i rispettivi tempi di emissione  $\tau_{\nu}/\tau_{\gamma}$ , e può essere molto grande, data la breve durata dell'impulso gamma rispetto a quella dell'impulso neutrino, come indicato schematicamente in figura 7.4. Per l'effettiva

emissione di raggi  $\gamma$ , e' infatti richiesta una condizione molto restrittiva sullo spessore di materia attraversato, che non puo' essere troppo grande (lunghezza di radiazione inferiore a  $\sim 80 \text{ g cm}^{-2}$ ) per evitare che i  $\gamma$  siano riassorbiti nella compagna, ne' puo' essere troppo piccolo (lunghezza di interazione nucleare  $\sim 70 \text{ g cm}^{-2}$ ) per avere un numero non trascurabile di  $\pi^0$  prodotti. Se queste condizioni non sono verificate, la sorgente binaria puo' emettere neutrini, ma non ha controparte visibile nei gamma e viene detta sorgente nascosta.

Anche i neutrini possono venire riassorbiti nella stella compagna se lo spessore di materia attraversato e' superiore al loro libero cammino medio (6.9), in cui le sezioni d'urto sono in questo caso date dalle (7.3) e (7.4). Per energie  $E_\nu = 100 \text{ GeV}$  le corrispondenti lunghezze di assorbimento sono:

$$\chi_\nu = \frac{1}{N_A \sigma_\nu} = 3 \cdot 10^{12} \text{ g cm}^{-2} \quad (7.37)$$

$$\chi_{\bar{\nu}} = \frac{1}{N_A \sigma_{\bar{\nu}}} = 6 \cdot 10^{12} \text{ g cm}^{-2} \quad (7.38)$$

dove  $N_A$  e' il numero di Avogadro. La trasparenza di alcuni oggetti stellari ai neutrini di alta energia e' riportata in tabella 7.5, dove  $\chi = 2\rho R = 3M/2\pi R^2$  indica la densita' di colonna lungo un diametro,  $\sigma_{\text{ass}} = 1/(N_A \chi)$  la sezione d'urto a cui la stella inizia a divenire opaca ai neutrini,  $E_\nu$  e  $E_{\bar{\nu}}$  le energie a cui inizia la non trasparenza per neutrini e antineutrini rispettivamente.

Oggetto	Massa ( $M_\odot$ )	Raggio ( $R_\odot$ )	$\chi$ ( $\text{g cm}^{-2}$ )	$\sigma_{\text{ass}}$ ( $\text{cm}^2$ )	$E_\nu$ (GeV)	$E_{\bar{\nu}}$ (GeV)
nana bianca	1	$3 \cdot 10^{-2}$	$2,1 \cdot 10^{14}$	$4,5 \cdot 10^{-39}$	0,7	1,5
Sole	1	1	$2,0 \cdot 10^{11}$	$4,9 \cdot 10^{-36}$	800	$1,6 \cdot 10^3$
lobo di Roche	9	2,3	$3,2 \cdot 10^{11}$	$3,1 \cdot 10^{-36}$	500	$1,0 \cdot 10^3$
$\eta$ Orionis	13,7	7,2	$5,2 \cdot 10^{10}$	$1,8 \cdot 10^{-35}$	$2,9 \cdot 10^3$	$6,0 \cdot 10^3$
gigante	5	$10^2$	$1,0 \cdot 10^8$	$1,0 \cdot 10^{-32}$	$\infty$	$\infty$
supergigante	20	$5 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^7$	$6,0 \cdot 10^{-32}$	$\infty$	$\infty$

Tab. 7.5 - Inizio dell'opacita' neutrिनica per alcuni oggetti stellari tipici.

Per concludere, vediamo come l'applicazione dei risultati ottenuti con il modello di "sorgente standard" di neutrini ad alcuni esempi di sistemi binari porti alle seguenti conclusioni sulla rivelabilita' di neutrini di alta energia.

Pulsar e stella gigante. Il periodo orbitale del sistema e' :

$$P \geq 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(M+m)}} = 4 \cdot 10^6 \text{ s} \quad (7.39)$$

dove  $m = 1 M_\odot$  e' la massa della pulsar,  $M = 5 M_\odot$  e  $R = 100 R_\odot$  sono la massa ed il raggio tipici di una stella gigante. La durata dell'impulso neutrिनico corrisponde alla durata dell'eclisse della pulsar, ossia  $\tau_\nu \sim P/2 = 2 \cdot 10^6 \text{ s}$ , mentre la frazione di protoni diretti verso la compagna (fattore di fascio) rispetto a quelli emessi nell'intero angolo

solido e' dell'ordine di 1/4. Dalla tabella 7.4 si deduce che circa 6 muoni con  $E_\mu \geq 100$  GeV sono rivelabili nel tempo  $\tau_v$ , per una sorgente standard con indice spettrale  $\gamma = 1,3$ . In questo caso, si puo' anche scoprire la periodicit  del sistema attraverso osservazioni neutriniche.

Pulsar e stella di tipo solare. Il periodo orbitale del sistema e' ora:

$$P \geq \pi \sqrt{\frac{2R^3}{GM}} \approx 2h$$

essendo  $R = R_o$  e  $m = M = 1 M_o$ . In questo caso, ad eccezione della possibilit  di rivelare l'emissione periodica di neutrini, si ottengono le medesime stime numeriche del caso precedente.

Nana bianca e gigante. In seguito a processi di accrescimento di massa, una nana bianca in un sistema binario puo' esplodere come supernova, per processi di detonazione termonucleare, e distruggersi completamente se sono soddisfatte entrambe le condizioni (4.22) e (4.23). L'onda d'urto che si genera nell'involuppo espulso dalla stella produce raggi cosmici di altissima energia, che possono liberare fino a  $W_{rc} = 10^{51}$  erg nel complesso. Nell'ipotesi che la produzione di raggi cosmici abbia una durata temporale di 1 anno, il processo emette protoni con una luminosit   $L_p = 3 \cdot 10^{43}$  erg/s, che generano neutrini nella gigante mediante il consueto processo (7.1); il ritmo di produzione dei neutrini non e' tuttavia costante nel tempo, ma avviene soprattutto nella fase iniziale dell'esplosione, di durata molto piu' breve. Assumendo che nella fase di burst si liberino  $W_{rc} = 3 \cdot 10^{50}$  erg in raggi cosmici, e che il loro spettro abbia indice spettrale  $\gamma = 1,3$ , il modello standard predice che oltre 200 muoni con energia  $E_\mu \geq 100$  GeV sono rivelabili durante il tempo del burst.

Pulsar nell'atmosfera di una supergigante. In un sistema binario stretto, in cui la stella principale e' una supergigante, la distanza tra i due corpi puo' essere inferiore al raggio stesso della supergigante, per cui la stella compagna "orbita" nell'atmosfera di quest'ultima. I parametri tipici di questa sorgente neutrinica sono: separazione tra le due stelle  $A = 3 \cdot 10^{10}$  cm, massa della pulsar  $M_p = 1 M_o$ , massa del core della supergigante  $M_c = 1 M_o$ , massa della shell della supergigante  $M_s = 10 M_o$ , raggio della supergigante  $R = 10^{14}$  cm, densita' della shell  $\rho \sim (1 - 3) \cdot 10^{-9}$  g cm<sup>-3</sup>, corrispondente densita' di colonna lungo il diametro della supergigante  $\chi = 2R\rho = (1 - 3) \cdot 10^5$  g cm<sup>-2</sup>. La sorgente non puo' essere visibile nei gamma a causa dell'alto valore della densita' di materia che essi devono attraversare per uscire dalla supergigante. Invece, per quanto riguarda i neutrini, usando i parametri della sorgente standard, il sistema produce in un rivelatore oltre 200 muoni all'anno con  $E_\mu \geq 100$  GeV se l'indice spettrale e'  $\gamma = 1,3$ ; mentre sono necessarie luminosit  in protoni  $L_p = 10^{44}$  erg/s per produrre 5 muoni all'anno con  $E_\mu \geq 10$  GeV se  $\gamma = 2,1$ .

Cygnus X-3. Radiazione  $\gamma$  di alta energia, osservata da Cyg X-3 a partire dagli anni 80, indica un flusso variabile con periodo 4,8 ore, in precedenza gia' osservato nel dominio dei raggi X. Alle energie  $E_\gamma = 10^{12}$  eV e  $E_\gamma = 3 \cdot 10^{15}$  eV i flussi misurati sono  $3 \cdot 10^{-11}$  cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup> e  $1,5 \cdot 10^{-14}$  cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup> rispettivamente. Ad  $E_\gamma \geq 3 \cdot 10^{15}$  la radiazione  $\gamma$  e' osservata in un ristretto intervallo del periodo orbitale, di durata  $\Delta\phi/\phi = 0,025$  intorno alla fase  $\phi = 0,25$ . Queste osservazioni sono interpretate secondo lo schema di un sistema binario, composto di una pulsar attiva e di un compagno massivo, in cui la



pulsar orbita intorno al compagno e produce gamma e neutrini in fase di eclisse secondo i meccanismi già visti.

Sulla base del flusso  $\gamma$  misurato, è possibile prevedere quello neutrino; lo spettro  $\gamma$  osservato, mediato sull'intero periodo, è:

$$\phi_{\gamma}(>E) = 3 \cdot 10^{-11} \left( \frac{E}{\text{TeV}} \right)^{-1,1} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (7.40)$$

per cui il corrispondente flusso neutrino, se la compagna è trasparente ai  $\gamma$ , dipende solo dalle caratteristiche del rapporto di produzione tra interazioni  $pp \rightarrow \pi^0 X$  e  $pp \rightarrow \pi^{\pm} X$ . Si ottiene così il flusso in tutte le specie neutriniche:

$$\phi_{\nu}(>E) = \lambda \cdot 4,2 \cdot 10^{-11} \left( \frac{E}{\text{TeV}} \right)^{-1,1} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (7.41)$$

dove  $\lambda$  è un fattore di amplificazione che, se la compagna è trasparente ai  $\gamma$ , è uguale al rapporto tra la durata dell'emissione neutrino e quella gamma ( $\lambda = \tau_{\nu}/\tau_{\gamma}$ ), mentre è molto maggiore nel caso di assorbimento dei gamma. Dai dati osservativi è noto che la durata dell'impulso gamma è  $\tau_{\gamma} = 0,025$  volte il periodo orbitale di  $T = 4,8$  ore, ossia  $\tau_{\gamma} = 430$  s.

Nei modelli semplificati la durata prevista dell'impulso  $\gamma$  è molto breve, in quanto essi sono prodotti entro uno spessore caratteristico  $h$  di atmosfera della gigante, tale da essere sufficientemente densa per produrre i  $\pi^0$ , ma non troppo densa da produrre il riassorbimento dei  $\gamma$ . La durata dell'impulso  $\gamma$  è quindi  $\tau_{\gamma} = h/v$ , dove  $v$  indica la velocità orbitale della compagna nel sistema binario; la durata  $\tau_{\nu}$  dell'impulso  $\nu$ , invece, è circa uguale alla durata totale dell'eclisse della pulsar:  $\tau_{\nu} = R/v$ . Quindi  $\lambda$  è dell'ordine di  $R/h \gg 1$ , dove  $R$  è il raggio della compagna.

Come altra possibilità, consideriamo il caso in cui la compagna massiva, di massa  $M_c$ , occupi il suo lobo di Roche, di raggio  $R_R$ . La separazione tra le due stelle è ora:

$$A = 2,15 \cdot 10^{11} \left( \frac{M_p + M_c}{10 M_{\odot}} \right)^{1/3} \text{ cm} \quad (7.42)$$

dove  $M_p$  è la massa della pulsar. L'equilibrio dinamico del sistema binario è possibile solo se la densità di materia entro il lobo di Roche supera il valore:

$$\rho = \frac{1}{0,09} \frac{M_p}{\pi A^3} \approx 1 \text{ g / cm}^3$$

da cui si può calcolare il rapporto  $h/R_R \sim 10^{-23}$ , troppo piccolo per consentire l'emissione  $\gamma$  osservata. Si conclude, perciò, che i  $\gamma$  devono essere prodotti in una zona esterna alla stella ed alla sua atmosfera, probabilmente in una nube di materia intorno al sistema binario prodotta da un getto di gas ionizzato.

Dal flusso neutrino previsto (7.41), e dal modello di sorgente standard si può stimare il numero di muoni rivelabili all'anno in un rivelatore di area  $100 \text{ m}^2$ : per  $E_{\mu} \geq 100 \text{ GeV}$ , si ottiene  $n_{\mu} \sim 5 \cdot 10^3 \lambda$ ; quindi l'emissione neutrino da Cygnus X-3 è

rivelabile solo se  $\lambda > 10^3$ . Questo risultato impone vincoli molto restrittivi alla luminosita` in raggi cosmici del sistema binario; infatti nell'ipotesi che nell'attraversare la densita` di colonna  $\chi$ , un protone di alta energia subisca una collisione nucleare con probabilita data dal rapporto  $\chi/\chi_N$  (dove  $\chi_N \sim 90 \text{ g cm}^{-2}$ ) e che produca un  $\pi^0$  di energia pari a 0,2 l'energia del protone, la luminosita`  $L_p$  e` data da:

$$L_p \approx 40 \lambda E^\gamma \Phi_\gamma(> E) \Omega d^2 \frac{\chi_N}{\chi} \frac{1}{2(\gamma-1)(0,1)^\gamma} \quad (7.43)$$

dove le energie sono in GeV,  $\lambda$  e` il fattore di amplificazione (che aumenta del fattore  $T/\tau_\gamma = 40$  tra periodo orbitale e durata di emissione  $\gamma$ ),  $\Phi_\gamma(\geq 3 \cdot 10^{15} \text{ eV}) = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  e` il flusso gamma misurato,  $\gamma = 1,1$  e` l'indice spettrale di Cygnus X-3,  $d = 10 \text{ kpc}$  e  $\Omega$  e` l'angolo solido entro il quale sono emessi i protoni. Per  $\Omega = 4\pi$  si ottiene  $L_p = 9,2 \cdot 10^{39} \lambda \text{ erg/s}$ , e per  $\Omega = 0,1 \text{ sr}$  si ottiene  $L_p = 7,3 \cdot 10^{37} \lambda \text{ erg/s}$ ; in entrambi i casi, per  $\lambda \sim 10^3$ , le luminosita` sono troppo elevate per qualsiasi sorgente stazionaria, ma non escludono emissioni sporadiche o di breve durata da una pulsar giovane.

## Cap. 8

### NEUTRINI EXTRAGALATTICI

I risultati osservativi ottenuti recentemente con il satellite Compton GRO (Gamma Ray Observatory) hanno fatto aumentare l'interesse verso la ricerca di sorgenti extragalattiche di  $\gamma$  di alta energia e, conseguentemente, anche di neutrini in quanto, come sappiamo, i processi di produzione (7.1) e (7.6) di  $\gamma$  e  $\nu$  sono complementari. La scoperta di emissione  $\gamma$  alle energie del GeV con il rivelatore EGRET ha anche fornito il fattore di normalizzazione per le stime di emissione neutrinica; le ormai numerose osservazioni di burst  $\gamma$  ottenute con BATSE hanno indotto a cercare correlazioni neutriniche ed ottenere limiti al flusso  $\nu$  associato a quello  $\gamma$ ; infine, la scoperta di emissione  $\gamma$  alle energie del TeV da Mkn 421, una delle sorgenti EGRET, ottenuta all'Osservatorio Whipple ha ulteriormente fatto crescere l'interesse verso ricerche di neutrini di alta energia di origine extragalattica.

