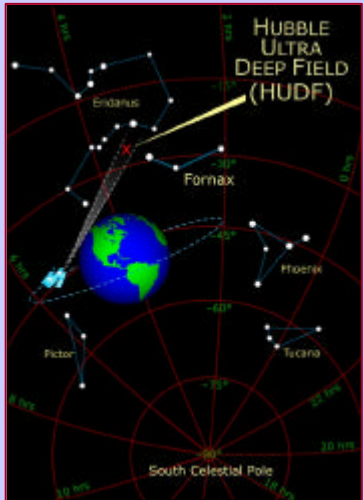




Distribuzione della materia nell'Universo e cosmologia

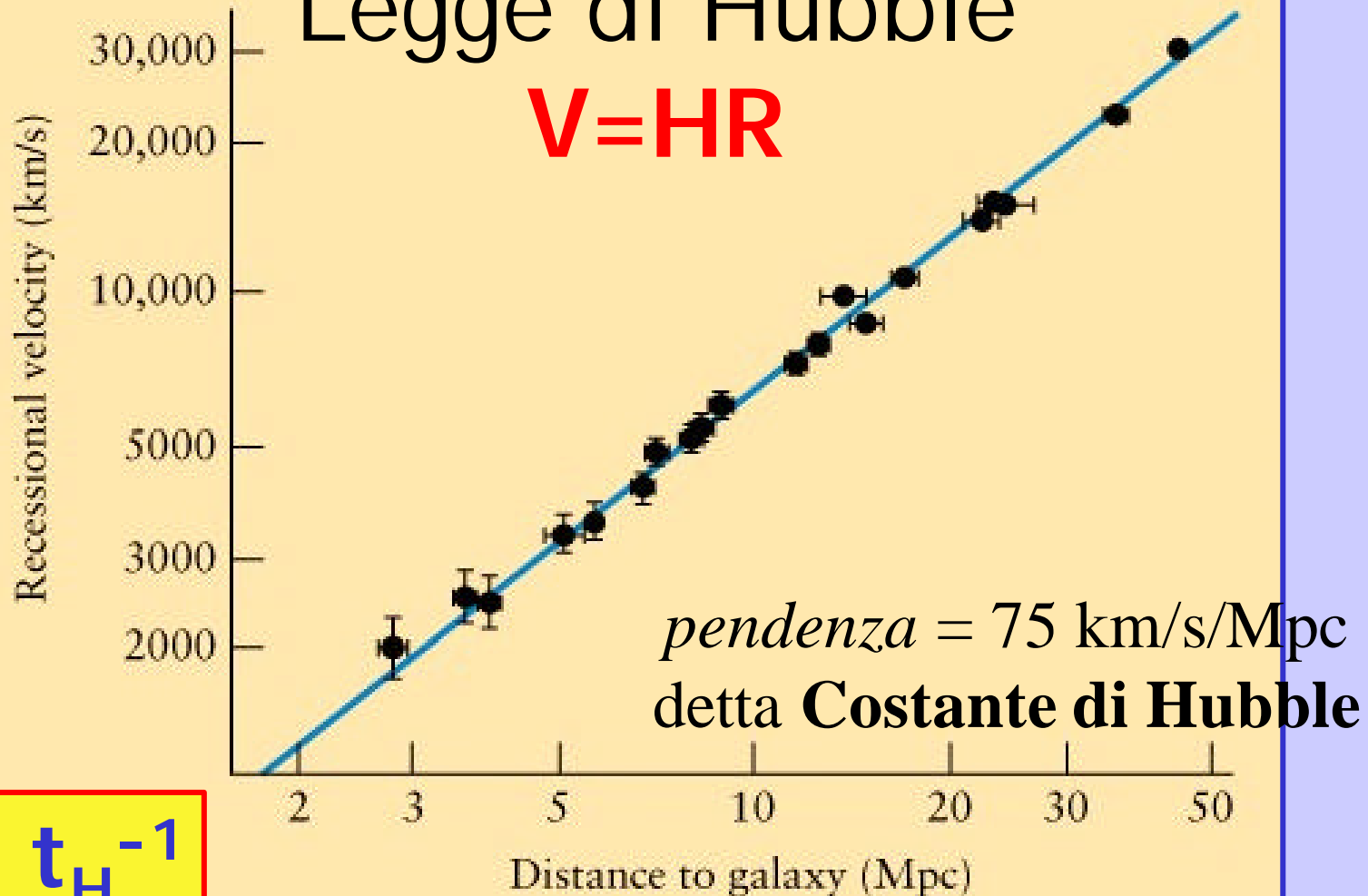
Entro la 30^a
magnitudine
si osservano
circa 100
miliardi di
galassie

Hubble
Ultra Deep Field
(HUDF 2004)



Legge di Hubble

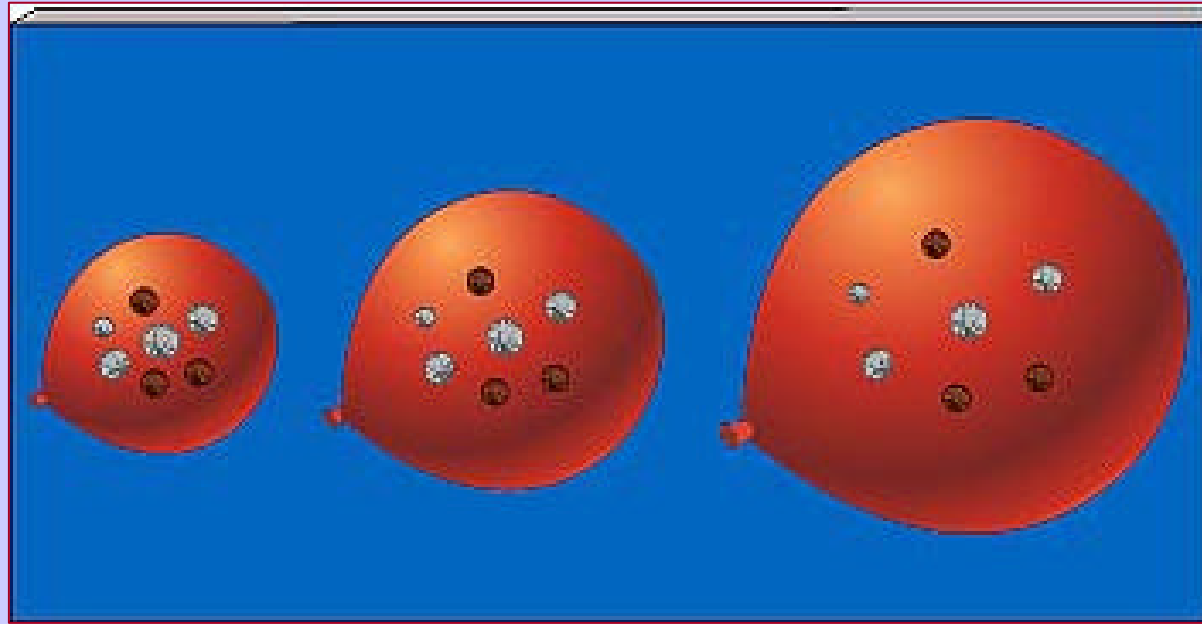
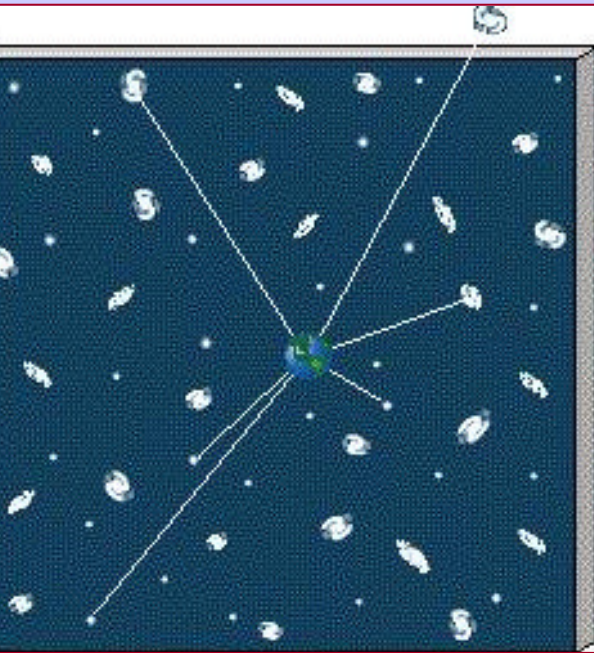
$$V=HR$$



$$H = t_H^{-1}$$

Permette di ricavare la terza dimensione sulle grandi scale

Espansione dell'Universo



La legge di Hubble mantiene costanti i rapporti di scala

Età dell'Universo

$$T > \frac{d}{v_R} = \frac{1}{H_0} \approx 13 \text{ miliardi di anni}$$

Istantanee dal passato

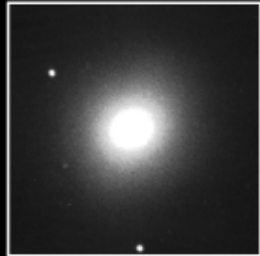
Age of the Universe

Today: 14 Billion Years

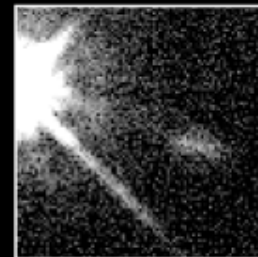
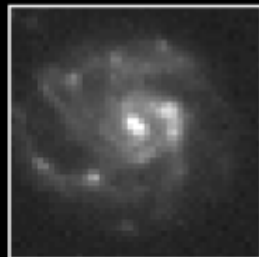
9 Billion Years

5 Billion Years

2 Billion Years



Elliptical



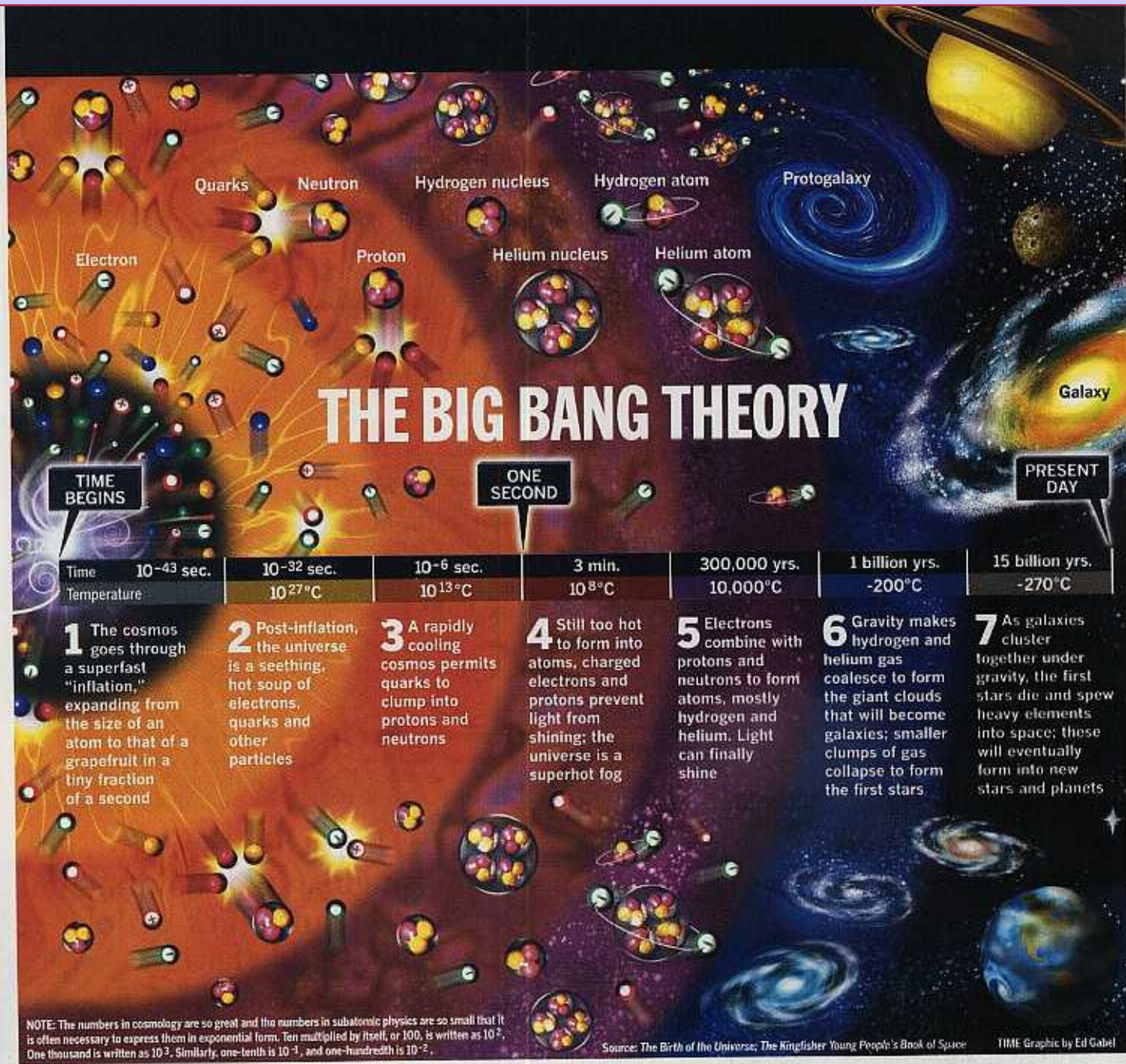
Spiral

Galaxies: Snapshots in Time

HST · WFPC2



Storia del big-bang fino ad oggi



Consideriamo una massa M per la quale valga la legge di Hubble; l'energia cinetica e potenziale valgono rispettivamente:

$$E_C \approx \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \mathbf{p} R^3 \mathbf{r} \cdot H^2 R^2 = \frac{2\mathbf{p}}{3} \mathbf{r} H^2 R^5$$
$$E_P \approx \frac{GM^2}{R} = \frac{G}{R} \left(\frac{4}{3} \mathbf{p} R^3 \mathbf{r} \right)^2 = \frac{16\mathbf{p}^2}{9} G \mathbf{r}^2 R^5$$

il risultato più importante è che il loro rapporto non dipende da R :

$$\frac{E_C}{E_P} = \frac{3H^2}{8\mathbf{p} G \mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}_c}{\mathbf{r}}$$

$$\text{dove } \mathbf{r}_c = \frac{3H^2}{8\mathbf{p} G \mathbf{r}}$$

Dalla legge di Hubble $V = HR$ si ottiene immediatamente l'equazione del moto:

$$\ddot{R} = \frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{dHR}{dt} = R \frac{dH}{dt} + H \frac{dR}{dt} = R \frac{dH}{dt} + RH^2 = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4}{3} \rho G r R$$

Inoltre dalla definizione di densità $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ segue:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{9M}{4\pi R^4} \frac{dR}{dt} = -3\rho \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = -3\rho H(t) \quad \text{e, per la conservazione della massa:}$$

si ottiene: $R^2 \ddot{R} = R^2 \left(-\frac{4}{3} \rho G r R \right) = -\frac{4}{3} \rho G r_0$

$$\rho R^3 = \rho_0 R_0^3 = \rho_0$$

da cui:

$$\ddot{R} \neq 0$$

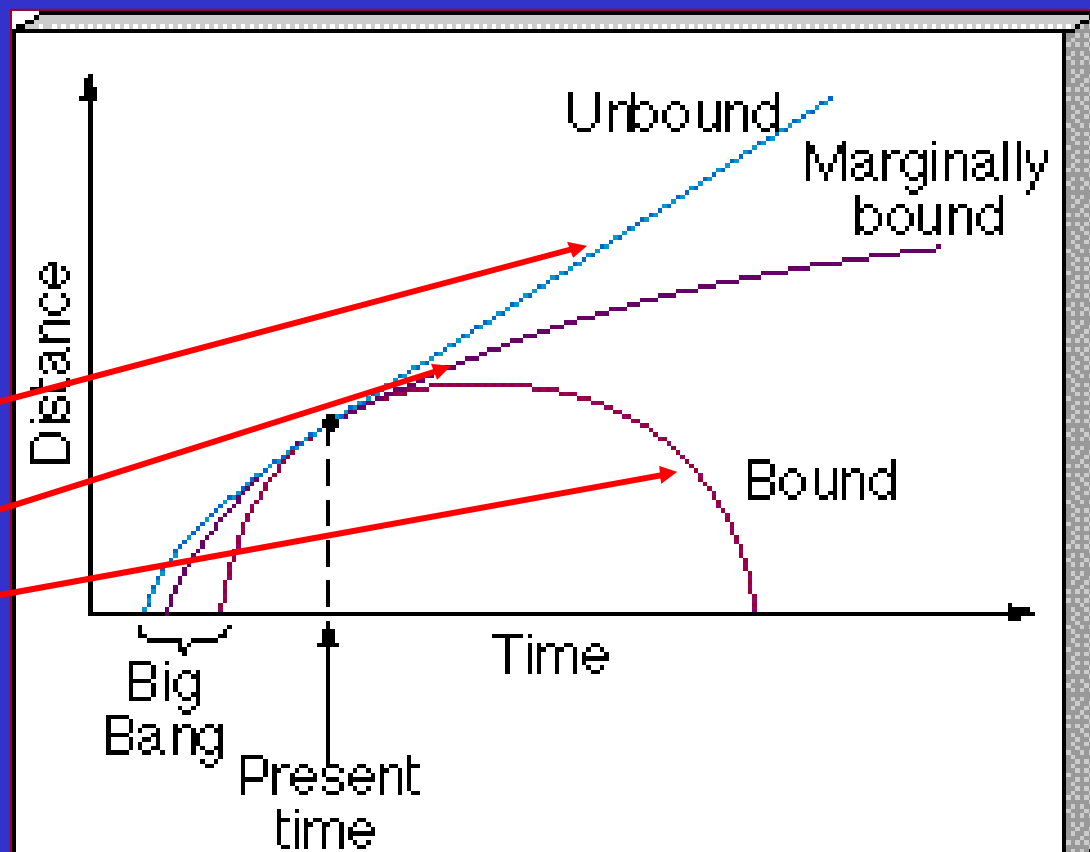
non esiste una soluzione statica, a meno di introdurre la costante cosmologica Λ .

Paradosso di Olbers

$$L = L_* \int_0^{\infty} \frac{4\pi r^2 dr}{4\pi r^2} = \infty$$

- L'Universo non è statico, si espande
- Tipi di Universo: aperti, chiusi, piatti
- Il parametro di densità determina il tipo di Universo

$O < 1$
 $O = 1 \quad ? = 0$
 $O > 1$



Le fasi di espansione dell'Universo

Fase dominata dalla radiazione

- 10^{-5} secondi $< t < 10$ mila anni
- quarks, barioni, modello standard delle particelle elementari
- nucleosintesi
- annichilazione di coppie particelle-antiparticelle (no antimateria ?)
- amplificazione di perturbazioni iniziali lineari $d^2/?$

Fase dominata dalla materia (disaccoppiata dalla radiazione)

- fino ad oggi circa

Fase dominata dalla curvatura o dalla costante cosmologica

- per $K = -1$ la curvatura porta ad un'espansione infinita a velocità costante
- per $K = +1$ la curvatura arresta l'espansione e porta verso il big-crunch
- per $\Lambda > 0$ la costante cosmologica porta ad un'espansione esponenziale (anche nel caso $K = +1$ se sufficientemente grande)
- le perturbazioni di densità in questa fase non si amplificano più

$$\Omega = \frac{r}{r_{crit}} = \frac{8pGr}{3H^2}$$

$$\frac{dr}{dt} = -3rH(t)$$

$$\frac{dH}{dt} = -H^2 - \frac{4}{3}pGr$$

$$M\bar{v}^2 = \frac{GM^2}{R}$$

Per conoscere il valore di Ω è necessario determinare ρ_0 e H_0 (la variazione di ρ e H nel tempo non dipende nè da R nè da M). La densità si determina dalla massa degli ammassi di galassie in cui la velocità di dispersione è data dal teorema del viriale; la costante di Hubble dall'effetto Doppler e dalla scala delle distanze cosmiche.

