

FISICA - Modulo: ENERGIA

Prof. Marco MAGGIORA

Dipartimento di Fisica, Università di Torino



UNIVERSITA'
DEGLI STUDI
DI TORINO

ALMA UNIVERSITAS
TAURINENSIS

PERCORSI ABILITANTI SPECIALI

Anno Accademico 2013-2014

CLASSI A038 e A049



Prof. Marco MAGGIORA: contatti e libri di testo



Università di Torino

Dipartimento di Fisica
Via Pietro Giuria 1

- email: marco.maggiora@to.infn.it
- tel: +39-011-6707475

Riferimenti utili:

- Halliday-Resnick-Krane, *Fisica* - CEA
- Serway-Jewett, *Principi di Fisica* - EdiSES
- Alonso-Finn, *Fisica* - Masson
- Arons, *Guida all'insegnamento della fisica* - Zanichelli

Programma del modulo FISICA - ENERGIA

1. Il concetto di energia
2. L'energia meccanica
3. Calore ed energia
4. Energia ed elettromagnetismo
5. Cenni di fisica moderna

Il concetto di energia

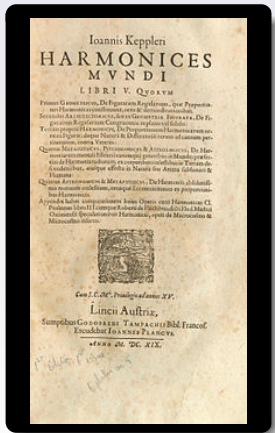
La parola energia deriva da *ἐνεργεια* (*energheia*).

Concetto introdotto da Aristotele:

- nel senso di azione efficace, unione di *en* (rafforzativo) ed *ergon*, capacità di agire
- in opposizione alla *dynamis* degli oggetti inanimati per il cui moto è necessario una causa

Primo utilizzo moderno:

- Johannes Kepler, *Harmonices Mundi* - 1619
- capacità di un corpo o di un sistema di compiere lavoro



Il concetto di energia

Evoluzione del concetto intimamente legata al Principio d'Inerzia:

- Galileo Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* - 1632
- René Descartes, *Il mondo ovvero Trattato della luce* - 1633
- Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali* - 1638
- Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* - 1687

Il passaggio da *energheia* a *energia*:

- l'**energia** non è più la distinzione tra il mondo inanimato e il mondo vivente
- il moto di qualsiasi corpo (vivente e non) necessita di una causa in presenza di attrito
- il moto nel vuoto è perpetuo (*inerzia*)
- il concetto di energia è una **proprietà dei corpi** \Rightarrow funzione di stato

Il concetto di energia: milestones

- ~ 400K anni fa: utilizzo del fuoco, Homo erectus (Vertesszollos, Ungheria Choukoutien, Cina)
- < 2500 a.C.: navi a vela (Fenici)
- I Sec. a.C.: mulini idraulici
- ~ 950: mulini a vento
- XVII Sec.: miniere di carbone in Inghilterra
- 1769: macchina a vapore (J. Watt)
- 1799: pila (A. Volta)
- 1810: battello a pale (Mare d'Irlanda)
- 1814: locomotiva (G. Stephenson)
- 1822: il calore può produrre energia elettrica (Seebeck)
- 1827: turbina idraulica (B. Fourneyron)
- 1831: il magnetismo può indurre elettricità (Faraday)
- 1850: commercializzazione del petrolio distillato come combustibile (USA)
- 1858: primo elettrodomestico (aspirapolvere)
- 1859: primo pozzo di petrolio (Titusville, Pennsylvania, USA)
- 1866: dinamo (W. Siemens)

Il concetto di energia: milestones

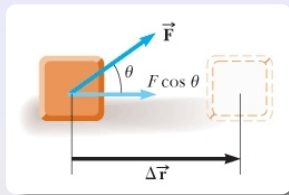
- 1877: motore a scoppio (N. Otto)
- 1878: lampadina a incandescenza (T.A. Edison)
- 1882: centrale idroelettrica (Appleton, Wisconsin, USA)
- 1884: turbina a vapore (C. Parsons)
- 1885: campo magnetico rotante (G. Ferraris)
- 1893: motore Diesel (R. Diesel)
- 1933: energia nucleare di fissione (E. Fermi)
- 1953: cella fotovoltaica (effetto fotovoltaico noto dal 1839)

Programma del modulo FISICA - ENERGIA

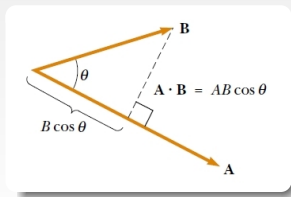
2. L'energia meccanica
 1. Lavoro ed energia
 2. Potenza
 3. Energia cinetica
 4. Energia potenziale
 5. Forze conservative e forze dissipative
 6. La conservazione dell'energia
 7. Legame forza-energia
 8. Il concetto di equilibrio
 9. Energia e rotazioni
 10. Energia gravitazionale
 11. Stati legati e stati liberi
 12. Energia e fluidi
 13. Onde ed energia

Lavoro: forza costante, traiettoria rettilinea

$$\begin{aligned}
 W &= \vec{F} \cdot \vec{s} & [N \cdot m] \\
 &= F s \cos \theta & [J] \quad (1)
 \end{aligned}$$



- grandezza scalare
- dipende dalla traiettoria $\implies \delta W$

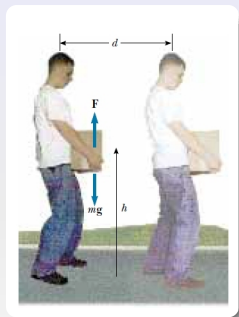


Prodotto scalare:

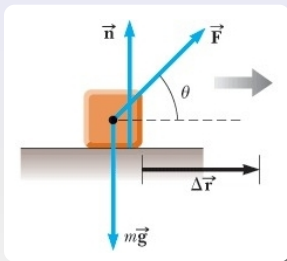
- utilizzare il concetto di proiezione
- commutativo

Lavoro: forza costante, lavoro nullo

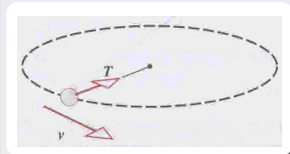
$$m\vec{g}, \vec{F} \perp \vec{s}$$



$$\vec{n}, m\vec{g} \perp \vec{s}$$



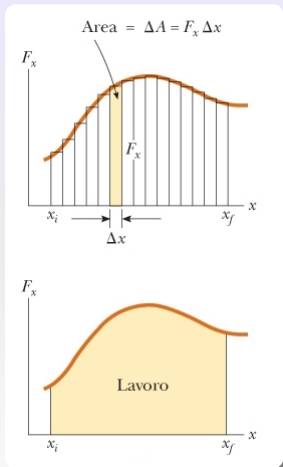
$$\vec{T} \perp d\vec{s} = \vec{v} dt$$



$$\vec{R} \neq \vec{0}, \quad W = 0$$

W può essere nullo con $\vec{R} \neq \vec{0}$
anche per traiettorie non rettilinee

Lavoro: forza variabile, traiettoria rettilinea



$$W_i = F_x \Delta x$$

$$W \simeq \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

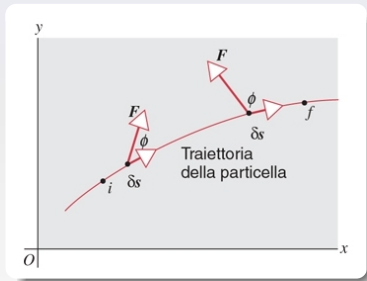
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Notazione esatta: $\delta x, \delta W$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \delta x \quad (2)$$

\int : il significato fisico dell'integrale è una somma!

Lavoro: forza variabile, traiettoria piana



$$\begin{aligned}\delta W &= \vec{F} \cdot \delta \vec{s} \\ &= F \delta s \cos \phi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W &= \int_{\vec{x}_i}^{\vec{x}_f} \vec{F} \cdot \delta \vec{s} \quad (3) \\ &= \int_{\vec{x}_i}^{\vec{x}_f} (F_x \delta x + F_y \delta y + F_z \delta z)\end{aligned}$$

Potenza: forza costante

Forza esterna costante applicata su un sistema puntiforme

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

Lavoro compiuto in Δt
per variare l'energia del sistema

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{\delta W}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad [J/s], [W] \quad (4)$$

Lavoro: Teorema dell'Energia Cinetica

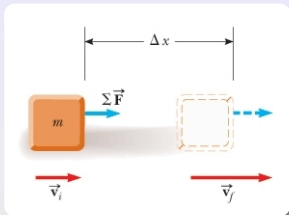
$$s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$W = m \left(\frac{v_f - v_i}{t} \right) \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

$$W = \Delta K = K_f - K_i \quad (5)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad [\text{J}] \quad (6)$$



$$F_x = ma_x = \frac{mdv_x}{dt}$$

$$= m \frac{dv_x}{dx} \frac{dx}{dt} = mv_x \frac{dv_x}{dx}$$

$$W = \int_i^f F_x dx = \int_i^f mv_x \frac{dv_x}{dx} dx$$

$$= \int_i^f mv_x dv_x$$

$$= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Lavoro: Teorema dell'Energia Cinetica

Teorema valido solo per sistemi puntiformi!

Nessuna ipotesi sulla forza:

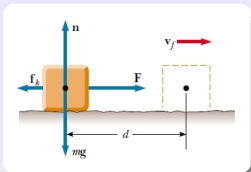
- teorema valido per forze variabili
- teorema valido per traiettorie non rettilinee
- teorema valido per forze conservative e non!

W lavoro totale compiuto dalle forze sul sistema

Cambiando sistema di riferimento:

- il sistema di riferimento deve essere inerziale
- $W_O \neq W_{O'}$, $\Delta K_O \neq \Delta K_{O'}$
- $W_O = \Delta K_O$, $W_{O'} = \Delta K_{O'}$

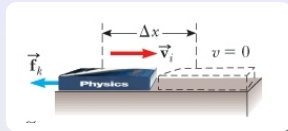
Energia cinetica e attrito



$$W = \vec{R} \cdot \vec{s}$$

$$= Fs - fs$$

$$\Delta K_{fr} = -fs \quad (8)$$



$$F = \vec{R} \cdot \vec{s}$$

$$-fs = (ma)s = m \frac{v_f^2 - v_i^2}{2}$$

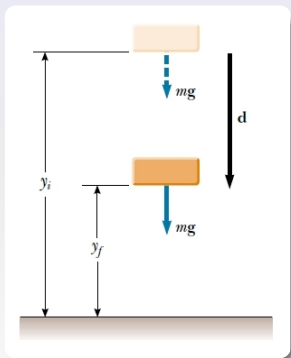
$$\Delta K = \sum W_{al} - fs \quad (9)$$

- $-fs$ non è il lavoro compiuto dalla forza di attrito
- $-fs$ corrisponde all'energia dissipata dalla forza di attrito
- $-fs$ corrisponde in un sistema isolato all'aumento di energia interna del libro *e* del piano

OGGETTI NON PUNTIFORMI IN PRESENZA DI ATTRITO!

Energia potenziale (gravitazionale)

- in molti casi didattici si introduce U considerando $\vec{P} = m\vec{g}$
- lavoro compiuto *dalla* forza gravitazionale



$$\begin{aligned}
 W_g &= m\vec{g} \cdot \vec{s} = -mg\hat{j} \cdot (y_f - y_i)\hat{j} \\
 &= mgy_i - mgy_f
 \end{aligned}$$

$$U = mgh \quad [J] \quad (10)$$

$$W_g = U_i - U_f \quad (11)$$

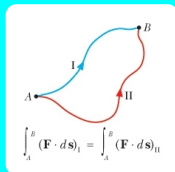
- valida alternativa: forza elastica

$$W_e = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}Kx_i^2 - \frac{1}{2}Kx_f^2$$

Forze conservative e non conservative

Forze conservative:

- il lavoro *non dipende* dal percorso: $\delta W_c \rightarrow dW_c$



$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U$$

Forze non conservative:

- il lavoro *dipende* dal percorso: δW
- sistemi non puntiformi: W_{nc} non calcolabile
- formulazione del Teorema dell'Energia: $\int \vec{R} \cdot d\vec{x} = \Delta K$

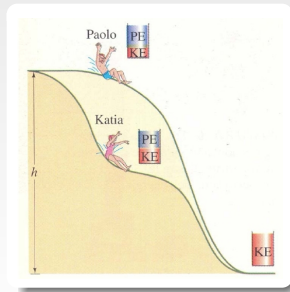
Conservazione dell'energia totale meccanica

L'energia totale meccanica di un sistema isolato rimane costante se e solo se ogni oggetto del sistema interagisce solo tramite forze conservative

$$K_i + \sum U_i = K_f + \sum U_f \quad (12)$$

E_{TOT} integrale primo del moto:

- ignora la dipendenza temporale
- descrive traiettorie con stati iniziali e finali in comune ma con **traiettorie** anche molto diverse tra di loro



Conservazione energia: forze non conservative

Teorema dell'energia sempre valido se formulato in:

$$\int \vec{R} \cdot d\vec{x} = \Delta K$$

$$\Delta K = \Delta K_{int,con} + \Delta K_{int,n.c.} + \Delta K_{ext}$$

- $\Delta K_{int,con}$: $-\Delta U_{int,con}$
- $\Delta K_{int,n.c.}$:
 - > 0 , energia biochimica (muscolo)
 - < 0 , attrito (forze dissipative)
- ΔK_{ext} : forze esterne, nulla per sistemi isolati

$$(K + U)_i + \Delta K_{int,n.c.} + \Delta K_{ext} = (K + U)_f \quad (13)$$

Legame forza - energia

$$U_f(x) = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + U_i$$

$$F_x = - \frac{dU}{dx} \quad (14)$$

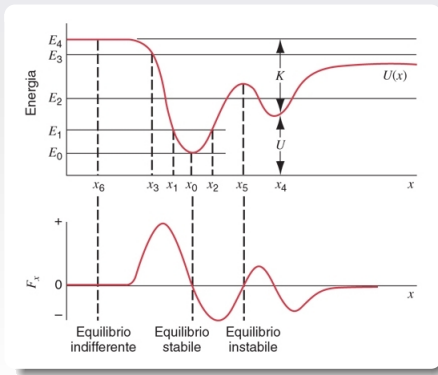
$$\begin{aligned} \Delta U &= U(\vec{x}_f) - U(\vec{x}_i) \\ &= - \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_i^f (F_x dx + F_y dy + F_z dz) \end{aligned}$$

$$\vec{F}(x, y, z) = -\vec{\nabla}U = -\frac{\delta U}{\delta x} \hat{i} - \frac{\delta U}{\delta y} \hat{j} - \frac{\delta U}{\delta z} \hat{k} \quad (15)$$

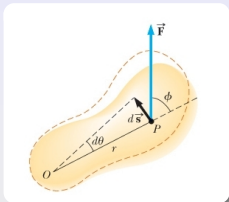
Equilibrio ed energia potenziale

Punto di equilibrio: $\vec{R} = \vec{0}$

Equilibrio instabile:	$\max U$	\vec{F} repulsiva
Equilibrio stabile:	$\min U$	\vec{F} di richiamo
Equilibrio indifferente:	U costante	$\vec{F} = \vec{0}$



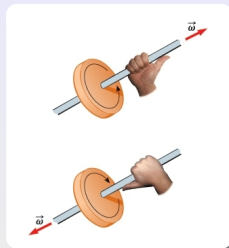
Il lavoro rotazionale



Rotazione nel piano $x - y$

$$\begin{aligned} \delta W &= \vec{F} \cdot d\vec{s} = (F \sin \phi) ds \\ &= (rF \sin \phi) d\theta = \tau_Z d\theta \end{aligned}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad \text{momento torcente}$$



$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau_Z d\theta \quad \Longrightarrow$$

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} \quad (16)$$

Potenza

$$P = \frac{\delta W}{dt} = \tau_Z \omega \quad \Longrightarrow$$

$$P = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega} \quad (17)$$

L'energia cinetica rotazionale

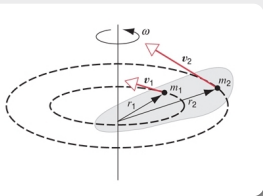
Corpo rotante:

- insieme di particelle di massa m_i
- corpo rigido: $\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_j = \vec{\omega}$
- $\vec{r}_i \neq \vec{r}_j : \vec{v}_i \neq \vec{v}_j$

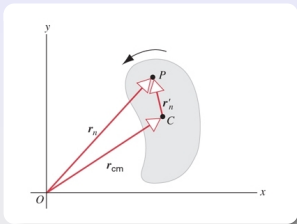
$$\begin{aligned}
 K &= \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega_i^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega_i^2
 \end{aligned}$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (18)$$

NB: ω , K definite in base all'asse di rotazione!



L'energia cinetica roto-traslazionale



Moto roto-traslatorio:

- $v_{i,z} = 0$ traslazione sul piano $x - y$
- $\vec{\omega} \parallel \hat{k}$ rotazione attorno ad asse \parallel asse z

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad , \quad v_i^2 = \vec{v}_i \cdot \vec{v}_i \quad , \quad \vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}'_i$$

$$(\vec{v}_{CM} + \vec{v}'_i) \cdot (\vec{v}_{CM} + \vec{v}'_i) = v_{CM}^2 + 2\vec{v}_{CM} \cdot \vec{v}'_i + v_i'^2$$

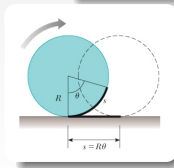
$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i (v_{CM}^2 + 2\vec{v}_{CM} \cdot \vec{v}'_i + v_i'^2) = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \sum_i m_i \vec{v}'_i \cdot \vec{v}_{CM} + \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i'^2 \omega_{CM}^2$$

Puro rotolamento: $v_{CM} = \omega_{CM} R$

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \frac{v_{CM}^2}{R^2} \\ &= \frac{1}{2} M \omega_{CM}^2 R^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega_{CM}^2 \end{aligned}$$

$$W_{attr} = 0$$

$$K = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega_{CM}^2 \quad (19)$$



Scivolamento:

$$v_{CM} \neq \omega_{CM} R$$

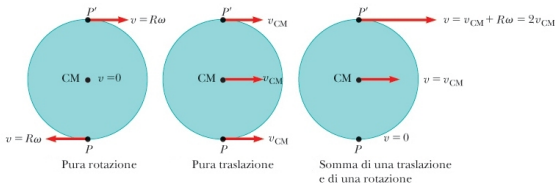
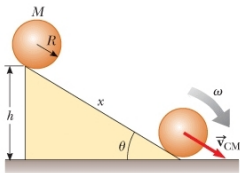
v_{CM} e ω_{CM}
sono indipendenti

Moto roto-traslazionale: teoremi

Teorema dell'Energia:

$$\left. \begin{array}{l} W: \text{Eq.16} \\ K: \text{Eq.19} \end{array} \right\} \implies W = K_f - K_i$$

Conservazione dell'Energia:



- $F_{att} = 0$ pura traslazione
- $F_{att} \neq 0$ senza scivolamento, conservazione dell'energia

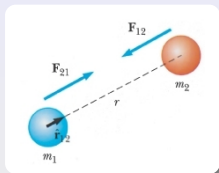
$$v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I_{CM}}{MR^2}}} < \sqrt{2gh}$$

$$K = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega_{CM}^2$$



Forza gravitazionale

III principio!