I nuclei galattici attivi (AGN), gli oggetti più luminosi dell'universo, sono stati identificati come possibili sorgenti di  $\gamma$  e  $\nu$  di alta energia, sia per la loro grande potenza emessa che per la loro grande abbondanza nell'universo. Gli sviluppi recenti nello studio degli AGN, come sorgenti di raggi cosmici di alta energia, si sono svolti lungo due direzioni. In primo luogo, si sono identificati i processi, e le corrispondenti sezioni d'urto adroniche, essenziali per capire la produzione di raggi cosmici di alta energia negli AGN. In secondo luogo, sono stati studiati i meccanismi di accelerazione e di perdita di energia dei protoni nella sorgente; tra essi, in particolare, l'accelerazione mediante onde d'urto e la fotoproduzione come principali cause dei due meccanismi. Come risultato si è ottenuta una stima della massima energia dei protoni accelerati negli AGN e del flusso di  $\gamma$  e  $\nu$  di alta energia.

#### 8.1 Nuclei galattici attivi (AGN)

Molte galassie contengono nuclei galattici attivi; tra esse in particolare le Seyfert, gli oggetti BL Lacertae (BL Lac), i Quasars (QSO), i Blazars. Si tratta di oggetti compatti con grande concentrazione di massa e moti turbolenti di gas alcuni dei quali vengono generalmente interpretati, come mostrato in figura 8.1, nello schema di un unico oggetto osservato sotto angoli di vista diversi. Gli AGN sono oggetti ad alto red-shift e quindi, per la legge di Hubble  $v = HR$  dove  $v$  è la velocità di recessione ed  $R$  la distanza, anche molto lontani e vecchi secondo lo schema cosmologico standard del Big Bang. Per esempio, un quasar con red shift  $z = 5$  si è formato ad un'età dell'universo  $t \sim 9 \cdot 10^8$  anni, ossia un'età molto più vicina al tempo del disaccoppiamento tra materia e radiazione ( $\sim 10^5$  anni) che non all'età attuale dell'universo ( $\sim 1,5 \cdot 10^{10}$  anni). Questo risultato si ottiene introducendo la legge di Hubble nella definizione di spostamento Doppler delle frequenze; essendo  $H = R^{-1}dR/dt$  e  $R = c dt$ , si ha:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{v}{c} = -\frac{HR}{c} = -\frac{dR}{R} \quad (8.1)$$

da cui, integrando ed indicando con pedice 0 i valori al tempo attuale, segue  $Rv = R_0v_0$  e quindi anche  $R/\lambda_{em} = R_0/\lambda_0$ . La definizione di red shift  $z = \Delta\lambda/\lambda_{em} = \lambda_0/\lambda_{em} - 1 =$

v/c permette di ottenere la dipendenza di  $z$  dal fattore di scala dell'universo, e quindi dal tempo cosmologico:

$$(1+z) = \frac{R_0}{R(t)} = \left(\frac{t_0}{t}\right)^{2/3} \quad (8.2)$$

per modelli di universo piatto ( $\Omega = 1$ ). La variazione del fattore di scala nel tempo si ottiene risolvendo l'equazione di Friedman:

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_0 \frac{R_0^3}{R} = H_0^2 \Omega \frac{R_0^3}{R} \quad (8.3)$$

che (per  $\Omega = 1$ ) puo' essere riscritta nella forma:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 = H_0^2 \left(\frac{R_0}{R}\right)$$

ossia del tipo  $x^{1/2} dx = H_0 dt$ , avendo posto  $x = R/R_0$ . Integrando e ricordando le condizioni al contorno:  $x = 0$  per  $t = 0$ ,  $x = 1$  per  $t = t_0$ , si ottiene infine:

$$R(t) = R_0 \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{2/3} = R_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3} \quad (8.4)$$

dove  $t_0 = 2/3H_0$  e' l'eta' attuale dell'universo; la (8.2) segue immediatamente da questa relazione.

Gli AGN hanno luminosita'  $L$  molto grandi, comprese nell'intervallo  $10^{44}$  e  $10^{48}$  erg/s; la loro emissione elettromagnetica copre tutto lo spettro, ma e' soprattutto concentrata nell'infrarosso ( $10^{12}$  -  $10^{15}$  Hz) e nel dominio X ( $10^{17}$  -  $10^{20}$  Hz). Lo spettro puo' essere approssimato con due leggi di potenza  $\Phi \sim \nu^{-\alpha}$  (con indice spettrale  $\alpha \geq 1$  nell'infrarosso e  $\alpha \sim 0,5$  alle alte energie). In alcuni casi gli AGN mostrano variabilita' radio inferiore al giorno, circostanza che richiede dimensioni dell'oggetto variabile non superiori a  $R = c\Delta t \sim 10^{15}$  cm. Statisticamente si puo' stabilire l'abbondanza delle galassie Seyfert rispetto a quelle normali e, da essa, dedurre la durata  $\tau$  (dell'ordine di  $10^{16}$  s) della fase attiva che implica un'energia totale emessa in questa fase di  $L\tau$  oltre  $10^{60}$  erg. La luminosita', lo spettro e la polarizzazione della luce negli AGN indicano emissione per radiazione di sincrotrone da parte di elettroni accelerati in un intenso campo magnetico.

Un'emissione energetica cosi' elevata non puo' essere dovuta a reazioni termonucleari, ma solo ad accrescimento di materia su un oggetto compatto che, date le masse coinvolte, non puo' essere altro se non un black hole di grande massa. Infatti, per la (7.8) la massa entro il raggio di Schwartzschild  $R_s = R/\zeta = 10^{15}/\zeta$  cm e':

$$M = R_s c^2 / 2G = 10^{43} / \zeta = 10^{10} / \zeta M_\odot$$

per cui, anche se  $\zeta \gg 1$ , gli oggetti compatti al centro degli AGN devono essere molto massivi. Il meccanismo di emissione energetico deve quindi essere analogo a quello delle pulsar, già discusso nel cap. 7.1, in cui avviene trasferimento di momento angolare in particelle relativistiche e onde elettromagnetiche. La caduta di materia, quasi-sferica o da un disco di accrescimento, dalla galassia entro l'orizzonte degli eventi del black hole, è il principale meccanismo di produzione di protoni di altissima energia, i quali generano neutrini e gamma mediante interazioni pp e p $\gamma$ . Altri meccanismi di accelerazione di protoni alle alte energie possono avvenire alla base dei getti o lungo essi.

Nel seguito, considereremo come termine di riferimento una luminosità  $L = 10^{45}$  erg/s che, per la (7.24), coincide con il limite di Eddington di una massa  $M = 10^7 M_{\odot}$ , emessa dagli AGN nel dominio elettromagnetico da regioni di dimensioni  $R = 10^{15}$  cm. A questi valori corrisponde una densità di energia di radiazione elettromagnetica:

$$U_{\text{rad}} = L/(4\pi R^2 c) = 3 \cdot 10^3 \text{ erg/cm}^3 \quad (8.5)$$

essendo  $4\pi R^2 c$  il volume del guscio sferico alla distanza  $R$  dal black hole e di spessore  $dR = c dt$ , con  $dt = 1$  s.

I consueti meccanismi di emissione continua di radiazione: processi termici (in cui fotoni ed elettroni sono in equilibrio termodinamico e le loro energie sono circa uguali,  $h\nu \sim E_e$ ) e non termici (in cui  $h\nu \ll E_e$ ), possono generare confusione nel caso degli AGN. Infatti, la grande densità di energia elettromagnetica comporta anche una grande densità di fotoni; per esempio, nell'infrarosso ( $\nu = 10^{15}$  Hz) si ha  $N_{\gamma} = U_{\text{rad}}/h\nu = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  mentre nel dominio X ( $\nu = 10^{20}$  Hz) si ha  $N_{\gamma} = U_{\text{rad}}/h\nu = 5 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ . Al contrario, la densità  $N_p$  di particelle deve essere inferiore per consentire l'emissione della radiazione da una regione otticamente sottile. Infatti, nell'approssimazione di diffusione Thomson, la definizione di libero cammino medio  $\chi_{\gamma} = (N_p \sigma_T)^{-1}$  dei fotoni, con  $\sigma_T$  sezione d'urto Thomson, richiede che si debba avere la densità  $N_p \leq 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  affinché sia  $\chi_{\gamma} \geq R = 10^{15}$  cm, ossia la densità di particelle al bordo della sorgente deve essere molto minore della densità di fotoni nella stessa zona. Se questa condizione non fosse soddisfatta, i fotoni sarebbero assorbiti e riemessi nel gas in condizioni di equilibrio termodinamico locale e diffonderebbero verso la superficie, l'emissione sarebbe di corpo nero e non si osserverebbero variazioni a tempi scala brevi.

Esiste dunque una barriera fotonica intorno all'oggetto compatto centrale che rende le interazioni elettrone-fotone, protone-fotone o fotone-fotone più importanti delle interazioni tra particelle; per esempio, con i valori numerici precedenti, si ha una profondità ottica per le particelle di  $N_p \sigma_T R = 3 \cdot 10^5$ , che comporta frequenti interazioni tra le particelle accelerate alle alte energie dall'oggetto centrale compatto con i fotoni della barriera. Questa circostanza, per quanto riguarda l'emissione neutrinica, comporta che le interazioni p $\gamma$  siano in molti casi più importanti delle interazioni pp.

Riassumendo, i modelli di AGN prevedono che si formi un'onda d'urto nel gas in caduta dal disco di accrescimento verso l'oggetto compatto centrale, in una posizione  $\zeta$  non nota che rappresenta un parametro libero del modello:

$$R = \zeta R_s, \quad \text{con } 10 \leq \zeta \leq 100 \quad (8.6)$$

Si ritiene che i protoni siano accelerati per il meccanismo di Fermi del primo ordine dall'onda d'urto e che producano pioni in seguito alle interazioni con la barriera fotonica per processi di fotoproduzione; le osservazioni nel dominio dei raggi X forniscono le condizioni di normalizzazione del processo e quindi la potenza dell'AGN come acceleratore di particelle alle alte energie.

La caduta di materia sull'oggetto compatto puo' essere quasi-sferica o da un disco di accrescimento; se  $M_{\text{BH}}$  e' la massa del black hole e  $M_{\text{G}}$  e' la massa della nube di gas intorno all'oggetto compatto, il limite di Eddington (7.24) ha due diversi valori nei due casi:

$$\begin{aligned} L_{\text{Edd}}(\text{BH}) &= 4\pi c G M_{\text{BH}} \kappa_{\text{T}} \\ L_{\text{Edd}}(\text{BH} + \text{G}) &= 4\pi c G (M_{\text{BH}} + M_{\text{G}}) \kappa_{\text{T}} \end{aligned}$$

dove  $\kappa_{\text{T}} = m_{\text{p}}/\sigma_{\text{T}} \sim 2,5 \text{ g/cm}^2$  e' lo spessore Thomson. Se la luminosita'  $L$  della sorgente e' compresa tra questi due valori, in vicinanza dell'oggetto compatto la forza della pressione di radiazione domina sulla forza di gravita' mentre in regioni piu' lontane e' la forza di gravita' a dominare sulla forza di pressione della radiazione. Si forma cosi' una cavitaa intorno all'oggetto compatto in cui i gradienti di densita' e pressione sono diretti verso l'esterno; oltre la cavitaa, invece, i gradienti di densita' e pressione sono diretti verso l'interno. Come conseguenza si genera la barriera fotonica, alla distanza dall'oggetto compatto pari al raggio  $R_{\text{c}}$  della cavitaa, determinato dalla condizione di equilibrio tra la pressione di radiazione e quella delle forze gravitazionali:

$$L = 4\pi c G M(R_{\text{c}}) \kappa_{\text{T}} \quad (8.7)$$

dove  $M(R_{\text{c}})$  e' la massa totale (black hole e gas) compresa entro il raggio  $R_{\text{c}}$ . Le dimensioni della cavitaa e la massa in equilibrio instabile al bordo di essa determinano se l'accrescimento e' quasi-simmetrico, sferico, oppure avviene dal disco di accrescimento. Ovviamente, se la luminosita' dell'AGN e' minore del limite di Eddington per il solo black hole, la cavitaa non si forma perche' la gravita' domina rispetto alla pressione di radiazione; se invece la luminosita' dell'AGN e' maggiore del limite di Eddington per il black hole piu' la massa di gas, la cavitaa e' molto ampia e piccolo l'accrescimento di materia.

Come abbiamo visto, la (8.2) comporta che molti AGN (con redshift 4-5) siano oggetti formati in epoche remote, mentre le galassie vicine, normali, generalmente non mostrano attivita' nel loro nucleo; quindi la durata della fase attiva degli AGN deve riguardare epoche iniziali della formazione delle galassie e deve anche essere limitata nel tempo. Per una costante di Hubble  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ , i tempi scala dei processi di formazione degli AGN sono dell'ordine di  $10^9$  anni, ossia molto brevi perche' un black hole supermassivo abbia tempo di svilupparsi nel nucleo galattico. Infatti, l'aumento di massa di un black hole avviene per accrescimento di materia, il cui ritmo e' vincolato dal limite di Eddington; si puo' anzi definire il tempo scala di Eddington:

$$t_{\text{EDD}} = \frac{Mc^2}{L_{\text{EDD}}} = \frac{c}{4\pi G \kappa_{\text{T}}} = 4,4 \cdot 10^8 \text{ anni} \quad (8.8)$$

che risulta essere dello stesso ordine di grandezza del tempo scala dinamico di formazione delle galassie e dell'età dell'universo all'epoca della fase attiva dei quasar.

Sorge tuttavia il problema che il tempo di Eddington è troppo breve per la formazione di un black hole supermassivo in seguito ad accrescimento di materia su un black hole di massa stellare. Per risolvere questo problema ci sono due possibilità: o il black hole si è formato supermassivo all'origine, oppure il ritmo di accrescimento di materia è stato superiore al limite di Eddington. La seconda possibilità comporta un meccanismo di accrescimento ben preciso, non sferico e molto anisotropo, da un disco ben separato rispetto al cono di emissione della radiazione; ha però il vantaggio di rendere minima la massa del black hole necessaria ad interpretare la luminosità degli AGN.