In presenza di pressione (di radiazione o altro), alla densità della materia si aggiunge un termine dato dall'equazione di stato $P = \alpha\rho c^2$ e l'equazione del moto diventa:

$$\ddot{R} = -\frac{4}{3}pGr \left(r + \frac{P}{\rho c^2} \right) R = -\frac{4pGr}{3c^2} \left(\epsilon + \frac{P}{\rho} \right) R \quad \text{essendo } \epsilon = \rho c^2.$$

Inoltre si ha: $\dot{R}\ddot{R} = -\frac{GM}{R^2}\dot{R}$, ossia $\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\dot{R})^2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{GM}{R}\right)$ Integrando:

$$\frac{1}{2}(\dot{R})^2 - \frac{GM}{R} = \frac{1}{2}(HR)^2 - \frac{4pGrR^3}{3R} = K = \frac{1}{2}(H_0R_0)^2 - \frac{4pGr_0}{3}R_0^2$$

che rappresenta la legge di conservazione dell'energia e che può essere riscritta nella forma seguente

$$(\dot{R})^2 = \frac{8p}{3} \frac{Gr_0R_0^3}{R} - \frac{8p}{3} GR_0^2 (r_0 - r_{cr})$$

dove $r_{cr} = \frac{3H_0^2}{8pG}$

oppure nella forma: $H^2 \equiv \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8pG}{3} r - \frac{Kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$

L'evoluzione dell'universo dipende solo dal parametro Ω

$$\Omega = \frac{r}{r_{cr}}$$

$$\Omega = 0$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = H_0^2 R_0^2$$

$$v = H_0 R_0 = \text{costante}$$

$$R(t) = R_0 + H_0 R_0 (t - t_0)$$

$$\Omega = 1$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8p G}{3} \mathbf{r}_0 \frac{R_0^3}{R} = \frac{H_0^2}{\mathbf{r}_c} \mathbf{r}_0 \frac{R_0^3}{R} = \frac{H_0^2 R_0^3}{R}$$

ponendo $x = R/R_0$ (dove $x = 0$ per $t = 0$ e $x = 1$ per $t = t_0$)
l'equazione si può risolvere facilmente:

$$\sqrt{x} dx = H_0 dt, \text{ da cui } x = \frac{R(t)}{R_0} = \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{2/3}, \text{ ossia } R(t) = R_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}$$

avendo posto $3H_0/2 = 1/t_0$. Per
avere sempre $\rho = \rho_c$, la densità
deve variare come t^{-2} . Infatti:

$$\mathbf{r}(t) = \frac{3H_0^2}{8p G} = \frac{3}{8p G} \left(\frac{2}{3t}\right)^2 = \frac{1}{6p G t^2}$$

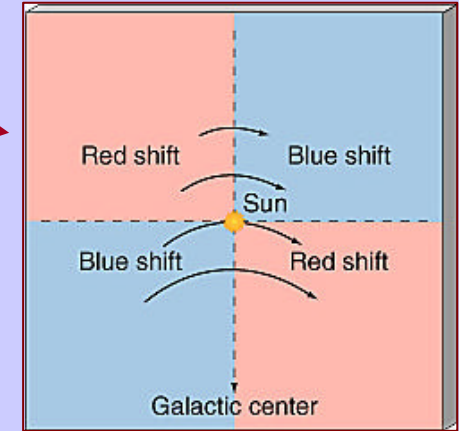
Rotazione differenziale della Galassia

- Velocità delle stelle relativa al Sole

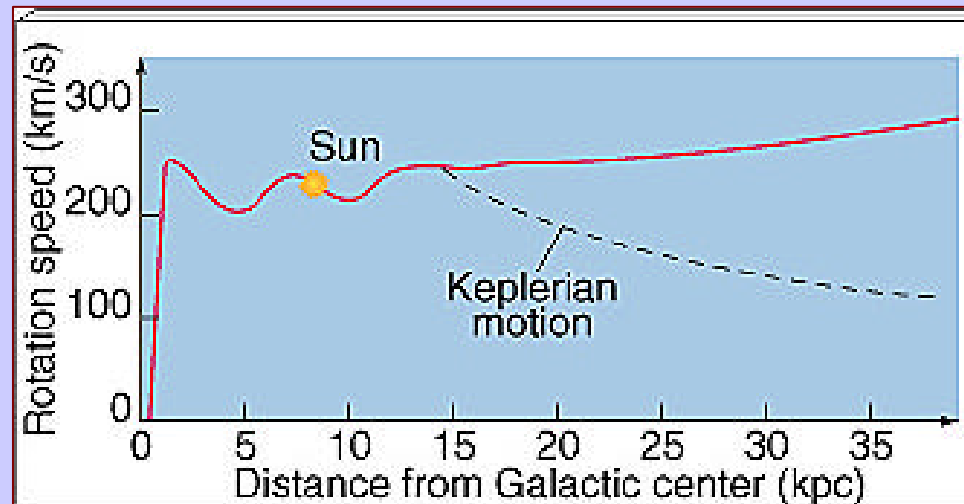
$$\frac{GM(r)}{r^2} = \frac{v_{rot}^2}{r}$$

- Curva di rotazione, equilibrio centrifugo gravitazionale

$$M_{gal} = \frac{R_{gal,AU}^3}{P_{gal,anni}^2} = 10^{11} M_{sole}$$



- Periodo di rotazione alla distanza del Sole circa 250 milioni di anni
- Misura della massa totale



Rapporto massa/luminosità

- M/L è dell'ordine dell'unità per il Sole
 $M_{\odot} = 2 \times 10^{33} \text{ g}$ $L_{\odot} = 4 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$
compatibile con la produzione di energia
termonucleare
- Le misure di massa delle galassie possono essere
 - fotometriche, contando le stelle
 - dinamiche, studiando la dinamica
- Le misure fotometriche danno valori intorno all'unità perché confrontano massa e luminosità delle stelle
- Le misure dinamiche danno valori maggiori dell'unità, fino a 1000 volte in ellittiche giganti
- Presenza di una componente "oscura" che si rivela solo attraverso la gravità che esercita

Curve di rotazione delle spirali:

- assenza di correlazione del campo gravitazionale con la distribuzione di materia luminosa
- per la formazione di spirali occorre una velocità di rotazione alla periferia di almeno 30 - 100 km s⁻¹
- le galassie irregolari hanno velocità di rotazione più basse

Relazione di Tully-Fisher (1977):

- correlazione tra luminosità e velocità rotazionale massima

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{rest}} \sim \frac{v_r}{c} = \frac{V \sin i}{c}$$

- esiste per luminosità nel B, radio, infrarosso

M_B	$-9.95 \log_{10} V_{\max} + 3.15$	Sa
	$-10.2 \log_{10} V_{\max} + 2.71$	Sb
	$-11.0 \log_{10} V_{\max} + 3.31$	Sc

- interpretazione della relazione

1. determinazione della massa della galassia

$$M = \frac{V_{\max}^2 R}{G}$$

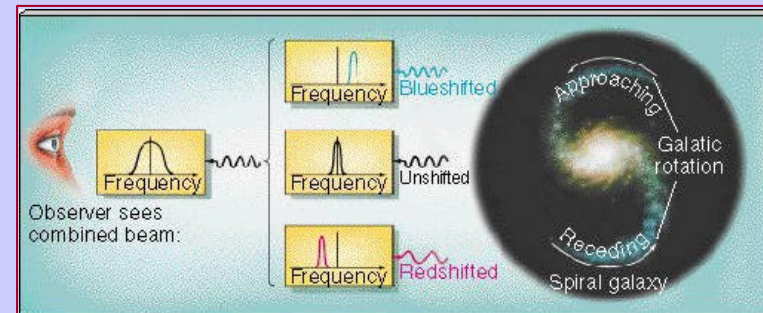
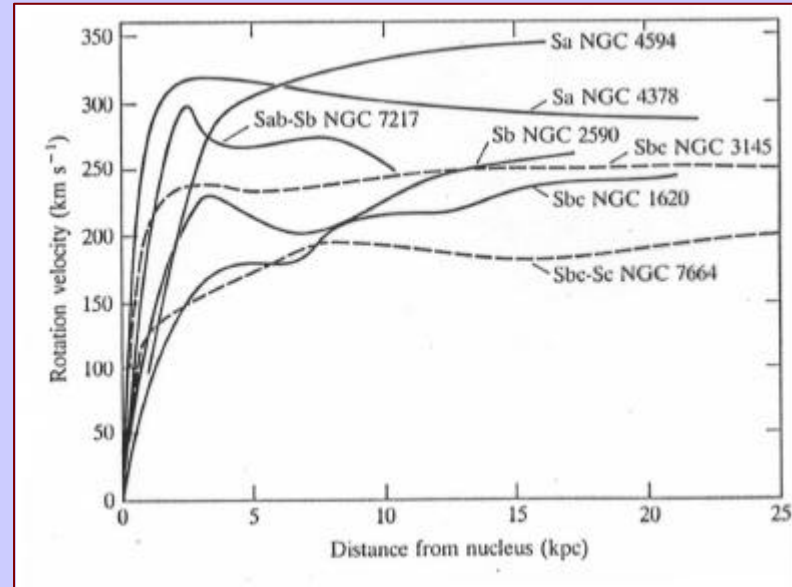
2. se $L/M = C_{ML} = \text{costante}$ per tutte le galassie spirali
3. se tutte le spirali hanno la stessa brillantezza superficiale, $L/R^2 = C_{SB}$
4. si ottiene

$$L = \frac{C_{ML}^2 V_{\max}^4}{C_{SB} G} = C V_{\max}^4$$

- e quindi per la luminosità assoluta

$$M = M_{\odot} - 2.5 \log_{10} \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right) = -10 \log_{10} V_{\max} + \text{cost}$$

$$\frac{GM(r)}{r^2} = \frac{v_{rot}^2}{r}$$



Il tempo dell'Universo

- La velocità della luce è finita: guardare lontano nello spazio significa guardare indietro nel tempo
- La velocità delle onde elettromagnetiche è invariante, il tempo è relativo all'osservatore
- Le equazioni di campo di Einstein descrivono l'evoluzione dell'Universo nel tempo cosmologico

$$R_{ik} - \left(\frac{1}{2}\right)g_{ik}R - \Lambda g_{ik} = -\frac{8\pi}{c^4}GT_{ik} \quad ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k$$

- Anche i fotoni vengono influenzati dalla gravitazione
- Le equazioni cosmologiche, modelli di Friedmann (1922), l'Universo in espansione

Il modello cosmologico di Friedmann

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 = \frac{8pG}{3} \rho - \frac{Kc^2}{R_{curv}^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$R_{curv} \propto R$, $K = -1, 0, +1$ spazio iperbolico, piatto, sferico

Λ = costante cosmologica

$d(\rho_i R^3) = -p_i dR^3$ espansione adiabatica

materia non relativistica $\rho_i \gg p_i \Rightarrow \rho_i \propto R^{-3}$

materia relativistica $\Rightarrow \rho_i \propto R^{-4}$

temperatura del corpo nero $\Rightarrow T_{rad} \propto R^{-1}$

densità critica $\Rightarrow \rho_{crit} \equiv 3H^2 / 8pG$

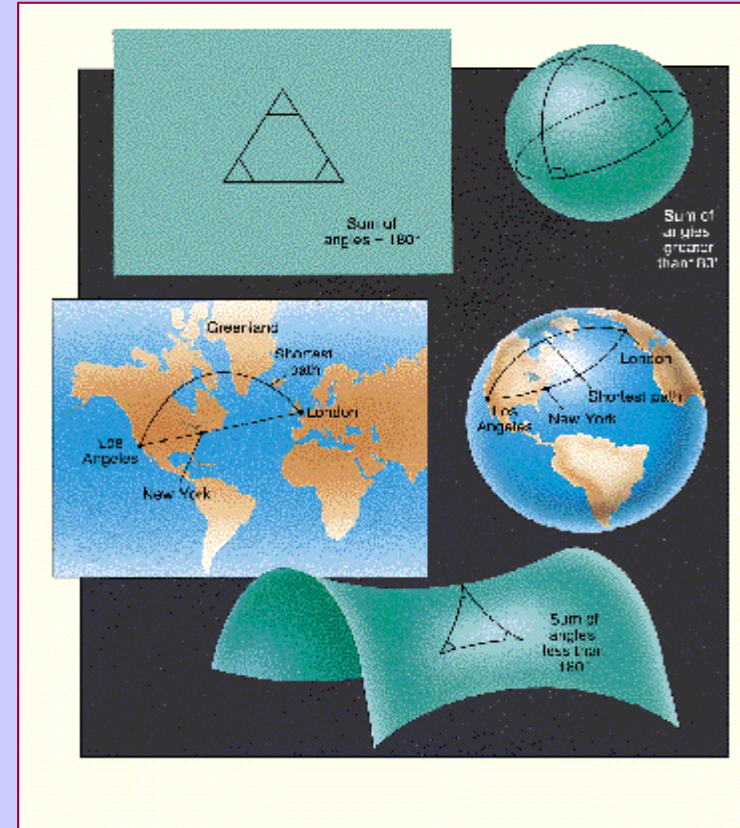
parametro di densità O $\Rightarrow O = \sum O_i$, $O_i = \rho_i / \rho_{crit}$

parametro di decelerazione $\Rightarrow q \equiv -(\ddot{R}/R)H^{-2} = (O/2)(1 + 3p/\rho c^2)$

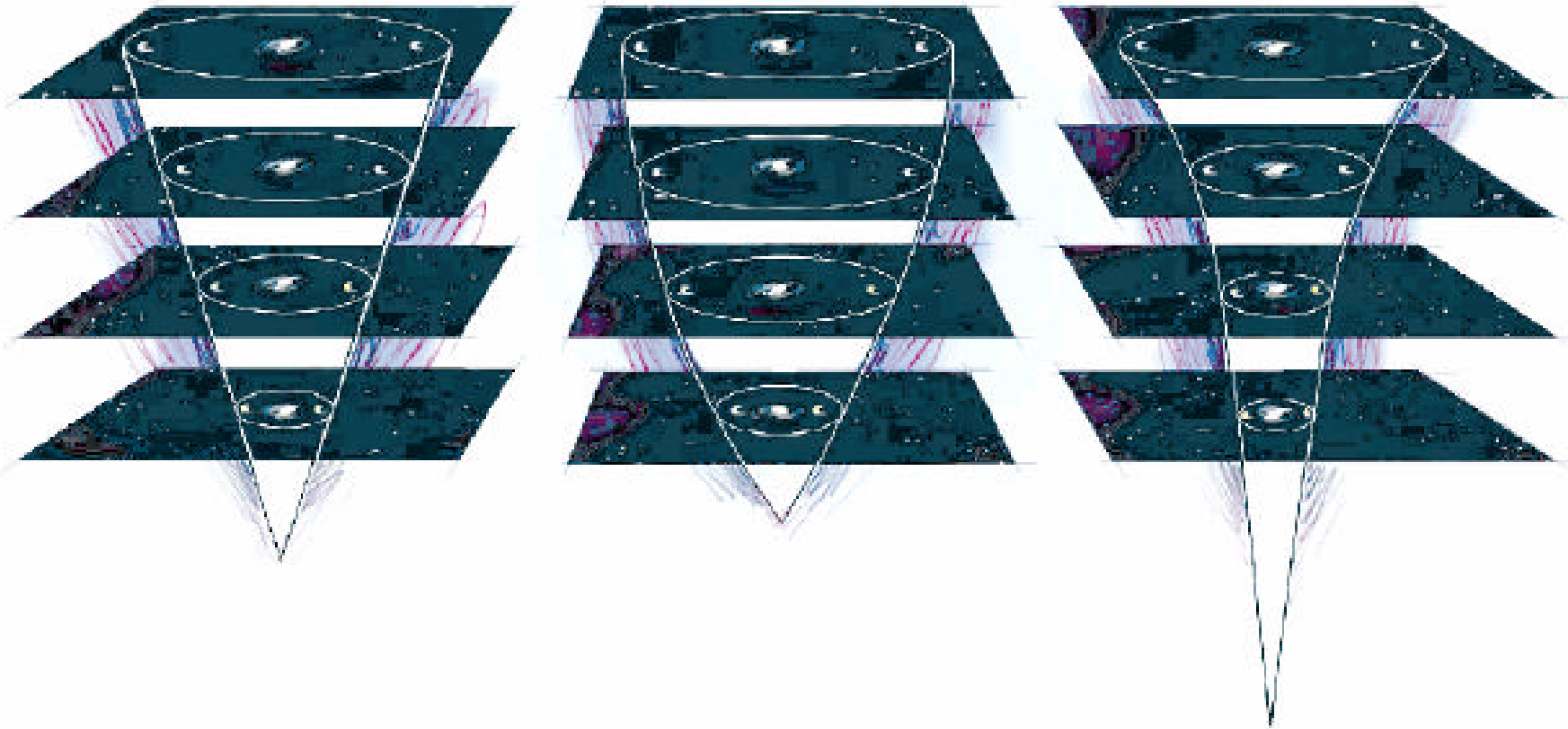
raggio di curvatura $\Rightarrow R_{curv} = cH^{-1}(O-1)^{-1/2}$

La geometria dell'Universo

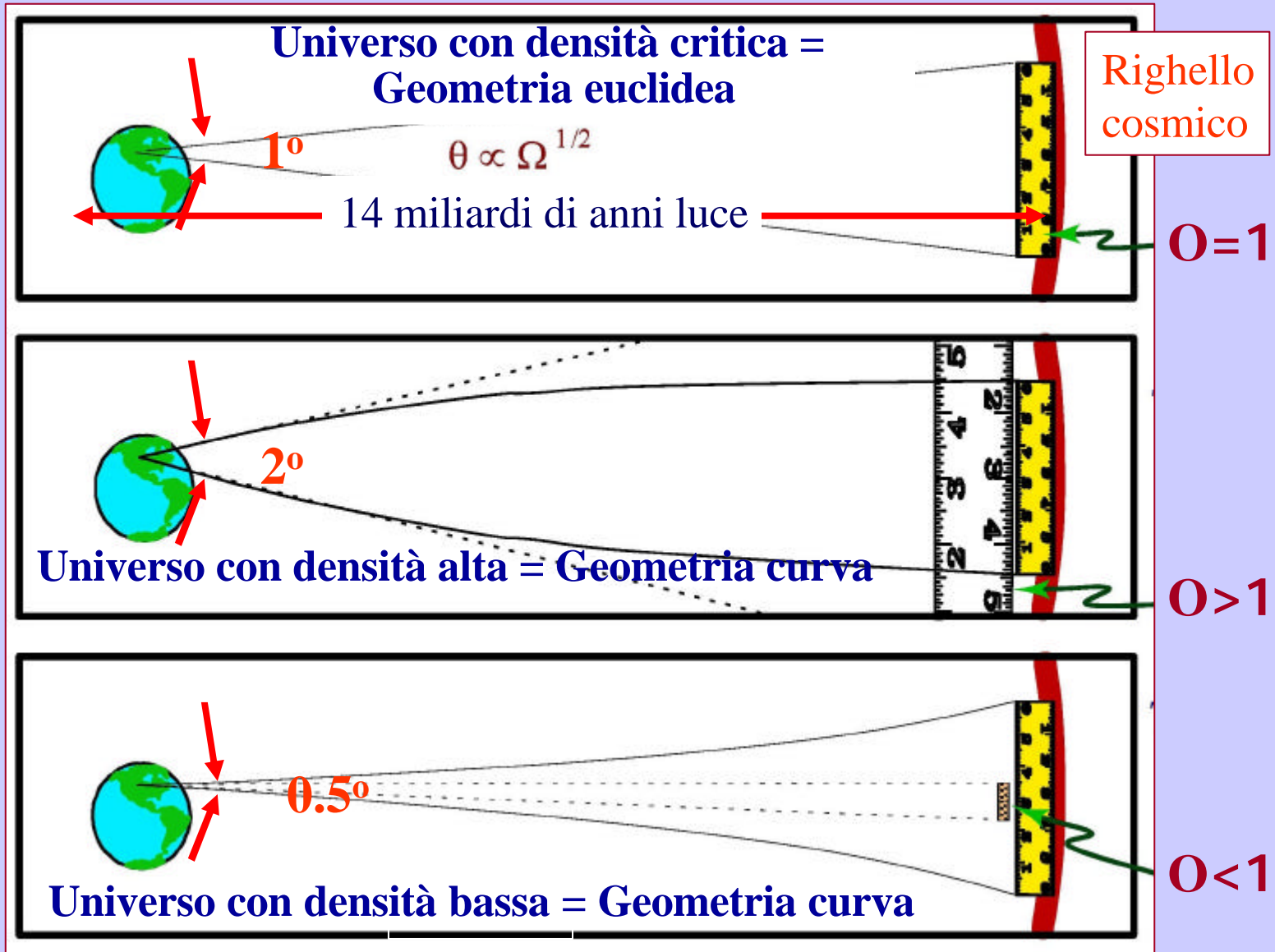
- La propagazione dei raggi luminosi "sente" la gravità
- Illustrazione bidimensionale della fisica in uno spazio tridimensionale
- Tre tipi di superficie (spazio): piana, sferica e iperbolica