Legge di Newton:

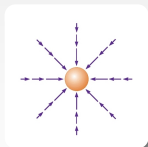
$$\vec{F}_{G,12} = -G \frac{M_1 M_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (20)$$

\vec{v} determina
la traiettoria

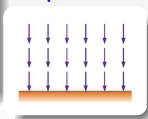


Linee di forza:

radiali

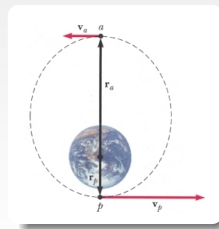


prossime
alla
superficie

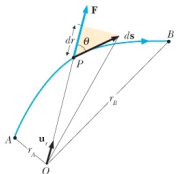


- forza radiale:
 $\vec{F}_g \parallel \hat{u}_r$
- range infinito:
 $\vec{F}_g \neq \vec{0} \quad \forall r$

\vec{v} cambia lungo
la traiettoria



Energia potenziale gravitazionale

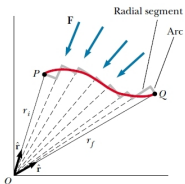


Forza centrale

$$dW = F(r)\hat{u}_r \cdot \vec{ds} = F(r)dr$$

Forza conservativa

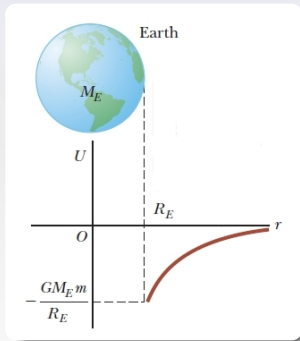
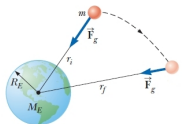
$$dW = -\Delta U$$



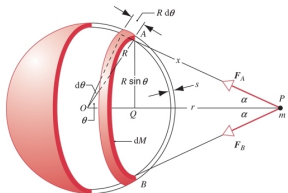
$$\begin{aligned} W &= \int_{r_i}^{r_f} F(r)dr = U_i - U_f \\ &= -GM_1M_2 \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right) \end{aligned}$$

$$U(r) = -G \frac{M_1 M_2}{r} \quad (21)$$

NEGATIVA!!

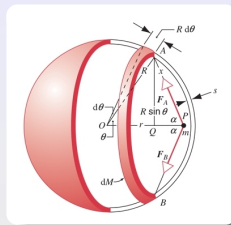


Forza gravitazionale: teoremi dei gusci



$$\vec{F} = -Gm \int \frac{dM}{r^2} \hat{u}_r$$

$$U = -Gm \int \frac{dM}{r}$$



Primo teorema dei gusci

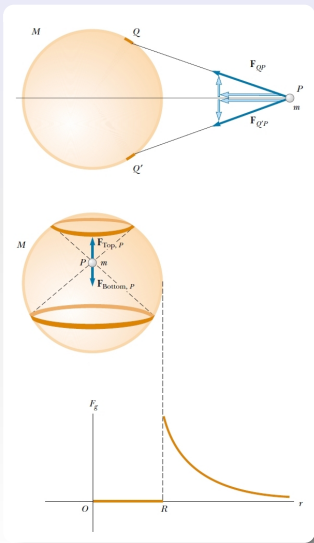
Un guscio sferico uniforme attrae una particella esterna come se tutta la massa del guscio fosse concentrata al suo centro.

Secondo teorema dei gusci

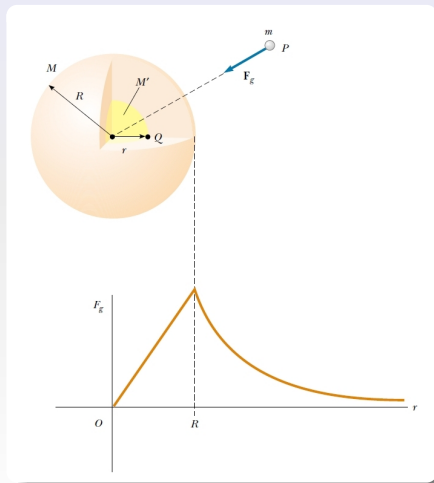
Un guscio sferico uniforme non esercita alcuna forza gravitazionale su una particella collocata in un punto qualsiasi al suo interno.

Distribuzioni sferiche di massa

Guscio sferico:



Massa sferica:



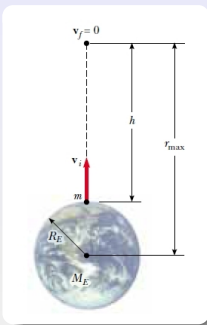
Energia totale gravitazionale

Energia totale gravitazionale: $E = K + U$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r} \quad (22)$$

POSITIVO! NEGATIVO!

Velocità di fuga



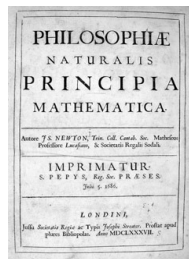
$$\frac{1}{2}mv_i^2 - G\frac{M_E m}{R_E} = -G\frac{M_E m}{r_{max}}$$

$$v_i = \sqrt{2GM_E \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{r_{max}} \right)}$$

$$h = r_{max} - R_E \quad , \quad v_{exc} = \lim_{r_{max} \rightarrow \infty} v_i$$

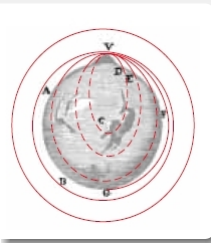
$$v_{exc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \quad (23)$$

Isac Newton:



Isac Newton: De mundi systemate, Tomo III (1687) Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica

Maggiore è la velocità ... con cui [una pietra] è lanciata, più distante andrà sulla Terra. Possiamo quindi supporre di aumentare la velocità, in modo che compia un arco di 1, 2, 5, 10, 100, 1000 miglia prima di arrivare sulla Terra, finchè alla fine, superando i confini della Terra, dovrebbe passare nello spazio senza toccarla.



Energia di un satellite

- energia totale potenziale:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r}$$

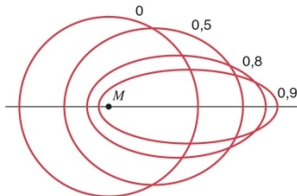
- orbita circolare:

$$F = G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \longrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = G\frac{Mm}{2r}$$

Orbita circolare:

raggio: r

$$E = -G\frac{Mm}{2r} < 0!$$



Orbita di un satellite:

- \vec{L} costante
- E costante

Orbita ellittica:

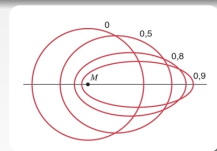
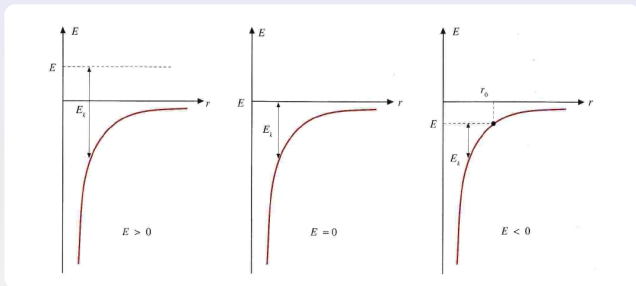
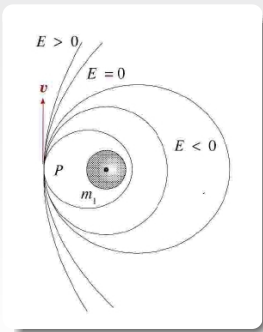
semiasse maggiore: a

$$E = -G\frac{Mm}{2a} < 0!$$

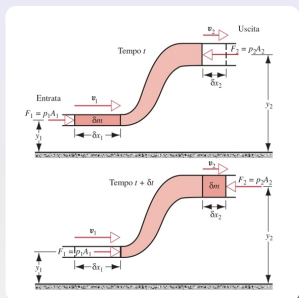
Orbite diverse possono avere la stessa energia!!

Stati legati e stati liberi

- $E > 0$:
orbita iperbolica
- $E = 0$:
orbita parabolica
- $E < 0$:
orbita ellittica



Teorema di Bernoulli



Ipotesi:

- fluido incompressibile non viscoso
- flusso laminare
- focus: sistema composto dal solo liquido

Lavori di pressione:

- $W_1 = F_1 \delta x_1 = p_1 A_1 \delta x_1 = p_1 \delta V$
- $W_2 = -F_2 \delta x_2 = -p_2 A_2 \delta x_2 = -p_2 \delta V$

Lavoro gravitazionale:

- $W_g = -\delta m g (y_2 - y_1)$

$$W_{ext} = W_1 + W_2 + W_g = (p_1 - p_2) \left(\frac{\delta m}{\rho} \right) - \delta m g (y_2 - y_1)$$

Forze interne:

- \nexists forze conservative: $\Delta K_{int,con} = \Delta U_{int} = 0$
- \nexists forze non conservative: $\Delta K_{int,n.c.} = 0$

Teorema di Bernoulli (2)

Variazione energia cinetica di δm :

- $\Delta K = \frac{1}{2}\delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\delta m v_1^2$

Teorema dell'energia:

- ~~$\Delta K = -\Delta U_{int,con} + \Delta K_{int,n.c.} + \Delta K_{ext} = W_{ext}$~~

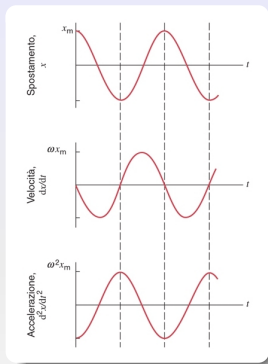
$$\frac{1}{2}\delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\delta m v_1^2 = (p_1 - p_2) \left(\frac{\delta m}{\rho} \right) - (\delta m)g(y_2 - y_1)$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Teorema di Bernoulli:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{costante} \quad (24)$$

Moto armonico semplice



Variabili cinematiche:

- $x(t) = x_M \cos(\omega t + \phi)$
- $v(t) = -\omega x_M \sin(\omega t + \phi)$
- $a(t) = -\omega^2 x_M \cos(\omega t + \phi)$

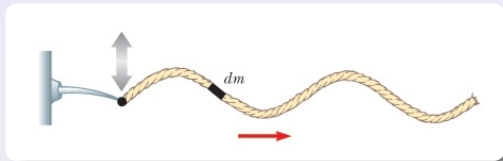
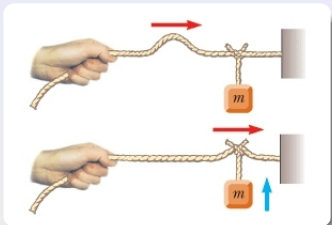
Energia:

- $U = \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} Kx_M^2 \cos^2(\omega t + \phi)$
- $E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x_M^2 \sin^2(\omega t + \phi)$
 $= \frac{1}{2} Kx_M^2 \sin^2(\omega t + \phi)$

Energia del moto armonico:

$$\begin{aligned}
 E &= K + U = \frac{1}{2} Kx_M^2 \left[\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi) \right] \\
 &= \frac{1}{2} Kx_M^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x_M^2 = \frac{1}{2} mv_x^2 + \frac{1}{2} Kx^2
 \end{aligned}$$

Onde trasversali: potenza



$$E = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

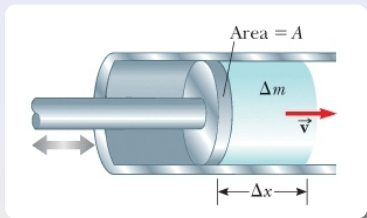
$$\delta E = \frac{1}{2}(\delta m)\omega^2A^2 = \frac{1}{2}(\mu dx)\omega^2A^2$$

Potenza:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\delta E}{dt} = \frac{1}{2}\mu \frac{dx}{dt} \omega^2 A^2 = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2$$

NB: v è la velocità di propagazione!

Onde longitudinali: potenza



$$\begin{aligned}\delta E &= \delta K_{max} = \frac{1}{2} \delta m (\omega s_{max})^2 \\ &= \frac{1}{2} (\rho A \Delta x) (\omega s_{max})^2\end{aligned}$$

Potenza:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\delta E}{dt} = \frac{1}{2} \rho A \frac{dx}{dt} (\omega s_{max})^2 = \frac{1}{2} \rho A v (\omega s_{max})^2$$

NB: v è la velocità di propagazione!

Onde longitudinali: intensità

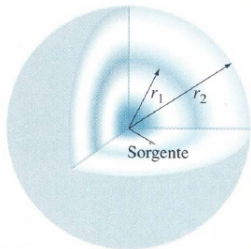
Intensità: Energia per unità di area e di tempo

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v (\omega S_{max})^2$$

Massima pressione:

$$\Delta P_{max} = \rho v \omega S_{max} \propto S_{max}$$

$$I = \frac{\Delta P_{max}^2}{2\rho v} \quad (25)$$



$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$I \propto \frac{1}{r^2} \quad (26)$$

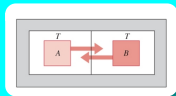
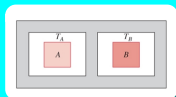
Programma del modulo FISICA - ENERGIA

3. Calore ed Energia

1. Il calore
2. L'energia e il lavoro in termodinamica
3. I principio della termodinamica
4. L'energia nella teoria cinetica dei gas
5. Macchine termiche
6. Energia utile: il rendimento
7. Il principio della termodinamica
8. Reversibilità ed irreversibilità
9. Macchine termiche rilevanti
10. Energia ed entropia
11. Teorema di Nernst
12. La trasmissione del calore

L'equilibrio termico

Equilibrio termico



- nulla si può dire di sistemi tra loro adiabatici
- sistemi "a contatto" scambiano energia tra di loro
→ **transitorio!**
- due sistemi raggiungono l'*equilibrio termico* quando il flusso di energia si interrompe spontaneamente

Legge zero della termodinamica

Equilibrio termico, proprietà transitiva:

A è in equilibrio termico con C

B è in equilibrio termico con C

⇒ **A è in equilibrio termico con B**

Temperatura

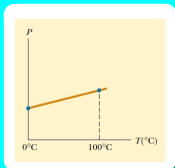
Due sistemi sono in equilibrio termico
se e solo se
 hanno la stessa temperatura

Temperatura

- definita utilizzando il concetto di equilibrio termico
- grandezza **scalare**
- proprietà dei corpi → **funzione di stato**
- definizione **non assoluta**, ha bisogno di un **riferimento**
- definizione **esperienziale non intuitiva**, al tatto gli oggetti vengono valutati per:
 - la loro temperatura
 - la loro capacità di trasferire energia
 (es.: pezzo di legno e di ferro alla stessa, bassa, temperatura)

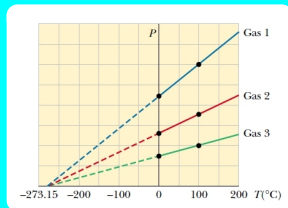
Temperatura

Scala Celsius



- 2 punti di riferimento
(a $p = 1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar}$):
- congelamento H_2O : 0°C
- ebollizione H_2O : 100°C

Scala Kelvin



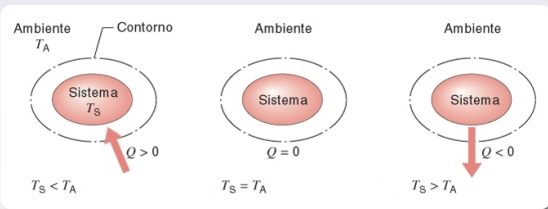
- pressione dei gas diluiti
a volume costante
- scala assoluta: $P(T < 0) < 0!$

Definizione: punto triplo H_2O a $P = 4.58 \text{ mmHg}$

- $T_{PT} = 273.16^\circ\text{K}$
- $1^\circ\text{K} = \frac{1}{273.16} T_{PT}$

Il calore

Il **calore** è l'**energia** che fluisce da un sistema e il suo ambiente o tra due sistemi
a causa della differenza di temperatura esistente tra essi.



$Q > 0$ **calore assorbito**

$Q < 0$ **calore ceduto**

Possibili confusioni:

- se il passaggio di energia non è causato dalla differenza di temperatura ma da un'altra causa (per es. meccanica, come l'attrito) **non si può parlare di calore**
- **il calore non è una funzione di stato**, non è "posseduto" dai corpi (esattamente come il lavoro)

Il calore: unità di misura

Il calore è una grandezza termodinamica

- passaggio di energia nel raggiungimento dell'equilibrio termico
- unità di misura definite di conseguenza:
 - **1 cal (caloria):**
 energia necessaria ad aumentare da $14.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $15.5\text{ }^{\circ}\text{C}$
 la temperatura di 1 g di H_2O ad 1 atm
 - **1 BTU (British Thermal Unit):**
 energia necessaria ad aumentare da $63\text{ }^{\circ}\text{F}$ a $64\text{ }^{\circ}\text{F}$
 la temperatura di 1 lb di H_2O ad 1 atm

Energia interna

L'energia interna è tutta l'energia di un sistema associata alla descrizione delle sue componenti microscopiche, definita rispetto ad un sistema di riferimento in quiete rispetto al centro di massa del sistema.

L'energia interna è una proprietà del sistema,
è una **funzione di stato**.

Equivalenza tra energia meccanica ed energia interna

Esperienza di Joule (1850)



La diminuzione di energia potenziale delle due masse:

- causa l'aumento di temperatura dell'acqua
- $2mgh \propto M_{H_2O}\Delta T$

costante di proporzionalità: $4.18 \text{ J}/(\text{g}^\circ\text{C})$

$\Delta T = (14.5, 15.5) ^\circ\text{C}$

Equivalenza tra energia meccanica ed energia interna:

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J} \quad (27)$$

- **4.186 J:** energia meccanica necessaria per innalzare ...
- **1 cal:** energia trasferita **a causa della differenza di temperatura** necessaria per innalzare ...

Il nome "equivalente meccanico del **calore**" è fortemente improprio.

Non c'è scambio di calore nell'esperienza di Joule!!