Infatti, inserendo la (7.21) nella (8.8) si ottiene:

$$\dot{M} = \frac{M}{\epsilon t_{\text{EDD}}} \quad (8.9)$$

e quindi:

$$M = M_0 \exp[t/\epsilon t_{\text{EDD}}] \quad (8.10)$$

dove  $M_0$  è la massa iniziale del black hole. In conclusione, la luminosità di un AGN è proporzionale alla massa del black hole centrale e quindi al ritmo di accrescimento di materia e cresce esponenzialmente nel tempo. Ne segue che, data la luminosità, si può dedurre la massa del black hole; per esempio, quasars con red shift compreso tra 4 e 5 hanno luminosità dell'ordine di  $10^{13} L_0$  e richiedono black holes di massa tra  $10^8$  e  $10^9 M_0$ . Masse così elevate si possono spiegare solo con elevati ritmi di accrescimento di materia (ma allora l'efficienza  $\epsilon$  di emissione della radiazione deve essere piccola) o con elevate masse iniziali (ma in questo caso rimane il problema del breve tempo scala per la loro formazione). Un'alternativa potrebbe essere che i quasar si siano formati a red shift molto alti, dell'ordine di 20, ma le evidenze osservative indicano invece una diminuzione nel numero di quasar a red shift maggiori di 2-3. Infine, si potrebbe pensare ad un ritmo di accrescimento di materia variabile nel tempo: elevato nel passato (prima della fase attiva) per poter consentire la formazione di black holes molto massivi e ridotto all'insorgere della fase attiva per l'aumentata efficienza di emissione di radiazione. Come si vede il problema di interpretare la struttura e l'evoluzione degli AGN non è chiaro, ma la loro grande luminosità e la presenza di gas e di una barriera fotonica intorno all'oggetto compatto centrale consentono di ottenere, in ogni caso, una valutazione dell'emissione neutrinica da questi oggetti.

## 8.2 Neutrini da AGN

I meccanismi di perdita di energia dei protoni per interazioni pp e p $\gamma$  negli AGN, riassunti in tabella 8.1, coincidono con i processi di produzione di  $\nu$  e  $\gamma$  di alta energia in queste sorgenti. La densità di fotoni bersaglio allo shock dipende dalla densità di radiazione  $U_{\text{rad}}$  che, come abbiamo visto con la (8.5), è molto elevata e comporta densità di fotoni dell'ordine di:

$$N_\gamma = L/(4\pi R^2 c \epsilon_\gamma) \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3} \quad (8.11)$$

dove  $\varepsilon_\gamma$  e' l'energia media dei fotoni nella barriera fotonica.

In tabella 8.1 sono riportate le sezioni d'urto dei tre processi e le perdite relative di energia dei protoni per collisione. Nelle interazioni con fotoni e' richiesta un'energia di soglia al centro di massa, espressa in tabella 8.1 in termini del fattore di Lorentz minimo dei protoni per un bersaglio di fotoni di energia 1 eV; il libero cammino medio  $\chi = (N_\gamma \sigma \Delta E_p)^{-1}$  dei protoni e' calcolato per interazioni con fotoni monoenergetici di energia 1 eV. Sebbene le perdite di energia per collisione pp siano dell'ordine del 50% dell'energia del protone incidente, mentre le perdite di energia per collisione p $\gamma$  sono solo dell'ordine di  $10^{-3}$ , queste ultime sono dominanti per la produzione di neutrini a causa del loro elevato numero dovuto alla maggior densita' di fotoni rispetto alla densita' di protoni allo shock.

Interazione	$\sigma$ (cm <sup>2</sup> )	$\Delta E_p/E_p$	$\gamma_p^{\min}$	$\chi$ (cm)
pp $\rightarrow$ pp + n $\pi$ + ...	$3 \cdot 10^{-26}$	0,5	1,3	$2 \cdot 10^{16}$
p $\gamma$ $\rightarrow$ pe <sup>+</sup> e <sup>-</sup>	$10^{-26}$	$10^{-3}$	$\sim 10^6$	$10^{13}$
p $\gamma$ $\rightarrow$ $\Delta^+$ $\rightarrow$ n $\pi^+$ (p $\pi^0$ )	$5 \cdot 10^{-28}$	0,2	$\sim 1,4 \cdot 10^8$	$10^{12}$

Tab. 8.1 - Perdite di energia dei protoni allo shock di accrescimento sferico per interazione pp e p $\gamma$ , queste ultime con fotoni di energia media 1 eV.

Come abbiamo visto, la densita' di protoni  $N_p$  deve essere molto inferiore a quella di fotoni, data dalla (8.11), perche' la sorgente sia trasparente alla radiazione; il valore di  $N_p$  puo' essere calcolato dal ritmo di accrescimento di materia sul black hole massivo centrale,  $\dot{M} = 4\pi R^2 \rho_p u$ , necessario a spiegarne la luminosita', noti il raggio  $R = \zeta R_s$  e la velocita'  $u = \zeta^{-1/2} c$  dell'onda di shock. Si ottiene cosi' la densita' di materia:

$$\rho_p = 1,4 \cdot 10^{33} \zeta^{-5/2} L^{-1} Q^{-1} \text{ g cm}^{-3} \quad (8.12)$$

e la corrispondente densita' numerica di protoni:

$$N_p = 1,3 \cdot 10^8 \zeta^{1/2} R^{-3/2} L^{1/2} Q^{-1} \text{ cm}^{-3} \quad (8.13)$$

dove

$$Q = \frac{2 L_p}{\dot{M} u^2} = \frac{4 L}{\dot{M} u^2} \quad (8.14)$$

e' un valore dell'ordine dell'unita', che definisce l'efficienza di conversione dell'energia cinetica del plasma, in caduta con velocita'  $u$  sul black hole, in particelle di alta energia emesse dalla sorgente con luminosita'  $L_p$ . Se queste particelle producono radiazione elettromagnetica continua e neutrini in ugual quantita', la luminosita' della radiazione continua e'  $L = L_p/2$ .

Poiche' la pressione magnetica, nell'ipotesi di equipartizione dell'energia allo shock, deve essere confrontabile con quella delle particelle relativistiche, ossia  $B/8\pi \sim \rho_p u^2 \sim U_p/3$ , si puo' calcolare l'intensita' del campo magnetico:



$$B = 5,5 \cdot 10^{27} \zeta^{-7/4} L^{-1/2} Q^{-1/2} \text{ gauss} \quad (8.15)$$

Le precedenti relazioni sono state ottenute ricordando la (8.5) e la (8.6) e che il raggio di Schwartshild e' proporzionale alla luminosita' se l'accrescimento avviene al limite di Eddington. In effetti, anche la densita' di radiazione (8.5), con le presenti definizioni, in vicinanza dello shock puo' essere scritta come:

$$U_{\text{rad}} = 1,2 \cdot 10^{54} \zeta^{-4} L^{-1} \text{ erg cm}^{-3} \quad (8.16)$$

Anche se molto inferiore alla densita' di radiazione, la densita' di protoni costituisce sia la sorgente delle particelle accelerate alle alte energie che il bersaglio per le interazioni pp. Le interazioni p $\gamma$  avvengono mediante due canali, con perdite di energia per collisione molto diverse: la produzione della risonanza barionica  $\Delta^+$  e la produzione di coppie e $^+$ e $^-$ , il primo dei quali costituisce il principale meccanismo di produzione di neutrini di alta energia. Anche le interazioni dei neutroni alla barriera fotonica producono neutrini attraverso i medesimi processi.

Nel modello si possono definire due energie caratteristiche per i protoni: la loro energia massima  $E_{\text{max}}$  che vincola anche l'energia massima dei neutrini, e l'energia  $E^*$  al di sotto della quale il percorso dei protoni diventa inferiore a una lunghezza di interazione per fotoproduzione nella regione dello shock. Si puo' stimare il valore di  $E_{\text{max}}$  dal confronto tra il ritmo di accelerazione e le perdite di energia dei protoni. Il primo, in un plasma turbolento intorno ad un intensa onda d'urto, e' essenzialmente dovuto al meccanismo stocastico di Fermi del primo ordine:

$$\frac{dE}{dt} \propto \frac{u^2}{c} ZeB \quad (8.17)$$

dove B e' l'intensita' media del campo magnetico, data dalla (8.15), nella regione di accelerazione e Ze e' la carica elettrica delle particelle accelerate. Indicando con t il tempo caratteristico di accelerazione, i protoni raggiungono l'energia massima finale:

$$E_{\text{max}} \propto \frac{u^2}{c} eBt \sim 3 \cdot 10^8 \text{ GeV} \quad (8.18)$$

dove B e' stimato dalla (8.15) con  $L = 10^{45} \text{ erg/s}$  e t dalla definizione di libero cammino medio per perdite di energia dei protoni per interazioni p $\gamma$ :

$$t = t_{p\gamma} = \chi_{p\gamma}/c = 1/(c \sigma_{p\gamma} N_\gamma) \quad (8.19)$$

L'energia caratteristica  $E^*$  puo' essere stimata dal confronto tra  $\chi_{p\gamma}$  ed il raggio R della barriera fotonica; poiche' sia R che  $\chi_{p\gamma}$  (per la definizione (8.11) di  $N_\gamma$ ) sono proporzionale a L, il loro rapporto non dipende dalla luminosita' della sorgente. Numericamente, si ottiene  $N_\gamma \sigma_{p\gamma} R = 1$  per  $E^* \sim 10^7 \text{ GeV}$ .

Anche lo spettro energetico dei fotoni e' un parametro importante per la fotoproduzione dei neutrini per interazioni p $\gamma$ , in quanto il processo (vedi tab. 8.1) e' a soglia e richiede un'energia minima dei fotoni  $E_\gamma^{\text{min}}$  per ogni energia dei protoni. I dati sperimentali mostrano che questa richiesta e' soddisfatta in quanto gli AGN

hanno un'intensa emissione termica nell'ultravioletto (il cosiddetto UV bump) corrispondente ad energie dei fotoni di  $\sim 40$  eV, ed uno spettro X duro che si estende oltre il MeV. Neutrini e gamma di alta energia sono prodotti in seguito al decadimento (7.1) e (7.6) di pioni carichi o neutri, essendo trascurabile la probabilit  di collisione dei pioni con i nucleoni del mezzo entro tempi paragonabili alla loro vita media. I neutrini sfuggono poi liberamente dalla regione di produzione e sono emessi con una distribuzione energetica schematicamente riportata in figura 8.1, per alcuni modelli e con una normalizzazione alla luminosit  di 3C273.

Come si vede dalla fig. 8.1, a parte la curva tratteggiata che corrisponde all'emissione dai getti e che sar  discussa tra poco, l'intensit  dell'emissione neutrinica nei modelli di accrescimento sferico dallo shock e' in buon accordo alle alte energie, ma molto diversa alle basse energie. Questa discrepanza e' dovuta al fatto che l'emissione neutrinica e' stata calcolata secondo due casi limite, entro i quali e' probabilmente compreso il reale processo di emissione energetica dai nuclei galattici attivi. Le due approssimazioni sono le seguenti:

1. Tutti i protoni, dopo essere stati accelerati, seguono un percorso rettilineo nella regione ad alta densit  di fotoni, e riescono a sfuggire dall'AGN se il percorso stesso e' inferiore ad una lunghezza di interazione.
2. Tutti i protoni rimangono confinati nel plasma turbolento entro l'onda di shock, intrappolati dallo stesso processo di diffusione magnetica richiesto per accelerarli alle alte energie.

Nel primo caso, i protoni di bassa energia ( $E_p < E^*$ ), a causa del processo di fotoproduzione con soglia in energia, richiedono fotoni di alta energia per produrre neutrini mediante interazioni  $p\gamma$ ; di conseguenza, molti protoni di bassa energia sfuggono dalla sorgente senza produrre neutrini. La cinematica del processo di fotoproduzione (vedi tabella 8.1) ed il decadimento dei pioni comportano, in media, che i neutrini abbiano energia pari a  $E_\nu \sim E_p^{\text{min}}/20$ , al di sotto della quale lo spettro diventa piatto.

Nel secondo caso, i protoni di bassa energia sono confinati piu' a lungo in vicinit  dello shock e, a parte quelli ricatturati dal black hole, hanno maggior probabilit  di interagire con i fotoni della barriera fotonica producendo un piu' elevato flusso di neutrini. Lo spettro energetico dei neutrini deve quindi avere lo stesso andamento, proporzionale a  $E^2$ , dei protoni anche al di sotto della soglia energetica. Ad energie  $10^4 - 10^5$  GeV la distribuzione energetica dei neutrini e' dominata dalle perdita di energia dei protoni per creazione di coppie  $e^+e^-$ , ed e' ordini di grandezza superiore rispetto al caso precedente.

Recenti misure  $\gamma$  di alta energia con l'esperimento EGRET sul satellite GRO indicano in molti casi un'associazione con AGN ad intensa emissione radio, che si ritiene prodotta in getti relativistici di materia diretti verso Terra, che contribuiscono per una frazione notevole (5 - 30)% alla luminosit  degli AGN. Nei getti, per la minor densit  di fotoni, i protoni possono essere accelerati ad energie piu' elevate, fino all'energia massima  $E_p^{\text{max}} \sim 2 \cdot 10^{10} B^{1/2}$  GeV (dove B e' l'intensit  del campo magnetico in gauss) e produrre neutrini di maggior energia rispetto all'accrescimento sferico. Inoltre, il fatto che i getti siano diretti verso Terra comporta uno spostamento Doppler, di un fattore circa 10, verso il blu dei neutrini, con conseguente aumento della loro energia che si rispecchia nella distribuzione energetica di fig. 8.1, il cui andamento segue il meccanismo di tipo 1 precedentemente descritto, ma spostato ad alte energie.

Si puo` stimare il flusso di neutrini di alta energia a Terra, prodotto da un AGN il cui flusso in raggi X sia noto, normalizzandolo a quest'ultimo; una formula approssimata e` la seguente:

$$\Phi_\nu(E_\nu) \approx 0,25 \Phi_X \exp\left[\frac{-20 E_\nu}{E_p^{\max}}\right] E_\nu^{-2} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{TeV}^{-1} \quad (8.20)$$

dove  $E_\nu$  e` l'energia dei neutrini in TeV e  $\Phi_X$  e` il flusso (in  $\text{erg cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) di raggi X nel dominio (2 - 10) KeV.

Se la produzione di neutrini da tutti gli AGN viene integrata nel tempo, si ottiene il valore del fondo diffuso di neutrini di alta energia nell'universo. A questo scopo, e` necessario conoscere le distribuzioni di densita` e luminositita` degli AGN in funzione del red shift e le perdite adiabatiche di energia dei neutrini dovute all'espansione dell'universo, in modo analogo a quanto si fa per calcolare il valore del fondo diffuso di raggi X. Anzi, utilizzando i risultati sulla funzione di luminositita` degli AGN ottenuti dalle osservazioni del fondo X ed assumendo che neutrini e radiazione X abbiano la stessa origine, si puo` esprimere la funzione di luminositita` degli AGN in funzione del red shift come:

$$\rho(L_X, z) = R_0^3 \frac{g(z)}{f(z)} \rho_0 \left( \frac{L_X}{f(z)} \right) \quad (8.21)$$

dove  $\rho_0$  e` determinato dalle misure attuali della luminositita` degli AGN,  $R_0$  e` il fattore di scala attuale dell'universo, e le funzioni  $g(z)$  e  $f(z)$  descrivono, in funzione del red shift  $z$ , l'evoluzione della densita` e della luminositita` degli AGN nel volume co-movente dell'universo in espansione. Si ottiene in questo modo lo spettro energetico di fondo, sia per raggi X che per neutrini, dovuto agli AGN:

$$\frac{dI}{dE} = \frac{c}{4 \pi H_0} \frac{1}{ER_0^2} \int dL_X \int_0^{z_{\max}} dz \rho(L_X, z) (1+z)^{-\alpha} \frac{dL}{dE} [E(1+z), L_X] \quad (8.22)$$

dove  $\alpha = 5/2$  per il modello cosmologico di Einstein-de Sitter. La figura 8.2 mostra il risultato dei calcoli sul fondo isotropo di neutrini da AGN secondo i due modelli precedentemente definiti. Vedremo nel capitolo successivo che il fondo dei neutrini atmosferici e` trascurabile rispetto a quello prodotto dagli AGN, per energie superiori a circa  $10^5$  GeV.