La geometria dello spazio dipende dal parametro di densità



Alla ricerca di un righello cosmico

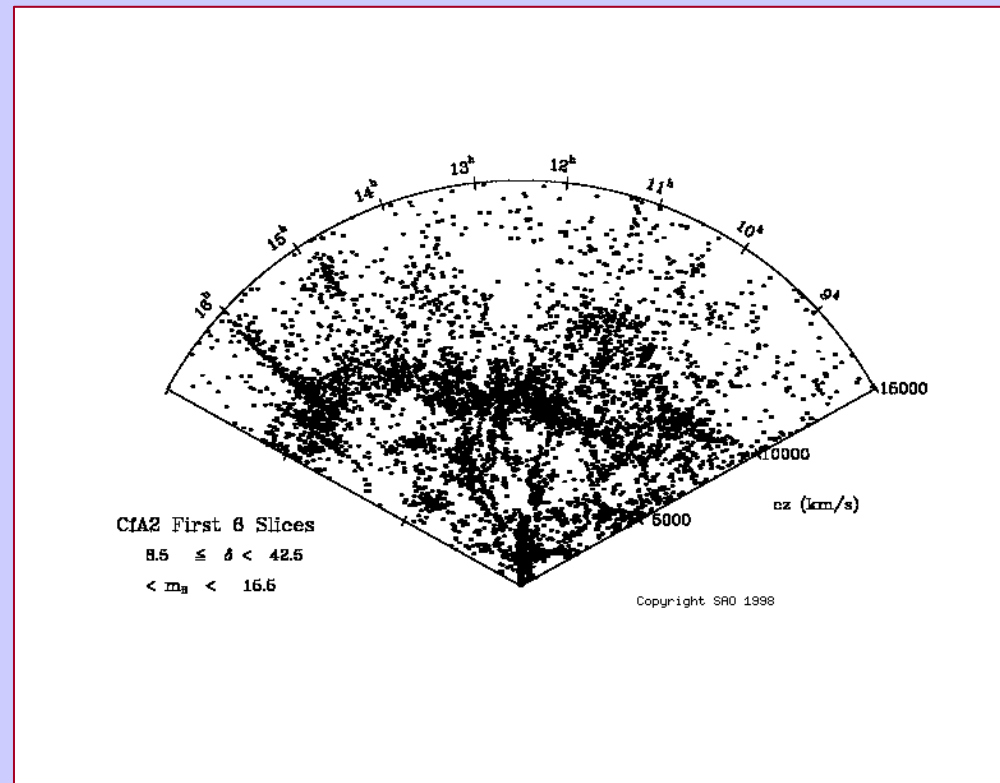


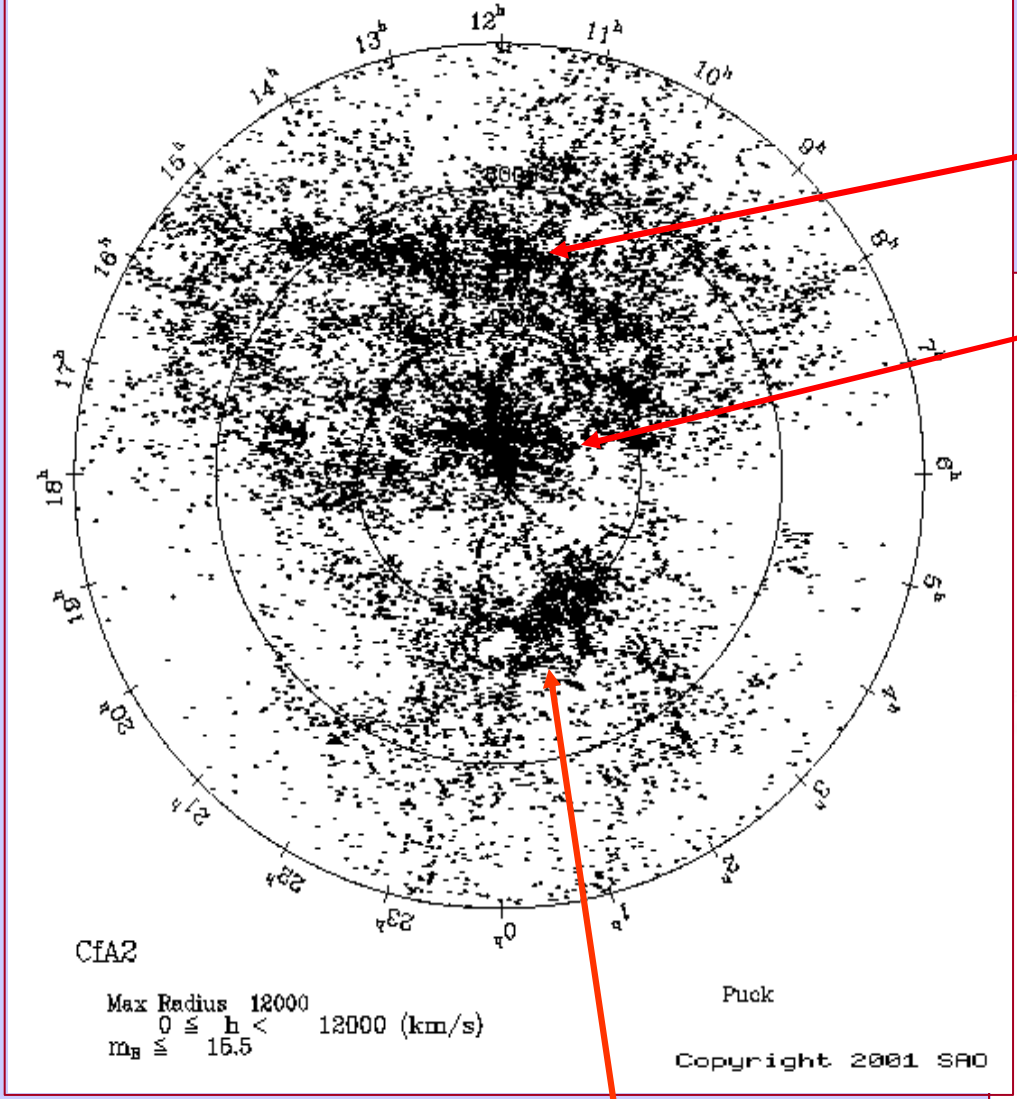
- Qual è il parametro di densità dell'Universo ?
 - La costante di Hubble è derivata dall'espansione
 - Dal numero di stelle, galassie, pianeti e gas si ottiene $\Omega = 0.04$
 - Universo aperto, espansione infinita ?
 - Dalla dinamica delle galassie e degli ammassi e dalle lenti gravitazionali si ottiene $\Omega = 0.27$
 - La **materia oscura**



La distribuzione tridimensionale della materia alle grandi scale

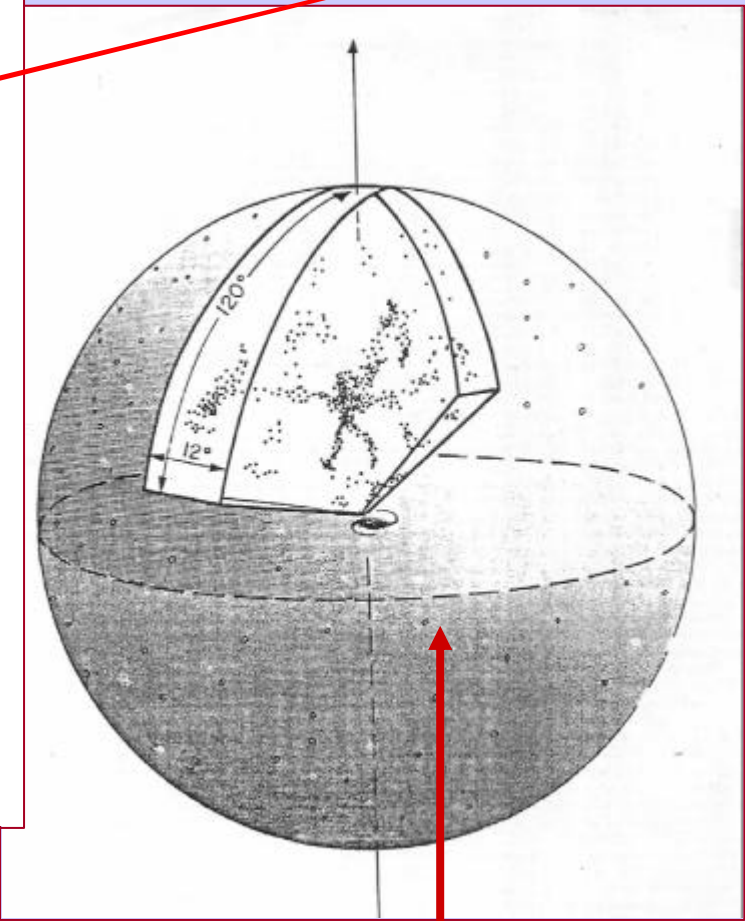
- Cataloghi profondi con spettroscopia Doppler
- La mappa del Centre for Astrophysics di Cambridge
- M.Geller & J. Huchra (1985)
- Ammassi (10 Mpc) e superammassi (30 Mpc)





Great Wall

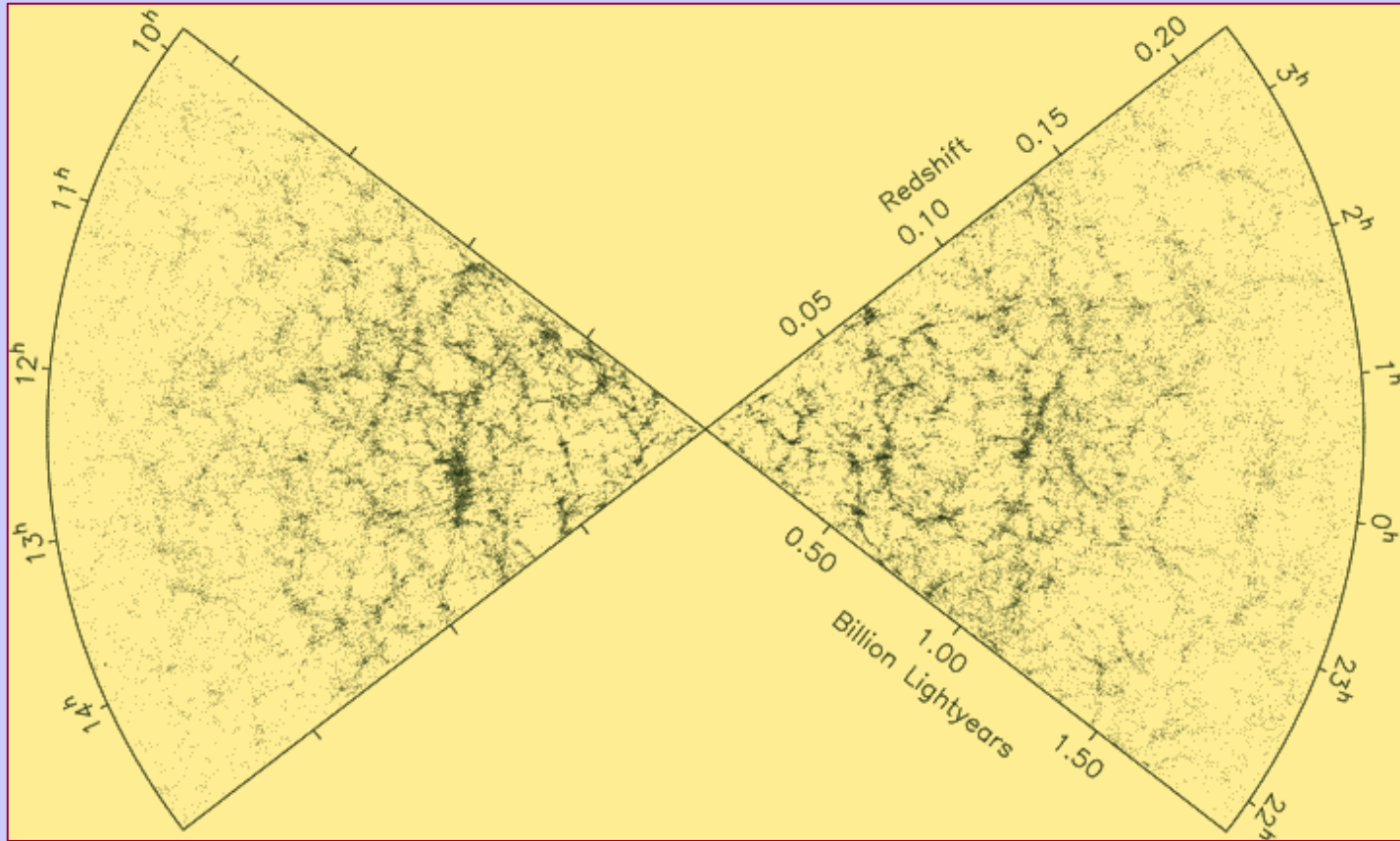
Virgo



NOI

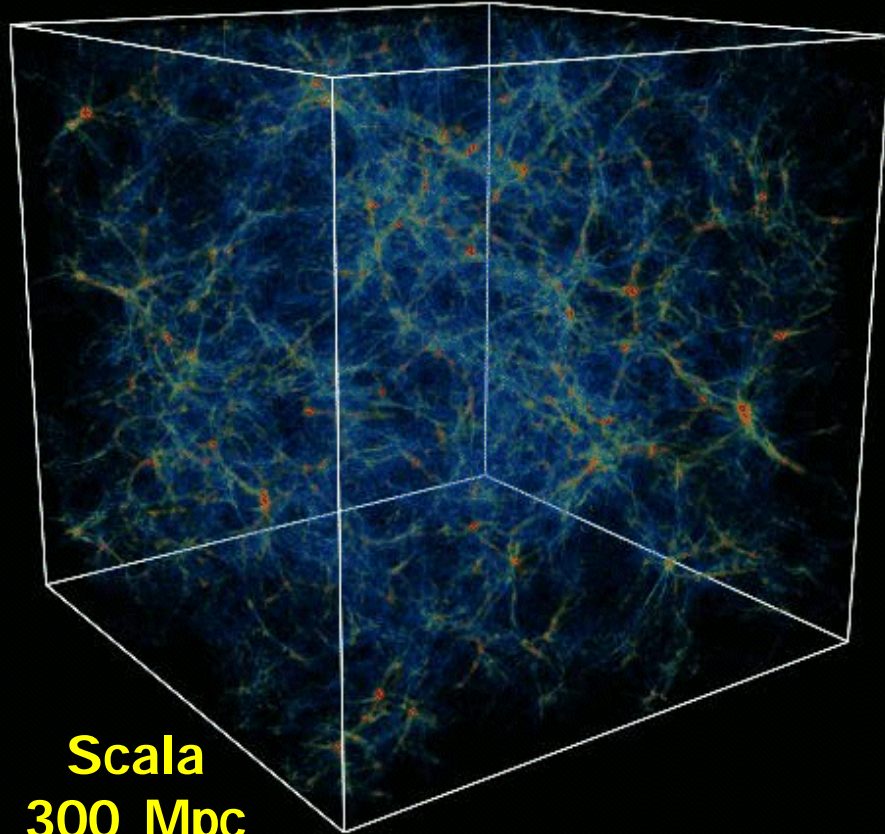
Pesci - Perseo

2dF GRS



Transizione
all'omogeneità intorno ai 100 Mpc

Filamenti, walls e vuoti

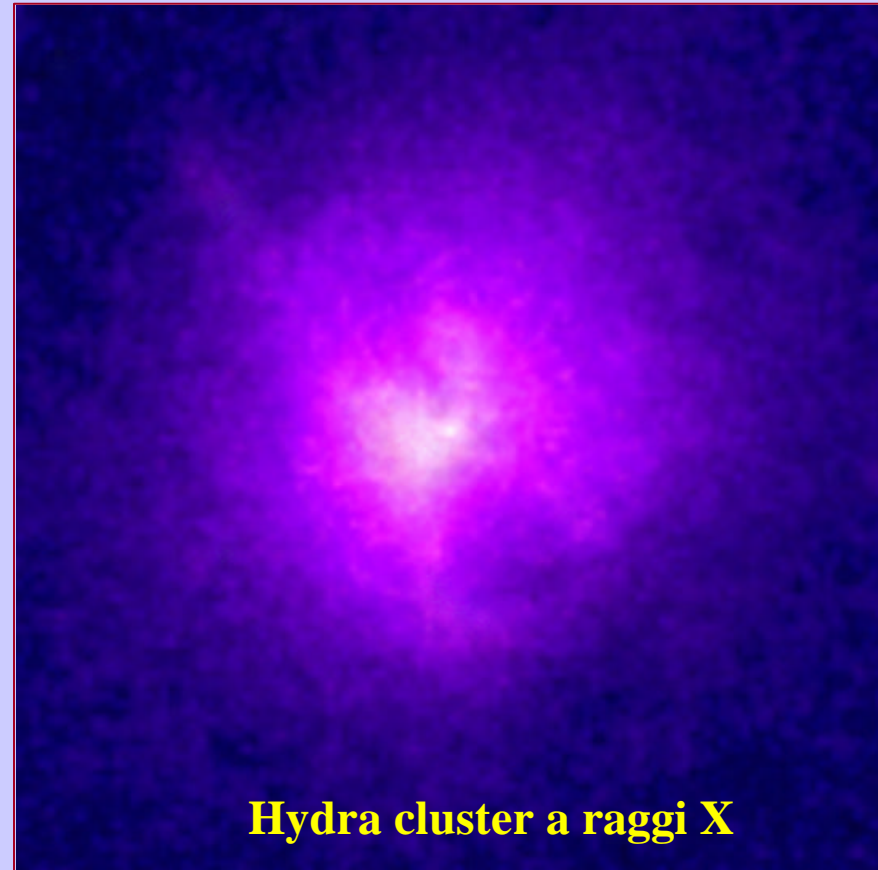


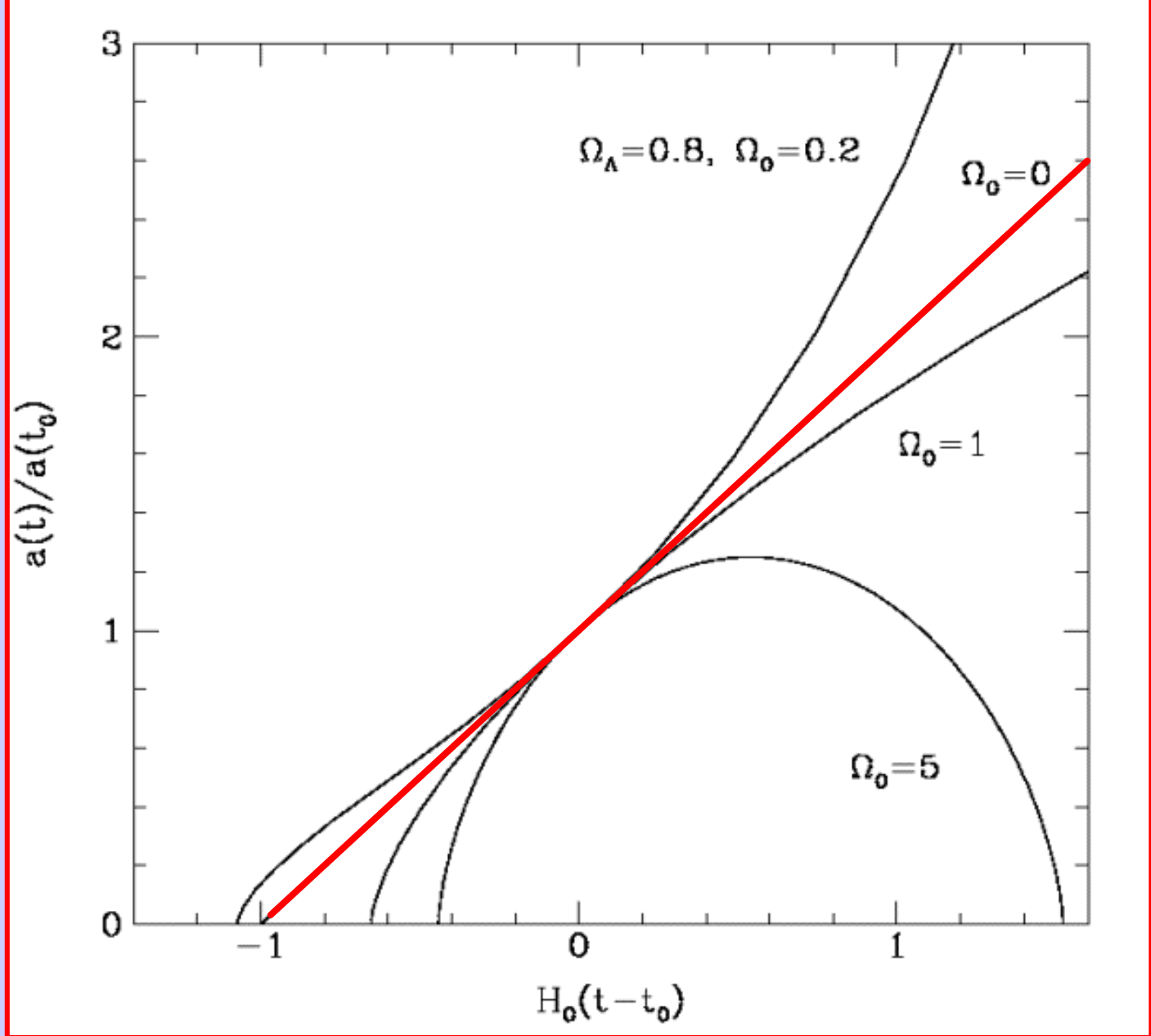
Superammassi:
strutture
primordiali perché
le galassie al loro
interno non sono
ancora virializzate

Vuoti

$$t_{cross} \approx \frac{D}{v_{cross}} \approx \frac{30 \text{ Mpc}}{1000 \text{ km/sec}} \approx 30 \text{ miliardi di anni} \geq \text{età dell'Universo}$$