Capacità termica e calore specifico

Capacità termica (Heat Capacity):

L'energia che è necessario trasferire ad uno **specifico** sistema per innalzare la temperatura di $1 \text{ }^\circ\text{K}$.

$$\Delta U = C(T) \Delta T \quad (28)$$

Capacità termica specifica (Calore specifico):

La capacità termica per unità di massa.

$$\Delta U = m c(T) \Delta T \quad (29)$$

Precisazioni:

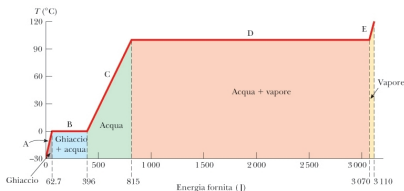
- ΔU per qualunque causa
- ΔU non sempre Q !
- l'uso della parola **calore** non è appropriato
- citando il nome storico (**calore specifico**), utilizzare **capacità termica specifica**

- $C(T)$ proprietà di un corpo, $c(T)$ proprietà di una sostanza.
- entrambi dipendono da T
- relazioni valide per ΔT limitati!

Calore latente di trasformazione

Transizioni di fase:

- fusione di un solido in un liquido
- ebollizione di un liquido in un gas
- modifica della struttura cristallina di un solido (forme allotropiche)



Proprietà delle transizioni di fase e calore latente:

- l'energia scambiata dal sistema modifica la struttura molecolare
- la temperatura rimane costante durante **tutta** la transizione

$$\Delta U = m c_L \quad (30)$$

- **calore latente**: costante di proporzionalità tra massa transente e ΔU
- il calore latente è **specifico** per ogni **sostanza e transizione**

È opportuno indicare ΔU e non Q per sottolineare il fatto che **ΔU non è necessariamente dovuto ad uno scambio di calore**

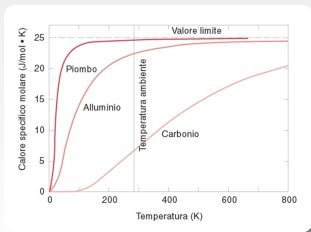
Calore molare: dipendenza dalla temperatura

Capacità termica molare (calore molare):

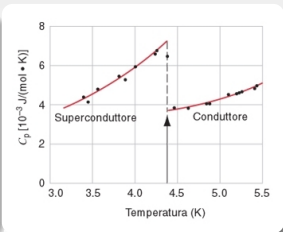
Una definizione alternativa è l'energia scambiata necessaria a variare di 1 °K la temperatura di 1 mole:

$$\Delta U = n c_m(T) \Delta T \quad (31)$$

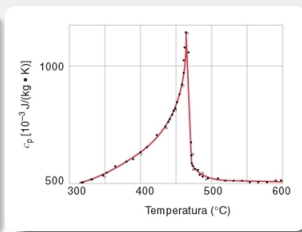
La capacità termica molare **cambia notevolmente** al variare di T.



Tantalo



Ottone



Calorimetria

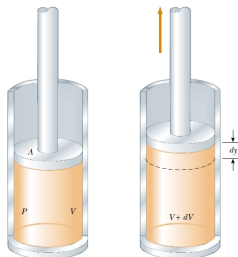
In tutti quei processi in cui l'energia viene **trasferita** attraverso corpi a **temperatura diversa** e in cui l'energia meccanica è trascurabile, si può imporre la **conservazione dell'energia**:

$$Q_{\text{corpo caldo}} = -Q_{\text{corpo freddo}}$$

Il lavoro di un gas ideale

Espansione **quasi-statica**:

il sistema rimane internamente in costante equilibrio termodinamico



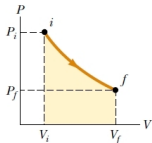
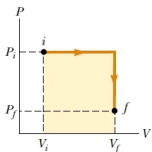
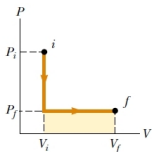
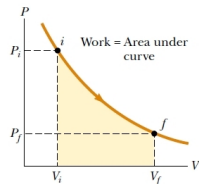
Lavoro termodinamico, **DEL** sistema

$$\delta W = Fdy = PAdy = PdV$$

$$dV > 0 \quad , \quad \delta W > 0$$

$$dV < 0 \quad , \quad \delta W < 0$$

Il lavoro compiuto dal sistema rappresenta il trasferimento di energia all'**esterno** del sistema.



Il lavoro di un gas ideale:

- **area sottesa** dalla trasformazione nel grafico PV
- non dipende solo da **i** e **f**

Il lavoro nelle trasformazioni termodinamiche

- Trasformazione isocora: $V = \text{cost}$

$$W = 0$$

- Trasformazione isobara: $P = \text{cost}$

$$W = P \int_{V_i}^{V_f} dV = P(V_f - V_i)$$

- Trasformazione isoterma: $T = \text{cost}$

$$T = \text{cost} \implies PV = nRT = \text{cost}$$

$$W = \int_{V_i}^{V_f} PdV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

- Trasformazione adiabatica: $Q = 0$

utile introdurre W dopo il I principio della Termodinamica

- **Espansioni:** $W > 0$

- **Compressioni:** $W < 0$

La prima legge della Termodinamica

Trasformazione termodinamica di un gas **ideale**:

Un sistema in **equilibrio termodinamico** scambia calore e lavoro con l'esterno e transisce in un nuovo stato in **equilibrio termodinamico**

I principio della Termodinamica:

Conservazione dell'energia nei processi termodinamici:

$$dU_{int} = \delta Q - \delta W \quad , \quad \Delta U_{int} = Q - W \quad (33)$$

- sistema isolato: $W = 0, Q = 0$

$$\Delta U_{int} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_{int,i} = U_{int,f}$$

- processo ciclico: $(P, V)_i = (P, V)_f$ (curva chiusa nel piano PV)

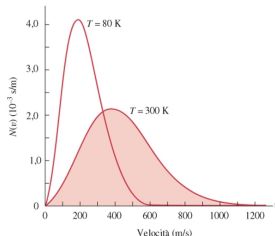
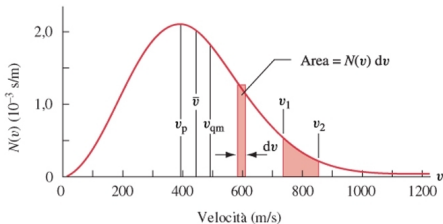
$$U_{int} \text{ funzione di stato} \quad \Rightarrow \quad \Delta U_{int} = 0$$

$$Q_{ciclo} = W_{ciclo} = \text{Area}_{ciclo}$$

- trasformazione adiabatica: $Q = 0$

$$W = -\Delta U_{int}$$

La distribuzione di Maxwell-Boltzmann



$$N(v) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi K_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2K_B T}} \quad (34)$$

La distribuzione dipende fortemente dalla temperatura

$N(v)$: num. di molecole con velocità $v \in (v, v + dv)$, $N = \int_0^{\infty} N(v) dv$

m : massa di una molecola (distinguibile), $m = M_1 \text{ mole} / N_A$

$\int_{v_1}^{v_2} N(v) dv$: num. di molecole con velocità $v \in (v_1, v_2)$, area sotta

Interpretazione molecolare dell'energia

- velocità quadratica media:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v^2 N(v) dv = \frac{3K_B T}{m}$$

- temperatura:

$$T = \frac{2}{3K_B} \left(\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \right)$$

$$T = \frac{2}{3K_B} \langle K \rangle \quad (35)$$

Teorema dell'equipartizione dell'energia

$$\frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}K_B T$$

$$\frac{1}{2}m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2}K_B T \quad , \quad \frac{1}{2}m \langle v_y^2 \rangle = \frac{1}{2}K_B T \quad , \quad \frac{1}{2}m \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{2}K_B T$$

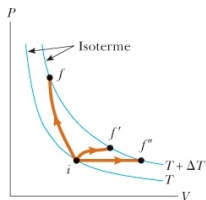
Teorema di equipartizione dell'energia

Il contributo di **ogni** grado di libertà all'energia interna di un sistema è $\frac{1}{2}K_B T$.

I gradi di libertà possibili (d.o.f.) possibili sono:

- traslazionali: $K_{TOT,tr} = N \left(\frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle \right) = \frac{3}{2}NK_B T = \frac{3}{2}nRT$
- rotazionali
- vibrazionali

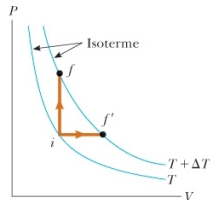
Il calore specifico molare dei gas



Il calore (specifico) molare
dipende dalla trasformazione
 $f, f', f'' \in$ stessa isoterma



stessa ΔU_{int}



Calore specifico molare a volume costante:

$$Q_V = n c_V \Delta T \quad (36)$$

Calore specifico molare a pressione costante:

$$Q_P = n c_P \Delta T \quad (37)$$

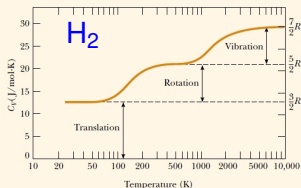
$P = \text{cost}$, T in aumento: il gas si deve espandere $\rightarrow W_P > 0$

$$Q_P = \Delta U_{int} + W_P > \Delta U_{int} \quad , \quad Q_V = \Delta U_{int} \quad \Rightarrow \quad Q_P > Q_V$$

Calore specifico molare a volume costante

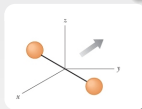
$$Q = n c_V \Delta T, \quad W = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = \Delta U_{int}$$

$$\Delta U_{int} = n c_V \Delta T \quad \Rightarrow \quad c_V = \frac{1}{n} \frac{dU_{int}}{dT}$$



- d.o.f. trasversali:

$$U_{int} = 3N \left(\frac{1}{2} K_B T \right)$$

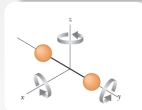


$$c_V = \frac{1}{n} \frac{dU_{int}}{dT} = \frac{3}{2} R$$

∀ gas monoatomic!!

- d.o.f. rotazionali:

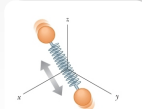
$$U_{int} = \dots + 2N \left(\frac{1}{2} K_B T \right)$$



$$c_V = \frac{1}{n} \frac{dU_{int}}{dT} = \frac{5}{2} R$$

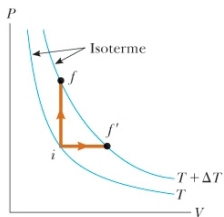
- d.o.f. traslazionali:

$$U_{int} = \dots + \dots + 2N \left(\frac{1}{2} K_B T \right)$$



$$c_V = \frac{1}{n} \frac{dU_{int}}{dT} = \frac{7}{2} R$$

Calore specifico a pressione costante



$i \rightarrow f'$:

- $Q = n c_p \Delta T > 0$

- $W = P \Delta V > 0$

- $\Delta U_{int} = Q - W = n c_p \Delta T - P \Delta V$

Parte di $Q > 0$ viene utilizzato per compiere $W > 0$ mentre il rimanente contribuisce ad aumentare U_{int}

Relazione di Mayer:

- $\Delta U_{int,i \rightarrow f'} = \Delta U_{int,i \rightarrow f''} = n c_v \Delta T$

$$n c_v \Delta T = n c_p \Delta T - P \Delta V = n c_p \Delta T - n R \Delta T$$

$$c_p - c_v = R \quad (38)$$

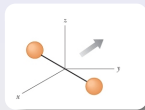
- valida per ogni gas ideale

Calore specifico a pressione costante

$$Q = n c_p \Delta T = n(c_V + R)\Delta T$$

- d.o.f. trasversali:

$$U_{int} = 3N \left(\frac{1}{2} K_B T \right)$$

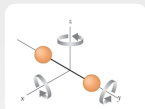


$$c_p = c_V + R = \frac{5}{2} R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{5}{3}$$

- d.o.f. rotazionali:

$$U_{int} = \dots + 2N \left(\frac{1}{2} K_B T \right)$$

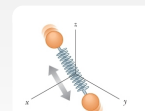


$$c_p = c_V + R = \frac{7}{2} R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{7}{5}$$

- d.o.f. traslazionali:

$$U_{int} = \dots + \dots + 2N \left(\frac{1}{2} K_B T \right)$$



$$c_p = c_V + R = \frac{9}{2} R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{9}{7}$$

Trasformazioni adiabatiche

$$\Delta U_{int} = Q - W \quad \longrightarrow \quad dU_{int} = \delta Q - \delta W$$

Trasformazione adiabatica: $\delta Q = 0$

- I principio Termodinamica $\implies dU_{int} = -\delta W$
- $dU_{int} = dU_{isocora, stesso \Delta T} = nc_V dT$
 $\implies nc_V dT = -PdV$

$$PV = nRT$$

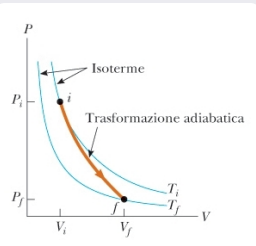
$$PdV + VdP = nRdT \longrightarrow PdV + VdP = -\frac{R}{c_V} PdV$$

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = -\frac{c_P - c_V}{c_V} \frac{dV}{V} = (1 - \gamma) \frac{dV}{V}$$

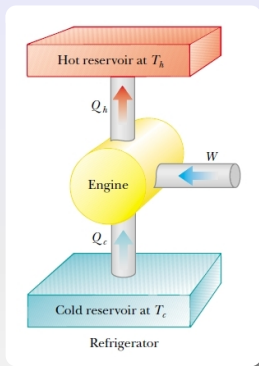
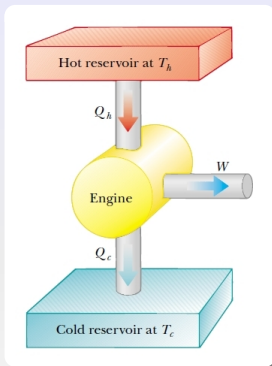
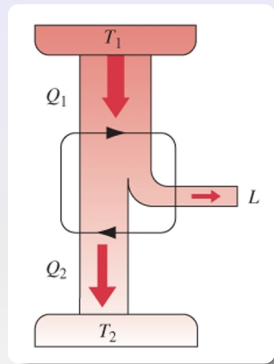
$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

$$\ln P + \gamma \ln V = cost$$

$$PV^\gamma = cost \quad (39)$$



Macchine termodinamiche (motori termici)



- una macchina termodinamica utilizza la ripetizione di un ciclo termodinamico: $\Delta U_{int} = 0$
- sono necessari due serbatoi di calore a temperature diverse
- la macchina termodinamica utilizza questa differenza di temperatura per compiere lavoro (se $W < 0$: ciclo frigorifero o pompa termica)

Lavoro e rendimento delle macchine termiche

Conservazione dell'energia:

$$\Delta U_{int} = Q - W = 0$$

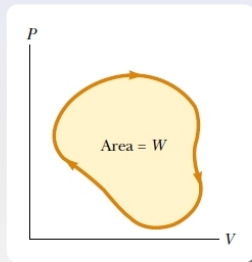
$$W = Q = Q_C + Q_F$$

$$W = |Q_C| - |Q_F| \quad (40)$$

Rendimento termico:

$$\epsilon = \frac{W}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \leq 1$$

$$\epsilon = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_C|} \quad (41)$$



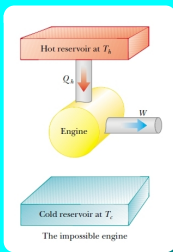
Alcuni esempi:

- motore a benzina: $\epsilon \sim 20\%$
- motore diesel: $\epsilon \sim 35 \div 40\%$

Secondo principio della Termodinamica

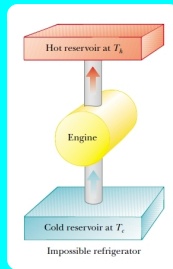
$$\epsilon < 1 \quad (42)$$

Formulazione di Kelvin-Planck:



Non è possibile costruire un motore termico che, utilizzando una trasformazione ciclica, produca come suo **unico** effetto l'assorbimento di energia da una sorgente e la sua totale trasformazione in energia meccanica sotto forma di lavoro.

Formulazione di Clausius:

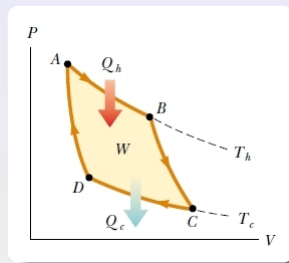
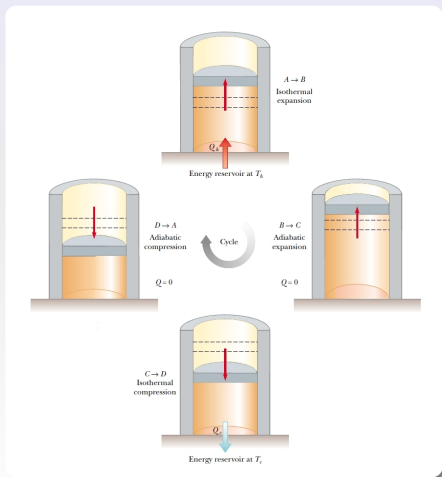


Non è possibile costruire una pompa termica che, utilizzando una trasformazione ciclica, produca come suo **unico** effetto il passaggio di energia da una sorgente ad un'altra a temperatura superiore senza l'assorbimento di energia meccanica sotto forma di lavoro.

Reversibilità ed irreversibilità

- tutti i processi avvengono **spontaneamente** in un senso definito
- il senso opposto a quello spontaneo non sempre viola la conservazione dell'energia
- non è l'energia quindi che determina il senso di evoluzione di un processo, ma l'**entropia**
- tutti i processi spontanei in natura sono processi irreversibili in cui l'entropia **totale** di un sistema **chiuso** aumenta
- si può sempre definire opportunamente un sistema come chiuso, al limite si deve considerare l'intero Universo
- in un processo reversibile, **astrazione teorica**, un sistema può essere ricondotto alle condizioni iniziali lungo la stessa trasformazione sul diagramma PV , attraversando un insieme di **stati di equilibrio**
- una trasformazione reversibile è possibile solo in **totale assenza di forze dissipative**, cioè non è possibile!