La rivelazione dei  $\nu_\mu$  di alta energia avviene mediante l'osservazione dei  $\mu$  prodotti in interazioni a correnti cariche (7.2) nella materia (roccia o acqua) intorno al rivelatore. Il flusso di questi  $\mu$ , di energia  $E > E_\mu$ , e` dato da:

$$\Phi_\mu(\geq E_\mu) = \int_{E_\mu}^{E_\nu^{\max}} P_{\nu \rightarrow \mu}(E_\nu, E_\mu) \Phi(E_\nu) dE_\nu \quad (8.23)$$

dove  $P_{\nu \rightarrow \mu}(E_\nu, E_\mu)$  e` la probabilita` che un  $\nu_\mu$  di energia  $E_\nu$  produca un muone di energia superiore a  $E_\mu$  nel rivelatore. Come discusso nel capitolo 7, il calcolo di questa probabilita` richiede integrazioni sulla sezione d'urto dei neutrini e sul

percorso dei muoni; poiche` entrambi i parametri aumentano con l'energia (il range linearmente fino al TeV e logaritmicamente sopra il TeV) i neutrini di alta energia hanno un contributo molto importante. L'intensita` dei muoni prodotti dal flusso isotropo di fondo dai neutrini da AGN e` mostrata in figura 8.3 insieme al flusso di muoni generati dai neutrini atmosferici; come si vede, il flusso di muoni prodotti da neutrini emessi dagli AGN e` superiore a quello dei muoni prodotti da neutrini atmosferici ad energie maggiori del TeV.

Per  $E_\mu > 1$  TeV, i valori numerici del flusso di muoni da neutrini diffusi e` calcolato, secondo i due modelli limite, nell'intervallo:

$$(1,5 \cdot 10^{-15} - 2 \cdot 10^{-14}) \mu \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (8.24)$$

corrispondente a decine o centinaia di muoni all'anno in un rivelatore di area  $10^4 \text{ m}^2$ , ossia al limite delle possibilita` di rivelazione di esperimenti attuali a grande area, quali Macro e Frejus. I risultati di quest'ultimo hanno tuttavia gia` escluso flussi troppo alti, superiori a  $4 \cdot 10^{-2} \mu \text{ m}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ .

Per quanto riguarda i neutrini elettronici diffusi, le (7.1) giustificano l'ipotesi che il loro flusso sia circa meta` di quello dei neutrini muonici; tuttavia la loro rivelazione richiede esperimenti di massa molto grande, superiore a circa  $10^6$  tonnellate, perche` solo i nucleoni e gli elettroni del rivelatore contribuiscono a dare un segnale sperimentale. Ci si aspetta pero` un segnale molto intenso e quasi-monoenergetico, dovuto alla produzione ed al decadimento di W (risonanza di Glashow) nel processo  $\nu_e e^- \rightarrow W^- \rightarrow \text{adroni}$ , ed analogamente per gli antineutrini; la cinematica dell'urto comporta un forte assorbimento per neutrini di energia  $E_\nu = m_W^2/2m_e = 6,4 \cdot 10^6 \text{ GeV}$ . Oltre all'eccesso di eventi alle alte energie, i neutrini elettronici da AGN sono distinguibili rispetto al fondo dei neutrini atmosferici per due altri motivi: distribuzione angolare isotropa (mentre i neutrini atmosferici orizzontali sono circa 1/10 rispetto a quelli verticali) e rapporto  $\nu_e/\nu_\mu \sim 1/2$ , mentre nel caso dei neutrini atmosferici questo rapporto diminuisce fortemente con l'energia.

In conclusione, non sembra possibile la rivelazione di neutrini da singoli nuclei galattici attivi con gli esperimenti attuali, o con quelli in costruzione, nei quali il numero atteso di eventi e` di 2 - 3 all'anno, anche se il fondo dei neutrini atmosferici e` molto inferiore ( $\sim 10^{-5} \text{ m}^{-2} \text{ yr}^{-1}$  ad energia  $E_\nu > 1 \text{ TeV}$ ) in un angolo solido di 1 grado intorno alla sorgente; ma la rivelazione potrebbe diventare significativa se fatta da piu` esperimenti contemporaneamente. Le possibilita` di osservare il fondo diffuso di neutrini da AGN sono invece molto piu` concrete, sia in esperimenti sotterranei sia in apparati per lo studio degli sciami estesi atmosferici; a questo riguardo sono particolarmente interessanti le osservazioni congiunte ma ancora preliminari, compiute nel laboratorio del Gran Sasso dove sono in funzione esperimenti dei due tipi.

### 8.3 Correlazione neutrini $\gamma$ -ray burst

Anche se la natura e l'origine dei fiotti di raggi gamma ( $\gamma$ -ray bursts o GRB) osservati con i satelliti non e` ancora chiara e non e` neppure chiaro se essi siano dovuti a fenomeni galattici o extragalattici, gli oltre  $10^3$   $\gamma$ -ray bursts osservati finora con l'esperimento BATSE a bordo dell'osservatorio orbitale Compton GRO (Gamma Ray Observatory) indicano una distribuzione isotropa, e non sul piano galattico,

facendo pensare ad una loro origine locale, difficile da interpretare, oppure, piu' probabilmente, extragalattica.

Come sappiamo, le (7.1) e (7.6) comportano che l'emissione di neutrini e gamma sia spesso associata in molti processi ed in molte sorgenti astrofisiche; quindi la rivelazione congiunta di  $\gamma$ -ray bursts e neutrini in coincidenza temporale costituisce un importante passo verso la conoscenza della sorgente e dei meccanismi di produzione e di accelerazione delle particelle alle altissime energie. L'analisi delle correlazioni  $\nu - \gamma$  e' stata effettuata usando i dati di esperimenti sotterranei con bassa soglia energetica (quali LSD al Monte Bianco e LVD al Gran Sasso) per cercare eccessi di coincidenze con le osservazioni dell'esperimento BATSE. Il risultato dell'analisi di correlazione ha permesso di ottenere i limiti superiori al flusso neutrino associato all'emissione gamma. Come esempio del metodo di analisi, discutiamo i risultati ottenuti nella correlazione di LVD con BATSE.

La durata temporale ( $\Delta t_{90}$ ) di un GRB e' definita come il tempo durante il quale si osserva il 90% del flusso gamma. Le correlazioni sono state ricercate per 41 bursts, equivalenti ad un tempo totale "on-source" di  $\Delta t_{90} \sim 1,5 \cdot 10^3$  s. Per ogni GRB i dati di LVD, la maggior parte dei quali sono impulsi di fondo, sono stati analizzati in una finestra temporale di  $\pm 5$  ore centrata sul tempo del burst considerato, per un totale di tempo analizzato di oltre 400 ore. Solo gli eventi registrati nei contatori interni di LVD, molto ben schermati dai contatori piu' superficiali dal fondo radioattivo di bassa energia della roccia, sono stati considerati nell'analisi. La massa totale di scintillatore liquido e' di oltre 160 tonnellate, contenente  $1,5 \cdot 10^{31}$  protoni e  $8,2 \cdot 10^{30}$  nuclei di  $^{12}\text{C}$ . Ovviamente, le reazioni di neutrini rivelabili sono le stesse considerate nel capitolo 6.3, e in particolare per questa analisi di correlazione sono state considerate le seguenti:

1. decadimento beta inverso:  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ . Sono stati ricercati impulsi in soglia alta nell'intervallo energetico da 7 a 55 MeV (prodotti da segnali di  $\bar{\nu}_e$  con energia da 9 a 50 MeV), seguiti nello stesso contatore a scintillatore da un impulso di bassa energia nella finestra in cui e' attiva la soglia bassa. La frequenza di tali impulsi doppi e' di 5,7 eventi all'ora, ottenuta come valor medio sul tempo totale di coincidenza.
2. interazioni a correnti neutre:  $\nu_{e,\mu,\tau} (\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}) + ^{12}\text{C} \rightarrow \nu_{e,\mu,\tau} (\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}) + ^{12}\text{C}^*$ , seguito dal decadimento del nucleo di carbonio eccitato:  $^{12}\text{C}^* \rightarrow ^{12}\text{C} + \gamma$ , con  $E_\gamma = 15,1$  MeV. Sono stati ricercati impulsi singoli nell'intervallo energetico tra 12 e 18 MeV, in cui si ha un'efficienza di rivelazione del gamma di diseccitazione del carbonio di circa 35%. La frequenza media misurata per questi impulsi e' 15,2 eventi all'ora.
3. interazioni a correnti cariche:  $\nu_e + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{N} + e^-$ . Sono stati ricercati impulsi doppi nel medesimo contatore a scintillatore nell'intervallo energetico tra 7 e 55 MeV (prodotti da interazioni di  $\nu_e$  con energia compresa tra 25 e 50 MeV), in coincidenza temporale entro 48 ms, pari a circa  $3\tau$ . La frequenza di impulsi doppi con queste caratteristiche ( $5 \cdot 10^{-5}$  eventi per ora) e' stata stimata nell'ipotesi di distribuzione poissoniana dei segnali di fondo.

L'analisi delle correlazioni e' stata fatta in due stadi. In un primo tempo sono stati ricercati candidati in coincidenza temporale con la sorgente gamma entro la durata del burst  $\Delta t_{90}$ ; in un secondo tempo sono stati ricercati eccessi di conteggi entro diverse finestre temporali, centrate sul tempo di inizio del burst gamma e di durate

comprese tra 1 a 1000 secondi. I risultati di questa analisi, ottenuti sommando i dati registrati da LVD sui 41 burst selezionati per questa ricerca, sono riportati in tabella 8.2, dalla quale si deduce che non e' stato osservato alcun eccesso statisticamente significativo di coincidenze, in coincidenza temporale con un burst  $\gamma$  durante il suo tempo di emissione  $\Delta t_{90}$  oppure in una delle finestre temporali considerate nell'analisi.

$\Delta t$ (sec)	$\bar{\nu}_e + p$		$\nu_{e,\mu,\tau} (\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}) + {}^{12}\text{C}$		$\nu_e + {}^{12}\text{C}$	
	misurato	atteso	misurato	atteso	misurato	atteso
$\Delta t_{90}$	3	2,3	4	6,3	0	$2,0 \cdot 10^{-5}$
1	0	0,06	0	0,2	0	$1,3 \cdot 10^{-8}$
10	0	0,64	0	1,7	0	$1,3 \cdot 10^{-7}$
50	3	3,2	12	8,6	0	$6,5 \cdot 10^{-7}$
100	5	6,5	22	17	0	$1,3 \cdot 10^{-6}$
500	44	32	82	86	0	$6,5 \cdot 10^{-6}$
1000	80	64	172	170	0	$1,3 \cdot 10^{-5}$

Tabella 8.2 - Numero misurato ed atteso di eventi in coincidenza temporale tra LVD ed i GRB selezionati dalle osservazioni di BATSE.

Da questo confronto tra il numero misurato e quello atteso di eventi in LVD, si possono dedurre i limiti superiori al flusso di neutrini associati a ciascun fiotto di raggi  $\gamma$ . In tabella 8.3 sono riportati il minimo ed il massimo di questi limiti (al 90% di livello di confidenza) integrati sulla durata totale dell'emissione  $\Delta t_{90}$  del corrispondente burst di raggi gamma. I limiti sono stati conservativamente calcolati usando le sezioni d'urto corrispondenti al limite inferiore dell'intervallo energetico considerato nell'analisi, e tenendo in considerazione sia la risoluzione energetica che l'efficienza di rivelazione dei diversi prodotti delle interazioni di neutrini.

	Intervallo energetico (MeV)	flusso minimo ( $\text{cm}^{-2}$ )	flusso massimo ( $\text{cm}^{-2}$ )
$F(\bar{\nu}_e + p)$	$9 \leq E \leq 50$	$\leq 4.7 \cdot 10^{10}$	$\leq 9.8 \cdot 10^{10}$
$F(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ n.c.	$20 \leq E \leq 50$	$\leq 2.9 \cdot 10^{12}$	$\leq 6.1 \cdot 10^{12}$
$F(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau)$ n.c.	$20 \leq E \leq 50$	$\leq 3.2 \cdot 10^{12}$	$\leq 6.6 \cdot 10^{12}$
$F(\nu_e + {}^{12}\text{C})$ c.c.	$25 \leq E \leq 50$	$\leq 1.8 \cdot 10^{11}$	$\leq 1.8 \cdot 10^{11}$

Tabella 8.3 - Limiti superiori (minimi e massimi) del flusso di neutrini associato ad un burst gamma, integrato sulla durata dell'emissione  $\Delta t_{90}$ .

## Cap. 9

### NEUTRINI ATMOSFERICI

Le interazioni (7.1) dei protoni di alta energia della radiazione cosmica primaria con i nucleoni dell'atmosfera terrestre producono cascate adroniche e elettromagnetiche dalle quali si genera la radiazione cosmica secondaria. Le misure di intensità e composizione della radiazione cosmica primaria, quindi, possono essere fatte solo ad alta quota, con palloni o satelliti, mentre quelle sulla radiazione cosmica secondaria vengono effettuate al suolo (ad alta quota montana o a livello del mare) oppure in laboratori sotterranei per quanto riguarda la componente penetrante, ossia muoni di alta energia e neutrini.

L'intensità dei neutrini atmosferici dipende perciò dall'intensità della radiazione cosmica primaria, dai meccanismi di interazione alle varie energie e dallo spessore di materia attraversato dalle particelle secondarie prodotte alla prima interazione dei primari; quest'ultima condizione dipende dal fatto che i neutrini sono prodotti nei decadimenti di particelle a vita media breve solo se esse non interagiscono con i nuclei dell'atmosfera prima di decadere. Oltre alle interazioni pp, anche le interazioni p-nucleo e nucleo-nucleo sono responsabili della produzione di neutrini atmosferici, mediante la produzione ed il successivo decadimento di  $\pi$ , K e  $\mu$  che forniscono il contributo principale all'intensità dei neutrini atmosferici, o di particelle charmate che forniscono i neutrini (e muoni) pronti. La prima interazione dei raggi cosmici primari si ha ad altezze di circa 15 - 20 km in atmosfera, dove la densità di colonna di aria attraversata dai primari diventa significativa, dell'ordine di  $10 \text{ g/cm}^2$ .