Il mezzo intergalattico: gas caldo in raggi X





Sloan Digital Sky Survey



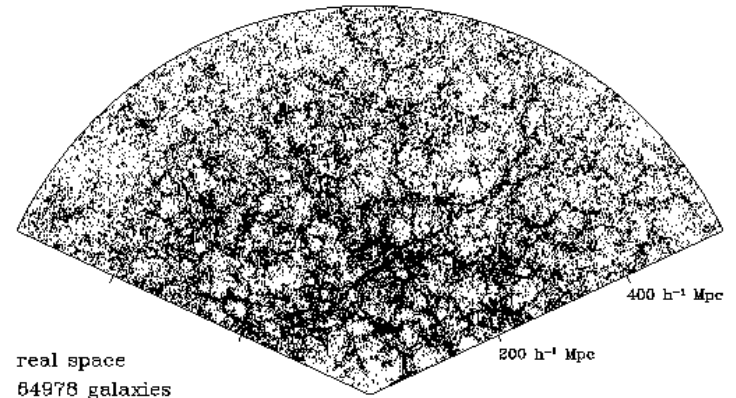
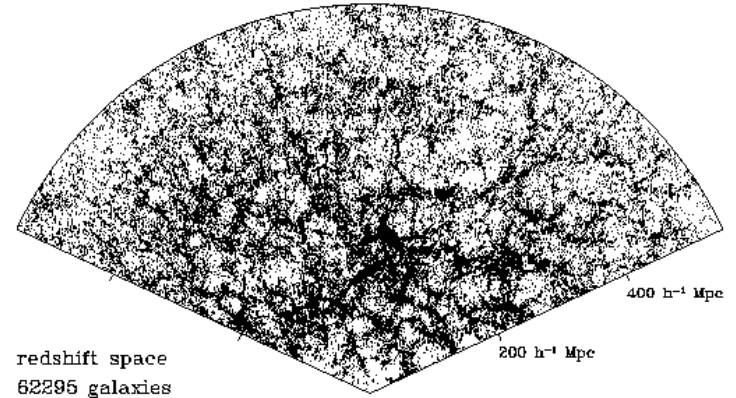
Apache Point

Chicago, Fermilab, Institute Advanced Studies,
Johns Hopkins,
Japan Participation Group, Los Alamos, Max-Planck,
New Mexico, Pittsburgh, Princeton, USNO,
Washington

SDSS slices

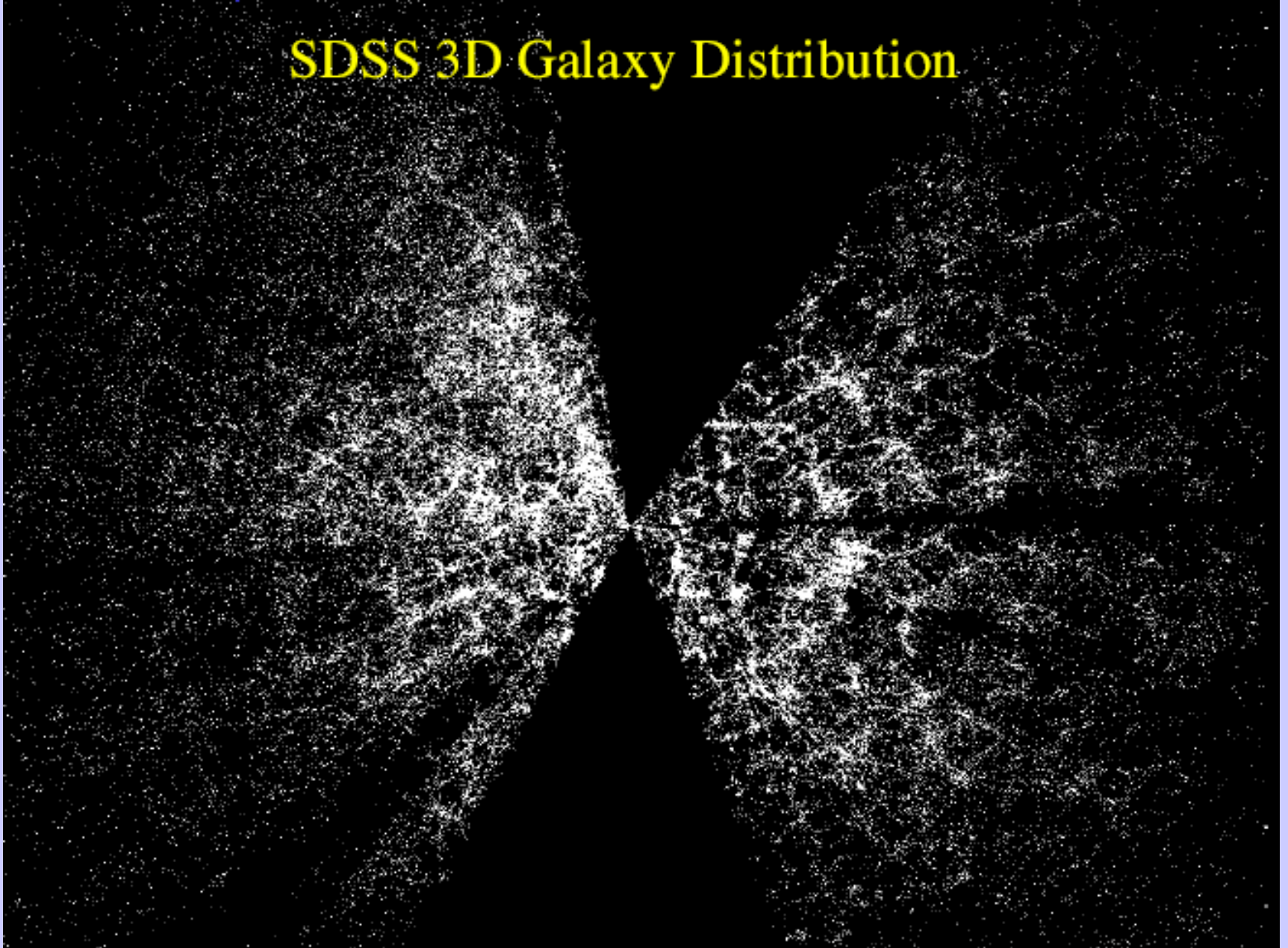


$r' < 17.55$, $d > 2''$, 6° slice

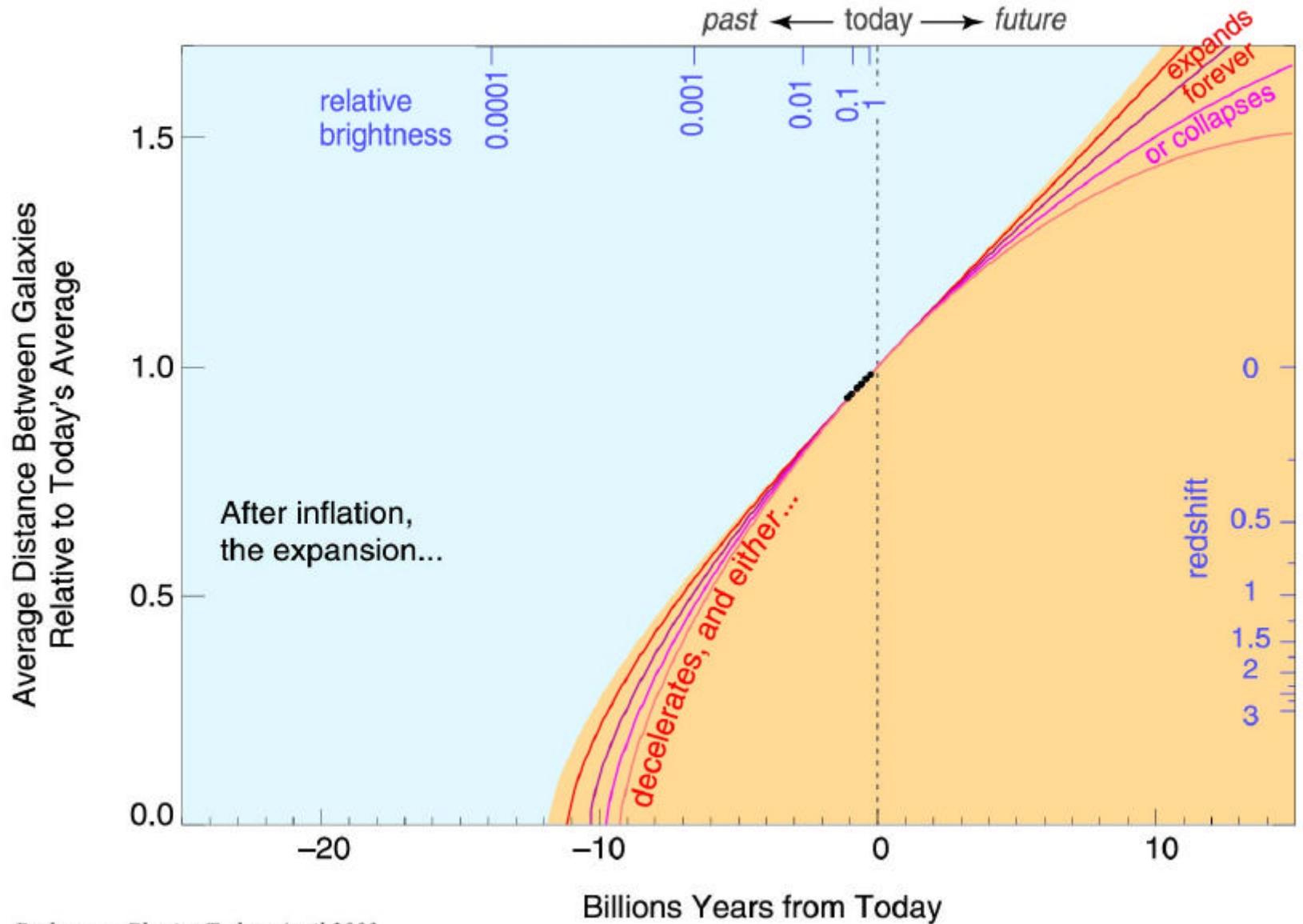


simulazione

SDSS 3D Galaxy Distribution

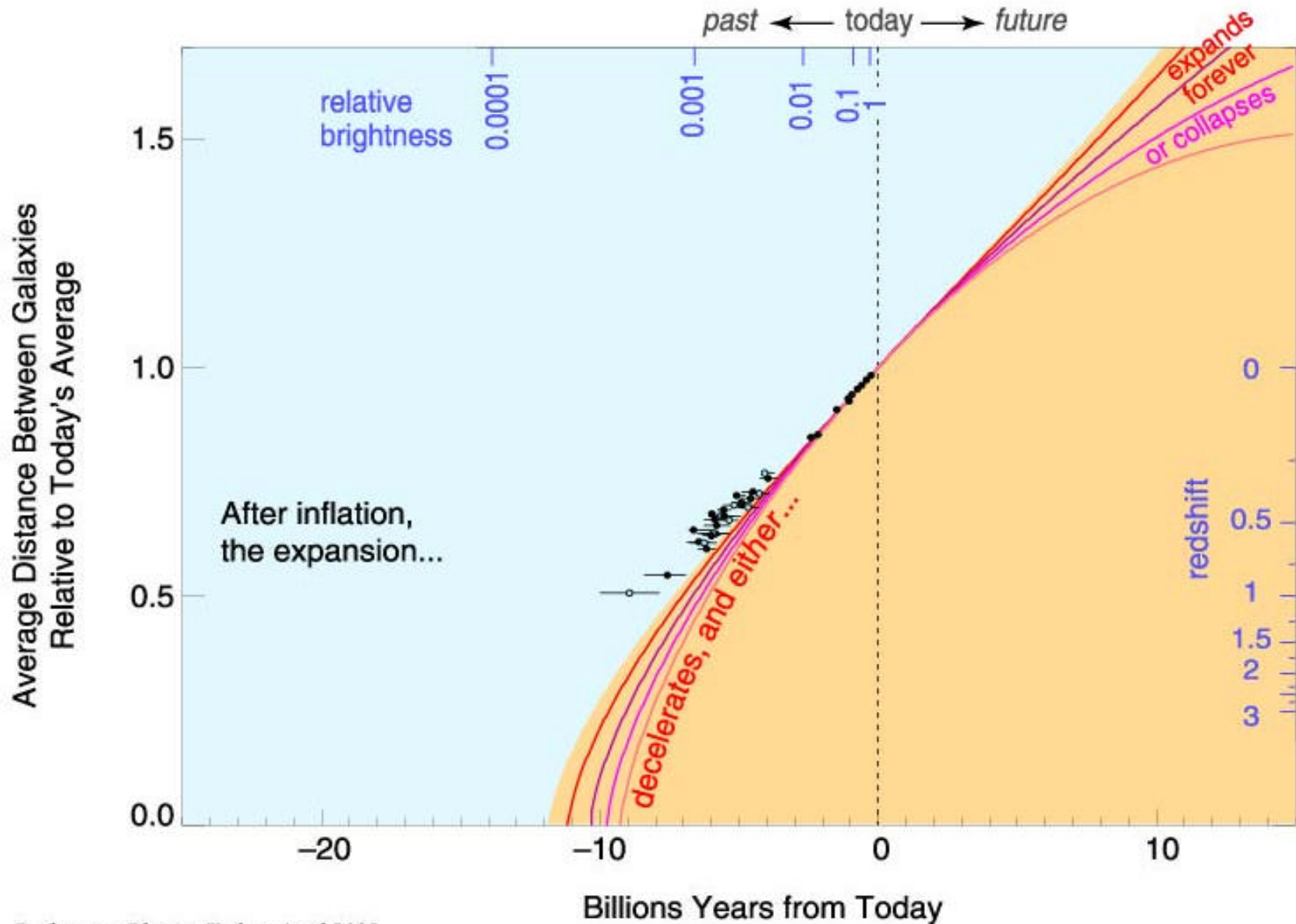


Expansion History of the Universe

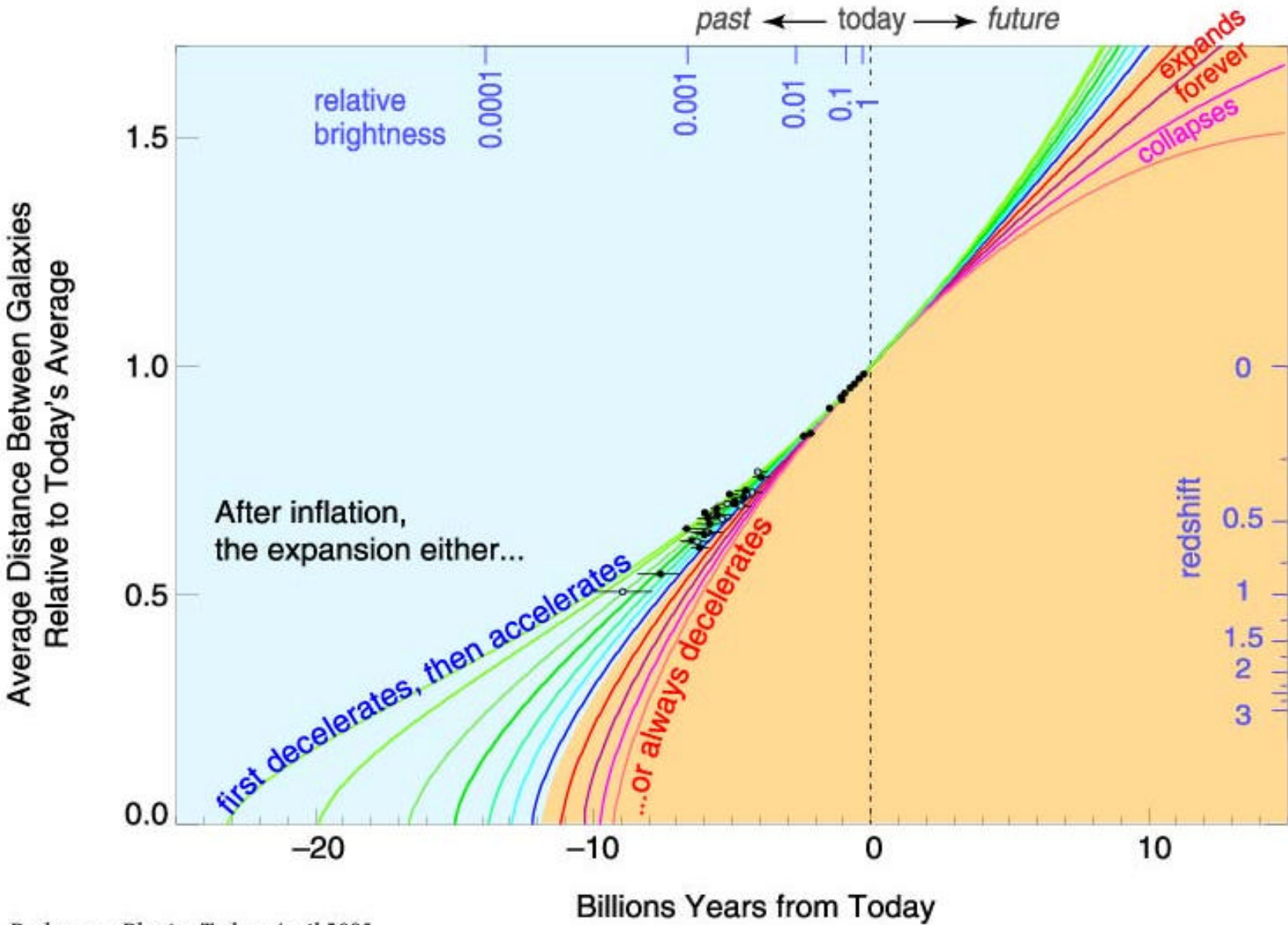


Perlmutter, *Physics Today*, April 2003

Expansion History of the Universe



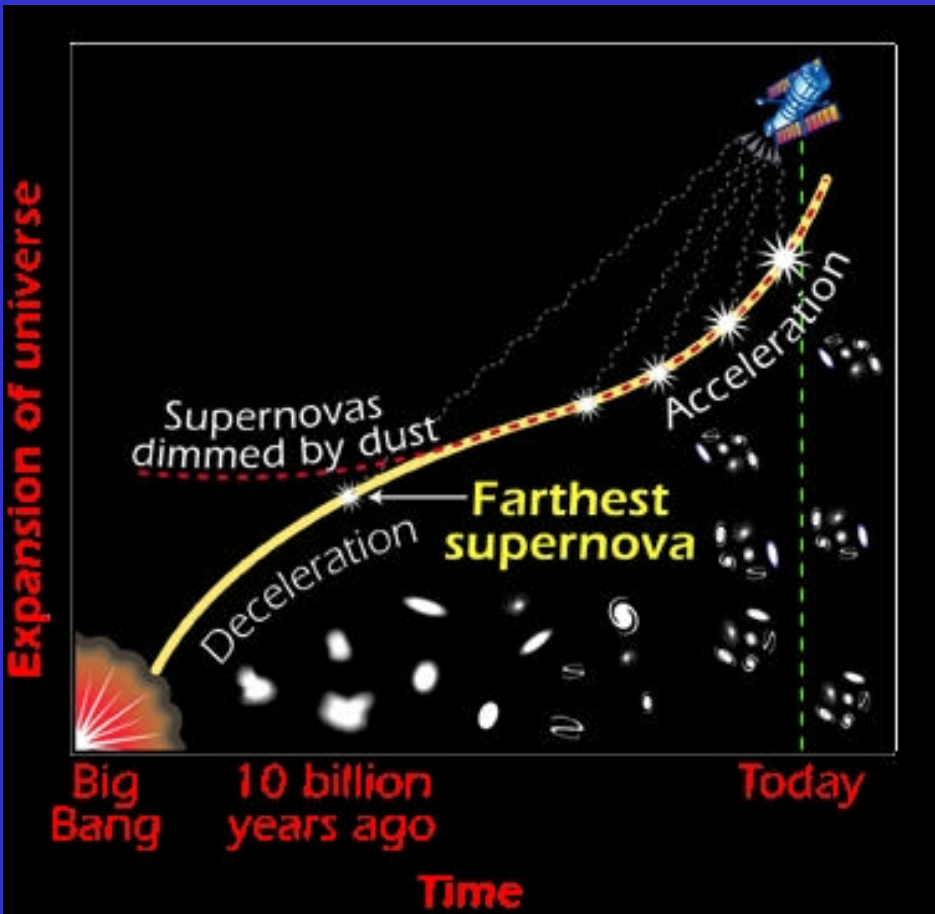
Expansion History of the Universe





Evidence for dark energy

- Evidence No. 1 - Cosmic Microwave background
- Evidence No. 2 - Expansion history of universe



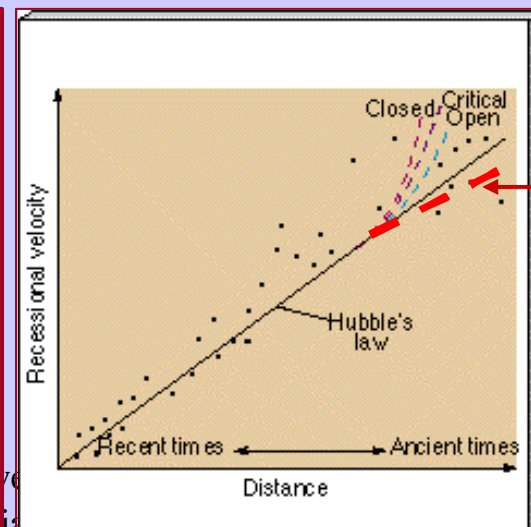
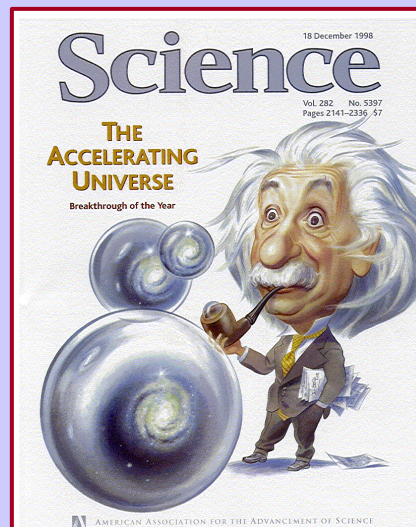
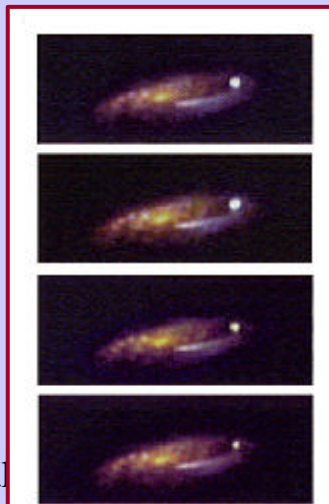
Large scale study of old supernovae



