

# *Oscilación de neutrinos en experimentos con detector de galio y en reactores nucleares*

**Mario Andrés Acero Ortega**

PhD Università degli Studi di Torino – Université de Savoie

En colaboración con

DR. CARLO GIUNTI

DR. MARCO LAVEDER

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Tunja, 7 de Mayo de 2009

## Contenido

---

1. Motivaciones
2. Física de neutrinos
3. Experimentos de galio con fuente radioactiva
4. Neutrinos de Reactores - Bugey y Chooz
5. Otros reactores nucleares
6. Conclusiones

## Motivaciones

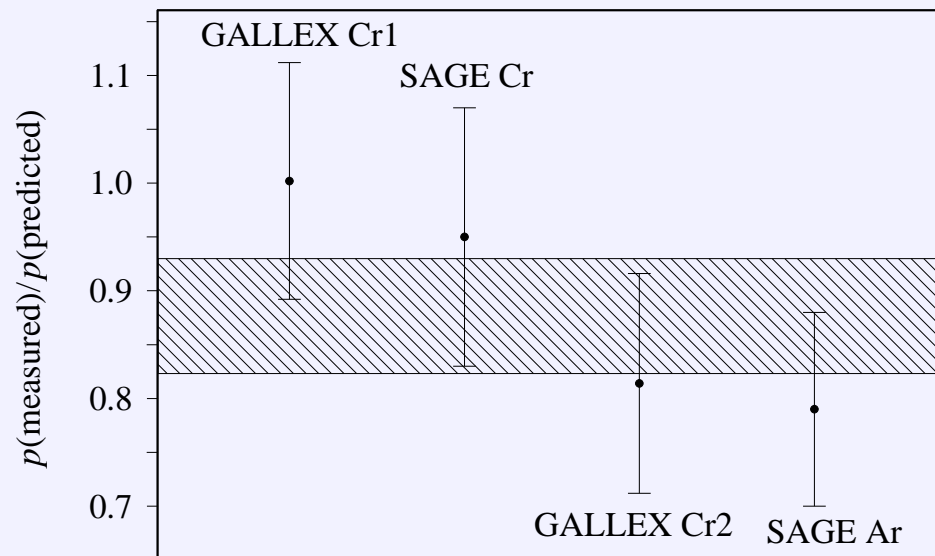
---

*Principal*  $\rightsquigarrow$  Resultados de los  
experimentos de fuente radioactiva con  
detector de galio  
(Prueba de los detectores de neutrinos Solares)

## Motivaciones

# *Principal* $\rightsquigarrow$ Resultados de los experimentos de fuente radioactiva con detector de galio

(Prueba de los detectores de neutrinos Solares)



$$R = 0.88 \pm 0.05$$

## Motivaciones

---

*Principal*  $\rightsquigarrow$  Experimentos de galio con  
fuente radioactiva

$\rightsquigarrow$  **En el marco de mezcla de dos  
neutrinos**

## Motivaciones

---

*Principal*  $\rightsquigarrow$  Experimentos de galio con  
fuente radioactiva

$\rightsquigarrow$  **En el marco de mezcla de dos  
neutrinos**

$\rightsquigarrow$  Oscilación de neutrinos exótica

$$\rightsquigarrow \nu_e \rightarrow \nu_s$$

$$\Delta m^2 \equiv m_2^2 - m_1^2 \gg \Delta m_{\text{sol}}^2, \Delta m_{\text{atm}}^2$$

# Física de Neutrinos

En el ME, los neutrinos son partículas neutras sin masa (ausencia de neutrinos derechos) que participan en las interacciones débiles, descritas por los Lagrangianos de CC y CN

$$\mathcal{L}_L^{(CC)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left( j_{W,L}^\beta W_\beta + (j_{W,L}^\beta)^\dagger (W_\beta)^\dagger \right),$$

$$\mathcal{L}_\nu^{(NC)} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_{Z,\nu}^\rho Z_\rho.$$

con las correspondientes CC y CN dadas por

$$j_{W,L}^\beta = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\beta l_{\alpha L} = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\alpha \gamma^\beta (1 - \gamma_5) l_\alpha,$$

$$j_{Z,\nu}^\beta = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\beta \nu_{\alpha L} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\alpha \gamma^\beta (1 - \gamma_5) \nu_\alpha.$$

# Física de Neutrinos – Tipos de Masa

---



## Física de Neutrinos – Tipos de Masa

---

- ▶ Dirac: se introduce componente derecha para los neutrinos  $\nu_{\alpha R}$ .