In molti casi la conoscenza dell'intensità dei neutrini atmosferici serve a stabilire le condizioni del fondo per la ricerca di sorgenti astrofisiche (quali lo studio di neutrini di alta energia da oggetti compatti, galattici o extragalattici) o per processi di altra natura (quali lo studio del decadimento del protone). In altri casi, invece, le ricerche sui neutrini atmosferici sono importanti in modo autonomo (in particolare nello studio delle oscillazioni di neutrini) in quanto portano a risultati significativi sui parametri dell'oscillazione ( $\Delta m^2$  e  $\sin^2\theta$ ) in intervalli non raggiungibili in laboratorio.

#### 9.1 Produzione dei neutrini atmosferici

Le caratteristiche dei principali meccanismi di produzione di neutrini, dovuti al decadimento di particelle in atmosfera, sono elencati in tabella 9.1 insieme alla vita media della particella, alla percentuale di decadimenti nel canale di produzione dei neutrini (branching ratio) rispetto ai canali possibili ed all'energia critica, definita come il valore dell'energia al di sopra del quale la probabilità di decadimento è inferiore alla probabilità di interazione in aria (i valori numerici sono calcolati per incidenza verticale). In tabella 9.1 non sono riportati i meccanismi marginali di produzione di neutrini, tra cui quelli dei  $\nu_\tau$ , che riguardano meno dell'1% del flusso dei  $\nu_e$  o dei  $\nu_\mu$ ; con  $l$  si intende un leptone carico (elettrone o muone) prodotto nel decadimento. In figura 9.1 è riportata la frazione dell'intensità dei neutrini atmosferici, in direzione verticale e orizzontale, dovuta ad alcuni dei meccanismi di tabella 9.1 sia per la produzione dei  $\nu_\mu$  (fig. 9.1a) che dei  $\nu_e$  (fig. 9.1b); dalla figura, in cui non è rappresentato il contributo dei neutrini pronti, si deduce che i neutrini di

alta energia sono prodotti essenzialmente da kaoni, mentre alle basse energie il contributo di pioni e muoni gioca un ruolo preponderante.

Decadimento	Vita media $\tau$ (s)	Percentuale di decadimento	Energia critica $E_{cr}$ (GeV)
$\pi \rightarrow \mu\nu$	$2,6 \cdot 10^{-8}$	100	121
$K \rightarrow \mu\nu$	$1,2 \cdot 10^{-8}$	63,5	897
$\mu \rightarrow e\nu\nu$	$2,2 \cdot 10^{-6}$	100	1,06
$K_S^0 \rightarrow \pi\pi \rightarrow \mu\mu\nu\nu$	$8,9 \cdot 10^{-11}$	68,7	1171,7
$K_L^0 \rightarrow e\pi\nu$	$5,2 \cdot 10^{-8}$	39	194
$K_L^0 \rightarrow \mu\pi\nu$		27,1	
$K^\pm \rightarrow e\pi\nu$	$1,2 \cdot 10^{-8}$	4,8	897
$K^\pm \rightarrow \mu\pi\nu$		3,2	
$D \rightarrow K l\nu$	$9,2 \cdot 10^{-13}$ ( $D^+$ )	4,8	$4,33 \cdot 10^7$
$D \rightarrow K^* l\nu$	$4,4 \cdot 10^{-13}$ ( $D^0$ )	3,2	$9,04 \cdot 10^7$
$\Lambda_C^+ \rightarrow \Lambda^0 l\nu$	$2,3 \cdot 10^{-13}$	2,1	$2,12 \cdot 10^8$
$\Lambda_C^+ \rightarrow \Lambda^* l\nu$		2,1	

Tabella 9.1 - Caratteristiche dei principali processi di produzione di neutrini atmosferici

L'energia critica  $E_{cr}$ , definita come l'energia della particella instabile a cui corrisponde un libero cammino medio per collisione uguale al libero cammino medio per decadimento, puo` essere calcolata con la formula seguente:

$$\frac{\tau_i c E_{cr}^i}{m_i} = \frac{\chi_i}{\rho} \quad (9.1)$$

dove  $\rho$  e` la densita` di atmosfera attraversata,  $m_i$ ,  $\tau_i$  e  $\chi_i$  sono la massa, la vita media ed il cammino libero medio di interazione della particella di specie  $i$ , che si puo` calcolare assumendo che la sezione d'urto cresca con l'energia (in TeV) secondo la relazione seguente:

$$\chi_i = \chi_{i,0} E^{-0,05} \quad (9.2)$$

I valori  $\chi_{i,0}$ , riportati in tabella 9.2, sono stati calcolati per una sezione d'urto totale di collisione nucleone-nucleone di 40 mb e quark charmato-nucleone di 1,7 mb. E` stato anche stimato che i mesoni D, composti di un quark charmato e un quark di valenza, abbiano sezione d'urto totale con un nucleone di 15 mb, e che le particelle  $\Lambda_C^+$ , composte di un quark charmato e due quark di valenza, abbiano sezione d'urto totale con un nucleone di 28 mb.

i	$\chi_{0,i}$ ( $g \text{ cm}^{-2}$ )
nucleoni	80
pioni	120
kaoni	150



mesoni D	200
particelle $\Lambda_c^+$	100

Tabella 9.2 - Valori tipici del percorso libero medio all'energia di 1 TeV.

Per direzione verticale ( $\theta = 0$ ) l'energia critica puo` essere approssimata con la formula:

$$E_{cr}^i = \frac{m_i h_0}{c \tau_i} \quad (9.3)$$

dove  $h_0 = 6,34$  km e` la lunghezza scala caratteristica dell'atmosfera terrestre; i valori di energia critica di  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$  e  $K_L^0$  sono riportati in tabella 9.3 per varie direzioni inclinate rispetto allo zenit.

cos $\theta$	$E(\pi^\pm)_{cr}(\theta)$	$E(K^\pm)_{cr}(\theta)$	$E(K_L^0)_{cr}(\theta)$
1	121	897	194
0,6	202	1500	324
0,4	298	2190	473
0,3	392	2900	628
0,2	572	4220	915
0,1	886	6540	1410
0,05	1060	7820	1690
0	1190	8760	1890

Tabella 9.3 - Valori dell'energia critica in GeV di  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$  e  $K_L^0$  per diversi angoli zenitali.

Secondo il modello di atmosfera standard, valido per quote  $h > 11$  km, la densita` di materia varia con l'altezza secondo la distribuzione:

$$\rho = \rho_0 \exp[-h/h_0] \quad (9.4)$$

con  $\rho_0 = 2,05 \cdot 10^{-3}$  g/cm<sup>3</sup>; la densita` verticale di colonna X, in g/cm<sup>2</sup>, e` quindi funzione della quota ed e` definita come:

$$X = h_0 \rho \quad (9.5)$$

Lo spettro dei neutrini atmosferici e` quindi legato allo spettro dei muoni a livello del mare ed a quello da essi generato sottoterra. Per  $E_\mu \gg E_{cr}$  i muoni hanno un percorso molto elevato in roccia e, come vedremo con la (9.15), spettro proporzionale a  $E_\mu^{-(\gamma+1)}$ , se invece  $E_\mu \ll E_{cr}$  i muoni hanno un percorso piu` breve e spettro proporzionale a  $E_\mu^{-\gamma}$ .

## 9.2 Spettro e intensita` dei muoni

Una delle quantita` caratteristiche della fisica dei raggi cosmici (quindi anche dei neutrini atmosferici) e` l'intensita` I, definita come il numero di particelle per unita` di angolo solido che attraversano, nell'unita` di tempo, l'unita` di area

perpendicolarmente alla direzione di arrivo della particella stessa; l'intensità è quindi misurata in numero di particelle  $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ . Data l'intensità, si definisce flusso delle particelle la quantità  $\Phi_{\Omega} = \int I \cos\theta d\Omega$ , dove  $\theta$  è l'angolo tra la normale al piano attraversato dalle particelle e la loro direzione d'arrivo; se l'emissione dall'emisfero sovrastante l'osservatore è isotropa, il flusso è dato da:

$$\Phi = 2\pi \int_0^{\pi/2} I \cos\theta \sin\theta d\theta = \pi I \quad (9.6)$$

poiché  $\pi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta$ , il flusso coincide con il valor medio dell'intensità dall'emisfero visibile, mediato sull'angolo solido. La densità di particelle con velocità  $v$  è data da:

$$N = 4\pi I/v \quad (9.7)$$

In genere, nei raggi cosmici non si hanno particelle monoenergetiche ma distribuite su tutto uno spettro energetico; si deve quindi definire l'intensità spettrale differenziale, tale che  $I(E)dE$  rappresenta l'intensità delle particelle con energia compresa tra  $E$  ed  $(E + dE)$ . L'intensità integrale è definita come:

$$I(\geq E) = \int_E^{\infty} I(E)dE \quad (9.8)$$

Per una distribuzione isotropa di particelle di massa  $m$ , la densità diventa:

$$N(\geq E) = 4\pi \int_E^{\infty} \frac{I(E)}{v} dE \quad (9.9)$$

dove ( $\beta = v/c$ ):

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc^2 + E_k \quad (9.10)$$

Gli spettri integrale e differenziale dei raggi cosmici primari sono già stati definiti con le relazioni (7.28) e (7.29); l'indice spettrale vale  $\gamma \sim 1,7$  fino ad energie  $E \sim 10^6$  GeV e sale a  $\gamma \sim 2,2$  ad energie superiori, per poi ritornare a  $\gamma \sim 1,7$  per energie  $E > 10^{19}$  eV. Le misure sui raggi cosmici primari possono essere fatte in modo diretto, con palloni o satelliti, solo alle basse energie, in cui il flusso è sufficientemente alto da poter essere misurabile in rivelatori di piccola accettazione; non sono invece possibili misure dirette sui primari di alta energia. In questo caso, le caratteristiche della radiazione primaria, in particolare intensità e composizione chimica, sono ricostruite da misure fatte sulla radiazione cosmica secondaria, soprattutto con grandi apparati per lo studio degli sciami estesi atmosferici, la cui grande area permette di rivelare flussi molto bassi di raggi cosmici, dell'ordine di:

$$\Phi(> 10^{15} \text{ eV}) = 10/\text{m}^2 \text{ ora}$$

$$\Phi(> 10^{20} \text{ eV}) = 1/\text{km}^2 \text{ anno}$$

Lo spettro energetico differenziale dei raggi cosmici primari è riportato in figura 9.2. Quello verticale dei muoni a livello del mare (quindi alle basse energie) è riportato in figura 9.3a, in cui si nota l'effetto della modulazione solare; l'analogo spettro a varie profondità sottoterra (quindi a diversi valori di alta energia), ottenuto con l'esperimento LVD del Gran Sasso, è riportato in figura 9.3b.

A partire da queste distribuzioni, diversi autori hanno calcolato il flusso di neutrini atmosferici a Terra, sia per quelli prodotti nel decadimento di  $\pi$ ,  $K$  e  $\mu$  che per quelli pronti. Il termine di riferimento sperimentale per i flussi neutrinici calcolati è stato, per molto tempo, solo il flusso misurato dei muoni a livello del mare oppure a diverse profondità sottoroccia, corrispondenti a diverse energie dei muoni; questi ultimi, essendo prodotti mediante lo stesso processo (7.1) di produzione dei neutrini, costituiscono un vincolo al flusso di neutrini e forniscono informazioni sperimentali sulla loro intensità.

Cio' è conseguenza del fatto che, pur essendo i neutrini atmosferici la componente più abbondante dei raggi cosmici al suolo o sottoterra, la piccola sezione d'urto neutrini-nucleoni ha consentito solo recentemente osservazioni dirette di neutrini atmosferici con grandi esperimenti sotterranei. Infatti, all'energia del GeV (in cui il prodotto flusso per sezione d'urto è massimo) il flusso dei neutrini atmosferici integrato su tutte le direzioni d'arrivo è circa  $\Phi = 1 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ; ma la loro piccola sezione d'urto, per neutrini e antineutrini mediata tra la (7.3) e la (7.4), che vale circa:

$$\sigma = 0,5 \cdot 10^{-38} \text{ cm}^2 E_\nu (\text{GeV}) \quad (9.11)$$

comporta un piccolo numero di interazioni in un esperimento sotterraneo di massa  $M$  anche molto grande, dell'ordine di circa:

$$\Phi\sigma Mt = 100/\text{kton anno} \quad (9.12)$$

Se sono note l'energia  $E_{\mu_0}$  e lo spettro  $dI_{\mu_0}(E_{\mu_0})/dE_{\mu_0}$  dei muoni al suolo, la loro intensità e spettro alla profondità  $x$  sottoterra possono essere calcolate con le espressioni seguenti:

$$I_\mu(x) = \int_0^\infty P(E_{\mu_0}, x) \frac{dI_{\mu_0}(E_{\mu_0})}{dE_{\mu_0}} dE_{\mu_0} \quad (9.13)$$

$$\frac{dI_\mu(E_\mu, x)}{dE_\mu} = \int_0^\infty P_1(E_{\mu_0}, x, E_\mu) \frac{dI_{\mu_0}(E_{\mu_0})}{dE_{\mu_0}} dE_{\mu_0} \quad (9.14)$$

dove  $P(E_{\mu_0}, x)$  è la probabilità di sopravvivenza e  $P_1(E_{\mu_0}, x, E_\mu)$  la distribuzione energetica dei muoni alla profondità  $x$ .

I muoni della radiazione cosmica secondaria che penetrano sottoroccia sono dunque di tre tipi:

1. muoni prodotti dal decadimento (7.1) di  $\pi$  e  $K$ , prodotti in interazioni di raggi cosmici primari nell'atmosfera terrestre,

2. muoni pronti, prodotti insieme ai neutrini nel decadimento di particelle a vita breve, come i mesoni charmati, anche esse prodotte in interazioni di raggi cosmici primari nell'atmosfera terrestre,
3. muoni prodotti da interazioni a correnti cariche di neutrini atmosferici di tipo muonico che interagiscono nella roccia vicino al rivelatore.

A profondita' inferiori a  $14.000 \text{ hg/cm}^2$  di roccia standard, il contributo maggiore all'intensita' dei muoni sottoroccia proviene dal meccanismo di tipo 1. Il meccanismo di tipo 2 contribuisce all'intensita' dei muoni sottoroccia a profondita' inferiori a  $12.000 \text{ hg/cm}^2$  di roccia standard, ma costituisce una fonte molto meno importante di muoni rispetto a quelli prodotti da  $\pi$  e K. I muoni di tipo 3 sono dominanti per profondita' superiori a  $\sim 14.000 \text{ hg/cm}^2$  di roccia standard. Anche per quanto riguarda i neutrini atmosferici, il meccanismo di tipo 1 fornisce il contributo dominante al loro flusso a Terra.