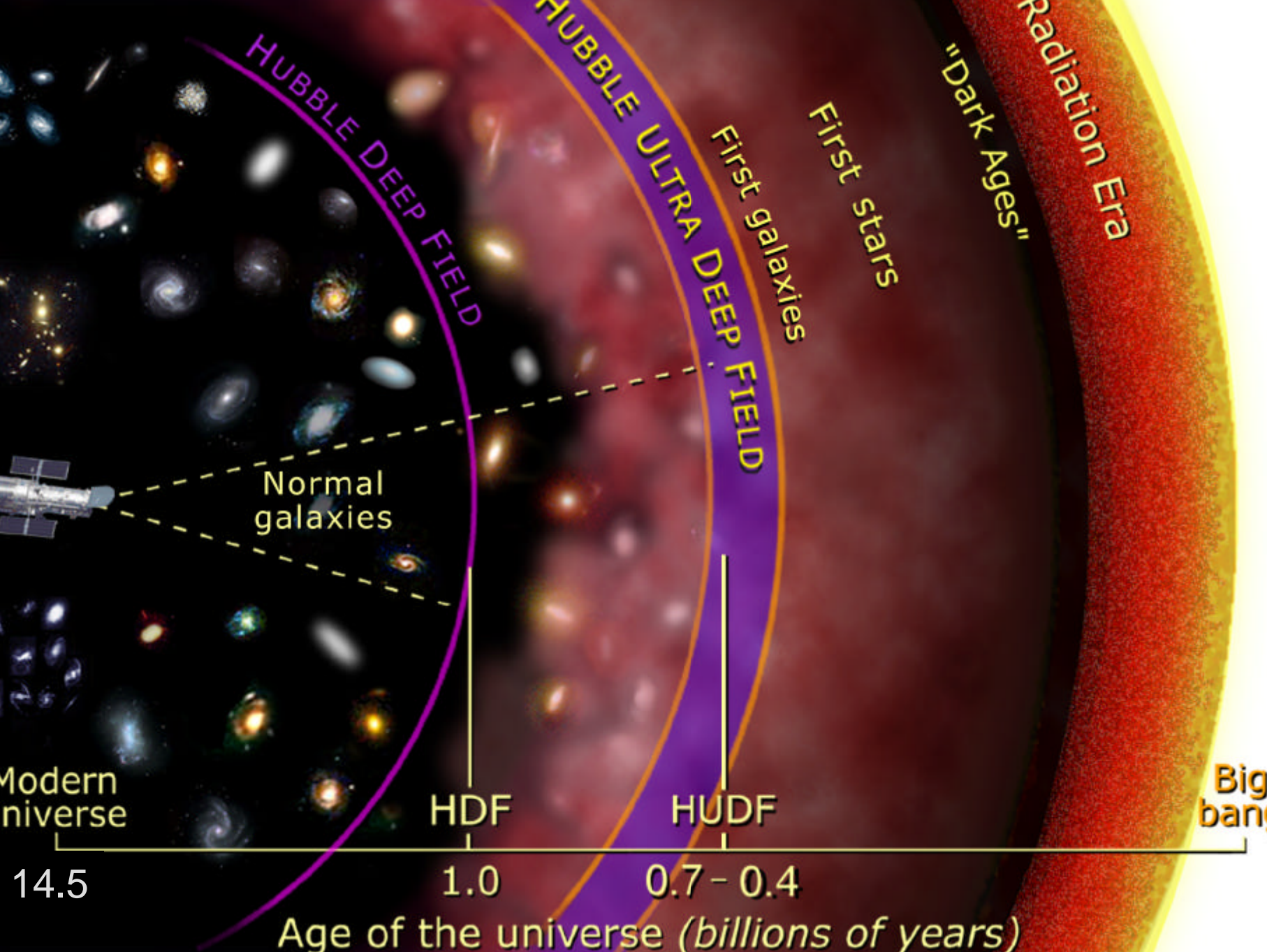
**COSMIC EXPANSION
SPEED INCREASES!
Driven by 'dark energy'**

Espansione accelerata

- Il 73% della materia/energia dell'Universo manca: l'energia oscura (costante cosmologica ?)
- L'osservazione delle supernove in galassie lontane l'indica che l'Universo stia accelerando: l'energia oscura è all'origine della forza repulsiva che accelera l'Universo !

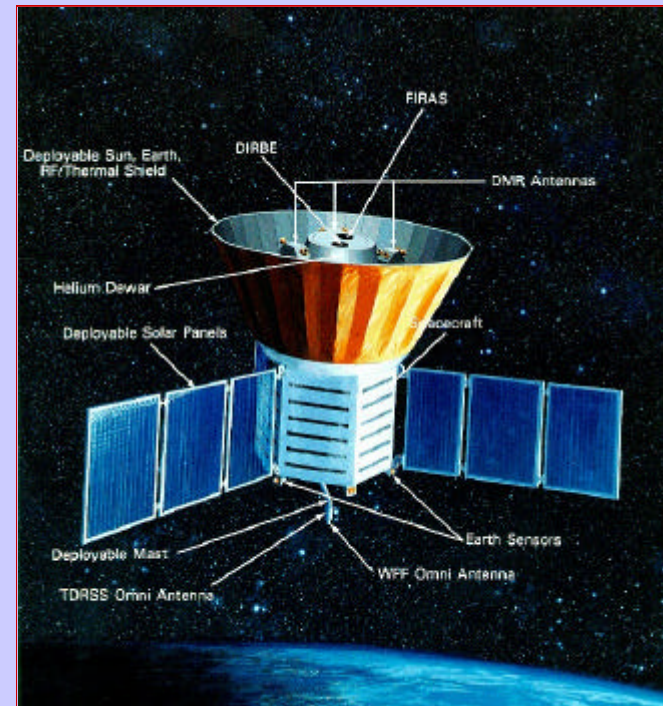
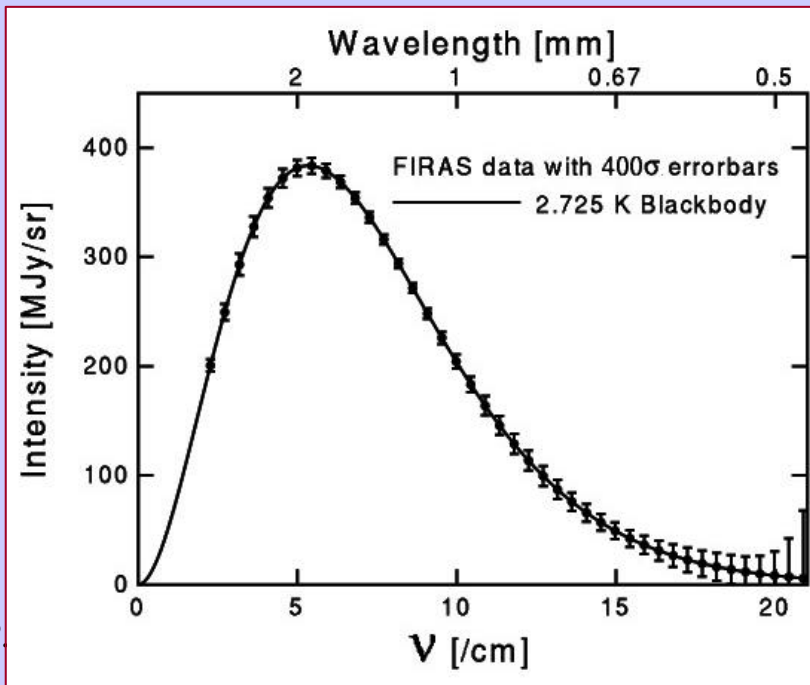


Universe accelerato



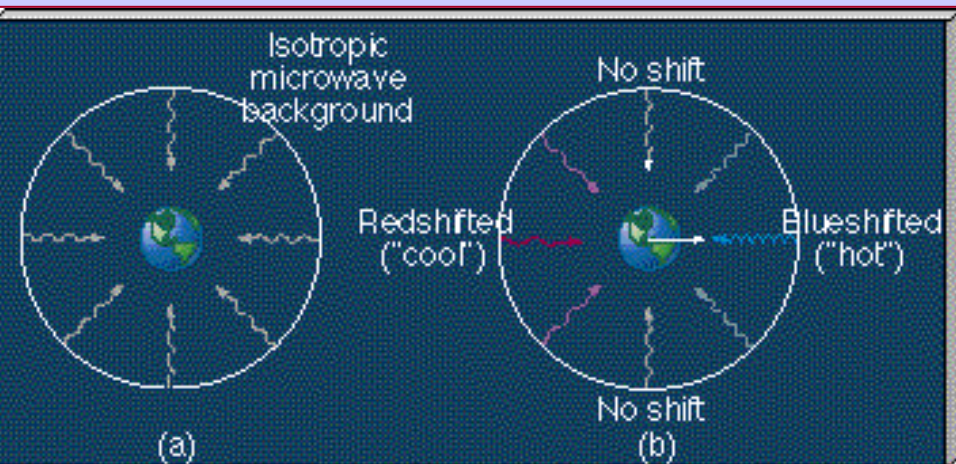
La radiazione di fondo

- La scoperta della radiazione di fondo (prevista da Gamow) da Penzias e Wilson nel 1969
- Il satellite COBE (1990)
- Un perfetto corpo nero a $T = 2.725 \text{ K}$

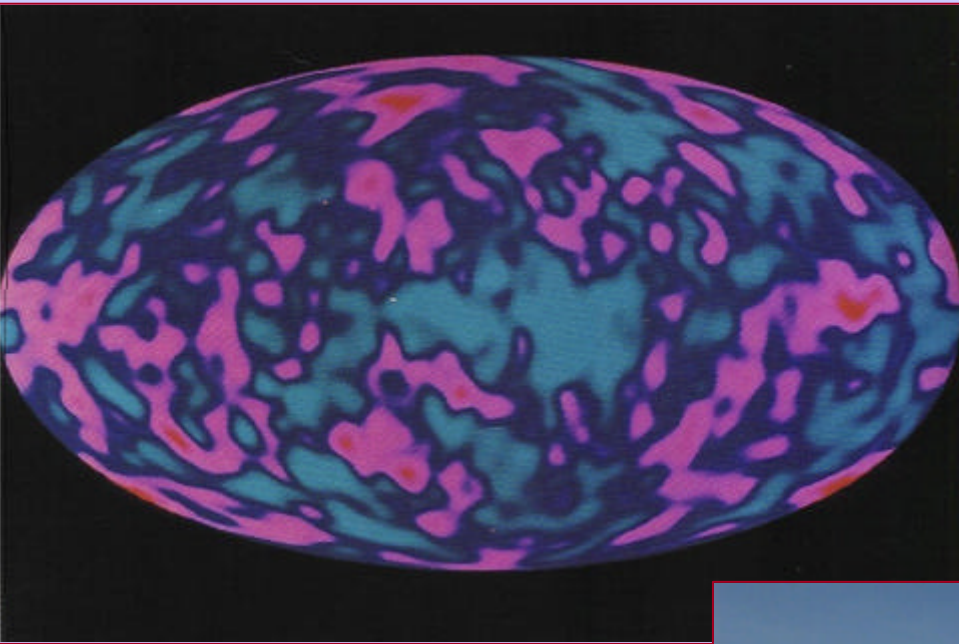


Anisotropie

- Anisotropia di dipolo (ordine dei mK)
- Moto della Terra rispetto alla radiazione di fondo: $v = 400 \text{ km/sec}$ nella direzione del Leone



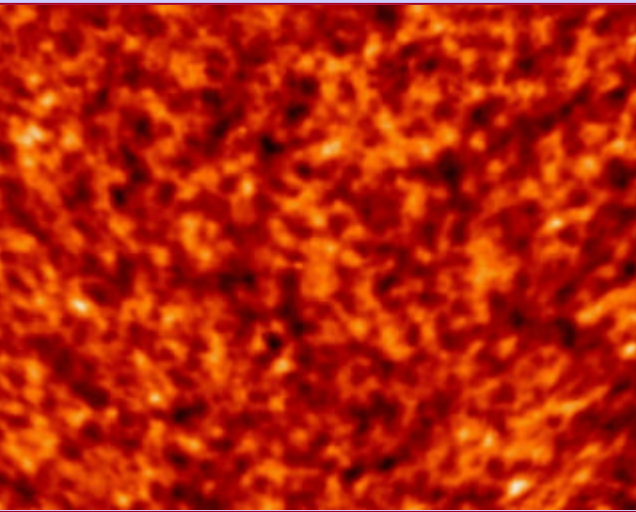
Anisotropie su piccola scala



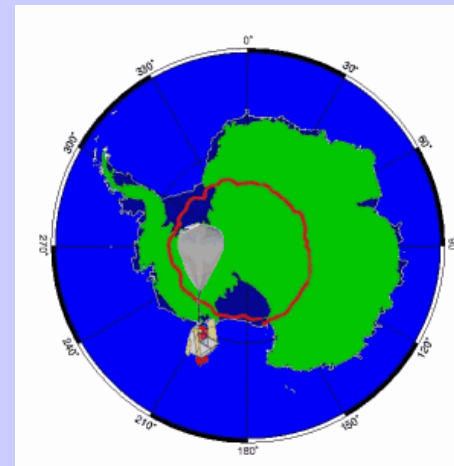
← COBE risoluzione $\sim 10^\circ$

$$\Delta T / T \approx 10^{-5} K$$

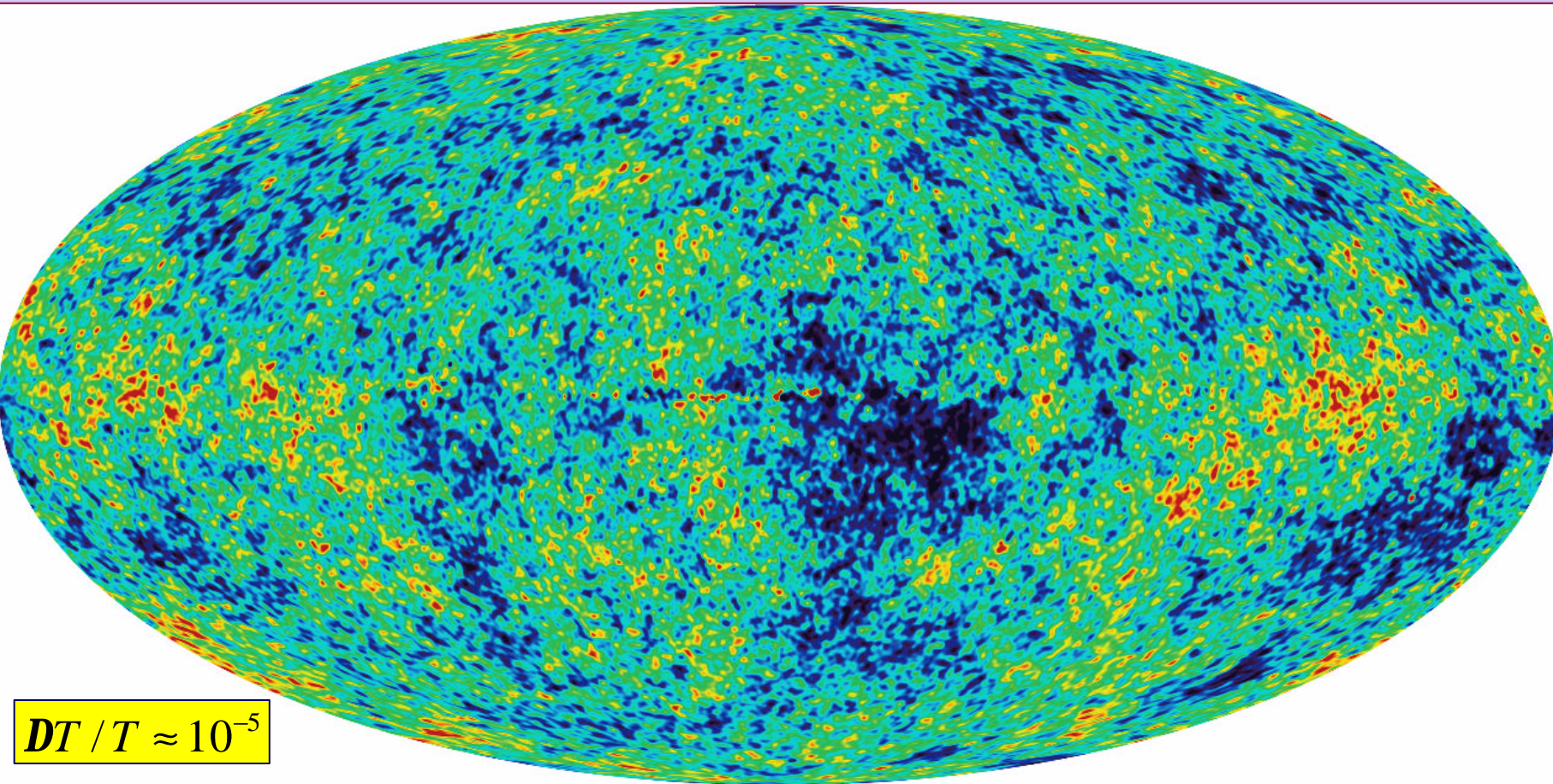
Scale delle variazioni di temperatura tra punti separati da un angolo ? : disomogeneità primordiali



← BOOMERANG
risoluzione $\sim 1^\circ$



Wilkinson MAP (2002)
risoluzione $\sim 0.6^\circ$



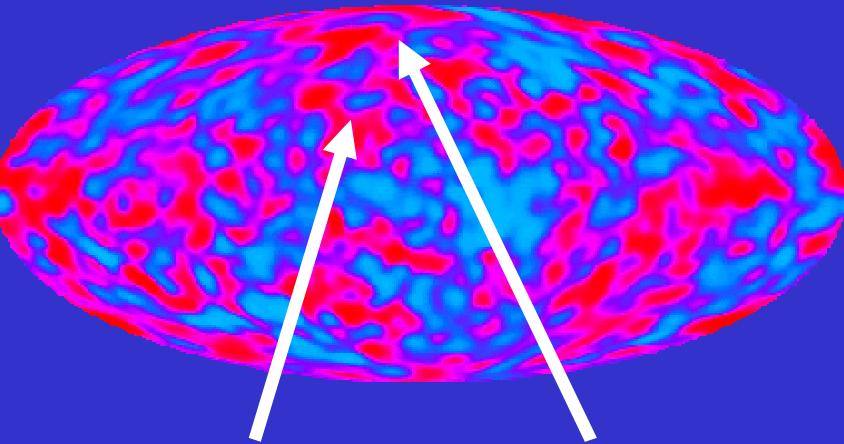
$DT / T \approx 10^{-5}$

- Queste mappe mostrano la struttura dell'Universo a 380.000 anni dall'inizio, al momento in cui il big-bang è diventato trasparente per il disaccoppiamento tra radiazione e materia
- A quel tempo era caldo, ora si è raffreddato a 2.7 K perchè i fotoni hanno subito un redshift nella direzione radiale rispetto all'osservatore
- Invece le disomogeneità osservabili hanno scala trasversa, che non è stata modificata dall'espansione dell'Universo
- Le scale delle disomogeneità rappresentano un righello cosmico di 380.000 anni luce con cui misurare la geometria dell'Universo

CMB Anisotropies

$$T_0 = 2.725 \pm 0.001 \text{K}$$

$$W_0 = 1.03 \pm 0.03$$



flat geometry

Dasi, Boomerang, MAXIMA, CBI

$$n = 1.05 \pm 0.06$$

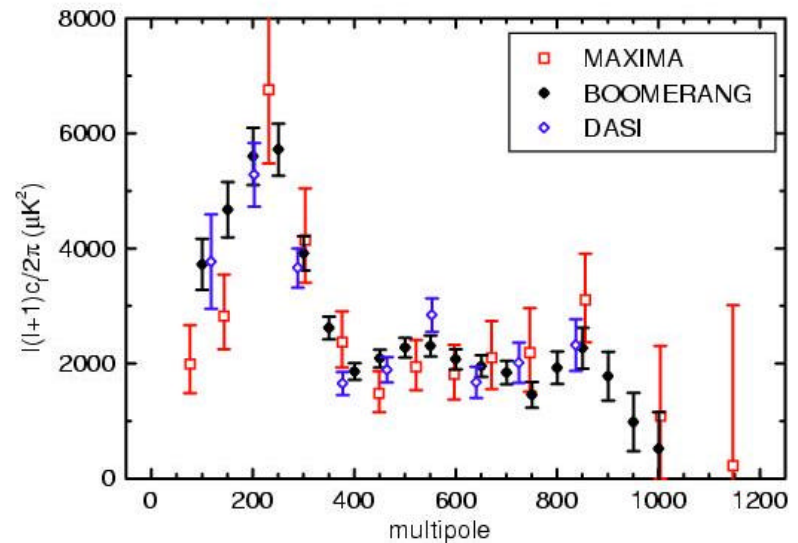
$$T_1(\mathbf{q}_1, \mathbf{f}_1) \quad T_2(\mathbf{q}_2, \mathbf{f}_2)$$