Ciclo di Carnot



$$\epsilon = \frac{W}{Q_C} = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_C|}$$

$$\frac{|Q_F|}{|Q_C|} = \frac{T_F}{T_C}$$

$$\epsilon = 1 - \frac{T_F}{T_C} \quad (43)$$

Teorema di Carnot

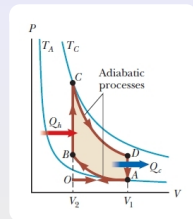
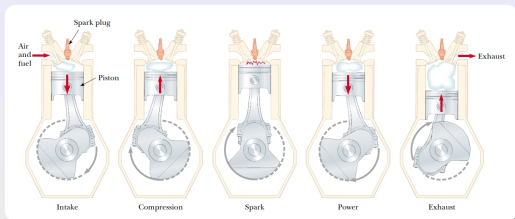
- tutte le macchine termiche di Carnot operanti tra la **stessa coppia** di temperature hanno lo stesso rendimento
- non esiste una macchina termica **reale** che possa operare tra due serbatoi termici con un **rendimento superiore** a quello della macchina di Carnot operante tra gli **stessi** serbatoi termici

$$\epsilon \leq 1 - \frac{T_F}{T_C} \quad (44)$$

- quando una macchina termica lavora tra **più di due** serbatoi termici la situazione è più complicata e il **rendimento minore**

Il motore a scoppio: il ciclo Otto

Ciclo Otto: combustione a **volume costante**

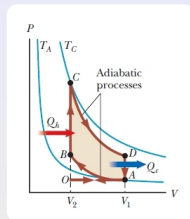
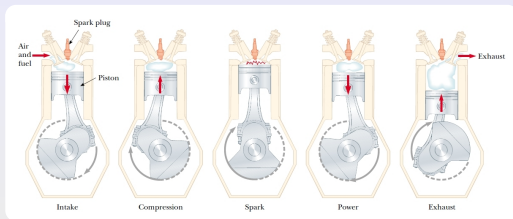


- **aspirazione**, $O \rightarrow A$: il pistone scende e aspira la miscela (aria/carburante), aumento di energia per **trasferimento di massa**
- **compressione**, $A \rightarrow B$: compressione adiabatica $V_1 \rightarrow V_2$, riscaldamento $T_A \rightarrow T_B$, $W_{AB} < 0$
- **accensione**, $B \rightarrow C$: scintilla inizia la combustione, rapido riscaldamento $T_B \rightarrow T_C$ isocoro ($V_B = V_C$, $P_B \rightarrow P_C$), $W_{BC} = 0$

Non c'è assorbimento di calore Q_h nel ciclo ma conversione di energia interna, da energia potenziale (legami chimici) a energia cinetica (moto molecolare legato alla temperatura).

Il motore a scoppio: il ciclo Otto (2)

Ciclo Otto: combustione a **volume costante**



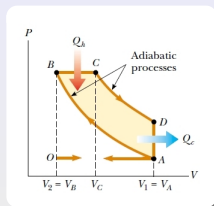
- fase di potenza (espansione), $C \rightarrow D$: espansione adiabatica $V_2 \rightarrow V_1$, raffreddamento $T_C \rightarrow T_D$, $W_{CD} > 0$, $|W_{CD}| > W_{AB}$
- apertura valvola di scarico, $D \rightarrow A$: rapida depressurizzazione isocora a 1 bar, raffreddamento $T_D \rightarrow T_A$, $W_{DA} = 0$
- espulsione, $A \rightarrow O$: il pistone risale a valvola aperta, $V_1 \rightarrow V_2$

$$\epsilon = 1 - \frac{1}{(V_1 - V_2)^{\gamma-1}} \quad (45)$$

Il motore a scoppio: il ciclo Diesel

Ciclo Diesel: combustione a **pressione costante**

- la combustione avviene **spontaneamente**, a causa dell'alta pressione
- come nel ciclo Otto, si ha una **conversione di energia interna**, non si ha assorbimento di calore Q_h
- la combustione è isobara, perchè nel tratto BC l'aumento di temperatura a causa della combustione bilancia l'espansione per la discesa del cilindro
- nel tratto CD l'espansione è più rapida e diventa adiabatica



$$\epsilon = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \left(\frac{\alpha^{\gamma} - 1}{\gamma(\alpha - 1)} \right) \quad (46)$$

rapporto di combustione $\alpha = \frac{V_C}{V_B}$

rapporto di compressione $r = \frac{V_A}{V_B}$

Entropia (Termodinamica)

Variazione di entropia per una qualsiasi trasformazione reversibile:

$$\Delta S = \int_i^f dS = \int_i^f \frac{\delta Q_R}{T} \quad \text{reversibile} \quad (47)$$

- ciclo di Carnot: $\frac{|Q_C|}{|Q_H|} = \frac{T_C}{T_H} \rightarrow \Delta S = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_C|}{T_C} = 0$
- ciclo reversibile: $\Delta S = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \rightarrow$ FUNZIONE DI STATO

Trasformazione quasi-statica reversibile di un gas ideale:

$$\begin{aligned} \delta Q_R &= dU_{int} + PdV = nc_V dT + nRT \frac{dV}{V} \\ \frac{\delta Q_R}{T} &= nc_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} \\ \Delta S &= \int_i^f \frac{\delta Q_R}{T} = nc_V \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} \end{aligned}$$

ΔS dipende solo dagli stati iniziale i e finale f !

Entropia (Termodinamica): Secondo Principio

Secondo Principio della Termodinamica, formulazione entropica:

In un sistema isolato:

- un processo **irreversibile** causa un **aumento** dell'entropia
- un processo **reversibile** mantiene **invariata** l'entropia

L'entropia dell'Universo può solo aumentare!

- sistema chiuso, trasformazione **reversibile**: $Q_{R,gas} = -Q_{R,serb}$
 $\Delta S_{TOT} = 0$
- sistema chiuso, trasformazione **irreversibile**: $Q_{gas} = -Q_{serb}$
 $dS_{gas} = \frac{\delta Q_R}{T} > \frac{\delta Q_{IRR}}{T}$, ΔS per trasformazione reversibile $i \rightarrow f$
 $\Delta S_{TOT} > 0$

Entropia: conduzione termica

- serbatoio termico freddo a T_c assorbe $Q_c = Q$
- serbatoio termico caldo a T_h cede $Q_h = -Q$
- $\Delta S_c = \frac{Q}{T_c} > 0$
- $\Delta S_h = -\frac{Q}{T_h} < 0$
- $\frac{Q}{T_h} < \frac{Q}{T_c} \rightarrow \Delta S_{TOT} = \Delta S_c + \Delta S_h > 0$

Serbatoio termico:

- capacità termica infinita
- temperatura costante

Entropia: calorimetria

Trasformazione irreversibile: raggiungimento dell'equilibrio termico

- due corpi raggiungono l'equilibrio termico attraverso una serie di stati di non equilibrio \rightarrow processo irreversibile

- sistema isolato:

$$Q_c = -Q_h$$

$$m_2 c_2 (T_f - T_c) = -m_1 c_1 (T_f - T_h)$$

$$T_f = \frac{m_1 c_1 T_c + m_2 c_2 T_h}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

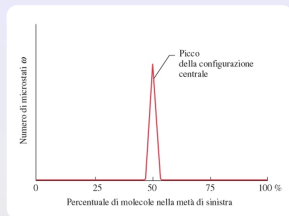
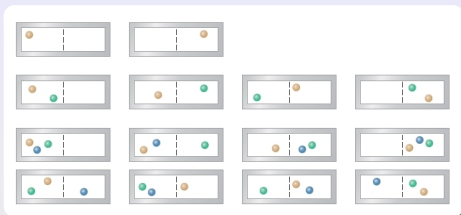
- trasformazione reversibile equivalente: ogni serbatoio (h,c) viene messo a contatto con serbatoi a T infinitesimamente differenti garantendo un lento e graduale raggiungimento di T_f attraverso stati di equilibrio:

$$\Delta S = \int_1 \frac{\delta Q_{R,c}}{T} + \int_2 \frac{\delta Q_{R,h}}{T} = m_1 c_1 \int_{T_c}^{T_f} \frac{dT}{T} + m_2 c_2 \int_{T_h}^{T_f} \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = m_1 c_1 \ln \frac{T_f}{T_c} + m_2 c_2 \ln \frac{T_f}{T_h} > 0$$

[calori specifici costanti; ignorato miscelamento (ΔS ancora maggiore!)]

Entropia (Meccanica Statistica)



Teoria cinetica dei gas:

- ogni particella è indistinguibile
- ogni microstato è equiprobabile
- molteplicità: numero ω_i di microstati corrispondenti al macrostato i
- i macrostati a ω_i maggiore sono più probabili
- definizione statistica dell'entropia di un macrostato

$$S = K_B \ln \omega \quad (48)$$

definizione assoluta, S , non ΔS

Secondo Principio (Meccanica Statistica)

$$S = K_B \ln \omega$$

Secondo Principio della Termodinamica (Meccanica Statistica):

Un sistema **isolato** evolve **spontaneamente** verso le configurazioni più **probabili** (S aumenta, aumenta il disordine)

- **entropia** misura del disordine microscopico
- ogni microstato è equiprobabile
- i macrostati a ω_j maggiore sono più probabili
- i macrostati più probabili sono più "disordinati"
- l'Universo evolve nei processi reali verso il massimo disordine

Teorema di Nernst (1912)

Non è possibile raggiungere lo zero assoluto tramite un numero **finito** di trasformazioni termodinamiche

$$\frac{|Q_c|}{|Q_h|} = \frac{T_c}{T_h} \quad \rightarrow \quad T_c = T_h \frac{|Q_c|}{|Q_h|}$$

$$0 \leq \epsilon = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|} < 1 \quad \rightarrow \quad 0 < \frac{|Q_c|}{|Q_h|} \leq 1$$

$$\frac{|Q_c|}{|Q_h|} \neq 0 \implies T_c \neq 0 \quad (49)$$

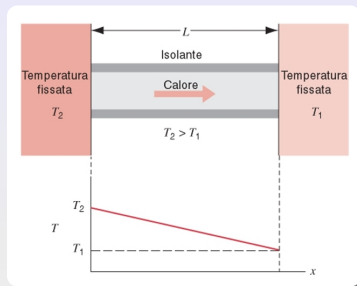
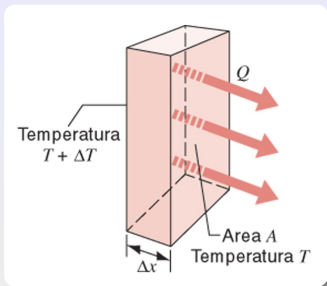
Nello stato a **minima energia** l'entropia ha un valore **definito** che dipende **solo** dalla degenerazione dello stato fondamentale

$$S = K_B \ln \omega$$

- maggiori sono N , V o P , maggiore è ω
- maggiore è T (\rightarrow maggiore è $K \propto \frac{3}{2} K_B T$), maggiore è ω

$$S_{\text{solido}} < S_{\text{liquido}} < S_{\text{gas}}$$

Trasmissione del calore: conduzione



Potenza termica:

$$H = \frac{Q}{\Delta t} = KA \frac{\Delta T}{\Delta X}$$

- unità di misura: Watt
- resistenza termica: $R = \frac{L}{K}$

Regime stazionario: T_1, T_2, H costanti

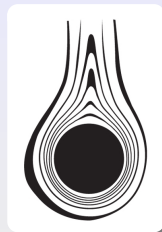
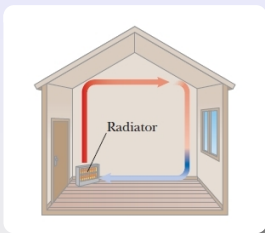
$$H = \frac{Q}{\Delta t} = KA \frac{T_2 - T_1}{L}$$

- $T(x)$ dipendenza lineare
- calore integralmente trasmesso

$$H = -KA \frac{dT}{dx} \quad (50)$$

$\frac{dT}{dx}$: gradiente di temperatura

Trasmissione del calore: convezione



Convezione:

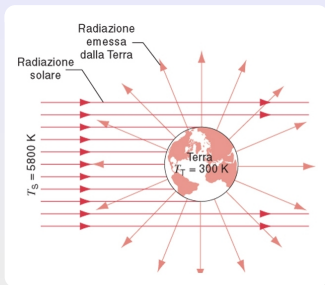
Trasporto di energia termica che avviene quando un fluido è a contatto con un serbatoio termico la cui temperatura è diversa da quella del fluido circostante

⇒ **Implica trasporto di materia!**

Fluido freddo a contatto con T_h :

- T_f aumenta, V_f aumenta, ρ_f diminuisce
- per la **spinta di Archimede** il fluido caldo sale e il fluido freddo scende

Trasmissione del calore: irraggiamento



- tutti gli oggetti emettono radiazioni elettromagnetiche in base alla loro temperatura esterna
- tutti gli oggetti assorbono parte della radiazione termica incidente
- l'energia irraggiata è $\propto T^4$ [$^{\circ}K$]
- equilibrio termico: la temperatura media superficiale della terra (~ 300 $^{\circ}K$) corrisponde ad un irraggiamento circa uguale all'energia termica ricevuta dal sole

Programma del modulo FISICA - ENERGIA

3. Energia ed elettromagnetismo
 1. Lavoro ed energia per il campo elettrico
 2. Effetto joule
 3. Energia e circuiti
 4. Lavoro ed energia per il campo magnetico
 5. Equazioni di Maxwell
 6. Energia E.M. e circuiti
 7. Energia e onde elettromagnetiche
 8. Il vettore di Poynting
 9. Lo spettro elettromagnetico

Energia potenziale elettrica

Forza elettrica (statica): conservativa

Analogia $\vec{F}_G - \vec{F}_{ES}$:

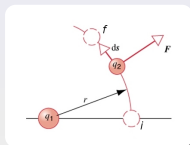
$$\vec{F}_{ES} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r$$

$$\vec{F}_G = -G \frac{M_1 M_2}{r^2} \hat{u}_r$$

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad [J] \quad (51)$$

- q_1 e q_2 concordi: $U > 0$, $F_r = -\frac{dU}{dr} > 0$ repulsiva
- q_1 e q_2 discordi: $U < 0$, $F_r = -\frac{dU}{dr} < 0$ attrattiva

$$L = -\Delta U = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

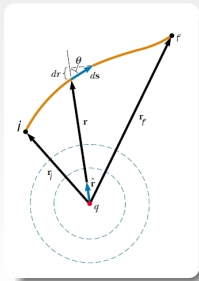


$$L_G = -GM_1 M_2 \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

$$L_{ES} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

Potenziale elettrico

- Campo elettrico: $\vec{F}_{ES} = q_0 \vec{E} \rightarrow \vec{F}_{ES} \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$
- Energia potenziale elettrica: $\Delta U = -q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \rightarrow dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$
- \vec{F}_{ES} conservativa: \int_i^f non dipende dalla traiettoria
- Potenziale elettrico: $V = \frac{U}{q_0} \rightarrow \Delta V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$



Potenziale elettrico (2)

GRANDEZZA SCALARE!

$$V_P = \Delta V_{\infty \rightarrow P} = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [J/C], [V] \quad (52)$$

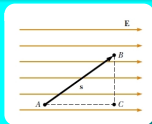
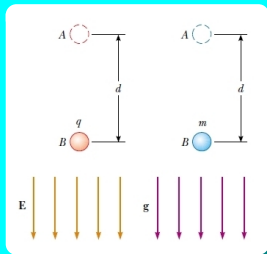
- Il potenziale elettrico in un punto P del campo corrisponde al lavoro richiesto alla \vec{F}_{ES} per portare una carica di $+1C$ dal punto P all'infinito
- Il potenziale elettrico in un punto P del campo corrisponde al lavoro necessario ad una forza esterna per portare una carica di $+1C$ dall'infinito al punto P
NB: il soggetto non è \vec{F}_{ES} !
- $V(\infty) = 0, V(r) \neq 0 \quad \forall r$
- $V(P) > 0$, forza repulsiva, lavoro compiuto dalla forza
- $V(P) < 0$, forza attrattiva, lavoro compiuto contro la forza

Potenziale di un campo elettrico \vec{E} uniforme

Campo elettrico uniforme: linee di campo parallele

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s}$$

Analogia $\vec{E}_G - \vec{E}_{ES}$:



$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{s}$$

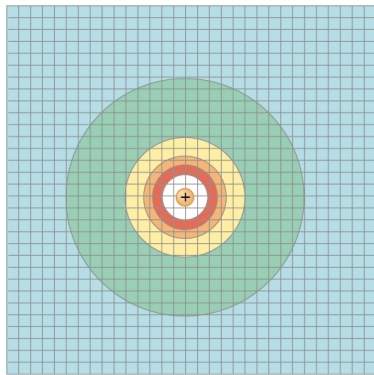
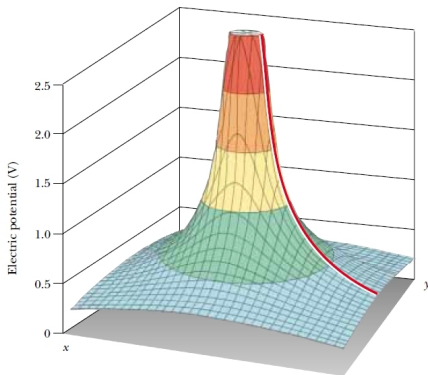
$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \vec{s} \quad (53)$$

- \vec{E} è sempre diretto nella direzione in cui V decresce (u.a.: $[V/m]$)
- $q > 0$ perde energia potenziale muovendosi in accordo ad \vec{E}
- acquista una corrispondente energia cinetica K

Potenziale elettrico di cariche puntiformi

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int E_r dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (54)$$

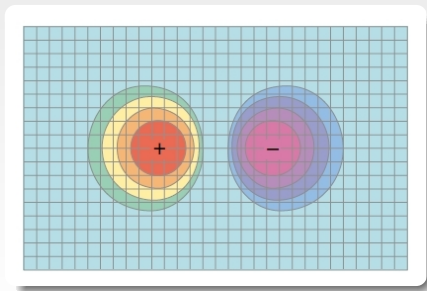
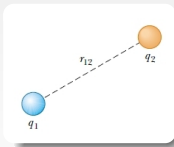
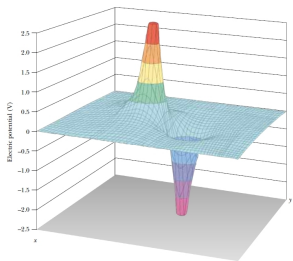


Potenziale elettrico di sistemi di cariche puntiformi

V , U GRANDEZZE SCALARI!!