Lo spettro dei  $\mu$  prodotti da  $\pi$  e K a livello del mare in direzione verticale e' dato da:

$$\frac{dI}{dE_\mu} = AE^{-\gamma} \left( \frac{C_\pi}{1 + \frac{E_\mu b_\pi}{E_{cr}^\pi}} + \frac{C_K}{1 + \frac{E_\mu b_K}{E_{cr}^K}} \right) \quad (9.15)$$

dove A e' un fattore di normalizzazione,  $\gamma = \gamma_{\pi K} \sim 2,7$  e' l'indice dello spettro dei mesoni  $\pi$  e K, che coincide con quello dello spettro primario,  $C_\pi$  e  $C_K$  sono fattori numerici che comprendono l'abbondanza, la cinematica ed i rapporti di decadimento di  $\pi$  e K,  $1/b_\pi$  e  $1/b_K$  sono costanti (dell'ordine dell'unita') che definiscono la frazione di energia del mesone  $\pi$  o K presa dal  $\mu$ , mediata sui rispettivi spettri. Dalla (9.15) si vede che, se  $E_\mu \ll E_{cr}$  (per entrambi i termini in parentesi) i due rapporti a denominatore si possono trascurare e quindi l'intensita' verticale dei muoni a livello del mare varia come  $E^{-\gamma}$ ; al contrario, se  $E_\mu \gg E_{cr}$  si puo' trascurare il valore 1 a denominatore e quindi l'intensita' verticale varia come  $E^{-(\gamma+1)}$ .

Per calcolare l'intensita' dei muoni a livello del mare ad angoli zenitali qualsiasi, si deve ricordare che, per la (9.1), l'energia critica di  $\pi$  e K dipende dalla densita' dell'aria nel luogo di produzione dei muoni, e che il loro percorso in atmosfera e' maggiore rispetto a quello dei muoni verticali. Infatti, a parita' di percorso  $x_1$  (in cm) in direzione inclinata, la probabilita' di decadimento non cambia mentre quella di interazione diventa inferiore perche'  $\pi$  e K attraversano strati meno densi di atmosfera, con minor densita' di colonna X (in  $\text{g/cm}^2$ ) attraversata. A parita' di libero cammino medio per collisione, deve quindi corrispondere un maggior percorso geometrico per la minor densita' atmosferica; la legge della secante permette di ricondurre l'intensita' dei muoni al caso verticale, sostituendo al grammaggio X nella (9.5) la quantita'  $X \cos \theta^*$ , dove X e' la densita' di colonna lungo il percorso di  $\pi$  o K, e  $\theta^*$  e' l'angolo zenitale all'altezza di produzione dei  $\mu$  (diversa rispetto all'altezza di produzione dei muoni verticali).

Con queste notazioni, l'energia critica (9.3) diventa  $E_{cr}(\theta) = E_{cr}(0)/\cos \theta^*$  e lo spettro dei muoni a livello del mare (9.15) e':

$$\frac{dI}{dE_\mu} = AE^{-\gamma} \left( \frac{C_\pi}{1 + \frac{E_\mu b_\pi \cos\theta^*}{E_{cr}^\pi}} + \frac{C_K}{1 + \frac{E_\mu b_K \cos\theta^*}{E_{cr}^K}} \right) \quad (9.16)$$

Le semplici considerazioni geometriche precedenti permettono di calcolare il valore di  $\cos\theta^*$  per ogni  $\cos\theta$ , con la relazione:

$$\cos\theta^* = \left( 1 - \frac{R^2 \sin^2 \theta}{(R + h_\mu)^2} \right)^{1/2} \quad (9.17)$$

dove  $R$  è il raggio terrestre e  $h_\mu$  è l'altezza di produzione dei  $\mu$ , che varia da circa 17 km in direzione verticale a circa 32 km in direzione orizzontale. Si vede dalla (9.17) che, essendo  $h_\mu \ll R$ , gli angoli  $\theta$  e  $\theta^*$  hanno valori molto simili.

x (km.a.e.)	$I_\mu$ ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ )	$E_m$ (TeV)	$P(E_m, x)$	$\langle E_\mu \rangle$ (GeV)
1	$1,36 \cdot 10^{-6}$	0,360	0,85	122
2	$1,37 \cdot 10^{-7}$	0,863	0,72	198
3	$2,65 \cdot 10^{-8}$	1,56	0,60	251
4	$6,60 \cdot 10^{-9}$	2,51	0,49	287
5	$1,88 \cdot 10^{-9}$	3,84	0,40	312
6	$5,80 \cdot 10^{-10}$	5,62	0,32	328
7	$1,87 \cdot 10^{-10}$	8,09	0,26	340
8	$6,24 \cdot 10^{-11}$	11,4	0,21	347
9	$2,12 \cdot 10^{-11}$	16,1	0,17	351
10	$7,30 \cdot 10^{-12}$	22,4	0,13	355
11	$2,55 \cdot 10^{-12}$	30,9	0,10	356
12	$8,99 \cdot 10^{-13}$	42,7	0,08	356

Tabella 9.4 - Intensita' verticale dei muoni, loro energia mediana a livello del mare, probabilita' di sopravvivenza ed energia media dei muoni per diverse profondita' sottoterra in km di acqua equivalente.

In tabella 9.4 e' riportata, per diverse profondita'  $x$  sottoroccia misurata in km di acqua equivalente [ossia lo spessore di acqua  $x$  a cui corrisponde un ugual grammaggio di roccia  $x, \rho$ ], l'intensita' verticale  $I_\nu(h) = I(h)\cos\theta^*$  dei  $\mu$ , la loro energia mediana a livello del mare, la corrispondente probabilita' di sopravvivenza in roccia e l'energia media alla profondita'  $x$ . L'energia media dei muoni in funzione della profondita' puo' essere calcolata dallo spettro a livello del mare e dalle perdite di energia nell'attraversamento della roccia. In prima approssimazione, queste ultime sono date dalla (7.34) per cui, se lo spettro in superficie e' del tipo  $N_\mu(E, 0) = KE^{-\gamma}$ , lo spettro alla profondita'  $x$  e' dato da:

$$\frac{dN_{\mu}(E, x)}{dE_{\mu}} = K e^{-\gamma b x} \left[ E_{\mu} + \frac{a}{b} (1 - e^{-b x}) \right]^{-(\gamma+1)} \quad (9.18)$$

e l'energia media dei muoni sottoroccia e' data da:

$$E_m = \frac{a}{b(\gamma - 1)} (1 - e^{-b x}) \quad (9.19)$$

Le previsioni sull'intensita' dei muoni a livello del mare o sottoroccia si accordano bene con i dati ottenuti in diversi rivelatori e costituiscono quindi il termine di riferimento per il calcolo dell'intensita' dei neutrini atmosferici. Come esempio di verifica sperimentale all'intensita' dei muoni osservata in esperimenti sotterranei, esaminiamo i dati relativi all'esperimento LVD del Gran Sasso, la cui profondita' sottoroccia a diversi angoli zenitali e' data dalla conoscenza dello spessore di roccia ottenuto mediante una dettagliata mappa della montagna. L'intensita' verticale dei muoni, per intervalli di profondita' ( $h \pm \Delta h/2$ ), si ottiene dal numero di eventi lungo una qualsiasi direzione, ma con il medesimo spessore di roccia, secondo la definizione:

$$I_v(h) = \frac{1}{\Delta T \Omega(h)} \sum_i^n \frac{N_i \cos \theta_i}{A_i(\theta_i, \phi_i)} \quad (9.20)$$

dove  $\Delta T$  e' il tempo totale di misura,  $\Omega(h)$  e' l'angolo solido corrispondente ad un intervallo di spessore,  $n$  e' il numero di intervalli ( $\theta, \phi$ ) che contribuiscono al corrispondente spessore di roccia,  $N_i$  ed  $A_i$  sono rispettivamente il numero di muoni e l'accettanza dell'esperimento nell'intervallo  $i$ -esimo di profondita'  $h$ , infine  $\theta_i$  e  $\phi_i$  sono gli angoli zenitali e azimutali. Come si osserva in fig. 9.3, l'intensita' verticale dei muoni mostra andamento pressoché esponenziale fino a profondita' di circa 14.000 hg/cm<sup>2</sup> di roccia standard, seguito da un andamento costante. Questi dati, che si estendono per oltre cinque decenni di intensita' verticale, sono rappresentabili con un'unica curva per l'intero intervallo di profondita', da 3.000 a 20.000 hg/cm<sup>2</sup> di roccia standard, la cui espressione analitica e':

$$I_v(h) = A \cdot e^{-\frac{h}{h_0}} \left( \frac{h_0}{h} \right)^{\alpha} + K \quad (9.21)$$

Ponendo  $\alpha = 2$ , ottenuto con precedenti esperimenti, il best fit dei parametri (gli errori sono puramente statistici) fornisce i valori:

$$\begin{aligned} A &= (1.77 \pm 0.02) 10^6 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}, \\ h_0 &= (1211 \pm 3) \text{ hg/cm}^2 \text{ di roccia standard}, \\ K &= (2.98 \pm 1.15) 10^{-13} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \end{aligned}$$

L'intensita' verticale dei muoni tra 3.000 hg/cm<sup>2</sup> e 9.000 hg/cm<sup>2</sup> e' stata confrontata con i risultati di altri esperimenti, ottenendo un discreto accordo, considerato che LVD ha compiuto uno studio esclusivo (solo muoni singoli sono stati

analizzati, con opportune correzioni), mentre gli altri esperimenti hanno compiuto studi inclusivi (sono compresi nell'analisi muoni di diversa molteplicità). Quindi la relazione intensità-profondità in questi esperimenti è circa il 10% più alta rispetto a quella di LVD.

I dati riportati in figura 9.3 sono anche stati utilizzati per calcolare l'indice spettrale  $\gamma_{\pi\kappa}$  dello spettro energetico differenziale (7.29) di pioni e kaoni in atmosfera. Questo calcolo è stato fatto utilizzando le probabilità di sopravvivenza dei muoni nella roccia sovrastante il laboratorio, ottenute con simulazioni Monte Carlo, e usando lo spettro dei muoni a livello del mare nella forma generale, modificata per tener conto dell'aumento della sezione d'urto delle interazioni adroni-nuclei alle alte energie. Lo spettro dei muoni a livello del mare è funzione di 2 parametri: un parametro di normalizzazione e l'indice spettrale, il cui valore numerico, ottenuto dal miglior accordo con i dati sperimentali, è  $\gamma_{\pi\kappa} = 2.75 \pm 0.03$  (inclusi errori statistici e sistematici).

### 9.3 Spettro e intensità dei neutrini atmosferici

Un modo diretto per stabilire l'esistenza di neutrini muonici atmosferici, che interagiscono nella roccia vicino ad un rivelatore sotterraneo, è quello di mostrare che, per angoli zenitali prossimi a 90 gradi, il flusso di muoni non dipende dalla profondità sottoroccia, per profondità superiori a circa 14.000 hg/cm<sup>2</sup> di roccia standard. La particolare topologia della montagna del Gran Sasso permette di esplorare profondità da 14.000 a 20.000 hg/cm<sup>2</sup> di roccia standard ad un angolo zenitale costante vicino a 90°. Tra i dati analizzati con l'esperimento LVD e riportati in fig. (9.3b) sono stati osservati 17 muoni che hanno attraversato profondità superiori a 14.000 hg/cm<sup>2</sup> di roccia standard; di questi, 14 hanno un angolo zenitale superiore a 82.5°. Si deduce che, per un dato angolo zenitale di circa 90° e profondità superiori a 14.000 hg/cm<sup>2</sup> di roccia standard, il flusso di muoni non dipende dalla profondità e vale:

$$I_{\nu \rightarrow \mu}(90^\circ) = (8.3 \pm 2.6) 10^{-13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (9.22)$$

Come detto, questa misura è un'evidenza diretta dell'esistenza di muoni indotti da neutrini muonici atmosferici che interagiscono nella roccia vicina all'esperimento. Il flusso misurato, anche se piccolo rispetto ai valori di tab. 9.4, costituisce una componente costante del fondo in ogni esperimento in cui si vogliono ricercare sorgenti astrofisiche di neutrini di alta energia, quali i resti di supernovae o i nuclei galattici attivi.

A profondità inferiori a 14.000 hg/cm<sup>2</sup> il flusso dei neutrini atmosferici può essere stimato dal flusso di muoni a livello del mare, con procedimenti simili al calcolo di quest'ultimo, essendo i neutrini prodotti in parte mediante il medesimo processo (7.1) di decadimento di  $\pi$  e K ed in parte dal successivo decadimento dei  $\mu$ . Si vede inoltre dalla (7.1) che, se tutte le particelle  $\pi$ , K e  $\mu$  decadono in atmosfera, anziché interagire, il flusso di  $\nu_\mu$  è doppio rispetto a quello di  $\nu_e$  (ed analogamente per i corrispondenti antineutrini) e il rapporto  $\nu_\mu/\bar{\nu}_e$  coincide con il rapporto  $\mu^+/\bar{\mu}$ . Data la cinematica dei decadimenti, infine, ogni neutrino nella catena ha circa la stessa energia.

In sorgenti astrofisiche di neutrini, che in genere hanno piccola densità di materia, questa situazione permane fino alle alte energie, mentre cambia già ad

energie di circa 1 GeV nell'atmosfera terrestre. Infatti, come abbiamo visto, l'altezza tipica di produzione di  $\pi$  e K (e quindi anche  $\mu$ ) in atmosfera, ossia la prima interazione della radiazione cosmica primaria, e' compresa tra circa 15 e 30 km, a cui corrisponde la densita' di colonna di una atmosfera, circa  $10^3$  g/cm<sup>2</sup> per giungere al suolo. Per la (7.34) si puo' quindi concludere che i  $\mu$  osservati a livello del mare con energia 1 GeV sono stati prodotti con energia di almeno 3 GeV al top dell'atmosfera. I muoni di minor energia sono decaduti in atmosfera e forniscono il maggior contributo al flusso dei neutrini elettronici. Per questo motivo, il rapporto  $\nu_e/\nu_\mu$  diminuisce rapidamente con l'energia sopra il GeV, e ad alte energie la sola fonte di  $\nu_e$  e' il decadimento del  $K_L^0$ . In figura (9.4) e' mostrato il rapporto  $\nu/\bar{\nu}$  alle basse energie.

Il calcolo del flusso di neutrini da decadimento di  $\pi$  e K puo' essere fatto in modo analogo al calcolo del flusso dei muoni, ottenendo formule simili alle (9.15) e (9.16). Anche il calcolo del flusso di neutrini da decadimento dei muoni puo' essere fatto in modo analitico, con la complicazione che, in questo caso, e' necessario tener conto delle perdite di energia dei  $\mu$  in atmosfera e del fatto che, per la non-conservazione della parita', i muoni sono prodotti completamente polarizzati nei processi di decadimento dei pioni (sinistrorsi nel decadimento di  $\pi^+$  e destrorsi nel decadimento di  $\pi^-$ ). Poiche' il calcolo analitico richiede approssimazioni notevoli (soprattutto sulle perdite di energia dei muoni) e porta a risultati poco precisi, in genere si preferisce calcolare l'intensita' e lo spettro dei neutrini atmosferici con simulazioni Monte Carlo, per effettuare un confronto piu' accurato con i dati sperimentali dei rivelatori sotterranei.