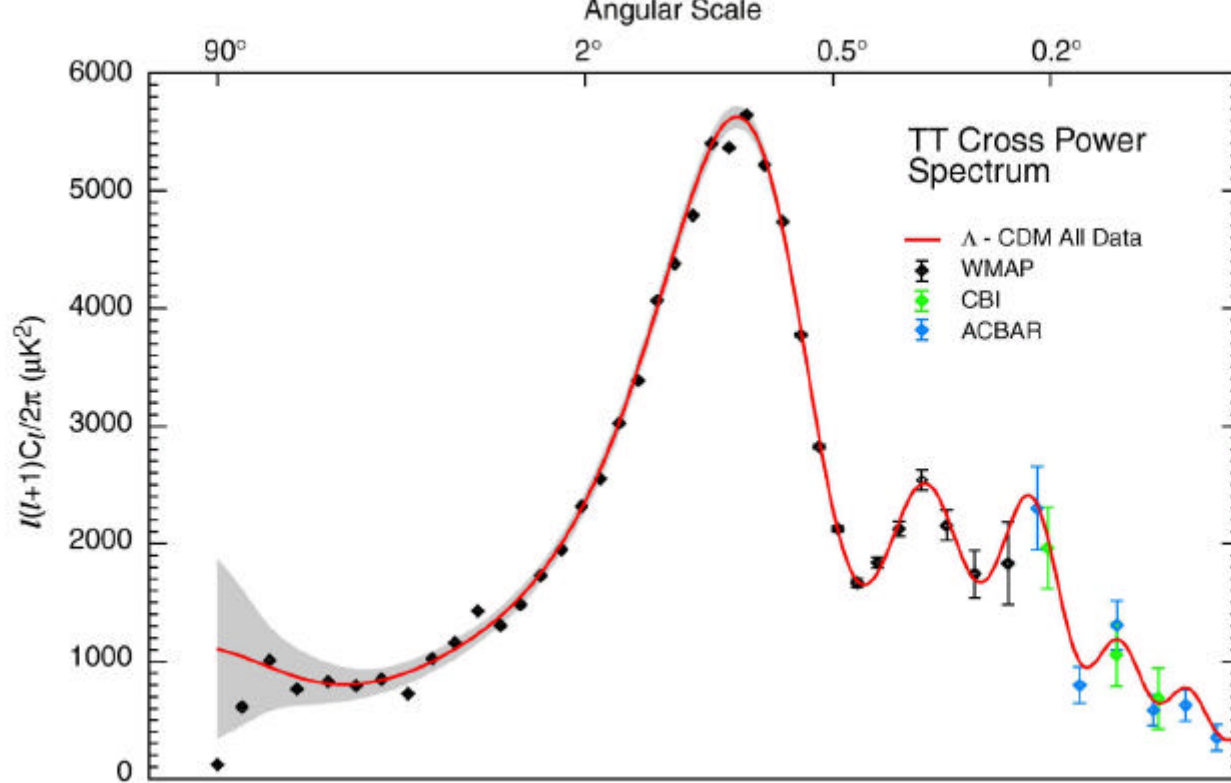
$$\langle T_1 T_2 \rangle = \sum a_{lm} Y_{lm}(\mathbf{q}, \mathbf{f})$$

$$\left\langle |a_{lm}|^2 \right\rangle^{1/2} \equiv C_l$$

P. Galeotti

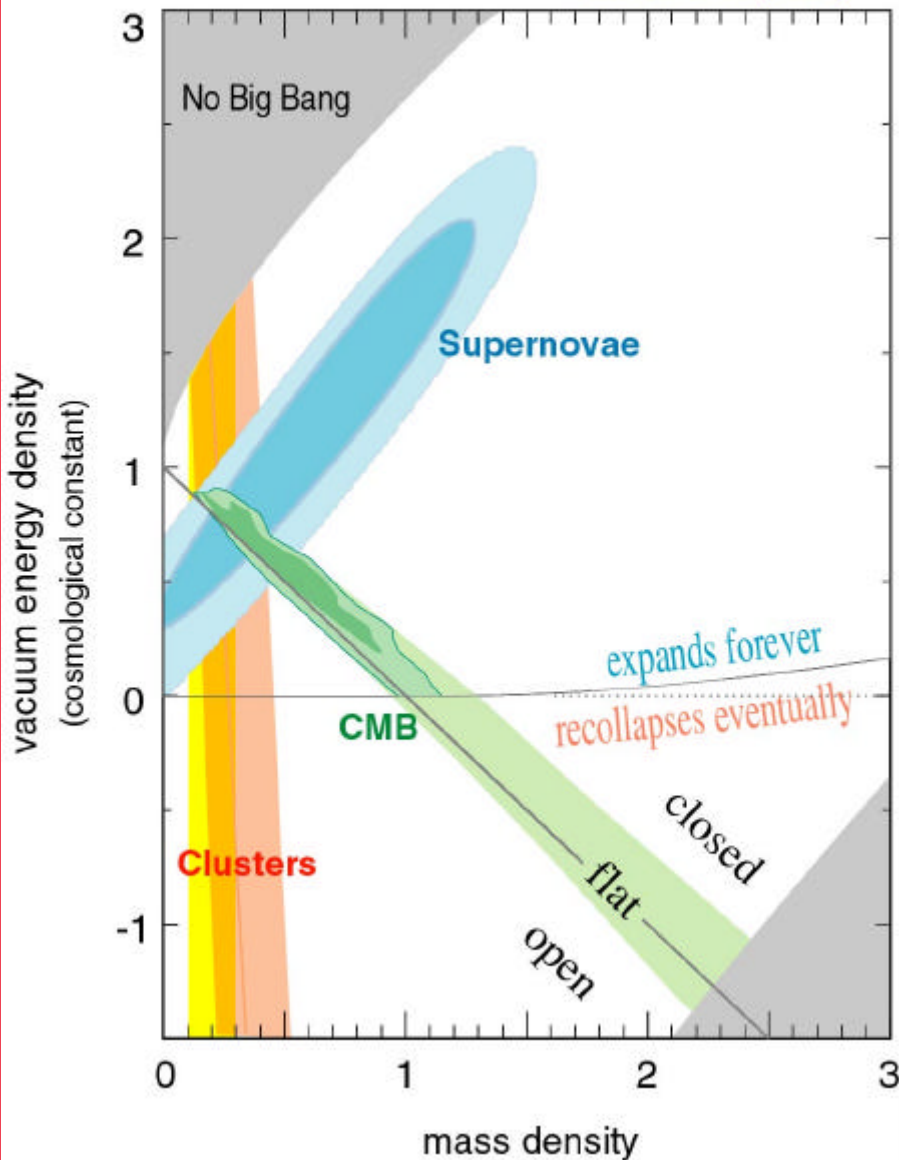
Fisica e
Cosmologia





- Spettro delle disomogeneità angolari (WMAP)
- Spettro delle dimensioni delle variazioni di temperatura tra punti separati da un angolo ?
- Distribuzione consistente con una geometria piatta
- Per avere $\Omega \sim 1$ occorre un 73% in più di "densità" !

Perlmutter, et al. (1999)
Jaffe et al. (2000)
Bahcall et al. (2000)



- **Supernovae alone**
Accelerating expansion

$$L > 0$$

- **CMB alone**

Flat universe

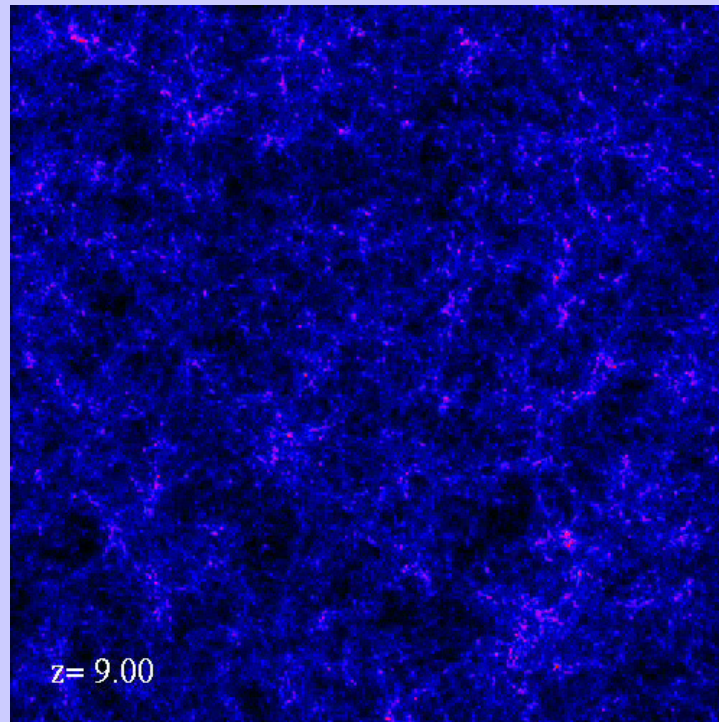
$$L > 0$$

- **Any two of SN, CMB, LSS**

Dark energy ~70%

Formazione di strutture

- Simulazioni cosmologiche come laboratorio cosmico
- Imponendo il flusso di Hubble, si segue l'evoluzione delle perturbazioni delle scale viste da WMAP, includendo gas, materia oscura e "altro" per arrivare a $\Omega = 1$

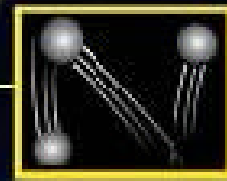
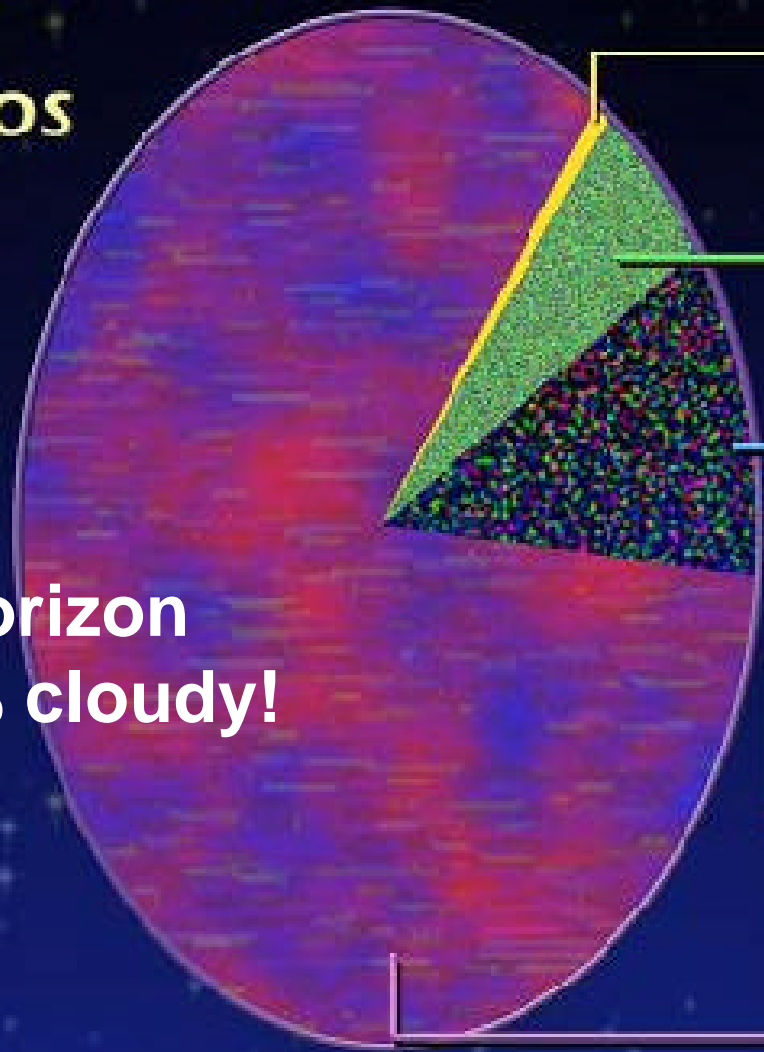


Conclusioni

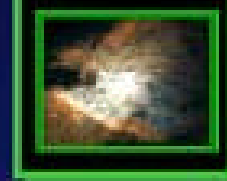
- L'ampliarsi delle capacità osservative (sulle varie frequenze elettromagnetiche) ha permesso di includere nell'Universo una quantità sempre maggiore di strutture: pianeti, stelle, galassie, ammassi e superammassi, gas intergalattico, radiazione di fondo
- Le strutture a grandi scale sono primordiali, e possono quindi indicare come si è formato l'attuale Universo
- Materia oscura ed energia oscura sono le grandi protagoniste della cosmologia contemporanea, anche se ancora non sappiamo che cosa siano.

Composition of the Cosmos

The horizon is 95% cloudy!



Neutrinos:
0.6%



Baryons (atoms):
comprising
stars, heavy
elements, and
helium and
free hydrogen:
4.4%

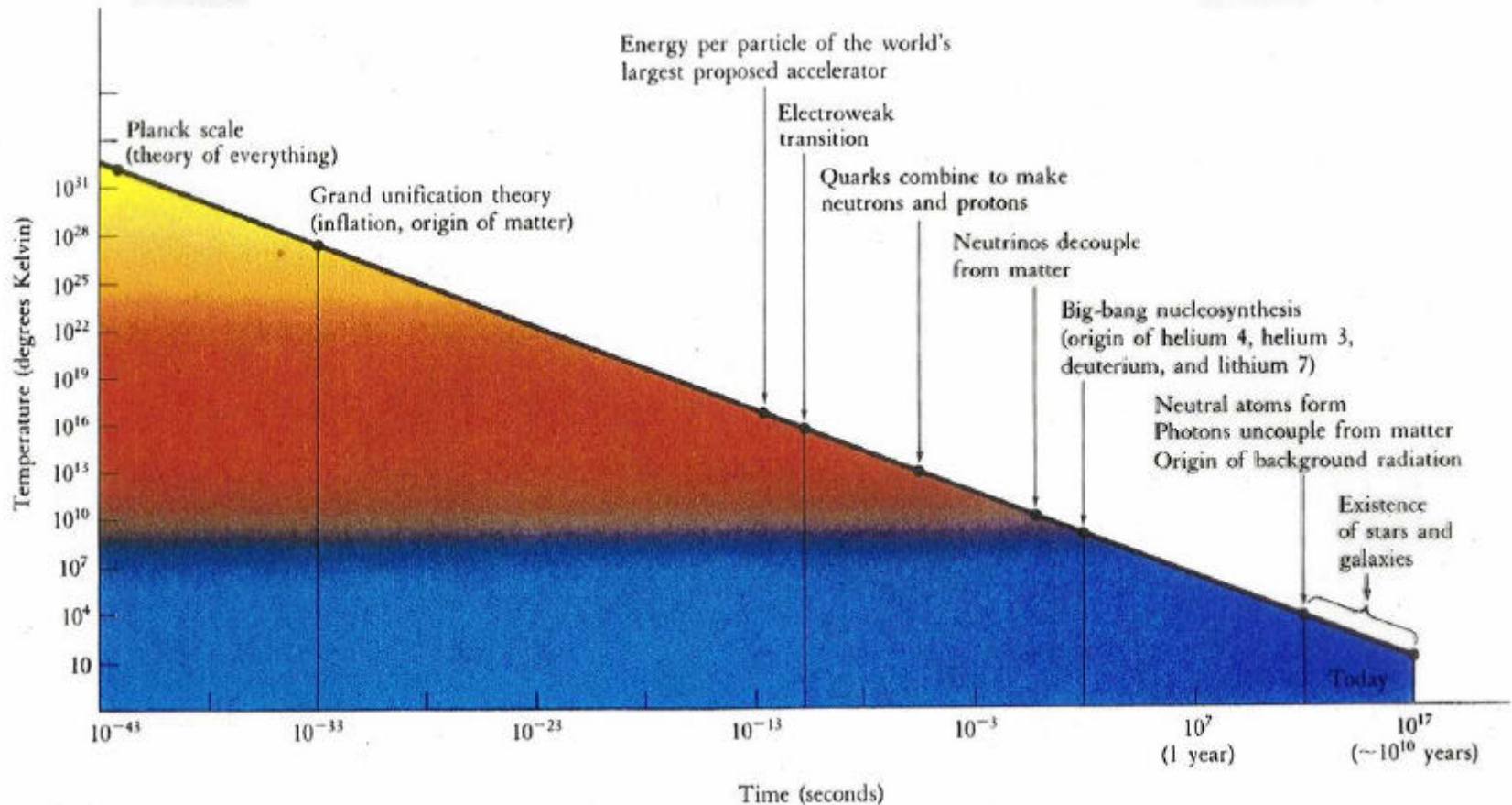


Dark
matter:
22%



Dark
energy:
73%

Evoluzione della temperatura nel modello del Big-Bang Standard



Tempo di Planck

dal principio di indeterminazione

$$\Delta E \cdot \Delta t = m_p c^2 t_p = r_p l_p^3 c^2 t_p = \frac{1}{G t_p^2} c^3 t_p^3 c^2 t_p = \frac{c^5 t_p^4}{G t_p^2} \geq \hbar$$

si ottiene il tempo di Planck

$$t_p = \left(\frac{\hbar G}{c^5} \right)^{1/2} \approx 10^{-43} \text{ s}$$

la lunghezza di Planck

$$l_p = c \cdot t_p = \left(\frac{\hbar G}{c^3} \right)^{1/2} \approx 1,7 \cdot 10^{-33} \text{ cm}$$

la densità di Planck

$$r_p = \frac{1}{G t_p^2} = \frac{c^2}{\hbar G^2} \approx 4 \cdot 10^{93} \text{ g/cm}^3$$

la massa di Planck

$$m_p = r_p l_p^3 = \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{1/2} \approx 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ g}$$

la temperatura di Planck

$$T_p = \left(\frac{r_p c^2}{a} \right)^{1/4} \approx 1,4 \cdot 10^{32} \text{ K} \approx 10^{19} \text{ GeV}$$

Nucleosintesi cosmologica

A $T_p \sim 2 \text{ GeV} = 2m_p$ l'universo è in equilibrio statistico composto di protoni, neutroni, particelle più leggere e loro antiparticelle. Al diminuire della temperatura, le coppie particelle-antiparticelle di massa sempre più piccola si annichilano e non possono essere prodotte in coppia dai fotoni. Finisce l'era adronica. Sopravvivono:

leptoni e antileptoni,
fotoni, neutrini e l'eccesso
di barioni su antibarioni.

La densità di barioni è:

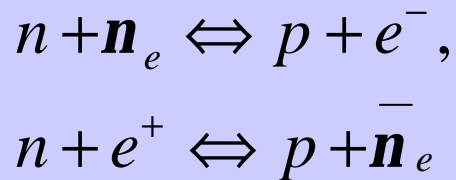
$$n_p \approx \frac{2}{\hbar^3} \left(\frac{m_p K_B T}{2p} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_p c^2}{K_B T} \right)$$
$$n_n \approx \frac{2}{\hbar^3} \left(\frac{m_n K_B T}{2p} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_n c^2}{K_B T} \right)$$

Il rapporto delle loro abbondanze è:

$$\frac{n}{p} = \left(\frac{m_n}{m_p} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Q}{K_B T} \right) \approx e^{-1.5} \approx 0.2$$

dove $Q = (m_n - m_p)c^2 = 1,3 \text{ MeV}$, a cui corrisponde la temperatura $T_{n,p} = Q/K_B \sim 1.5 \cdot 10^{10} \text{ K}$.

Per $T > T_{n,p}$ il numero di protoni e neutroni è circa uguale e l'equilibrio è mantenuto dalle reazioni:



Al disaccoppiamento dei neutrini $T_d \sim 10^{10} \text{ K}$, si ha $n/p = \exp[-1.5]$

In conclusione, l'abbondanza iniziale di neutroni è:

$$X_n(0) = \frac{n}{n+p} = [1 + e^{1.5}]^{-1} \approx 0.17 \quad \text{Questo rapporto si mantiene costante fino a } T \sim 1.3 \cdot 10^9 \text{ K.}$$

Dopo i neutroni decadono e non possono essere prodotti.