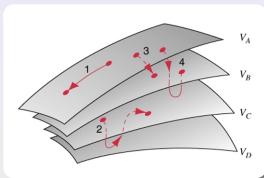
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad , \quad U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \geq i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Distribuzione di carica continua $\rightarrow V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{dq}{r}$

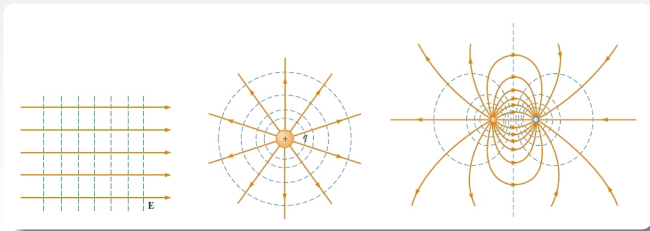


Superfici equipotenziali

Concetto fondamentale:
superficie composta da punti tutti allo stesso potenziale



- spostarsi sulla superficie è gratis: $L_{A \rightarrow B} = 0$, se $A, B \in \Sigma$
- il campo $\vec{E} \perp \Sigma$, $\forall P \in \Sigma$ ($E_{\parallel} = 0$)



Conduttori

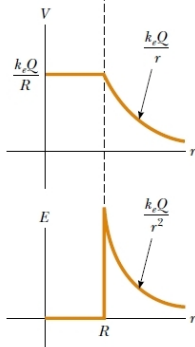
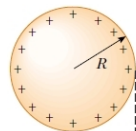
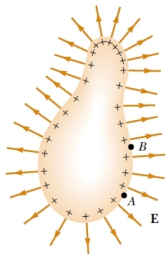
- **equilibrio elettrostatico:**
cariche ferme $\rightarrow \vec{E} = \vec{0}$ all'interno
- **conduttore:** volume equipotenziale,
allo stesso V della superficie Σ

- $V_B - V_A = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0,$
su Σ e all'interno

- $\vec{E} \perp \Sigma$, discontinuo in Σ

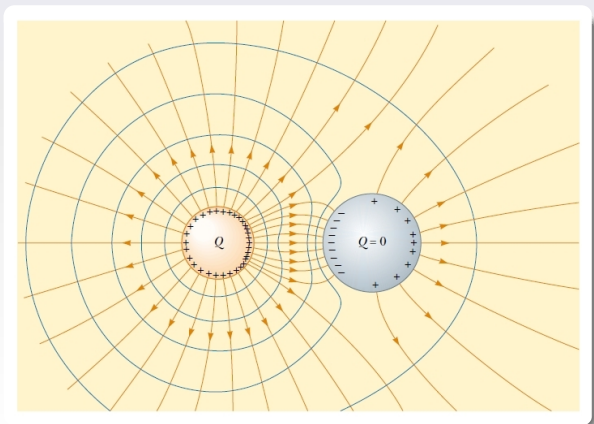
- le cariche si distribuiscono liberamente su Σ

- le cariche si accumulano sulle zone convesse a curvatura maggiore:
 σ maggiore (parafulmine \rightarrow punta)



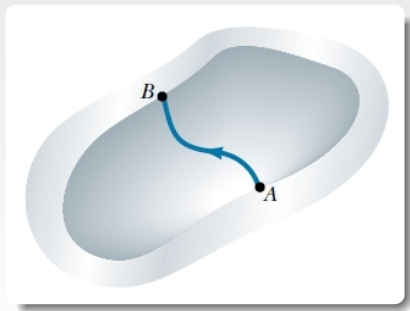
Conduttori immersi in un campo \vec{E}

- se un conduttore viene immerso in un campo \vec{E} la distribuzione di carica superficiale viene modificata
- il campo generato dalle cariche superficiali altera le superfici equipotenziali del sistema



Conduttori cavi

- in un conduttore cavo all'equilibrio non ci sono cariche interne
- non solo il conduttore ma anche la cavità è un volume equipotenziale $\rightarrow \Delta V = V_B - V_A = 0$
- $\vec{E}_{int} = \vec{0}$ indipendentemente dal campo elettrico \vec{E}_{ext}



$$V_B - V_A = - \int_{A,\gamma}^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \forall \gamma$$

$$\Downarrow$$

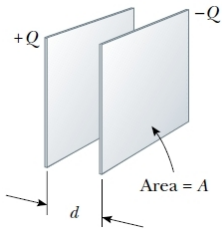
$$\vec{E}_{int} = \vec{0}$$

Condensatore: accumulatore di energia

Capacità:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} [F] \quad (55)$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



- energia immagazzinata **nel campo interno** al condensatore

- condensatore a piani paralleli:

- \vec{E} costante

- densità di energia: $u = \frac{U}{Ad} = \frac{C(\Delta V)^2}{2Ad} = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\Delta V}{d} \right)^2$

- in P (spazio vuoto) $\vec{E} \neq \vec{0}$

⇒ vi risiede densità di energia:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 [J/m^3] \quad (56)$$

Energia immagazzinata:

- $q, \Delta V: \Delta V = \frac{q}{C}$
- $q \rightarrow q + dq, \Delta V:$
 $dW_{ext} = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$

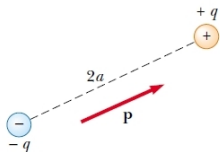
- W_{ext} di carica:

$$W_{ext} = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

- energia immagazzinata:

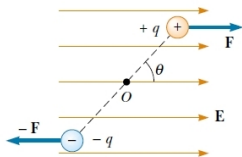
$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

Dipolo elettrico: energia potenziale



Momento elettrico di dipolo:

$$\mathbf{p} = 2aq \quad (57)$$



- momento torcente: $\tau = 2Fa \sin \theta = 2qEa \sin \theta = pE \sin \theta$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (58)$$

- lavoro necessario per una rotazione:

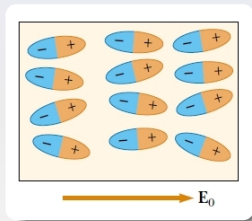
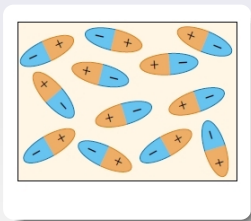
$$W_{\text{ext}} = \Delta U = U_f - U_i = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_f} pE \sin \theta d\theta = pE [-\cos \theta]_{\theta_i}^{\theta_f}$$

$$U\left(\theta_i = \frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow U = -pE \cos \theta \rightarrow U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (59)$$

Dipolo elettrico: energia potenziale (2)

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

- il sistema $\{\vec{E}, \text{dipolo}\}$ immagazzina energia, ricevuta da W_{ext}
- orientamento del dielettrico: $\vec{p} \parallel \vec{E} \rightarrow \vec{\tau} = \vec{0}$



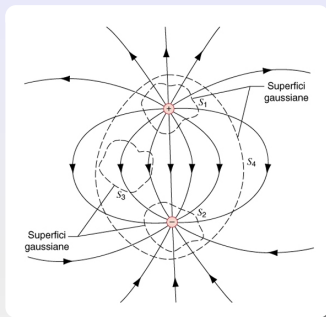
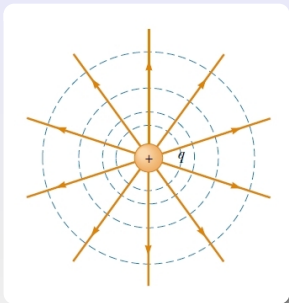
- $\{\vec{E}, \text{dipolo}\}$: stato legato

$$U\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$U\left(\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right) = -pE \cos \theta < 0$$

$$U(\theta = 0) = U_{min} = -pE$$

Legge di Coulomb e Legge di Gauss



Legge di Coulomb:

\vec{E} generato da una carica:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{u}_r$$

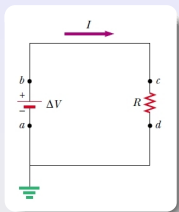
Legge di Gauss (\vec{E}):

generalizzazione: cariche interne!

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (61)$$

Legge di Gauss per \vec{E} : I Equazione di Maxwell

Effetto Joule



- **Resistenza:** caduta di potenziale
- **Generatore:** erogatore di potenziale

- perdita di energia potenziale della carica ΔQ su R:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Delta V = I \Delta V = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad \Rightarrow \quad P = I^2 R \quad [W] \quad (62)$$

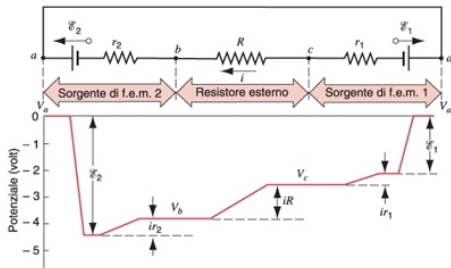
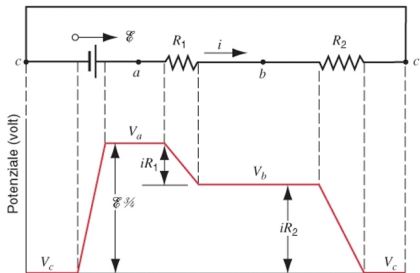
- linee di trasferimento: alta tensione

- il rame costa, diametro minore $\rightarrow R$ elevata
- $P = I \Delta V$: a parità di P trasportata ($I >, \Delta V <$) o ($I <, \Delta V >$)
- $P_{linea} = I^2 R$: $R >, I < \rightarrow$ minore dissipazione sulla linea
- I mantenuta minore possibile: 765 KV \rightarrow 4 KV \rightarrow 220 V

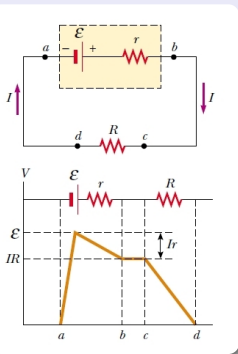
Effetto Joule (2)

Analogia con energia gravitazionale:

- **Generatore:** "innalza" il potenziale
- **Resistenza:** "caduta" di potenziale



Potenza di carico e f.e.m.

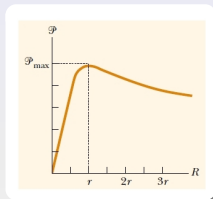


- \mathcal{E} : f.e.m.
- r : resistenza interna
- R : resistenza di carico

$$\mathcal{E} = IR + Ir \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

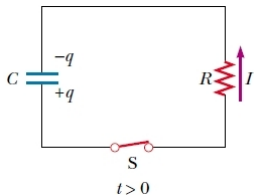
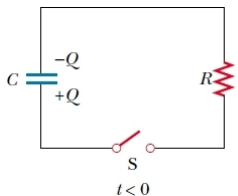
- $\Delta V = IR < \mathcal{E}!$

$$P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}$$



La massima potenza erogata si ha quando
la resistenza di carico corrisponde a quella interna.

Circuito RC: scarica di un condensatore



$$-\frac{q}{C} - iR = 0$$

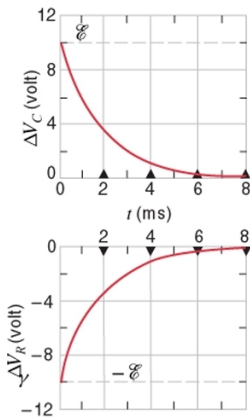
$$-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{q}{Q} = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Qe^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$



Dipolo magnetico: energia potenziale

Momento magnetico di dipolo:

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \quad (63)$$

• momento torcente:

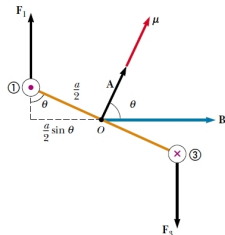
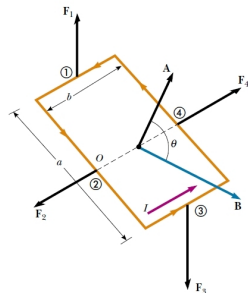
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (64)$$

• energia potenziale:

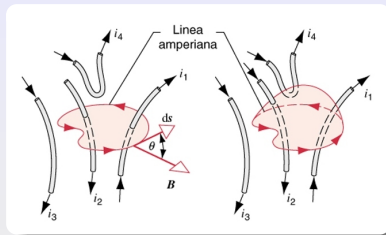
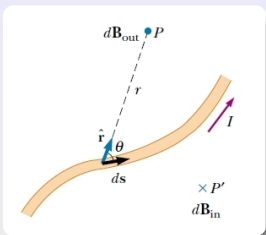
$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (65)$$

• $U_{min} = -\mu B$, $\vec{\mu} \parallel \vec{B}$

• $U_{max} = \mu B$, $\vec{\mu} \text{ anti-} \parallel \vec{B}$



Legge di Biot-Savart e Legge di Ampere



Legge di Biot-Savart:

\vec{B} generato da una corrente:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

Legge di Ampere:

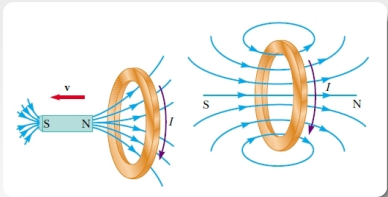
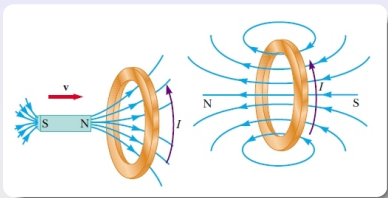
generalizzazione:
correnti concatenate!

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad (66)$$

Legge di Ampere: (quasi) IV Equazione di Maxwell

Il campo magnetico non è conservativo!

Induzione E.M.: Legge di Faraday



- ϵ : f.e.m. indotta dalla variazione di $\Phi_{\vec{B}}$:

$$\epsilon = - \frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt}$$

Legge di Faraday:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt} \quad (67)$$

Legge di Faraday: III Equazione di Maxwell

Solo il campo elettro-statico è conservativo!

Legge di Gauss per \vec{B}

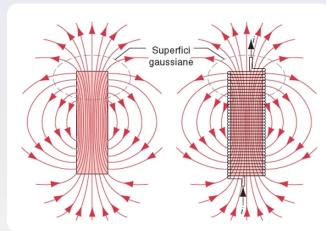
- le linee di campo di \vec{E} possono essere aperte:

$$\Phi_{\vec{E}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

- le linee di campo di \vec{B} sono sempre chiuse:

Legge di Gauss (\vec{B}):

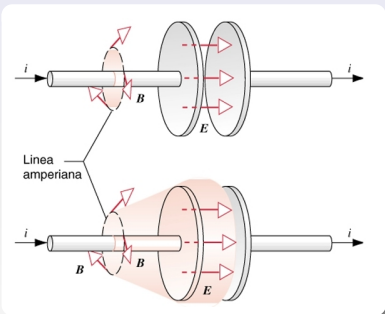
$$\Phi_{\vec{B}} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (68)$$



Legge di Gauss per \vec{B} : Il Equazione di Maxwell

Legge di Ampere generalizzata

Un campo elettrico **variabile** genera un campo magnetico



Corrente di spostamento:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Phi_{\vec{E}}}{dt} \quad (69)$$

Legge di Ampere generalizzata:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Phi_{\vec{E}}}{dt} \quad (70)$$

Legge di Ampere generalizzata: IV Equazione di Maxwell

Equazioni di Maxwell

- I) [carica e campo elettrici]

Legge di Gauss (\vec{E}):
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

- II) [campo magnetico]

Legge di Gauss (\vec{B}):
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

- III) [fenomeni elettrici generati da \vec{B} variabili]

Legge di Faraday:
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt}$$

- IV) [fenomeni magnetici generati da i o da \vec{E} variabili]

Legge di Ampere-Maxwell:
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_{\vec{E}}}{dt}$$

Solenoide: accumulatore di energia

Induttanza solenoide:

Costante di proporzionalità:

$$\varepsilon_L = L \frac{dI}{dt} [H] \quad (71)$$

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A$$

- energia **interna** al solenoide
- solenoide di lunghezza l e sezione A :

- \vec{B} costante

- densità di energia: $u_B = \frac{U_B}{Al} = \frac{LI^2}{2Al} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

- in P (spazio **vuoto**) $\vec{B} \neq \vec{0}$
 \Rightarrow vi **risiede** densità di energia:

Energia immagazzinata:

- maglia: $\Delta V = 0$

$$\varepsilon = IR + L \frac{dI}{dt}$$

- potenza del circuito:

$$\varepsilon I = I^2 R + LI \frac{dI}{dt}$$

- potenza dissipata su L:

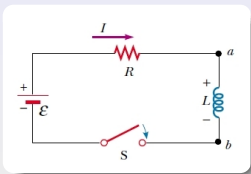
$$\frac{dU_B}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

- energia immagazzinata:

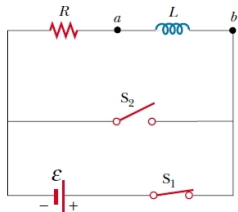
$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^I LI dI$$

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2$$

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 [J/m^3] \quad (72)$$



Circuito RL: scarica di un'induttanza



$$L \frac{di}{dt} + IR = 0$$

$$-\frac{di}{i} = \frac{R}{L} dt$$

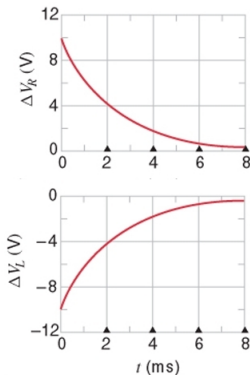
$$\int_{i_0}^i \frac{di}{i} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{i}{i_0} = -\frac{R}{L} t$$

$$\Downarrow$$

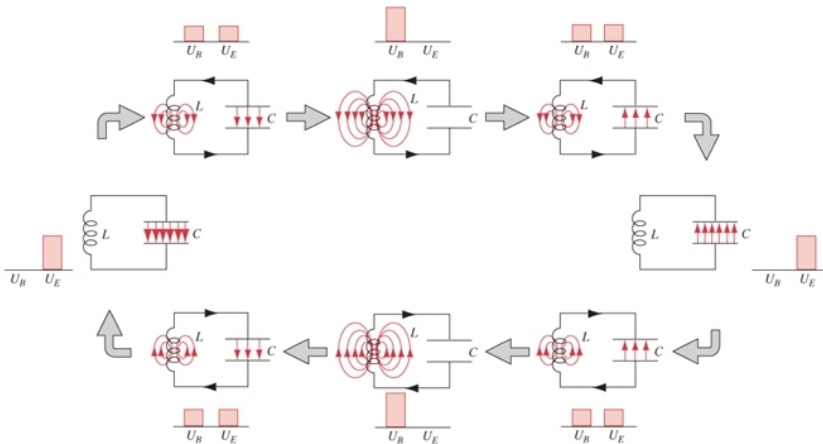
$$i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L} t}$$



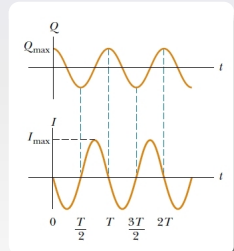
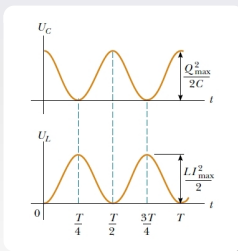
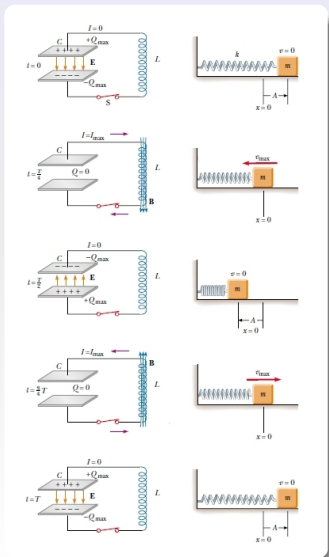
Oscillazioni elettromagnetiche

In un circuito LC l'energia EM oscilla con continuità tra U_E e U_B



Oscillazioni elettromagnetiche (2)

Spiegazione qualitativa oscillazioni EM: analogia con moto armonico



Oscillazioni elettromagnetiche (3)

Trattazione quantitativa più semplice: energia EM come integrale primo

$$U = U_B + U_E = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

$$\frac{dU}{dt} = LI \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt} \quad , \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

↓

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

⇔

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Analogia moto armonico

↓

$$q = q_0 \cos(\omega t + \phi)$$

⇔

$$x = x_0 \cos(\omega t + \phi)$$

$$\frac{dq}{dt} = I = -\omega q_0 \sin(\omega t + \phi) \quad , \quad \frac{d^2q}{dt^2} = -\omega^2 q_0 \cos(\omega t + \phi)$$