Le simulazioni si riferiscono a singoli esperimenti ed iniziano, in genere, dalle interazioni dei raggi cosmici primari. A causa del campo geomagnetico, solo i primari di energia superiore ad un valore di soglia, che dipende dalla posizione terrestre, possono penetrare attraverso la magnetosfera e giungere fino all'atmosfera. Quindi, per ogni localita' terrestre e direzione d'arrivo dei primari esiste un taglio geomagnetico nella rigidita' dei primari, al di sotto del quale non vengono prodotti i raggi cosmici secondari. Questo taglio varia da meno di 1 GeV per protoni vicini al polo geomagnetico, a circa 15 GeV per protoni verticali vicini all'equatore.

Infatti, il potenziale del campo magnetico terrestre mostra un termine dominante di dipolo con momento magnetico  $M = 8 \cdot 10^{25}$  gauss cm<sup>3</sup>, inclinato di circa 11° rispetto all'asse geografico di rotazione: il polo sud magnetico e' situato alle coordinate terrestri 78,2° nord e 69° ovest. La traiettoria di una particella carica nel campo magnetico terrestre puo' essere ricavata mediante la risoluzione di un sistema di equazioni differenziali relative alle coordinate del sistema di riferimento cilindrico ( $z, \lambda, \varphi$ ) dove l'asse  $z$  e' parallelo all'asse  $Z$  del dipolo,  $\lambda$  e  $\varphi$  indicano la latitudine e la longitudine geomagnetica.

La traiettoria di una particella carica nel piano meridiano e' descritta dall'integrale di Stoermer:

$$2\gamma = R \cos\lambda \sin\theta + R^{-1} \cos^2\lambda \quad (9.23)$$

dove  $\theta$  e' l'angolo tra la traiettoria ed il piano meridiano,  $2\gamma$  e' una lunghezza definita dal rapporto tra quantita' di moto angolare della particella rispetto all'asse del dipolo e sua quantita' di moto totale, ed  $R$  e' la distanza radiale. Le lunghezze, espresse in "unita' di Stoermer":



$$(MZe/pc)^{1/2} = 4,9 \cdot 10^9 (Z/pc)^{1/2} \text{ cm}$$

(con momento pc espresso in GeV), dipendono dalla rigidità magnetica pc/Ze della particella (espressa in GV). Poiché deve essere  $|\sin\theta| \leq 1$ , si vede dalla (9.23) che devono esistere regioni permesse e regioni proibite nel piano (R, Z) e la rigidità della particella determina se essa possa o meno giungere a Terra mediante la condizione:

$$\frac{pc}{Ze} \geq \frac{60 \cos^4 \lambda}{\left[1 + \left(1 - \sin\psi \cos\eta \cos^3 \lambda\right)^{1/2}\right]^2} \quad (\text{GV}) \quad (9.24)$$

dove  $\psi$  è l'angolo zenitale della traiettoria all'incidenza sulla Terra e  $\eta$  è l'angolo azimutale misurato in senso antiorario a partire da est. Per incidenza verticale la (9.24) si riduca a:

$$\frac{pc}{Ze} \geq 15 \cos^4 \lambda \quad (\text{GV}) \quad (9.25)$$

dove il segno di uguaglianza definisce la rigidità di taglio, di cui alcuni valori sono riportati in tabella 9.5.

Latitudine geomagnetica	0	30	45	60	90
Direzione d'arrivo					
ovest	10	6,4	3,1	0,9	0
verticale	15	8,5	3,7	0,93	0
est	60	13,4	4,6	1,0	0

Tabella 9.5 - Rigidità di taglio (in GV) dei protoni primari

Si noti che, a parità di quantità di moto per nucleone, i primari pesanti hanno rigidità magnetica doppia dei protoni, in quanto:

$$G_{\text{nucleo}} = \frac{(pc)_{\text{nucleo}}}{Ze} = \frac{A(pc)_{\text{nucleone}}}{Ze} \approx 2G_{\text{protone}}$$

e quindi, per ogni latitudine geomagnetica eccetto che per i poli, la radiazione cosmica incidente a Terra ha composizione chimica povera di protoni rispetto a quella incidente fuori della magnetosfera.

Dalla tabella 9.5 si nota che, al diminuire della latitudine geomagnetica, corrisponde un aumento della rigidità di taglio, con conseguente diminuzione del flusso di primari di bassa energia (noto come effetto di latitudine), e che la rigidità di taglio è maggiore per particelle provenienti da est rispetto a quelle provenienti da ovest (noto come effetto est-ovest), con una differenza massima all'equatore geomagnetico.

L'effetto del taglio geomagnetico influisce quindi in modo notevole sulla produzione di neutrini atmosferici di bassa energia, fino a energie di qualche decina

di GeV; questo intervallo energetico e' particolarmente importante in quanto comprende la massima zona di produzione di interazioni di neutrini, come abbiamo visto con la (9.12), alla quale corrispondono, come vedremo, le energie tipiche degli eventi confinati negli esperimenti attuali. Per neutrini di piu' alta energia, invece, prodotti da primari di rigidita' superiore a quella di taglio, gli effetti geomagnetici sono ininfluenti.

Inoltre, per energie minori di circa 10 GeV, l'intensita' dei raggi cosmici nell'eliosfera varia anche con l'attivita' solare, di periodo undecennale, che induce una modulazione di ugual periodo nel flusso dei raggi cosmici a Terra: questo si riduce di circa un fattore 10 in periodi di grande attivita' solare rispetto al flusso in periodi di bassa attivita'. Il flusso di neutrini atmosferici alle basse energie e' quindi inversamente correlato all'attivita' solare, e anche di questa variazione periodica le simulazioni devono tener conto. Lo spettro calcolato dei neutrini atmosferici, in conclusione, viene simulato a partire dallo spettro dei primari, diverso per i diversi luoghi in cui sono collocati gli esperimenti, variabile nel tempo e non esprimibile con una legge di potenza alle piccole energie. In tabella 9.6 sono riportati i flussi, mediati sugli angoli di incidenza, dei neutrini atmosferici al massimo di attivita' solare, per alcune localita' in cui si trovano esperimenti sotterranei.

Luogo E (GeV)	Nord America				Giappone				Italia-Francia			
	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$
0,06-0,08	165	150	340	338	92	87	189	190	141	130	290	290
0,08-0,10	133	120	272	271	76	72	156	156	115	107	236	235
0,10-0,14	194	175	390	389	116	109	236	235	170	158	346	345
0,14-0,20	185	167	360	360	118	111	235	236	167	154	329	329
0,20-0,30	172	153	337	336	117	110	238	237	160	145	317	316
0,30-0,40	96	85	184	184	70	64	138	139	91	82	176	176
0,40-0,60	98	85	188	187	75	68	150	149	95	83	184	182
0,60-0,80	47	40	89	88	38	34	76	75	46	40	88	87
0,80-1,00	26	22	49	49	22	19	43	43	26	22	49	48
1,00-1,20	16	13	30	30	14	12	27	27	16	13	30	30
1,20-1,40	10	8,3	20	19	9,1	7,6	18	18	10	8,3	20	19
1,40-1,60	6,9	5,6	13	13	6,2	5,2	13	12	6,8	5,6	13	13
1,60-1,80	5,0	4,1	9,5	9,3	4,5	3,8	9,0	8,8	4,9	4,1	9,5	9,3
1,80-2,00	3,6	3,0	7,0	6,9	3,4	2,8	6,7	6,6	3,6	3,0	7,0	6,9
2,00-3,00	8,7	7,0	18	17	8,3	6,8	17	17	8,6	7,0	18	17
> 3,00	6,4	5,0	15	14	6,3	5,0	15	14	6,4	5,0	15	14

Tab. 9.6 - Flusso di neutrini atmosferici ( $m^{-2}s^{-1}sr^{-1}bin^{-1}$ ) mediato sull'angolo di incidenza al massimo di attivita' solare per alcune localita' terrestri.

In figura (9.5) sono mostrati alcuni risultati di simulazioni Monte Carlo sul flusso di neutrini atmosferici, mediato su tutte le direzioni, per energie minori del GeV; da essa si puo' notare un ampio massimo a  $\sim (30 - 40)$  MeV, una forte decrescita con l'energia e che localita' vicine al polo geomagnetico (per esempio nord degli Stati Uniti) hanno un flusso di neutrini piu' elevato di quello calcolato per localita' vicine all'equatore (per esempio Giappone). Al contrario, i neutrini

provenienti dal basso hanno flusso meno dipendente dalla localita` perche` mediati su parti piu` estese dell'emisfero opposto.

Per piu` alte energie (oltre il GeV) l'effetto della modulazione solare e del campo geomagnetico sono trascurabili, per cui i flussi dei neutrini atmosferici a Terra possono essere calcolati anche in modo analitico, come gia` fatto per i muoni; una formula parametrica, simile alla (9.16), per il calcolo dello spettro differenziale dei neutrini atmosferici e` la seguente:

$$\frac{dI}{dE_\mu} = AE^{-\gamma} \left( \frac{1}{1 + \frac{6 E_\nu \cos\theta^*}{E_{cr}^\pi}} + \frac{0,21}{1 + \frac{1,44 E_\mu \cos\theta^*}{E_{cr}^K}} \right) \quad (9.26)$$

con il solito significato delle energie critiche.

Energia $\nu$ ( $\bar{\nu}$ ) (GeV)	Neutrini elettronici Angolo zenitale			Neutrini muonici Angolo zenitale		
	0	45	90	0	45	90
0,2	$6,5 \cdot 10^{-1}$	$6,7 \cdot 10^{-1}$	$7,1 \cdot 10^{-1}$	1,34	1,43	2,08
0,5	$8,6 \cdot 10^{-2}$	$9,8 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-1}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$	$2,25 \cdot 10^{-1}$	$3,5 \cdot 10^{-1}$
1	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$6,5 \cdot 10^{-2}$
5	$7,1 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$8,8 \cdot 10^{-4}$
10	$6,3 \cdot 10^{-6}$	$9,6 \cdot 10^{-6}$	$4,6 \cdot 10^{-5}$	$4,3 \cdot 10^{-5}$	$5,3 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
50	$2,1 \cdot 10^{-8}$	$3,1 \cdot 10^{-8}$	$3,8 \cdot 10^{-7}$	$3,1 \cdot 10^{-7}$	$4,0 \cdot 10^{-7}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$
$10^2$	$2,1 \cdot 10^{-9}$	$3,2 \cdot 10^{-9}$	$3,7 \cdot 10^{-8}$	$3,6 \cdot 10^{-8}$	$4,6 \cdot 10^{-8}$	$1,3 \cdot 10^{-7}$
$10^3$	$8,7 \cdot 10^{-13}$	$1,3 \cdot 10^{-12}$	$8,2 \cdot 10^{-12}$	$2,3 \cdot 10^{-11}$	$2,9 \cdot 10^{-11}$	$7,7 \cdot 10^{-11}$
$10^4$	$2,3 \cdot 10^{-16}$	$3,6 \cdot 10^{-16}$	$2,2 \cdot 10^{-15}$	$7,2 \cdot 10^{-15}$	$9,9 \cdot 10^{-15}$	$4,2 \cdot 10^{-14}$
$10^5$	$5,1 \cdot 10^{-20}$	$8,1 \cdot 10^{-20}$	$4,7 \cdot 10^{-19}$	$1,6 \cdot 10^{-18}$	$2,2 \cdot 10^{-18}$	$1,2 \cdot 10^{-17}$
$10^6$	$6,4 \cdot 10^{-24}$	$9,0 \cdot 10^{-24}$	$5,3 \cdot 10^{-23}$	$2,5 \cdot 10^{-22}$	$3,5 \cdot 10^{-22}$	$2,0 \cdot 10^{-21}$
$10^7$	$6,7 \cdot 10^{-28}$	$9,4 \cdot 10^{-28}$	$5,5 \cdot 10^{-27}$	$2,6 \cdot 10^{-26}$	$3,7 \cdot 10^{-26}$	$2,1 \cdot 10^{-25}$
$10^8$	$7,1 \cdot 10^{-32}$	$1,0 \cdot 10^{-31}$	$5,6 \cdot 10^{-31}$	$2,8 \cdot 10^{-30}$	$3,8 \cdot 10^{-30}$	$2,1 \cdot 10^{-29}$

Tabella 9.7 - Intensita` differenziale ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}\text{GeV}^{-1}$ ) dei neutrini atmosferici da decadimento di  $\pi$  e K al minimo di attivita` solare.

Energia (GeV)	Angolo zenitale	
	0	90
$10^4$	$3,6 \cdot 10^{-16}$	$3,6 \cdot 10^{-16}$
$10^5$	$7,6 \cdot 10^{-19}$	$7,6 \cdot 10^{-19}$
$10^6$	$1,3 \cdot 10^{-21}$	$1,3 \cdot 10^{-21}$
$10^7$	$1,3 \cdot 10^{-24}$	$1,3 \cdot 10^{-24}$
$10^8$	$4,6 \cdot 10^{-28}$	$6,3 \cdot 10^{-28}$
$10^9$	$2,9 \cdot 10^{-32}$	$5,4 \cdot 10^{-32}$

Tabella 9.8 - Intensita` differenziale ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}\text{GeV}^{-1}$ ) dei neutrini atmosferici da decadimento di particelle charmate.

Per neutrini provenienti dall'alto o dal basso i flussi calcolati tendono a coincidere; invece, in direzioni quasi orizzontali ( $|\theta| > 70^\circ$ ), si deve considerare l'effetto di curvatura dell'atmosfera terrestre, che comporta una densità di colonna attraversata diversa alle diverse direzioni e quindi una dipendenza angolare del flusso di neutrini. Questo fatto ha come conseguenza un aumento del flusso di neutrini orizzontali rispetto a quello dei neutrini provenienti da altre direzioni, come mostrato in figura (9.6). Nelle tabelle (9.7) e (9.8) è riportato il risultato di una simulazione numerica sull'intensità differenziale dei neutrini, rispettivamente per decadimento di  $\pi$  e K oppure di particelle charmate, calcolate al minimo dell'attività solare. Le intensità al massimo di attività solare si ottengono moltiplicando i primi valori di tabella (9.7) per un fattore che varia da 0,83 per  $E_\nu = 0,2$  GeV a 0,98 per  $E_\nu = 1$  GeV. Si noti che l'intensità dei neutrini prodotti da decadimento di particelle charmate supera quella dei neutrini prodotti da decadimento di  $\pi$  e K per  $E_\nu > 10^6$  GeV.

#### 9.4 Rivelazione dei neutrini atmosferici

I neutrini atmosferici che arrivano in un esperimento sotterraneo sono rivelabili mediante l'osservazione di elettroni o muoni prodotti da interazioni di  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$  (e loro antiparticelle) in tre modi:

1. eventi contenuti, se l'interazione avviene entro il rivelatore e l'energia di elettroni e muoni è minore di quella di confinamento;
2. eventi semicontenuti, se l'interazione avviene entro il rivelatore e l'energia di elettroni e muoni è maggiore di quella di confinamento;
3. eventi dal basso, se  $\nu_\mu$  provenienti in direzione antiverticale interagiscono nella roccia e producono muoni che attraversano il rivelatore verso l'alto.