L'abbondanza iniziale di neutroni $X_n(0)$ si mantiene fino a quando l'universo ha un'età $t \sim 20$ s; dopo i neutroni decadono in protoni con vita media di $\tau_n \sim 10^3$ s. Tutta la nucleosintesi cosmologica (produzione di He) avviene durante il tempo τ_n , soprattutto entro i primi $t \sim 10^2$ s. Il primo passo è la produzione di deuterio: $n + p \rightarrow d + \gamma$. In equilibrio statistico le abbondanze numeriche sono:

$$n_i \approx g_i \frac{(2\pi m_i K_B T)^{3/2}}{h^3} \exp\left[-\frac{m_i c^2}{K_B T}\right], \text{ con } i = p, n, d; \text{ e dove } m_d = m_p + m_n$$

Si ha: $X_n(t) \approx X_n(0), \quad X_p(t) \approx 1 - X_n(t)$

Da queste si può calcolare l'abbondanza di deuterio

$$\begin{aligned}
X_d &= \frac{d}{n_{tot}} = \frac{3}{n_{tot} h^3} (2\mathbf{p}m_d K_B T)^{3/2} \exp\left[\frac{\mathbf{m}_n + \mathbf{m}_p - (m_n + m_p)c^2 + B_d}{K_B T}\right] = \\
&= n_{tot} \left(\frac{m_d}{m_n + m_p}\right)^{3/2} \frac{3}{4} h^3 \exp\left[\frac{B_d}{K_B T}\right] X_n X_p (2\mathbf{p}K_B T)^{3/2} = \\
&\approx X_n X_p \exp\left[-29.23 + \frac{25.82}{T_9} + \frac{3}{2} \ln T_9 + \ln(\Omega h^2)\right]
\end{aligned}$$

dove $B_d = (m_n + m_p - m_d)c^2 = 2.2 \text{ MeV}$ è l'energia di legame del deutone e $g_d = 2$, $g_n = g_p = 2/3$ sono i pesi statistici. Per $T_9 > 10$ l'abbondanza di deuterio è trascurabile (processi di fotodissociazione); per $T_9 < 1$ si ha $X_d \sim X_n X_p$.

Il deuterio è tutto primordiale perchè nelle stelle viene distrutto dai processi $d + \gamma \rightarrow n + p$.

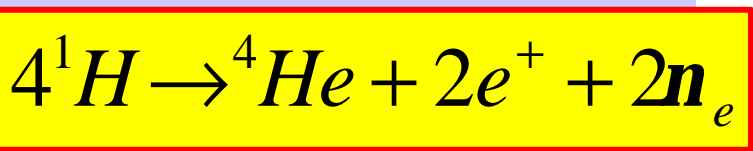
A T_9 piccolo si forma molto deuterio, a cui fanno seguito i processi $d + d \rightarrow {}^3\text{He} + n$, e ${}^3\text{He} + d \rightarrow {}^4\text{He} + n$ che hanno grande sezione d'urto. In conclusione l'origine dell'elio è cosmologica e la sua abbondanza è data da:

$$Y = Y(T < T_9) = 2X_n(T) = 2X_n(0)e^{-t/\tau} = 2 \cdot 0,17 \cdot 0,8 \approx 0,27$$

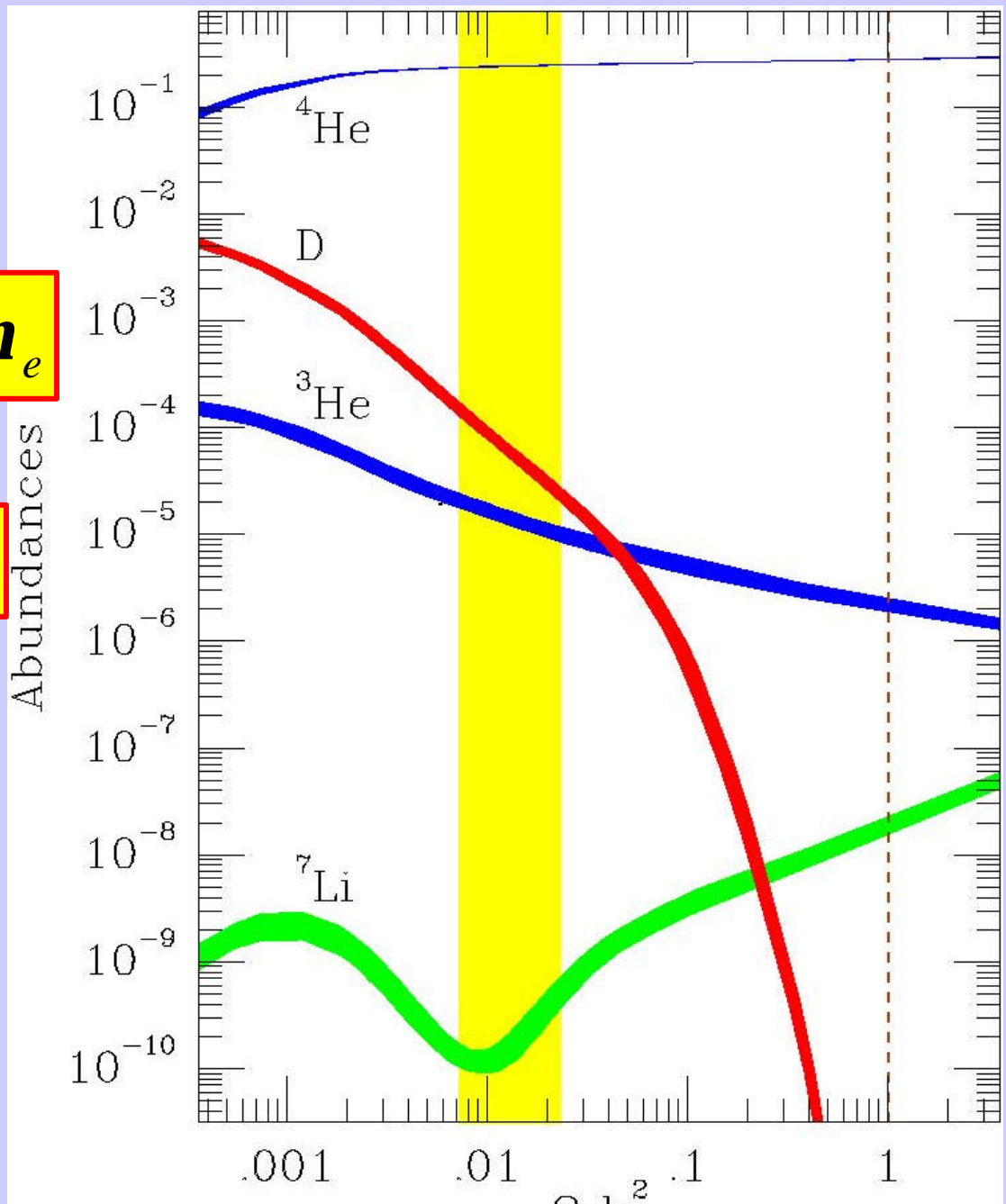
L'elio in natura deve essere di origine cosmologica e non stellare, in quanto, prendendo il Sole come riferimento e assumendo che tutta la sua massa si sia trasformata in elio durante il bruciamento dell'idrogeno (liberando l'energia di legame $\sim 7 \text{ MeV}/n$, con efficienza $\varepsilon = 0,007$) si ottiene che la massa di elio prodotta è solo circa 5% della massa del Sole:

$$M_{\text{He}} = \frac{Lt}{\varepsilon c^2} = \frac{4 \cdot 10^{26} \cdot 1,5 \cdot 10^{17}}{7 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^{16}} \approx 10^{29} \text{ Kg}$$

$$R = R_0 r^2 T^h$$



A = 5 non esiste



Il rapporto tra densità di barioni e fotoni ha circa lo stesso valore se misurato dalla CMB a $t \sim 3 \cdot 10^5$ anni ($T \sim 1$ eV) o dalla BBN a $t \sim 10$ s ($T \sim 1$ MeV).

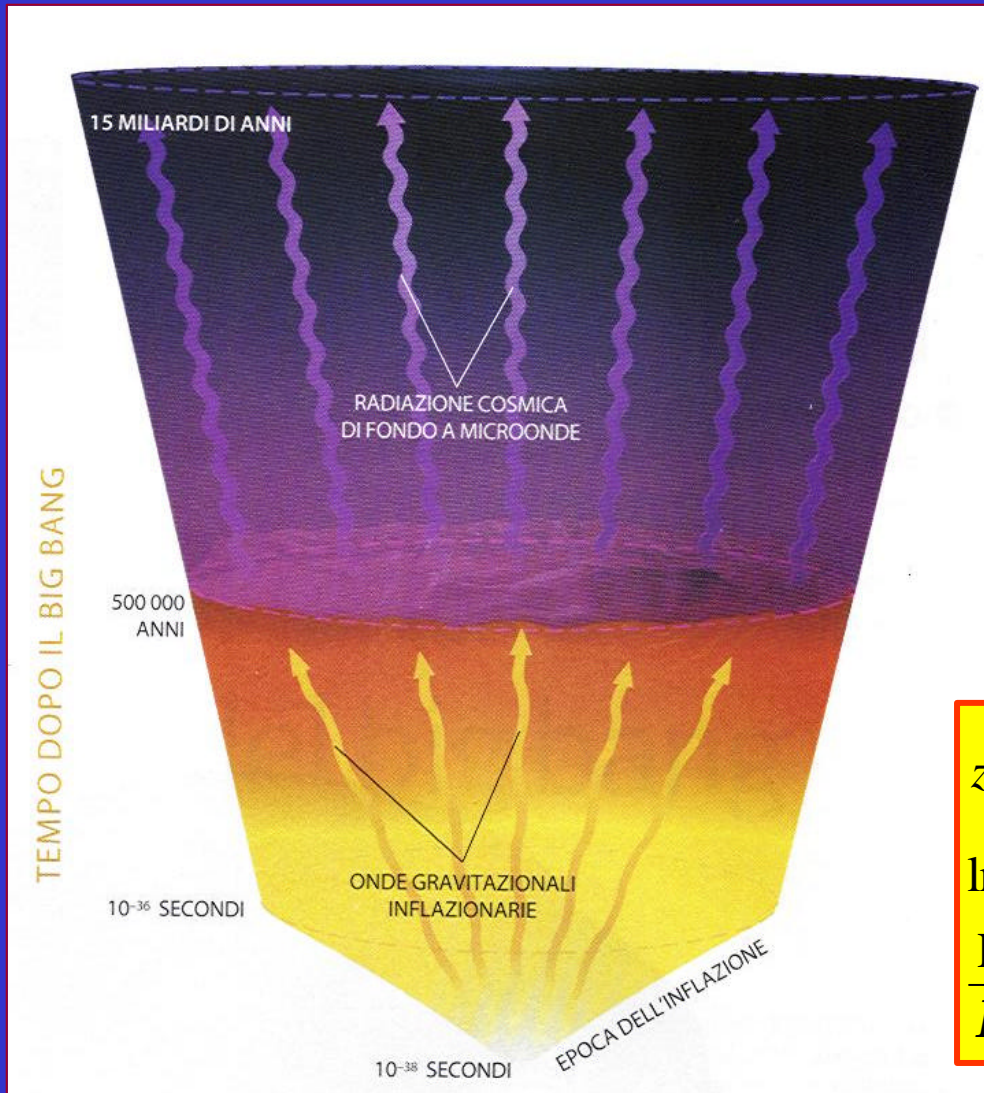
$$\eta_B \approx \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_g} \approx 6 \cdot 10^{-10}$$

questo accordo costituisce una verifica notevole della teoria del big bang.

L'asimmetria materia-antimateria può essere generata dinamicamente in un universo in espansione se valgono le condizioni di Sacharov (un legame tra astrofisica e particelle):

- violazione del numero barionico (p-decay)
- violazione di C e CP
- deviazione dall'equilibrio termico

Cosmologie inflazionarie



$$v = \frac{dR}{dt} = HR,$$

$$\frac{dR}{R} = Hdt,$$

H è costante per $r = r_c$
e la crescita di $R(t)$ è:

$$R(t) = R(t_{GUT}) \cdot e^{Ht}$$

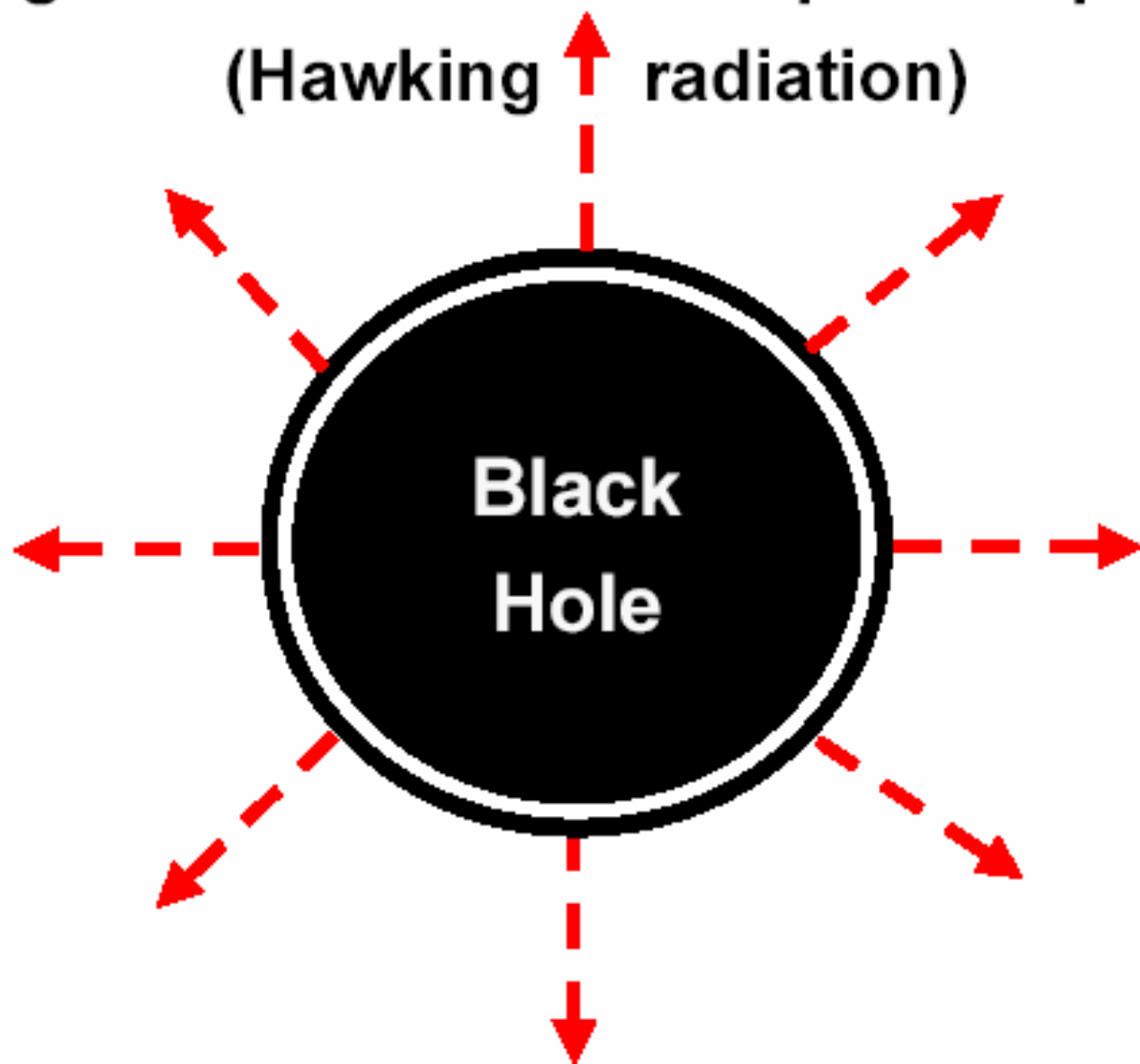
$$z = \frac{dI}{I} = \frac{v}{c} = \frac{HR}{c} = Hdt = \frac{dR}{R},$$

$$\ln R - \ln I = \text{costante} = \ln R_0 - \ln I_0$$

$$\frac{R}{I_e} = \frac{R_0}{I_0}, \text{ da cui } \frac{R_0}{R(t)} = \frac{I_0}{I_e} = (z+1)$$

Disturbing the vacuum

Strong gravitational field \longrightarrow particle production
(Hawking radiation)



Cosmological Framework

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8pG}{3} \mathbf{r} \quad H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad \text{expansion rate}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4pG}{3} (\mathbf{r} + 3p) \quad q \equiv -\frac{\ddot{a}}{a} \frac{1}{H^2} \quad \text{deceleration parameter}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_b + \mathbf{r}_{\text{CDM}} + \mathbf{r}_n + \mathbf{r}_{\text{rad}} + \mathbf{r}_x + \dots$$

$$W_0 = \mathbf{r} / \mathbf{r}_{\text{crit}}$$

$$\mathbf{r}_{\text{crit}} = 3H_0^2 / 8pG$$

Essenziale determinare l'equazione di stato dell'energia oscura:

$$w = P(z) / r(z)$$

$$r(z) / (1+z)^{3(1+w)}$$

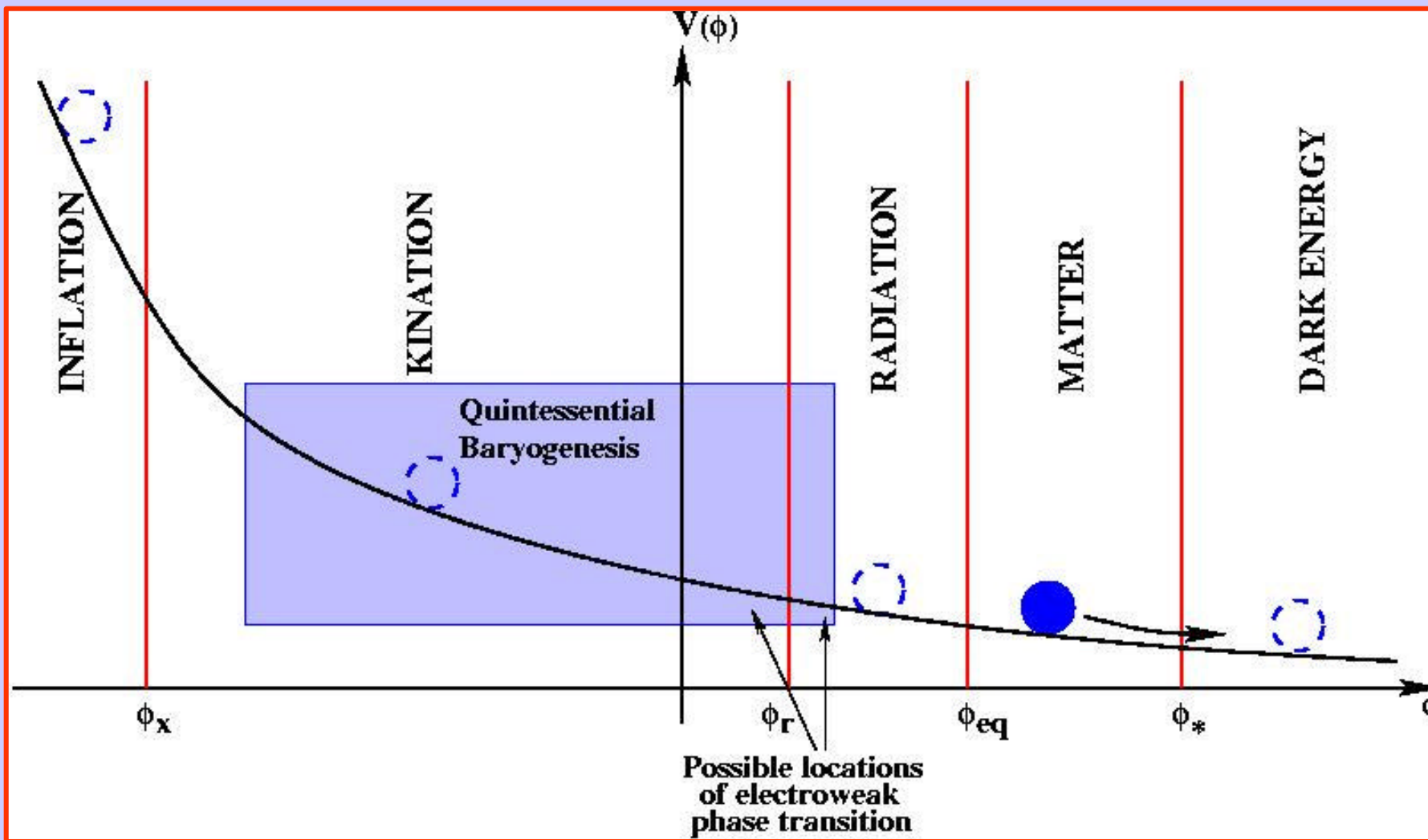
Materia: $\rho_m / (1+z)^3 \quad w = 0$

Radiazione: $\rho_r / (1+z)^4 \quad w = 1/3$

Vacuum: $\rho_\Lambda / (1+z)^0 \quad w = -1$

$0 = w = 1$ (intervallo di Zeldovich)