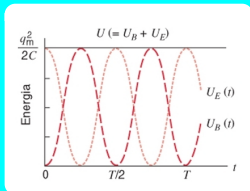
Oscillazioni elettromagnetiche (4)

$$-\omega^2 q_0 \cos(\omega t + \phi) + \frac{1}{LC} q_0 \cos(\omega t + \phi) = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (73)$$

Conservazione energia
elettromagnetica:

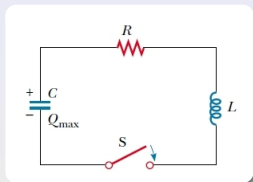
$$U = U_B + U_E = \frac{q_0^2}{2C}$$



$$U_E = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$\begin{aligned} U_B &= \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2} L \omega^2 q_0^2 \sin^2(\omega t + \phi) \\ &= \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

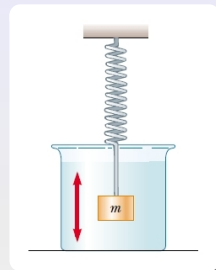
Circuito RLC: approccio energetico



$$\frac{dU}{dt} = -I^2 R$$

$$LI \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = -I^2 R$$

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} + IR = 0$$

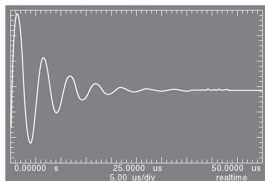


$$LI \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \iff m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

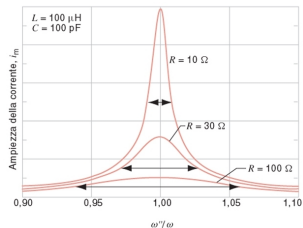
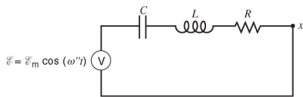
Moto armonico smorzato

$$q = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega' t + \phi)$$

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$



Circuito RLC : risonanza



- circuito RLC forzato:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos(\omega'' t)$$

- circuito RLC , smorzamento trascurabile:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{pulsazione naturale}$$

- oscillazione forzata a causa di \mathcal{E} :

$$I = I_0 \sin(\omega'' t - \phi)$$

- frequenza di oscillazione: ω''

- **risonanza**: massima corrente per

$$\omega'' \sim \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Circuiti a corrente alternata: potenza

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad , \quad I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

Impedenza:

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (74)$$

Reattanza e sfasamento:

- reattanza induttiva: $X_L = \omega L \quad (75)$

- reattanza capacitiva: $X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (76)$

- sfasamento: $\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (77)$

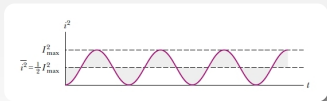
- potenza istantanea su R singola:

$$P(t) = I^2(t)R = I_0^2 R \sin^2(\omega t - \phi)$$

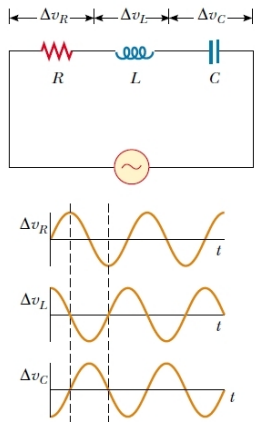
- potenza media su R singola:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0^2 R = I_{qm}^2 R \quad \rightarrow$$

$$I_{qm} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (78)$$



Circuiti a corrente alternata: potenza (2)



- potenziale quad.medio:

$$\Delta V_{qm} = \frac{\Delta V_0}{\sqrt{2}} \quad (79)$$

$$\Delta V_{qm} = 220 \text{ V} \rightarrow \Delta V_0 \sim 310 \text{ V}$$

- potenza istantanea su RLC :

$$P(t) = \varepsilon I = \varepsilon_0 I_0 \sin(\omega t) \sin(\omega t - \phi)$$

- potenza media su RLC :

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 I_0 \cos \phi$$

$$\langle P \rangle = \varepsilon_{qm} I_{qm} \cos \phi \quad (80)$$

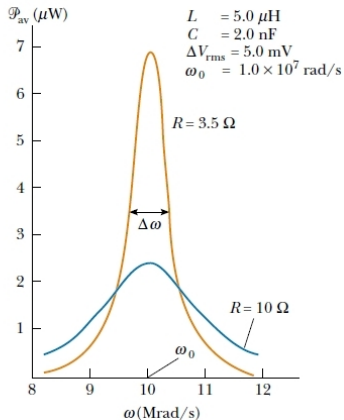
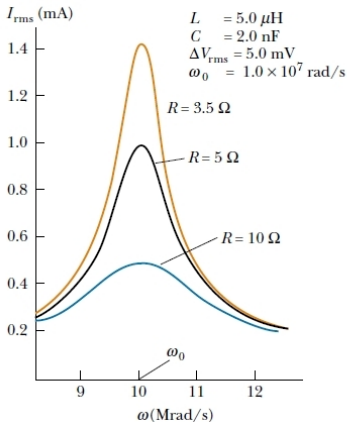
- potenza funzione dello sfasamento:

$$\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{R}{Z}, \quad Z = R \rightarrow \phi = 0$$

Circuiti a corrente alternata: potenza (3)

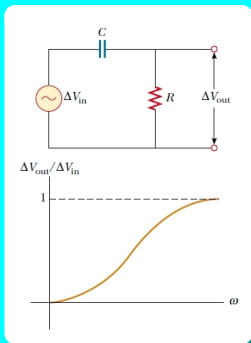
Differenti impedenze causano a parità di ε differenti $\langle P \rangle$

È sufficiente modificare il load R



Selezione di potenza: i filtri

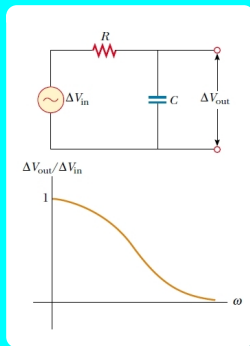
Filtro RC passa alto:



$$\Delta V_{out} = I_0 R$$

$$\frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

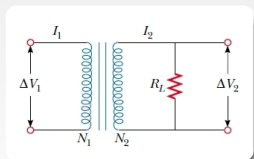
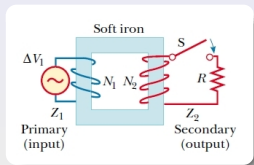
Filtro RC passa basso:



$$\Delta V_{out} = I_0 X_C = \frac{I_0}{\omega C}$$

$$\frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

Trasferimento di potenza: il trasformatore



- leggi di Faraday:

$$\Delta V_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt} \quad , \quad \Delta V_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- trasferimento di potenza, modifica ΔV :

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$

- trasformatore ideale senza dissipazione:

$$\Delta V_1 I_1 = \Delta V_2 I_2$$

- I secondario determinata dal load R_L :

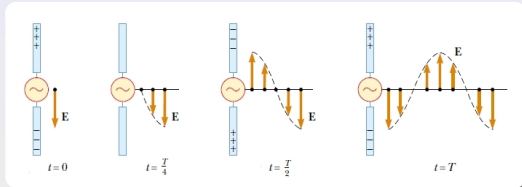
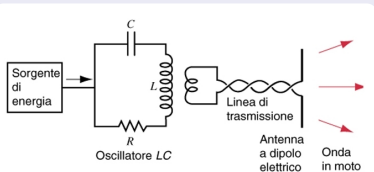
$$I_2 = \frac{\Delta V_2}{R_L}$$

- adattamento di impedenza:

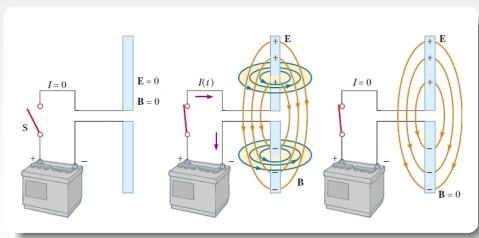
$$R_{eq} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_L$$

Produzione di oscillazioni EM: antenna

- il moto oscillante delle cariche genera un campo elettrico oscillante che si propaga nello spazio:

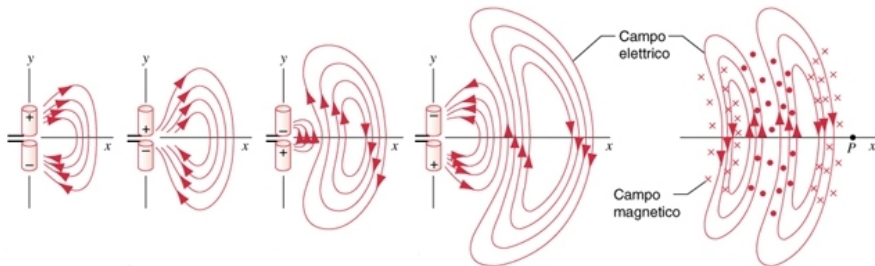


- un impulso di \vec{E} genera un transitorio di \vec{B} ma solo \vec{E} permane



Produzione di oscillazioni EM: antenna (2)

- un campo \vec{E} oscillante è sempre associato ad un campo \vec{B} oscillante



Onde elettromagnetiche piane

- **campi elettromagnetici oscillanti:**

$$E(x, t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \quad , \quad B(x, t) = B_0 \sin(kx - \omega t)$$

- **soluzioni delle Eq. di Maxwell (III e IV):**

$$\begin{cases} \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \end{cases} \implies \begin{cases} \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ -\frac{\partial B}{\partial x} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \end{cases}$$

- \vec{E} e \vec{B} sono dipendenti:

$$E = cB \quad (81)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \implies kE_0 \cos(kx - \omega t) = \omega B_0 \cos(kx - \omega t) \implies \frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{K} = c$$

- **la velocità delle onde EM nel vuoto è:**

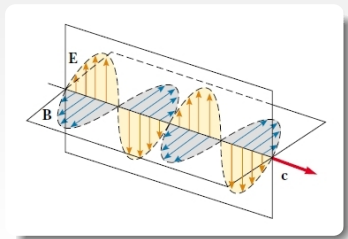
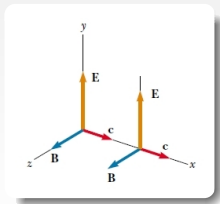
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (82)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \implies -kB_0 \cos(kx - \omega t) = -\varepsilon_0 \mu_0 \omega E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{E_0}{B_0} = \frac{K}{\varepsilon_0 \mu_0 \omega} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 c} \implies c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$$

Onde elettromagnetiche piane (2)

- le **soluzioni** della III e IV Eq. di Maxwell sono ondulatorie
- la velocità di propagazione è $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$
- $\vec{E} \perp \vec{B}$ sempre: $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{c})$ costituiscono una terna cartesiana
 → **onde trasversali**
- \vec{E} e \vec{B} sono dipendenti: $E = cB$
- le onde EM obbediscono al principio di sovrapposizione
- onde polarizzate linearmente: le direzioni di \vec{E} e di \vec{B} sono costanti

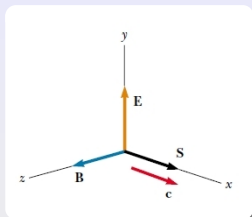


Onde elettromagnetiche: trasporto di energia

Vettore di Poynting:

energia trasportata
per unità di area e di tempo

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad [W/m^2] \quad (83)$$



- per un onda EM piana:

$$S = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{E^2}{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{cB^2}{\mu_0}$$

- intensità onda piana:

$$I = \langle S \rangle = \frac{\langle E \rangle \langle B \rangle}{\mu_0} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}$$

$$I = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0}$$

Onde elettromagnetiche: trasporto di energia

- densità di energia per \vec{E} e \vec{B} :

$$u_E = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \quad , \quad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\left(\frac{E}{c}\right)^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0 \mu_0 E^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

onda EM: densità di energia equamente distribuita tra \vec{E} e \vec{B}

$$u_E = u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

- densità di energia **totale**:

$$u = u_E + u_B = \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0} B^2$$

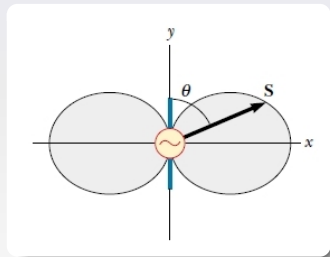
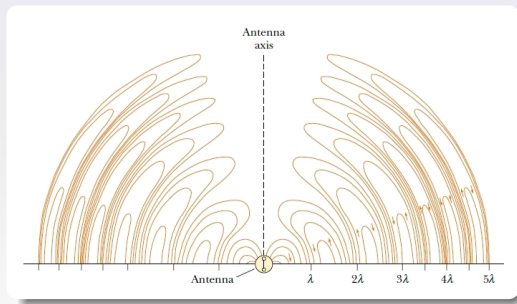
$$\langle u \rangle = \epsilon_0 \langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2$$

- intensità di un onda EM:

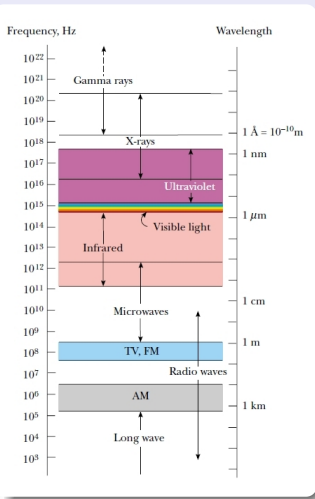
$$I = \langle S \rangle = c \langle u \rangle \quad (84)$$

Emissioni di dipolo

Le emissioni di un dipolo sono fortemente concentrate lungo l'asse del dipolo



Spettro elettromagnetico



- le onde EM possono avere frequenze molto differenti
- concettualmente non sono dissimili in tutto lo spettro
- sono tutte generate accelerando cariche
- la luce corrisponde allo spettro visibile
- frequenze maggiori sono associate ad onde più energetiche



FISICA MODERNA

Programma del modulo FISICA - ENERGIA

3. Fisica moderna

1. Relatività ristretta: massa, lavoro ed energia
2. Massa inerziale e massa gravitazionale
3. Relatività generale: energia potenziale e descrizione metrica
4. Red shift gravitazionale
5. Conseguenze energetiche della relatività generale
6. La massa in relatività generale
7. Corpo nero ed energia
8. Energia e quantizzazione
9. L'effetto fotoelettrico
10. L'effetto Compton
11. Dualismo ondulatorio - corpuscolare
12. Principio di indeterminazione
13. Funzione di Schrödinger
14. Misura di un sistema quantistico
15. Spettri atomici
16. Esperimento di Rutherford
17. Modelli atomici
18. Conduzione dei solidi
19. Applicazioni dei semiconduttori
20. I nuclei
21. Reazioni nucleari: fissione e fusione

Relatività ristretta

Postulati:

- relatività ristretta: le leggi della fisica sono invarianti per tutti i S.R. inerziali
- c invariante relativistico: la velocità della luce nel vuoto è $c = 3 \cdot 10^8$ m/s indipendentemente dalle velocità della sorgente e/o dell'osservatore

Trasformate di Lorentz coordinate

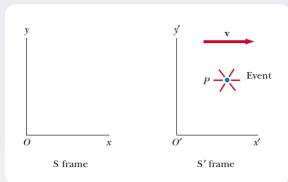
$$O': \vec{v} \parallel \hat{i} \text{ in } O$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

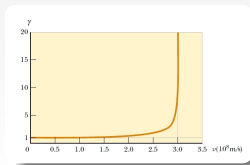
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{\beta x}{c} \right)$$



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$



Trasformate di Lorentz velocità

$$O': \vec{v} \parallel \hat{i} \text{ in } O$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{\beta v}{c}}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{1 - \frac{\beta v}{c}}$$

$$u'_z = \frac{u_z}{1 - \frac{\beta v}{c}}$$

Energia relativistica

Momento relativistico:

per tutti i S.R. inerziali

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{u}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma m_0 \vec{u} \quad (85)$$

- \vec{P}_{tot} conservato \forall interazione
- $\vec{p} \rightarrow m_0 \vec{u}$ per $\vec{u} \rightarrow \vec{0}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (86)$$

- Lavoro di una forza ($1D, u(0) = 0$):

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dp}{dt} dx \\ &= \int_0^t \frac{m_0 \frac{du}{dt}}{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}}} u dt \\ &= m_0 \int_0^t \frac{u du}{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 \end{aligned}$$

- en. cinetica relativistica:

$$K = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 = (\gamma - 1) m_0 c^2 \quad (87)$$

approssimazione a bassa energia: $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \sim 1 + \frac{1}{2}\beta^2$

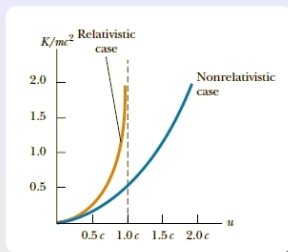
$$K \sim m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2 - 1\right) \sim \frac{1}{2} m_0 u^2 \quad (\beta \ll 1)$$

Energia relativistica (2)

La massa è una forma di energia!

- energia a riposo:

$$E_R = m_0 c^2 \quad (88)$$



- energia totale:

$$E = \gamma m_0 c^2 = K + m_0 c^2 \quad (89)$$

$$\begin{cases} E = \gamma m_0 c^2 \\ p = \gamma m_0 u \end{cases} \implies$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} \quad (90)$$

- massa a riposo:

- energia posseduta da una particella nel S.R. ad essa solidale

- fotoni: $m_{\gamma,0} = 0$; $E = pc \implies$

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} \quad (91)$$

Relatività ristretta: conservazione dell'energia

Energia totale relativistica:

$$K = \sum_i K_i \quad , \quad E_0 = \sum_i \gamma_i m_{0,i} c^2$$

$$E = K + E_0 \quad (92)$$

In un sistema isolato di masse
l'energia relativistica totale rimane costante

- se E_0 rimane costante, K si conserva
- se si creano o distruggono particelle, se quindi l'energia totale a riposo E_0 viene modificata, K non si conserva

Massa inerziale e massa gravitazionale

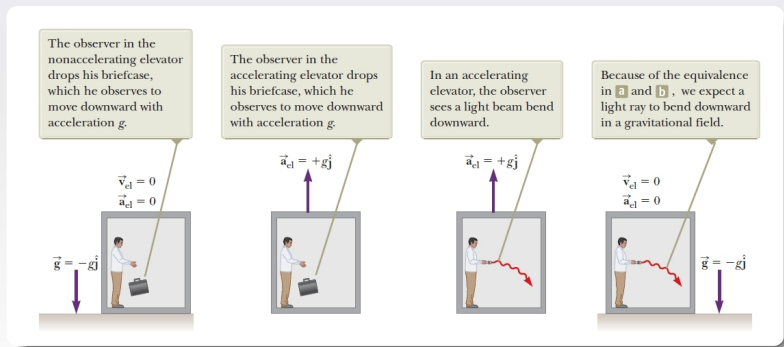
Due definizioni della massa:

- massa gravitazionale: $\vec{F}_g = m_g G \frac{M}{r^2}$
 costante di accoppiamento che descrive l'**attrazione** con altre masse
massa attiva
 - massa inerziale: $\sum \vec{F} = m_i \vec{a}$
 costante di proporzionalità che descrive la resistenza, l'**inerzia**, ad essere accelerata
massa passiva
-
- m_g e m_i sono **proporzionali** (vasta evidenza sperimentale, $\frac{\Delta m}{m} < 10^{-12}$)
 G scelto appositamente affinché siano numericamente uguali
 - in principio sono concetti **completamente** slegati

Relatività generale

Postulati:

- **relatività:** le leggi della fisica sono invarianti per tutti i S.R.
- **principio di equivalenza:** un campo gravitazionale omogeneo è del tutto equivalente ad un sistema di riferimento uniformemente accelerato.