Ovviamente, il terzo meccanismo può anche avvenire dall'alto, ma in questo caso i muoni da neutrino sono mascherati dai muoni atmosferici il cui flusso è molto maggiore anche a grandi profondità sottoterra. Il meccanismo di tipo 1 è stato studiato in dettaglio, con misure sperimentali ad acceleratori o con simulazioni Monte Carlo, per molti esperimenti dedicati alla ricerca del decadimento del protone, in cui il fondo di neutrini atmosferici all'energia di 1 GeV può mascherare l'evento cercato. La figura (9.7) mostra il confronto tra i valori del flusso di neutrini atmosferici misurato in alcuni esperimenti e quello calcolato, alle energie tipiche di confinamento.

Energia (GeV)	Flusso $\nu_e$ ( $\text{GeV}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ )	Energia (GeV)	Flusso $\nu_\mu$ ( $\text{GeV}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ )
0,32-0,50	$2,1 \cdot 10^{-1} \pm 7,2 \cdot 10^{-2}$	0,25-0,56	$3,0 \cdot 10^{-1} \pm 1,5 \cdot 10^{-1}$
0,50-0,76	$7,3 \cdot 10^{-2} \pm 1,9 \cdot 10^{-2}$	0,56-0,74	$1,9 \cdot 10^{-1} \pm 5,0 \cdot 10^{-2}$
0,76-1,00	$2,4 \cdot 10^{-2} \pm 1,0 \cdot 10^{-2}$	0,74-1,00	$8,6 \cdot 10^{-2} \pm 2,7 \cdot 10^{-2}$
1,00-2,00	$4,3 \cdot 10^{-3} \pm 1,6 \cdot 10^{-3}$	1,00-1,48	$3,7 \cdot 10^{-2} \pm 9,7 \cdot 10^{-3}$
2,00-3,50	$7,3 \cdot 10^{-4} \pm 3,5 \cdot 10^{-4}$	1,48-3,16	$4,5 \cdot 10^{-3} \pm 1,3 \cdot 10^{-3}$
3,50-6,00	$2,0 \cdot 10^{-4} \pm 1,1 \cdot 10^{-4}$	1,00-10,0	$1,3 \cdot 10^{-3} \pm 4,0 \cdot 10^{-4}$
6,00-31,6	$3,7 \cdot 10^{-6} \pm 1,5 \cdot 10^{-6}$	3,16-15,9	$2,0 \cdot 10^{-4} \pm 7,2 \cdot 10^{-5}$
		10,0-100	$3,7 \cdot 10^{-6} \pm 1,4 \cdot 10^{-6}$
		15,9-63,1	$1,4 \cdot 10^{-6} \pm 4,7 \cdot 10^{-7}$
		100-1500	$3,8 \cdot 10^{-10} \pm 1,5 \cdot 10^{-10}$

$$\underline{1500-10000 \quad 1,1 \cdot 10^{-12} \pm 4,4 \cdot 10^{-13}}$$

Tabella 9.9 - Flussi omnidirezionali assoluti di  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$  (e loro antiparticelle) misurati con l'esperimento Frejus.

Il rateo di eventi contenuti in un rivelatore di massa fiduciale  $M_f$  e' :

$$R = N_A M_f \sum_i \int \left( \int \frac{d\sigma_i}{dE_{vis}} \frac{dN_i}{dE_\nu} dE_\nu d\Omega \right) \varepsilon_i(E_{vis}) dE_{vis} \quad (9.27)$$

dove  $dN_i/dE_\nu$  e' il flusso dei neutrini di specie  $i$ ,  $d\sigma_i/dE_{vis}$  e' la sezione d'urto di interazione per nucleone che produce un'energia visibile  $E_{vis}$  nel rivelatore, la cui efficienza di rivelazione  $\varepsilon(E_{vis})$  e' generalmente stimata con metodi Monte Carlo. Come mostrato anche in fig. (9.7), il massimo rateo di eventi contenuti si ha ad energie visibili dell'ordine di qualche centinaio di MeV; ad energie superiori ad alcuni GeV il numero di eventi contenuti diventa troppo piccolo negli attuali esperimenti e la rivelazione dei neutrini atmosferici avviene attraverso la misura del flusso di muoni prodotti nella roccia. L'energia di confinamento e' diversa per i diversi esperimenti e dipende dalla loro massa e geometria; per la (7.34) si puo' comunque concludere che anche i grandi esperimenti attuali hanno energie di confinamento inferiori a qualche GeV. In tabella (9.9) sono riportati i flussi di neutrini omnidirezionali misurati con l'esperimento Frejus.

La discriminazione tra interazioni dovute a neutrini elettronici o muonici avviene quindi per mezzo del riconoscimento di tracce di elettroni o di muoni e quindi e' diversa in esperimenti di diverso tipo. Esperimenti visualizzanti a grana fine (quali Frejus e Nussex) hanno il miglior potere di discriminazione in quanto in essi si ricostruiscono le tracce dei singoli prodotti dell'interazione, con risoluzione spaziale dell'ordine del centimetro. Esperimenti Cherenkov ad acqua (quali Kamiokande e IMB) discriminano i due tipi di eventi sulla base della forma dell'anello Cherenkov, che e' meglio definito per i muoni e meno per gli elettroni, in quanto i primi interagiscono di meno nel mezzo mentre i secondi producono piccoli sciami secondari. Infine, esperimenti a scintillatore liquido intervallato con un sistema di tracciamento (quale LVD) discriminano i due tipi di eventi dalla misura delle perdite di energia nello scintillatore e dal numero di secondari associati ad ogni traccia, che sono entrambi minori nel caso dei muoni rispetto a quello degli elettroni.

Il flusso di muoni antiverticali prodotti da neutrini atmosferici e' :

$$N_\mu(E_\mu) = \int_{E_\mu}^{E_\nu^{\max}} dE_\nu^* \frac{dN_\nu}{dE_\nu} P_\nu(E_\nu, E_\mu) \quad (9.28)$$

con:

$$P_\nu(E_\nu, E_\mu) = N_A \int_{E_\mu}^{E_\nu} dE_\mu^* \frac{d\sigma_\nu(E_\mu^*, E_\nu)}{dE_\mu^*} R_{\text{eff}}(E_\mu^*, E_\mu)$$

dove  $\sigma_\nu$  e' la sezione d'urto per interazioni a correnti cariche dei neutrini e  $R_{\text{eff}}(E_\mu^*, E_\mu)$  e' il percorso effettivo in roccia di muoni generati con l'energia  $E_\mu^*$  e rivelati con l'energia residua  $E_\mu$ .

### 9.5 Oscillazioni dei neutrini atmosferici

Insieme alle misure sui neutrini solari, i neutrini atmosferici forniscono uno dei metodi piu` sensibili per lo studio delle loro oscillazioni. Per neutrini in direzione antiverticale, che hanno attraversato un diametro terrestre, si ha  $L \sim 10^4$  km, per quelli verticali si ha invece  $L \sim 20$  km; ricordando la (1.16), le sensibilita` in  $\Delta m^2$  nei due casi sono quindi  $\sim 10^{-5}$  e  $\sim 10^{-2}$  eV<sup>2</sup> rispettivamente per  $\nu_\mu$  di energia 200 MeV, ossia appena sopra la soglia di produzione dei  $\mu$ . Sempre per la (1.16) si puo` notare che gli eventi confinati, essendo prodotti da neutrini di bassa energia, sono anche piu` sensibili in  $\Delta m^2$  rispetto agli eventi dovuti a muoni passanti, che sono prodotti nella roccia da interazioni di neutrini di maggior energia.

Dal punto di vista sperimentale, una misura di oscillazioni indipendente dai modelli deve essere basata sul confronto tra le distribuzioni energetiche dei neutrini provenienti dall'alto o dal basso; la piccola statistica di eventi ed effetti sistematici nella rivelazione (quali il taglio geomagnetico, le variazioni del flusso legate all'attivita` solare, la valutazione dell'energia del neutrino da quella depositata nel rivelatore dai prodotti della sua interazione) rendono tuttavia difficili misure di questo genere anche in esperimenti con ottima risoluzione temporale. Di conseguenza, lo studio delle oscillazioni dei neutrini atmosferici e` di solito effettuato mediante il confronto tra i flussi misurati e quelli previsti da dettagliate simulazioni Monte Carlo, sia per eventi confinati che per eventi passanti, calcolate nell'ipotesi che i neutrini non oscillino.

In questo tipo di analisi gli eventi confinati ed i muoni prodotti da  $\nu_\mu$  in direzione antiverticale devono essere esaminati separatamente, ricordando che nel primo caso l'energia media dei neutrini e`:

$$\bar{E}_\nu = \int_0^{E_{\text{conf}}} E_\nu \Phi(\nu) dE_\nu \sim 1 \text{ GeV} \quad (9.29)$$

mentre nel secondo caso e`:

$$\bar{E}_\nu = \int_0^\infty E_\nu \Phi(\nu) dE_\nu \sim 100 \text{ GeV} \quad (9.30)$$

a cui corrispondono rapporti di flussi:

$$\frac{\Phi(\nu_e)}{\Phi(\nu_\mu)} = \begin{cases} \sim 0,44 & \text{per eventi confinati} \\ \sim 0,18 & \text{per eventi passanti} \end{cases} \quad (9.31)$$

Di conseguenza, ricordando la (1.16), le misure relative ad eventi confinati sono piu` sensibili a piccoli valori di  $\Delta m^2$  delle misure effettuate sui muoni prodotti da neutrini nella roccia. Inoltre, la distanza tra rivelatore e sorgente di neutrini dipende dall'angolo di incidenza dei neutrini, ed e` dell'ordine di  $10^4$  km per interazioni antiverticali; quindi lo studio dei neutrini atmosferici consente di studiarne le oscillazioni nell'intervallo  $10^{-4} < \Delta m^2 < 10^{-2}$  eV<sup>2</sup> per massimo angolo di mixing ( $\sin^2\theta = 1$ ).

Per semplicità consideriamo due specie di neutrini,  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$ , ed indichiamo con  $N_e$  e  $N_\mu$  il numero di eventi prodotti in un rivelatore da interazioni di  $\nu_e$  e di  $\nu_\mu$  rispettivamente. Nel caso di eventi confinati il rapporto dei rapporti:

$$R = \frac{\left(\frac{N_\mu}{N_e}\right)_{\text{dati}}}{\left(\frac{N_\mu}{N_e}\right)_{\text{sim}}} \quad (9.32)$$

fornisce una misura delle oscillazioni, in esperimenti che abbiano una buona capacità di discriminazione tra tracce dovute a elettroni e tracce dovute a muoni, in quanto il numero di eventi ricostruiti come elettroni o come muoni è proporzionale ai corrispondenti flussi incidenti  $\Phi(\nu_e)$  e  $\Phi(\nu_\mu)$ . Nel caso invece di eventi passanti, ossia muoni prodotti da neutrini in direzione antiverticale, mancando le interazioni dei  $\nu_e$ , il rapporto:

$$r = \frac{(N_\mu)_{\text{dati}}}{(N_\mu)_{\text{sim}}} \quad (9.33)$$

permette di studiare le oscillazioni, ma dipende molto più dalle ipotesi fatte nei modelli di quanto dipenda il rapporto  $R$  ed è meno sensibile ai parametri di oscillazione, come abbiamo visto.

In entrambi i rapporti  $R$  e  $r$  il denominatore è calcolato con simulazioni basate sull'assenza di oscillazioni, mentre il numeratore è determinato dai dati sperimentali. Questi devono considerare il fatto che un evento attribuito ad un neutrino di una data specie, per esempio  $\nu_e$ , può essere dovuto sia ad interazioni di neutrini di quella specie che non hanno oscillato, il cui flusso è quindi  $\Phi(\nu_e)P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ , oppure a neutrini dell'altra specie che hanno oscillato, il cui flusso è quindi  $\Phi(\nu_\mu)P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ .

Di conseguenza, per eventi confinati il rapporto (9.32) è dato da:

$$R = \frac{\left(\frac{\Phi(\nu_e)}{\Phi(\nu_\mu)}\right) \left( \frac{\Phi(\nu_\mu)[1 - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)] + \Phi(\nu_e)[P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)]}{\Phi(\nu_e)[1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)] + \Phi(\nu_\mu)[P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)]} \right)}{1 + P\left[\frac{\Phi(\nu_e)}{\Phi(\nu_\mu)} - 1\right]} = \frac{1 + P\left[\frac{\Phi(\nu_e)}{\Phi(\nu_\mu)} - 1\right]}{1 + P\left[\frac{\Phi(\nu_\mu)}{\Phi(\nu_e)} - 1\right]} \quad (9.34)$$

avendo assunto che siano uguali  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = P$  le probabilità di oscillazione. Con questa stessa ipotesi il rapporto (9.33) per eventi passanti, dovuti solo a muoni prodotti da interazioni di neutrini nella roccia, è dato da:

$$r = \frac{\Phi(\nu_\mu)[1 - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)] + \Phi(\nu_e)[1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)]}{\Phi(\nu_\mu)} = 1 + P\left[\frac{\Phi(\nu_e)}{\Phi(\nu_\mu)} - 1\right] \quad (9.35)$$

Esperimento	Rivelatore	Rapporto R	Rapporto r
Nusex	Calorimetro (Fe)	$0,99 \pm 0,40$	
Frejus	Calorimetro (Fe)	$0,99 \pm 0,13 \pm 0,08$	

Soudan	Calorimetro (Fe)	$0.70 \pm 0,17 \pm 0,09$	
Kamiokande	Acqua	$0,60 \pm 0,07 \pm 0,05$	$0,94 \pm 0,06$
IMB	Acqua	$0,54 \pm 0,02 \pm 0,07$	$1,03 \pm 0,04$
Baksan	Scintillatore		1,13
Macro	Streamer e scint.		$0,73 \pm 0,16$

Tab. 9.10 - Valori del rapporto R definito dalla (9.29) per alcuni esperimenti; il primo errore e' statistico, il secondo errore e' sistematico.

I valori dei rapporti (9.34) e (9.35), ottenuti in alcuni esperimenti, sono riportati in tabella 9.10, dalla quale si nota che gli esperimenti calorimetrici visualizzanti forniscono risultati che indicano assenza di oscillazioni, mentre gli esperimenti Cherenkov ad acqua indicano presenza di oscillazioni e, nel caso di Kamiokande, comportano parametri di oscillazione:

$$7 \cdot 10^{-3} < \Delta m^2 < 8 \cdot 10^{-2} \text{ eV}^2 \qquad 0,6 < \sin^2 2\theta < 0,87$$

se confermati. Si deve tuttavia notare dalla tabella (9.10) che gli esperimenti che indicano oscillazioni sono posti a minor profondita' sottoroccia di quelli che non indicano oscillazioni. Il fondo di radiazione cosmica, e soprattutto le particelle neutre prodotte dai muoni che interagiscono nella roccia intorno al rivelatore e penetrano in esso, potrebbe contribuire a falsare il rapporto R, in esperimenti con poca copertura di roccia e quindi con una maggior intensita' di muoni rispetto agli esperimenti collocati a maggior profondita'.