Graphical Summary



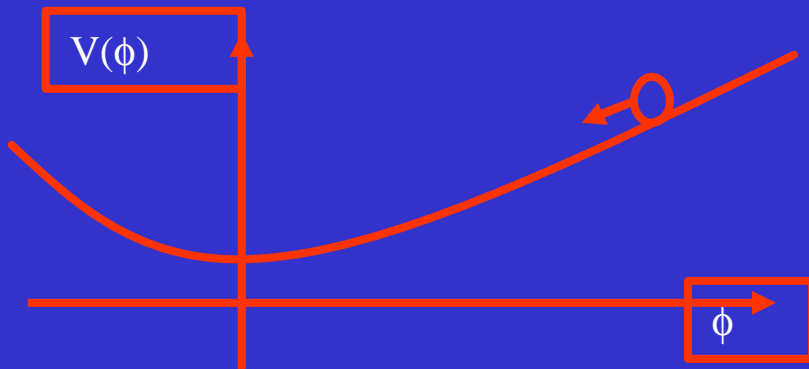
Cosmic Symphony (Harmonice Mundi)

tempo	movement	epoch	relic
pizzicato	string dominated	10^{-43} sec.	???
prestissimo	vacuum dominated (inflation)	10^{-35} sec.	CBR fluctuations, gravitational waves, power spectrum
presto	radiation dominated	earlier than 10,000 yrs.	abundance of the light elements
andante	matter dominated	later than 10,000 yrs.	quasars, galaxies, evolution of LSS
largo	vacuum dominated (inflation)	day before yesterday	acceleration of the universe

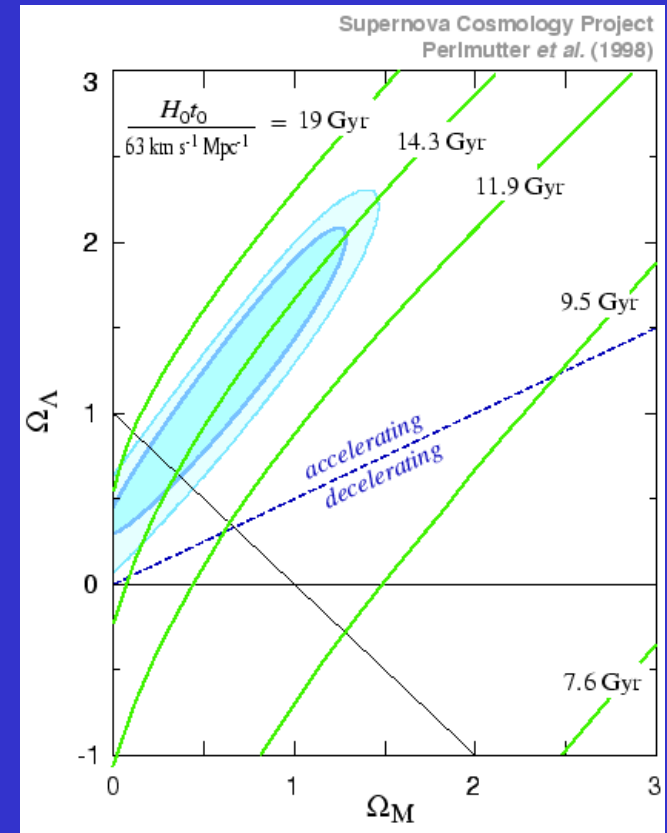
Cosmological inflation:

- period of accelerated expansion in the very early universe
- requires negative pressure

e.g. self-interacting scalar field



- speculative and uncertain physics
- just the kind of peculiar cosmological behaviour we observe today



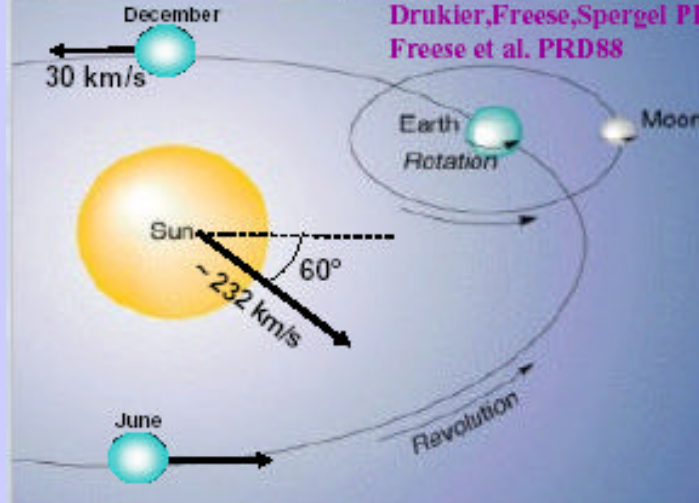
Comparison to observation:

- Primordial spectrum

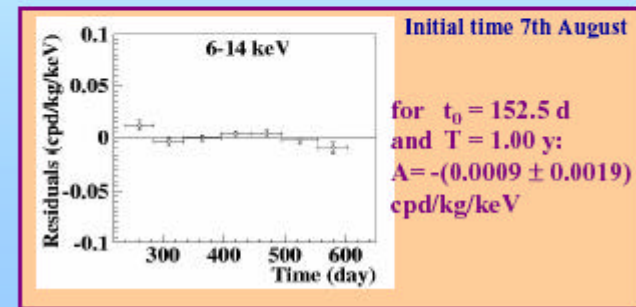
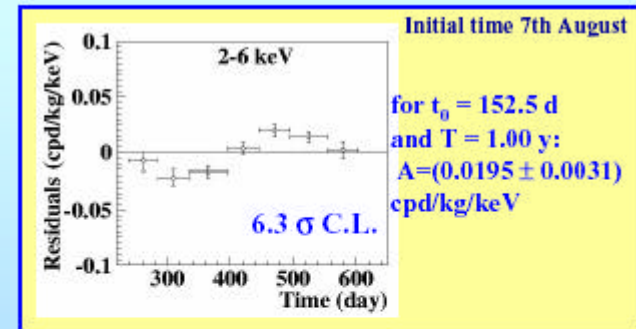
Inflaton	perturbation spectrum	(<i>n</i>)
Potential	tensor component	(<i>r</i>)

- Processed Spectrum

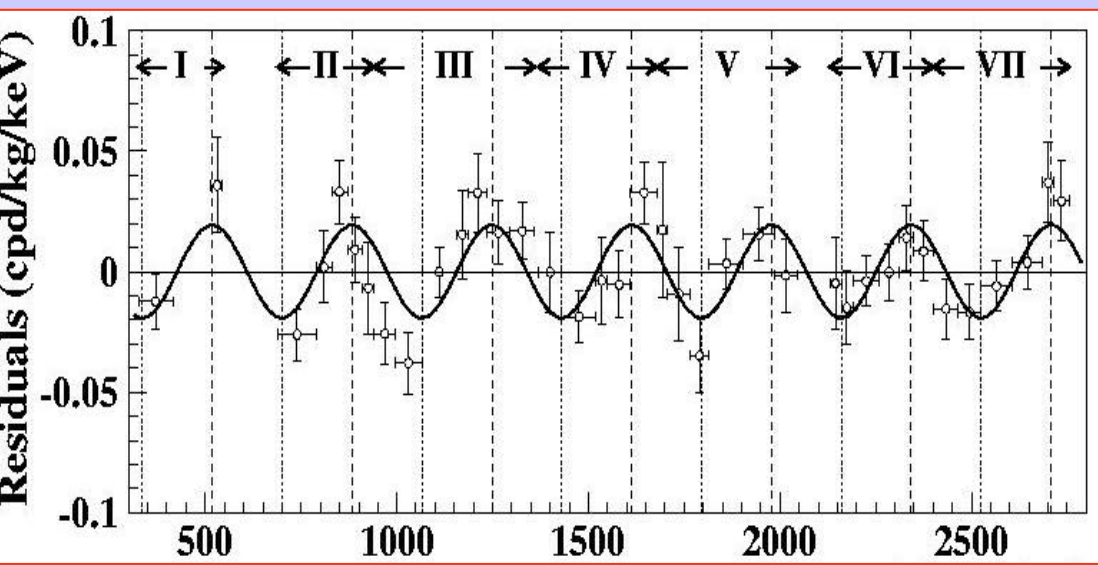
Cosmological parameters	Nature of Dark Matter
H_0 – Hubble constant	cold (slow)
Ω_0 – Total density	(neutralinos, axions,...)
Ω_B – Baryon fraction	warm (not so slow)
Ω_Λ – Vacuum energy	(gravitinos, sterile ν 's)
Ω_{DM} – Dark matter	hot (pretty fast)
	(neutrinos)



DAMA/NaI 7 annual cycles: 107731 kg · da



A clear modulation is present in the lowest energy region, while it is absent just above



effetto a 6,3 s

fitted (all parameters free):
 $A = (0.0200 \pm 0.0032)$ cpd/kg/keV;
 $t_0 = (140 \pm 22)$ d; $T = (1.00 \pm 0.01)$ y

Mission accomplished ...

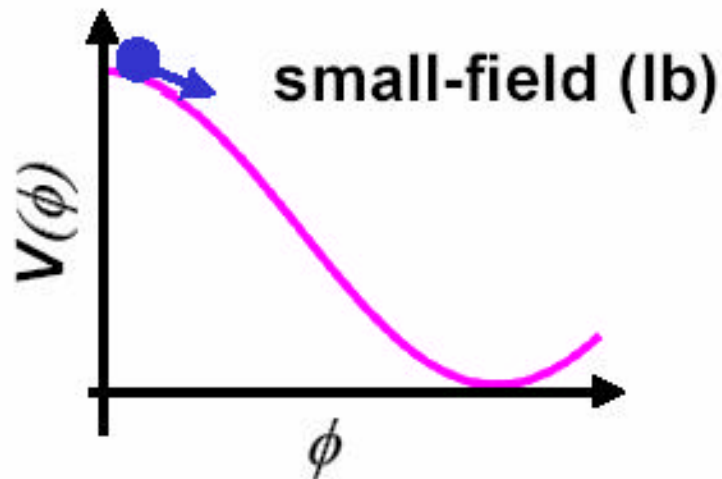
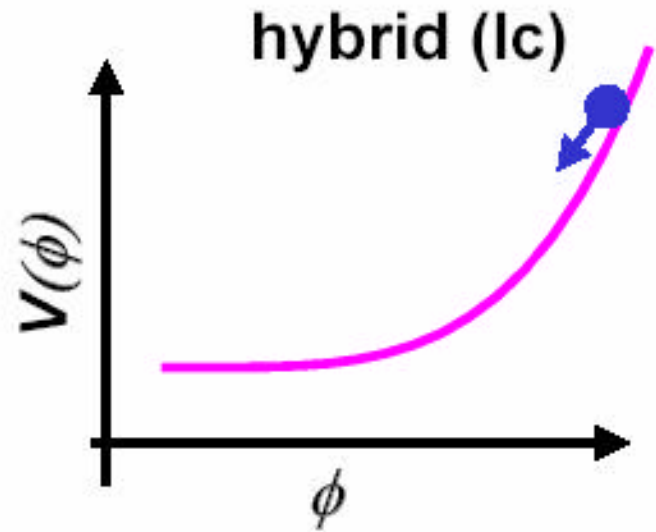
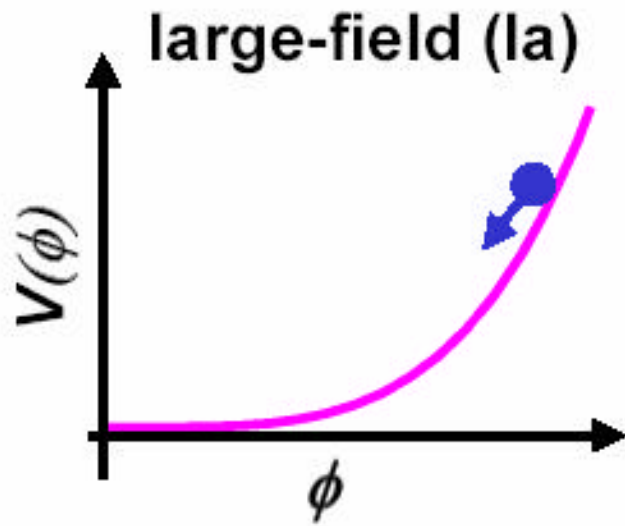


... or premature jubilation?

Models of inflation

old, new, used (pre-owned),
chaotic, quixotic, ergodic,
exotic, eckpnyotic, autoerotic,
faith-based, free-based,
3-brane, D-brane, no-brain,
supersymmetric, superstitious, supercilious,
natural, supernatural, *au natural*,
hybrid, low-bred, white-bread,
one-field, two-field, left-field,
eternal, internal, infernal,
self-reproducing, self-promoting,
dilaton, dilettante,

R. Kolb

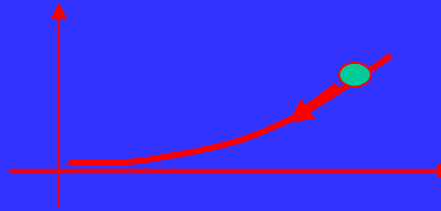


Single-field models:

high energy / not-so-slow roll

1. **large field** ($Dj < M_{Pl}$)

e.g. chaotic inflation

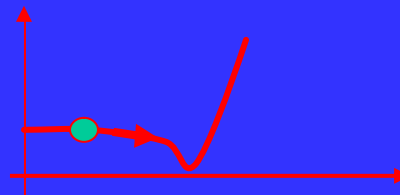


$$0 < h < e$$

not-so-high energy / very slow roll

2. **small field**

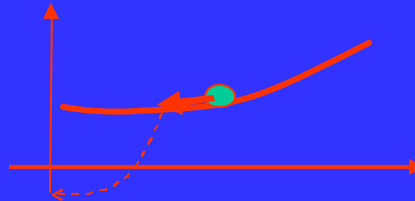
e.g. new or natural inflation



$$h < 0$$

3. **hybrid inflation**

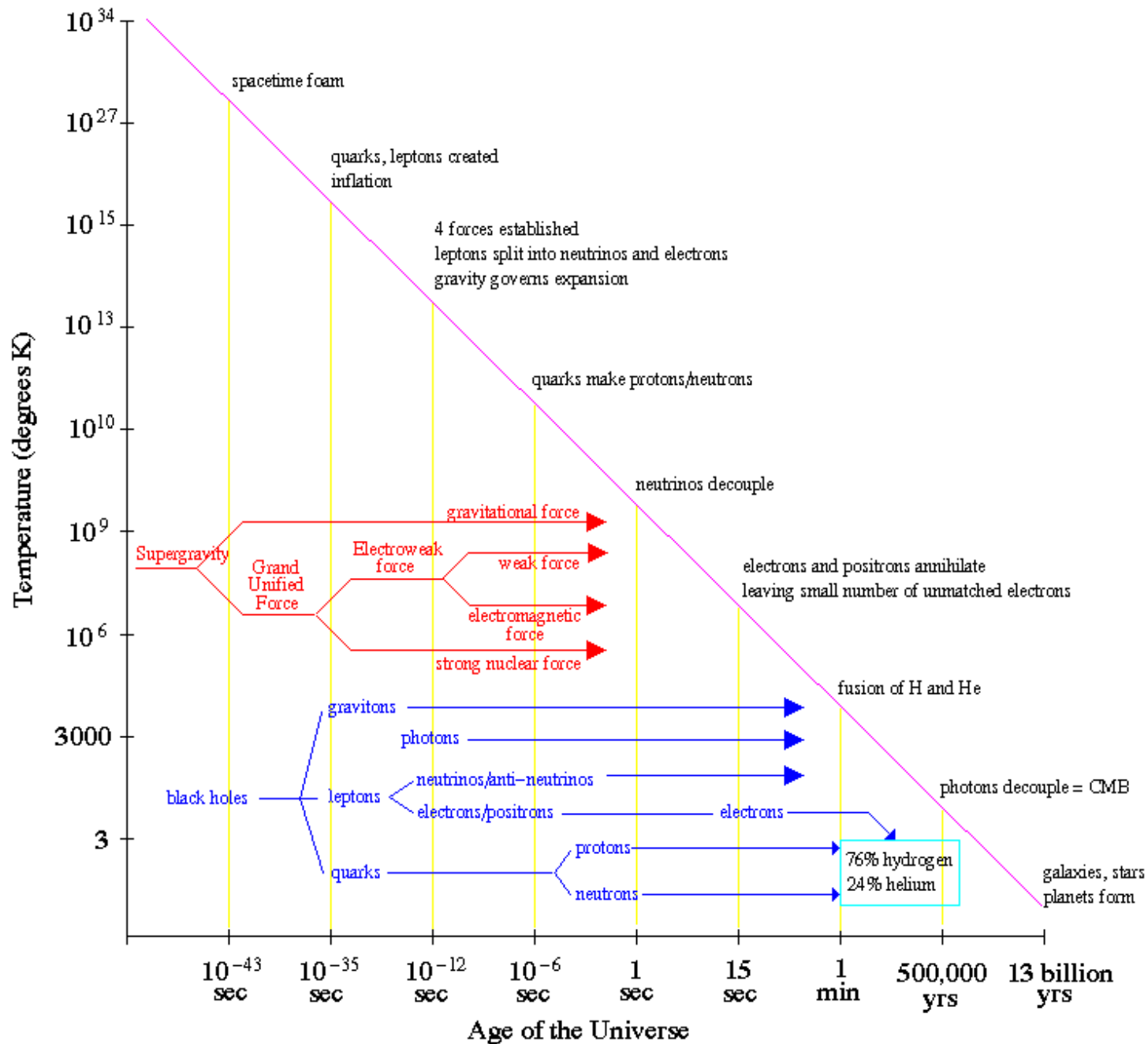
e.g., susy or sugra models



$$0 < e < h$$

slow-roll solution for potential-dominated, over-damped evolution
gives useful approximation to growing mode for $\{ e, |h| \} \ll 1$

$$e \equiv \frac{M_P^2}{16p} \left(\frac{V_f}{V} \right)^2 \approx -\frac{\dot{H}}{H^2} \quad h \equiv \frac{M_P^2}{8p} \left(\frac{V_{ff}}{V} \right) = \frac{m^2}{H^2}$$



Inflazione: verifiche sperimentali 1

Transizioni di fase

$$\text{Susy} \xrightarrow{10^{19} \text{ GeV}, 10^{-43} \text{ s}} \text{SU}(5) \xrightarrow{10^{14} \text{ GeV}, 10^{-35} \text{ s}} \text{SU}(3) \times \text{SU}(2) \times U(1) \xrightarrow{10^2 \text{ GeV}, 10^{-11} \text{ s}} \text{SU}(2) \times U(1)_{em}$$

decadimento del protone

$$SU(5)_{\min} \Rightarrow p \rightarrow e^+ p^0, t_p = ?$$

e simili (1 leptone e 1 mesone)

esclusa dai dati sperimentali

Susy

$$p \rightarrow K^+ n$$

$$K \rightarrow m$$

$$m \rightarrow e$$

Inflazione: verifiche sperimentali 2

monopoli magnetici

$$\frac{g^2}{\hbar c} = \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{g}{e} \right)^2 = \frac{137}{4}$$

$$\text{Dirac: } g = n \frac{1}{2} \frac{\hbar c}{e} = n \frac{137}{2} e = 3.3 \cdot 10^{-8} \text{ (cgs)}$$

$$m_g = \left(\frac{g}{e} \right)^2 m_e \approx 2.5 \text{ GeV}$$

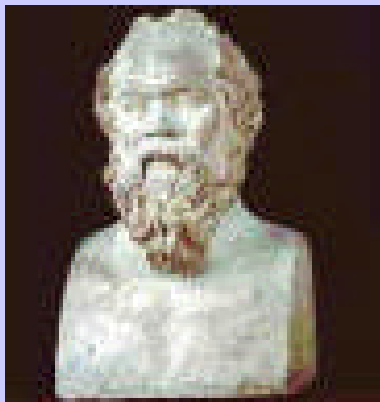
$$m_g \approx \frac{m_X}{a} \approx 10^{16} \text{ GeV} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ g}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE}{dx} \right)_M &= \left(\frac{dE}{dx} \right)_p \left(\frac{g}{e} \right)^2 (n\mathbf{b}) = \\ &= 4700 (n\mathbf{b}) \left(\frac{dE}{dx} \right)_p \end{aligned}$$

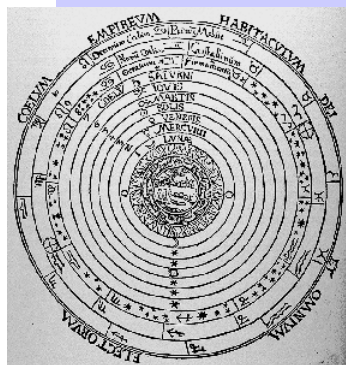
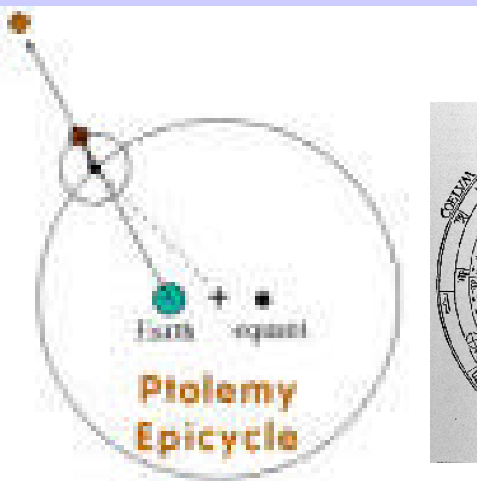
particelle lente con
grande ionizzazione

$r_m \gg r_c$ a meno dell'inflazione, limite di Parker,

Are We Living in a Golden Age?



Or are we still living in a
Bronze Age?...



Or taken to epicycles?..

Theorist's view of the universe



**smooth (homogeneous and isotropic)
full of dark matter (and dark energy)**