Principio di equivalenza generalizzato a tutti i fenomeni, anche non meccanici

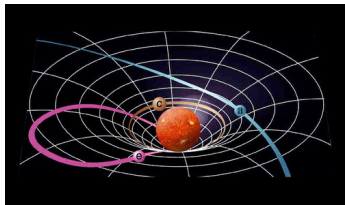
Relatività generale (2)

La curvatura dello spazio-tempo può essere interpretata come una forza o come una "buca" di potenziale

- esempio di forza attrattiva:

spazio-tempo (2D,t) a curvatura positiva (superficie sferica)

- due masse si muovono lungo due meridiani
- la curvatura viene percepita come una **forza attrattiva**



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (93)$$

- m_g e m_i sono indistinguibili \implies equivalenti
- il campo gravitazionale non esiste, ma la presenza delle masse causa una curvatura dello spazio-tempo e tale curvatura influenza le geodetiche che i corpi percorrono.

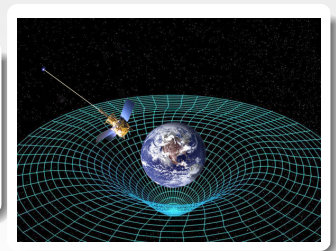
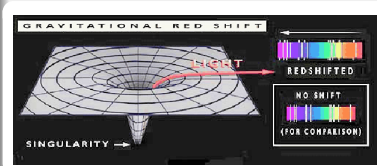
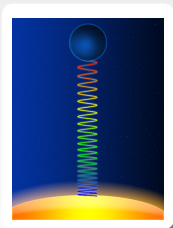
Red-shift gravitazionale

Il tempo non ha dignità diversa dalle coordinate spaziali

Il tempo vicino alle masse scorre più lentamente

- red-shift gravitazionale: la frequenza della radiazione emessa dagli atomi in un forte campo gravitazionale è minore di quella emessa da atomi liberi

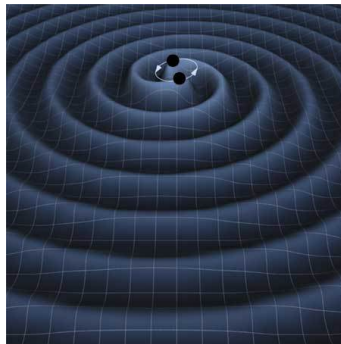
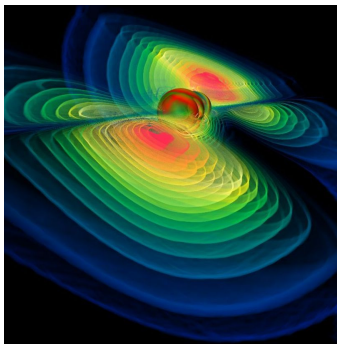
[interpretazione alternativa: energia del fotone e "energia di fuga"]



Conseguenze della relatività generale

Onde gravitazionali

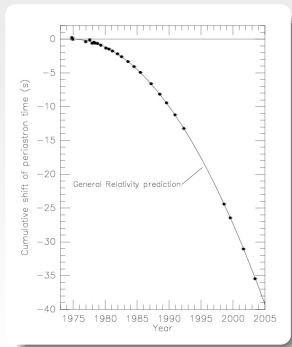
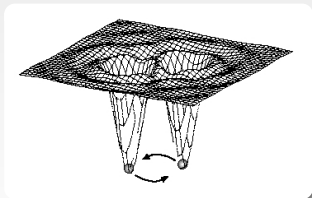
- onde che perturbano la metrica dello spazio tempo: si propagano alla velocità della luce
- causate dal moto delle masse



Conseguenze della relatività generale (2)

Decadimento orbitale

- un sistema binario emette onde gravitazionali: perde quindi energia
- un sistema massivo (stella di neutroni, pulsar) perde molta energia
- il periodo orbitale diminuisce sensibilmente
[esempio: PSR1913+16]

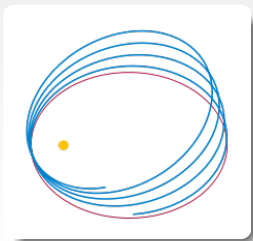


Conseguenze della relatività generale (3)

Precessione del perielio

Il perielio precede anche per un sistema binario!

- la curvatura dello spazio-tempo causata dalla massa (anche in assenza di interazione con altri pianeti) introduce una precessione $\propto \vec{v}_p$
- conseguenza della non linearità delle Eq. di Einstein
- particolarmente sensibile per Mercurio



Relatività generale: massa (energia) di un sistema

La massa in relatività ristretta:

massa invariante di un sistema isolato

$$m = \frac{\sqrt{E^2 - (pc)^2}}{c^2} \quad (94)$$

La massa in relatività generale:

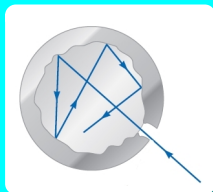
- il contributo energetico del campo gravitazionale è incluso in $T_{\mu\nu}$
- le Eq. di Einstein sono non lineari
- differenti definizioni di massa:
 - massa Komar [Phys.Rev. 129 (1963) 1873]
 - massa (energia) ADM [Phys.Rev. 116 (1959) 1322]
 - massa Bondi [Proc.Roy.Soc.Lond. A269 (1962) 21]

Corpo nero

Corpo nero

Sistema ideale che assorbe completamente la radiazione incidente senza rifletterla

- assorbività: $A(\lambda) = -\ln \frac{I_{\text{ass}}}{I_{\text{inc}}} = 0$
- emissività: $e = \frac{Q_{\text{irr}}(T)}{Q_{\text{irr,c.n.}}} = 1$
- ospita la radiazione di corpo nero



- corpo nero: assorbe tutta l'energia incidente e (per conservazione) la riemette interamente per irraggiamento (equilibrio)
- emettitore ideale: limite dell'emissione $\forall \lambda$ a data T
- irraggiamento isotropo
- corpo grigio: $0 < e < 1$
- corpo bianco: $e = 0$

Spettro di corpo nero

Legge di Stefan

Potenza totale irradiata

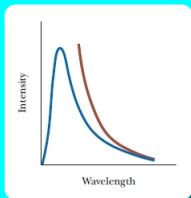
$$P = \sigma A e T^4 \quad (95)$$

corpo nero: $e = 1$

Legge di Rayleigh-Jeans

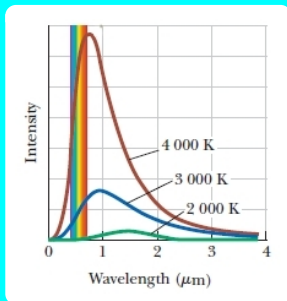
Radiazione continua di corpo nero:
catastrofe ultravioletta

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4} \quad (96)$$



Legge di Wien

$$\lambda_{max} T = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ mK} \quad (97)$$



Quantizzazione di Plank

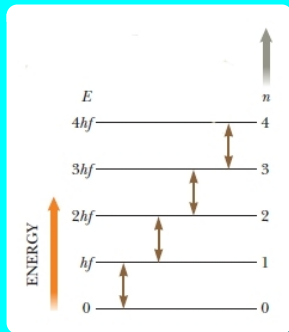
Ipotesi di Plank (1900)

- l'energia di un oscillatore può solo avere valori discreti:

$$E_n = nhf \quad (98)$$

- n : numero quantico
- f : frequenza dell'oscillatore
- h : costante di Plank,
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $h = 4.135 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$
- n diversi \iff stati quantici diversi
- $n = 1$: stato fondamentale ad energia hf
- l'oscillatore emette o assorbe energia solo effettuando transizioni tra diversi stati quantici
 - l'energia minima scambiabile è il quanto

$$E = hf \quad (99)$$

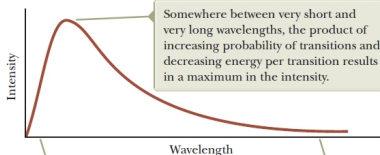


Funzione di distribuzione di Plank

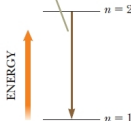
Funzione di distribuzione di Plank

Assumendo le ipotesi di Plank:

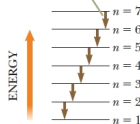
$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \right)} \quad (100)$$



At short wavelengths, there is a large separation between energy levels, leading to a low probability of excited states and few downward transitions. The low probability of transitions leads to low intensity.

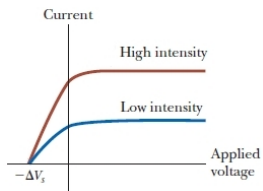
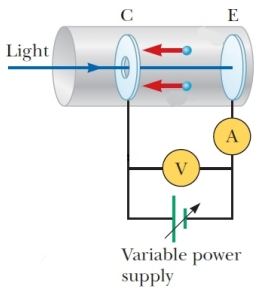


At long wavelengths, there is a small separation between energy levels, leading to a high probability of excited states and many downward transitions. The low energy in each transition leads to low intensity.



La legge di Wien è conseguenza delle diverse
probabilità ed intensità
 associate alle diverse transizioni

Effetto fotoelettrico



- e^- emessi da E derivano sul catodo C generando una corrente i
- $\Delta V > 0$:
 - $i \neq 0$; saturazione a i_{max} (ogni e^- estratto da E giunge a C)
 - i_{max} aumenta al crescere dell'intensità I (maggior n_{e^-} estratti)
- $\Delta V < 0$: i soppressa, e^- respinti da C
- $\Delta V = -\Delta V_s$:
 - stopping potential, $i = 0$
 - misura di K_{max} di estrazione:

$$K_f - K_i = 0 - K_{max} = U_i - U_f = 0 - (-e)(-\Delta V_s)$$

$$K_{max} = e\Delta V_s$$

Effetto fotoelettrico (2)

Previsioni classiche:

- assorbimento continuo:
 K_{max} aumenta al crescere di I
- estrazione non immediata:
 Δt per assorbimento rad. EM
- n_{e^-} : dipende da I e non da f
- K_{max} : dipende da I e non da f

Evidenza sperimentale:

- K_{max} indipendente da I
 ΔV_s è lo stesso $\forall I$
- estrazione istantanea:
 $\Delta t < 1 \text{ ns}$ anche a bassa I
- $n_{e^-} = 0$ se $f < f_0$
 f_0 frequenza di soglia $\forall I$
- K_{max} : crescente su f ,
non dipende da I

Ipotesi di Einstein (1905):

- la luce è composta da fotoni γ , "quanti" di luce, di energia:

$$E = hf \quad (101)$$

- ogni γ che incide su un singolo e^- può donargli tutta la sua energia

Effetto fotoelettrico (3)

Modellizzazione di Einstein:

- l'effetto fotoelettrico consiste in un insieme di interazioni binarie, urti tra singoli e^- e γ
- K_{max} : estrazione di e^- sulla superficie, data dalla conservazione dell'energia (Φ : lavoro di estrazione del metallo):

$$K_{max} + \Phi = hf \quad (102)$$

- K_{max} dipende da f , non dipende da I
- i dipende da I
- interazione istantanea: $\Delta t \sim 0$
- e^- estratto $\Leftrightarrow hf > \Phi$, ovvero $\lambda < \lambda_c = \frac{c}{f} = \frac{hc}{\Phi}$; elevata I non sufficiente
- f maggiori estraggono e^- più energetici
- Einstein deriva la relazione per il momento del γ $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}$:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (103)$$

Effetto Compton

Urto elastico tra γ ed e^- , interpretato con la relazione $p_\gamma = \frac{h}{\lambda_\gamma}$

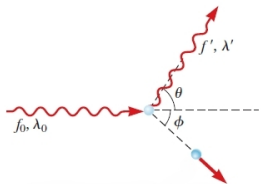
- e^- libero ed in quiete
- γ cede energia ad e^- :

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_{e,0}c} (1 - \cos \theta) \quad (104)$$

relazione frutto di:

- conservazione dell'energia
- conservazione del momento

$$\left\{ \begin{array}{l} E : \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda'} + K_e = \frac{hc}{\lambda'} + (\gamma - 1) m_{e,0}c^2 \\ p_x : \frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + \gamma m_{e,0} u \cos \phi \\ p_y : 0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta - \gamma m_{e,0} u \sin \phi \end{array} \right.$$



Ipotesi di De Broglie

- la luce può essere descritta come γ di:

$$E_\gamma = hf_\gamma \quad \text{e} \quad p_\gamma = \frac{h}{\lambda_\gamma}$$

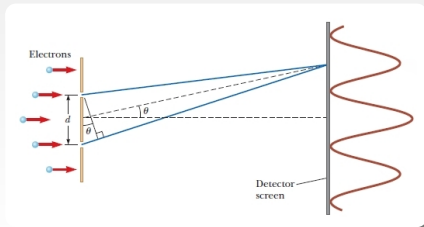
- gli elettroni possono essere descritti in modo analogo:

$$p_e = \gamma m_{0,e} u \longrightarrow \lambda_e = \frac{h}{p_e}$$

- De Broglie (1923) utilizzando l'energia introduce anche la frequenza associata ad un'"onda di materia":

$$E_e = \gamma m_{0,e} c^2 \longrightarrow f_e = \frac{E_e}{h}$$

- evidenza sperimentale: e^- generano frange di interferenza



Principio di Indeterminazione di Heisemberg

Principio di Indeterminazione di Heisember (1927):

- le **incertezze** con cui si possono misurare simultaneamente una coordinata (Δx) e la corrispondente componente del momento (Δp_x) di una particella sono legate da:

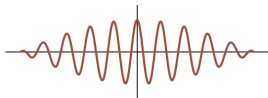
$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (105)$$

- l'**incertezza** nella misura l'energia (ΔE) di una particella e l'intervallo di tempo (Δt) necessario per tale misura sono legati da:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (106)$$

- coppia di operatori **non commutanti** \implies variabili **complementari**

- **particella**: pacchetto d'onda, come γ :



Principio di Indeterminazione di Heisemberg (2)

- dipendenza pacchetto: **coordinata spaziale**
 - $\Delta p_x = 0, p = \frac{h}{\lambda}$: particella caratterizzata da una singola $\lambda \rightarrow$ onda coerente ideale infinita $\Delta x = \infty$
 - $\Delta x \neq 0$ finita: dimensione del pacchetto, composto da un range di $\lambda \rightarrow \Delta p_x \neq 0$
 - $\Delta x = 0$: pacchetto di dimensione nulla, contiene tutte le $\lambda \rightarrow \Delta p_x = \infty$

- dipendenza pacchetto: **coordinata temporale**
 - $\Delta t = 0$: nessuna informazione sulla frequenza $f \rightarrow \Delta E = \infty$
 - $\Delta E = 0$: una singola $f \rightarrow$ onda coerente ideale infinita $\Delta t = \infty$

**Derivazione alternativa: misura distruttiva
tramite scattering Compton**

Principio di Indeterminazione di Heisemberg (3)

- non si può parlare di orbite, ma solo di orbitali
- il concetto di traiettoria perde di significato
- non è un limite "tecnologico", ma intrinseco alle leggi fisiche della meccanica quantistica
- la conservazione dell'energia può essere violata in un sistema quantistico, purchè la violazione avvenga per un tempo sufficientemente breve
- polarizzazione del vuoto: si creano coppie e^+e^- che rapidamente si annichilano

Funzione di Schrödinger

Funzione d'onda di Schrödinger (1926):

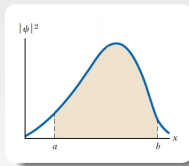
funzione densità di probabilità $\Psi(\vec{x})$ (Born - 1928)

$$P(x, y, z) dV = |\Psi(x, y, z)|^2 dV \quad (107)$$

probabilità di trovare la particella in un volumetto infinitesimo dV a (x, y, z)

- dipendenza unidimensionale: $P(x)dx = |\Psi(x)|^2 dx$
- probabilità che la particella sia in $[a, b]$:

$$P_{[a,b]} = \int_a^b |\Psi(x)|^2 dx$$



- normalizzazione: $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x)|^2 dx = 1$
- in presenza di una forza: equazione di Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (108)$$

Concetto di misura

- **interazione**: la meccanica quantistica introduce il concetto di interazione a distanza
- non è possibile **misurare** un sistema senza **interagire** con il sistema
- ogni **interazione** causa un trasferimento di energia
- il **sistema originale** viene modificato dalla misura
- non è possibile **misurare** simultaneamente grandezze i cui operatori non commutino

La misura è distruttiva

Non è possibile

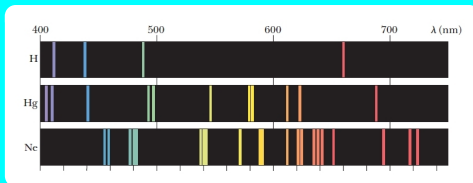
prevedere deterministicamente

l'evoluzione di un sistema quantistico

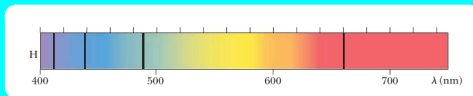
Spettri atomici

Spettri atomici:

- spettri di emissione:



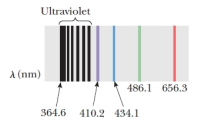
- spettri di assorbimento:



Serie di Balmer (1885):

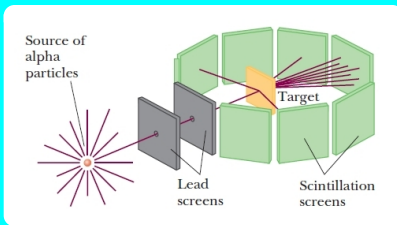
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (109)$$

R_H : costante di Rydberg

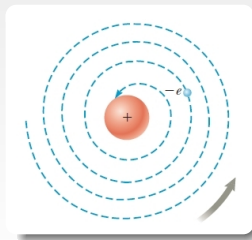


Esperienza di Rutherford

Esperienza di Rutherford (1911):

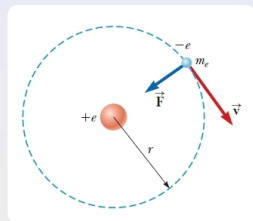


- alcune α vengono diffuse all'indietro ($\theta \sim \pi$)
- possibile solo se $m_{target} > m_{\alpha}$
- modello di Thomson non compatibile
- gran parte della massa atomica è concentrata in un "nucleo", attorno al quale orbitano gli e^{-}
- non compatibile con l'emissione di γ da cariche accelerate



Modello di Bohr (1913)

- e^- compiono orbite circolari intorno al nucleo
- solo alcuni "stati stazionari" sono possibili:
 E costante
- transizione possibile emettendo γ
di $E_\gamma = hf = E_i - E_f$
- assorbimento ($E_f > E_i$) possibile solo in
caso di perfetta corrispondenza energetica
- le "dimensioni" dell'orbita conseguenza della
quantizzazione del momento angolare:



$$L_n = m_e v r_n = n\hbar \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (110)$$

$$[\text{onda stazionaria: } 2\pi r_n = n\lambda_n \rightarrow 2\pi r_n = n\frac{h}{p_n} \rightarrow L_n = p_n r = n\hbar]$$

Modello di Bohr (1913) (2)

● **conservazione:** $E = K + U = \frac{1}{2}m_e v^2 - K_e \frac{e^2}{r} \quad (111)$

● **orbite circolari:** $a_r = \frac{v^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{K_e e^2}{m_e r}$

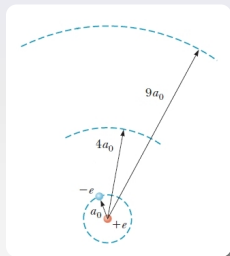
● **stato legato:** $K = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{K_e e^2}{2r}$, $E = -\frac{K_e e^2}{2r} < 0$

● **quantizzazione raggi:** $v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n} \rightarrow r_n = n^2 a_0$

● **raggio di Bohr:** $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e K_e e^2} = 0.529 \text{ \AA}$

● **quantizzazione livelli energetici:**

$$E_n = -\frac{K_e e^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2} \right) = -\frac{13.606 \text{ eV}}{n^2} \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (112)$$



Modello di Bohr: successi ed insuccessi

Successi:

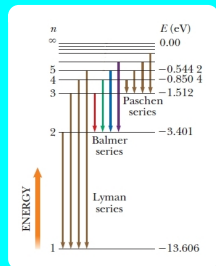
- prima interpretazione delle serie atomiche

$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{K_e e^2}{2a_0 h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{K_e e^2}{2a_0 h c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

- applicabile ad atomi completamente ionizzati $Z^{Z+} \forall Z$:

$$r_n = n^2 \left(\frac{a_0}{Z} \right), \quad E_n = -\frac{K_e e^2}{2a_0} \left(\frac{Z^2}{n^2} \right)$$



Insuccessi:

- $n_{e^-} > 1$: accordo incompleto
- $n_{e^-} = 1$:
 - previsioni: $r_1 = a_0$, $E_1 \neq 0$, $l_1 = \hbar$
 - misure sperimentali: $l_{min} = 0 \leftrightarrow 1S$

Modello atomico quantistico

● campo elettrico: $U(r) = -K_e \frac{e^2}{r}$

● equazione stazionaria di Schrödinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi(\vec{x})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(\vec{x})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi(\vec{x})}{\partial z^2} \right) + U(r) \Psi(\vec{x}) = E \Psi(\vec{x})$$

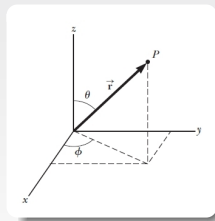
● fattorizzazione: $\Psi(r, \theta, \phi) = R(r)f(\theta)g(\phi)$

● R finita per $r \rightarrow 0, r \rightarrow \infty$

● $g(\phi + 2\pi) = g(\phi)$

● quantizzazione livelli energetici:

$$E_n = -\frac{K_e e^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2} \right) = -\frac{13.606 \text{ eV}}{n^2} \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (113)$$



Modello atomico quantistico (2)

Numeri quantici:

- $R(r) \rightarrow n \in \mathbb{N}, n > 1:$

quantizzazione energia:

$$E_n = nE_1, \quad n = 1, 2, \dots$$

- $f(\theta) \rightarrow l \in \mathbb{N}, n \text{ valori } 0 \leq l \leq n-1:$

quantizzazione momento angolare:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad l = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

- $g(\phi) \rightarrow m_l \in \mathbb{Z}, 2l+1 \text{ valori } -l \leq m_l \leq l:$

quantizzazione terza componente del momento angolare:

$$L_z = m_l \hbar \rightarrow \cos \theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}\hbar, \quad m_l = -l, \dots, l$$

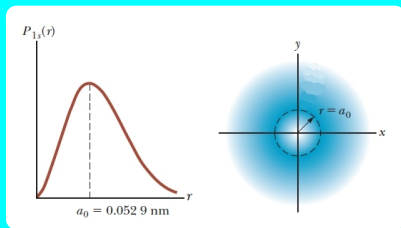
Orbitali

Funzioni d'onda atomiche:

- $n = 1, \ell = 0 \rightarrow$ orbitale 1S

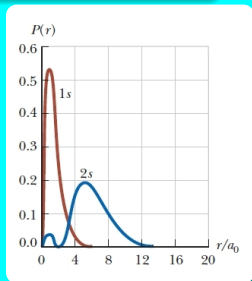
$$\psi_{1S}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

$$P_{1S} \propto |\psi_{1S}(r)|^2 = \frac{1}{\pi a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}}$$



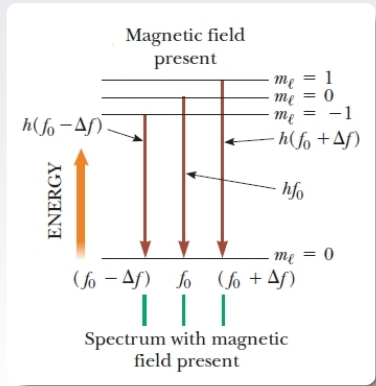
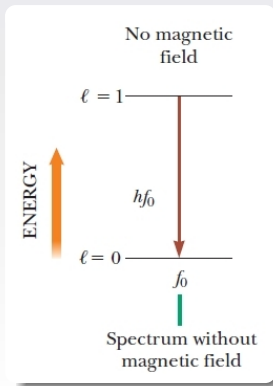
- $n = 2, \ell = 0 \rightarrow$ orbitale 2S

$$\psi_{2S}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$



Effetto Zeeman

- moto e^- nell'orbitale: carica in moto $\rightarrow \vec{\mu} = I\vec{A} \neq 0$
- campo magnetico \vec{B} esterno: $U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$
- m_ℓ differenti: differenti valori di $\vec{\mu}$
- degenerazione livelli energetici:



Modello atomico quantistico: approfondimenti

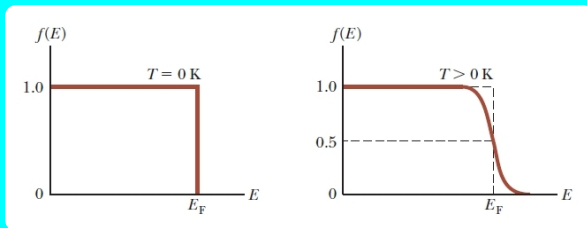
- spin come momento magnetico intrinseco
- Principio di Esclusione di Pauli
- la Tabella Periodica degli elementi
- raggi x: spettri di emissione e di assorbimento
- apparecchiature per emissione raggi x
- emissione spontanea di radiazione
- emissione stimolata di radiazione
- Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
- legami molecolari

Distribuzione di Fermi-Dirac

Funzione di distribuzione di Fermi-Dirac:

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1} \quad (114)$$

- probabilità che uno stato di energia E sia occupato da un e^-
- E_F : energia di Fermi



Distribuzione di Fermi-Dirac (2)

Solido metallico di dimensione finita:

- livelli energetici continui
- numero di stati permessi con energia $(E, E + dE)$

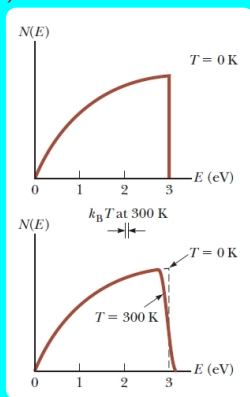
$$g(E)dE \propto \sqrt{E}dE$$

- numero di e^- con energia $(e, E + dE)$

$$N(E)dE \propto \frac{\sqrt{E}dE}{e^{\frac{(E-E_F)}{k_B T}} + 1} \quad (115)$$

$$n_e = \int_0^\infty N(E)dE \propto E^{3/2}$$

$$E_F(T = 0 \text{ K}) = \frac{h^2}{2m_e} \left(\frac{3n_e}{8\pi} \right)^{2/3}$$

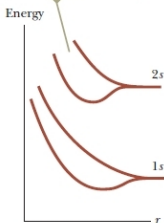


Conduzione nei solidi

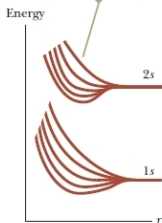
Bande di conduzione:

- per atomi vicini bisogna considerare la Ψ del sistema
- il numero di atomi influenza la separazione dei livelli energetici
- reticolo di molti atomi \rightarrow formazione di "bande", insiemi di livelli energetici continui, separati da **gap**, eventualmente sovrapposti

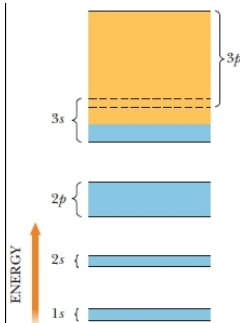
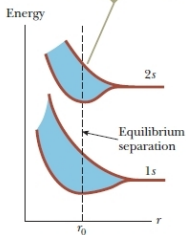
When two atoms are brought together, the 1s and 2s levels split into two components.



When five atoms are brought together, the 1s and 2s levels split into five components.



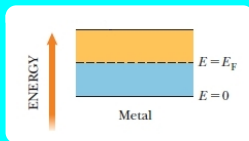
When a large number of atoms are brought together, the 1s and 2s levels spread into energy bands.



Conduzione nei solidi: metalli ed isolanti

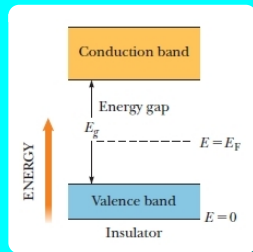
Metalli:

- $T = 0 \text{ K}$: e^- occupano parzialmente (fino ad E_F) la banda di conduzione
- energia necessaria per moto e^- minima
 $[K_B T]_{T=300 \text{ K}} = 0.025 \text{ eV}$



Isolanti:

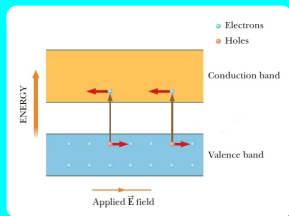
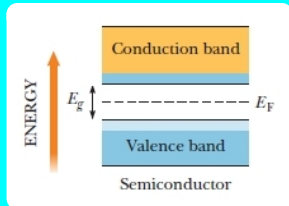
- $T = 0 \text{ K}$: e^- occupano solo la banda di valenza
- gap considerevole tra bande di valenza e conduzione (include E_F)
- energia necessaria per moto e^- considerevole



Semiconduttori

Semiconduttori:

- $T = 0\text{ K}$: struttura bande simile ad un isolante
- gap minimo ($\sim eV$) tra bande di valenza e conduzione (include E_F)
- $T = 300\text{ K}$:
 - banda di conduzione parzialmente popolata da e^-
 - banda di valenza parzialmente popolata da lacune
 - agiscono da portatori di carica
- semiconduttori intrinseci:
 - uguale numero di e^- e lacune
 - coppie e^- -lacuna

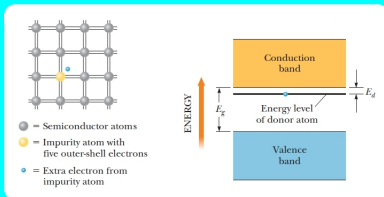


Semiconduttori drogati

Semiconduttori drogati tipo n: atomi "donatori" [P, As in Si, Ge]

- livello energetico atomo donatore \sim banda di conduzione ($\Delta E \sim 0.05 \text{ eV}$)

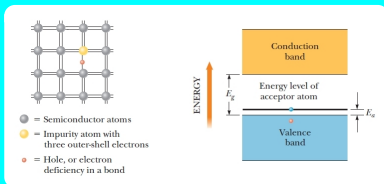
$$n_{e^-} > n_{\ell}$$



Semiconduttori drogati tipo p: atomi "accettori" [Al, Ga, In in Si, Ge]

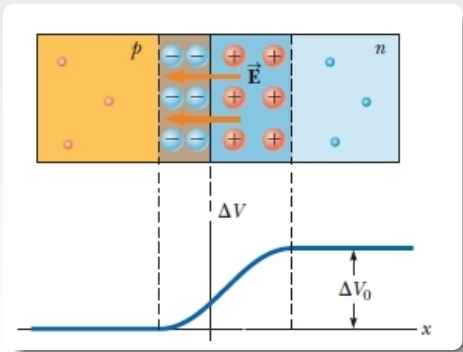
- livello energetico atomo accettore \sim banda di valenza ($\Delta E \sim 0.05 \text{ eV}$)

$$n_{\ell} > n_{e^-}$$



Diodo a giunzione

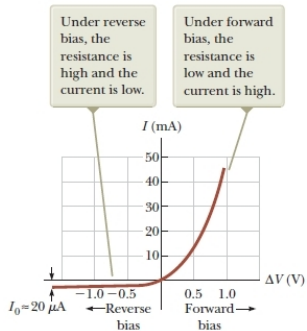
- giunzione $n - p$
- regione di svuotamento: assenza di cariche libere
- e^- di confine diffondono attraverso la giunzione ($n \rightarrow p$)
- ΔV_0 di giunzione inibisce la diffusione
- transitorio termina con barriera di potenziale (ΔV_0) sufficiente
- regione di svuotamento:
 - elevato campo elettrico:
 $|\vec{E}| \sim 10^4 \div 10^6 \text{ V/cm}$
 - ridotte dimensioni:
 $< 10 \mu\text{m}$



Diodo a giunzione (2)

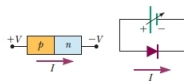
Permette il passaggio di corrente in un' **unica** direzione

Caratteristica V - I :



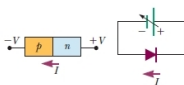
$$I = I_0 \left(e^{\frac{e\Delta V_0}{k_B T}} - 1 \right) \quad (116)$$

● forward bias:



- p connesso con V_+
- generatore contrasta ΔV_0
- I aumenta rapidamente

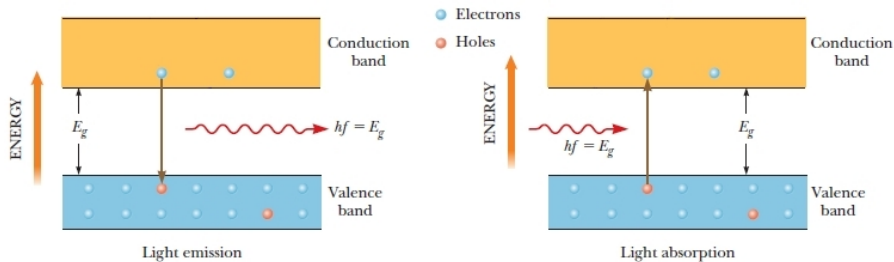
● reverse bias:



- p connesso con V_-
- generatore rinforza ΔV_0
- I debole e presto in saturazione a I_0

LED e celle fotovoltaiche

- **LED:** quando un e^- si ricombina con una lacuna viene emesso un γ di $E_\gamma = hf = E_G$
- **cella fotovoltaica:** un e^- può transire nella banda di conduzione generando una lacuna ed assorbendo $E_\gamma = hf = E_G$



L'energia dei nuclei

Struttura nucleare:

- numero atomico Z : numero di protoni, $Q = Ze$
- numero neutronico N : numero di neutroni, $Q = 0$
- numero di massa $A = Z + N$

Bilancio energetico:

- unità di massa atomica: $1 u = 1/12 m_{({}^{12}_6\text{C})}$

	u	MeV/c^2
p	1.007276	938.27
n	1.008665	939.57
e^-	$5.48 \cdot 10^{-4}$	0.51
${}^{12}_6\text{C}$	12.000000	11177.9

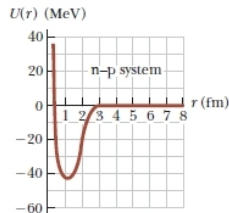
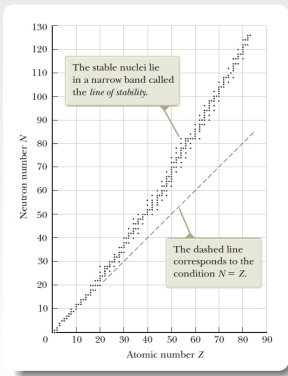
$$m_{({}^{12}_6\text{C})} < 6m_p + 6m_n + 12m_{e^-} \quad !!$$



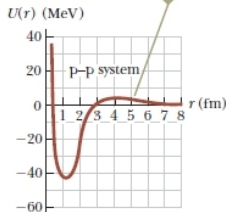
Energia di legame nucleare $E_B \neq 0$

Potenziale nucleare

- $p - p$: **repulsione coulombiana**
- $n - p$: **attrazione nucleoni (interazione forte)**
non dipendente dalla carica
- **linea della stabilità: solo certe combinazioni**
 $Z-N$ portano a nuclei stabili

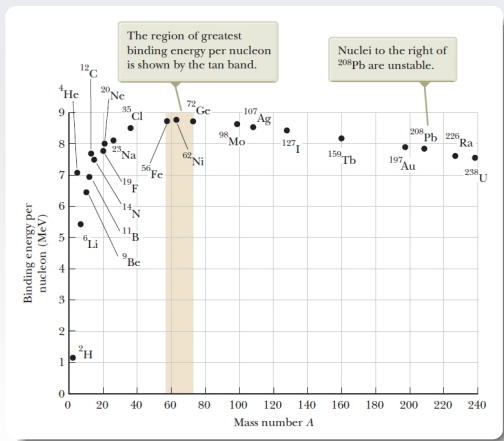


The difference in the two curves is due to the large Coulomb repulsion in the case of the proton-proton interaction.



Energia di legame

- la ricombinazione nel nucleo riduce l'energia del sistema
- stato legato $\implies E < 0$
- energia di legame: $E_B = -|E| > 0$



Reazioni nucleari: fissione e fusione

reazione spontanea \Leftrightarrow reazione esoenergetica: incremento E_B

- alto Z : incrementare $E_B \rightarrow$ diminuire $Z \Rightarrow$ **fissione nucleare**
 - causata da neutroni "termici" [$\langle K_n^{T=300\text{ K}} \rangle = \frac{3}{2} K_b T \sim 0.04\text{ eV}$]



- basso Z : incrementare $E_B \rightarrow$ incrementare $Z \Rightarrow$ **fusione nucleare**