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}_L M_D \nu_R + \text{h.c.} = -\sum_{k=1}^3 m_k \bar{\nu}_k \nu_k.$$

- ▶ Majorana: se satisface  $\nu = \nu_L + \nu_R = \nu_L + \mathcal{C} \bar{\nu}_L^T = \nu^C$

$$\mathcal{L}_M = -m \bar{\nu} \nu = -\frac{1}{2} m \bar{\nu}_L^C \nu_L + \text{h.c.}$$

# Física de Neutrinos – Tipos de Masa

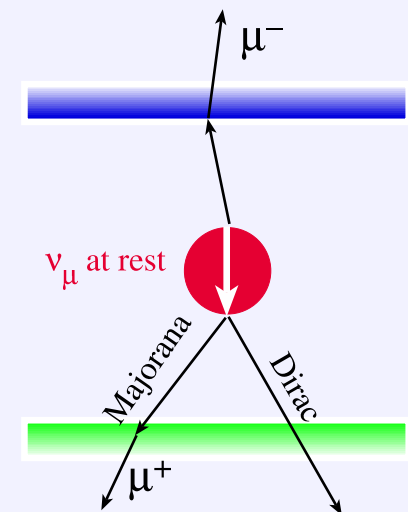
- ▶ Dirac: se introduce componente derecha para los neutrinos  $\nu_{\alpha R}$ .

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}_L M_D \nu_R + \text{h.c.} = -\sum_{k=1}^3 m_k \bar{\nu}_k \nu_k.$$

- ▶ Majorana: se satisface  $\nu = \nu_L + \nu_R = \nu_L + \mathcal{C} \bar{\nu}_L^T = \nu^C$

$$\mathcal{L}_M = -m \bar{\nu} \nu = -\frac{1}{2} m \bar{\nu}_L^C \nu_L + \text{h.c.}$$

Se mantiene la incógnita: Dirac o Majorana



[Strumia & Vissani hep-ph/0606054]

# Física de Neutrinos – Oscilación y Mezcla

---

Neutrino de sabor  $\alpha$  y momento  $\vec{p}$  se escribe como

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad \alpha = e, \mu, \tau.$$

La evolución en el tiempo de este estado de sabor

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t)\rangle &= \sum_i V_{\alpha i}^* \exp(-iE_i t) |\nu_i(t=0)\rangle \\ &= \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_i V_{\alpha i}^* \exp(-iE_i t) V_{\beta i} \right) |\nu_\beta\rangle. \end{aligned}$$

La superposición de estados masa de neutrinos  $|\nu_\alpha(t)\rangle$  se convierte en una superposición de diferentes estados de sabor (si  $V$  es no-diagonal)  $\Rightarrow$  Mezcla.

## Física de Neutrinos – Oscilación y Mezcla

---

Se calcula la probabilidad de transición  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_{i,k} V_{\alpha i}^* V_{\beta i} V_{\alpha k} V_{\beta k}^* \exp[-i(E_i - E_k)t] \\ &= \sum_{i,k} V_{\alpha i}^* V_{\beta i} V_{\alpha k} V_{\beta k}^* \exp\left[-i \frac{\Delta m_{ik}^2 L}{2E}\right], \end{aligned}$$

con  $\Delta m_{ik}^2 = m_i^2 - m_j^2$ . Se tiene, además, que

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = P_{\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha},$$

y, para la probabilidad de sobrevivencia,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} = P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\alpha}.$$

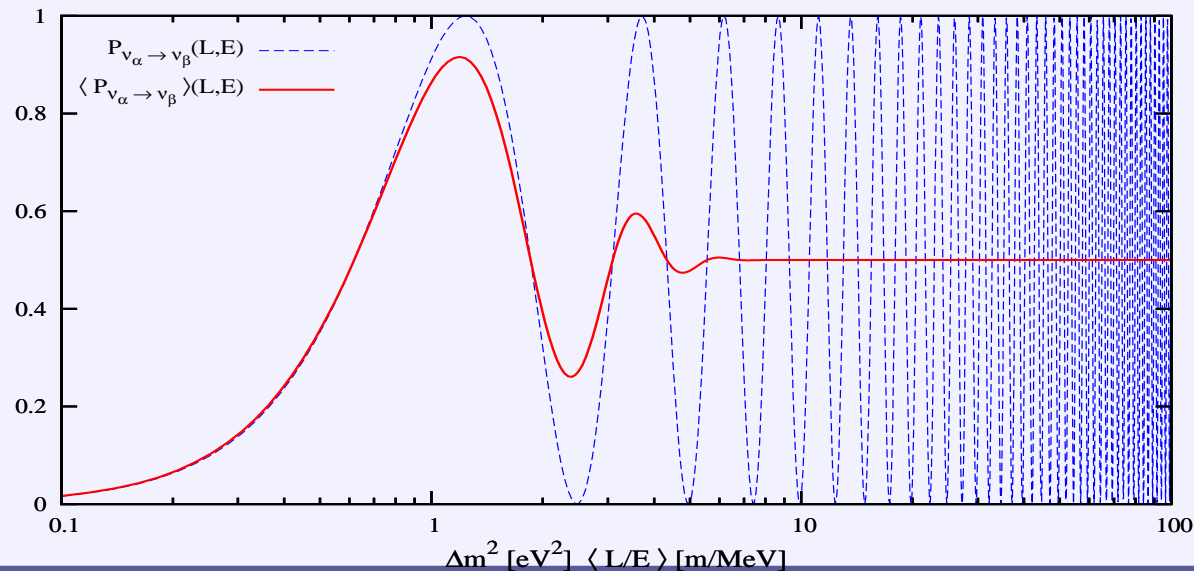
# Física de Neutrinos – Mezcla de dos neutrinos

Considerando mezcla entre dos neutrinos,

$$V = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Entonces

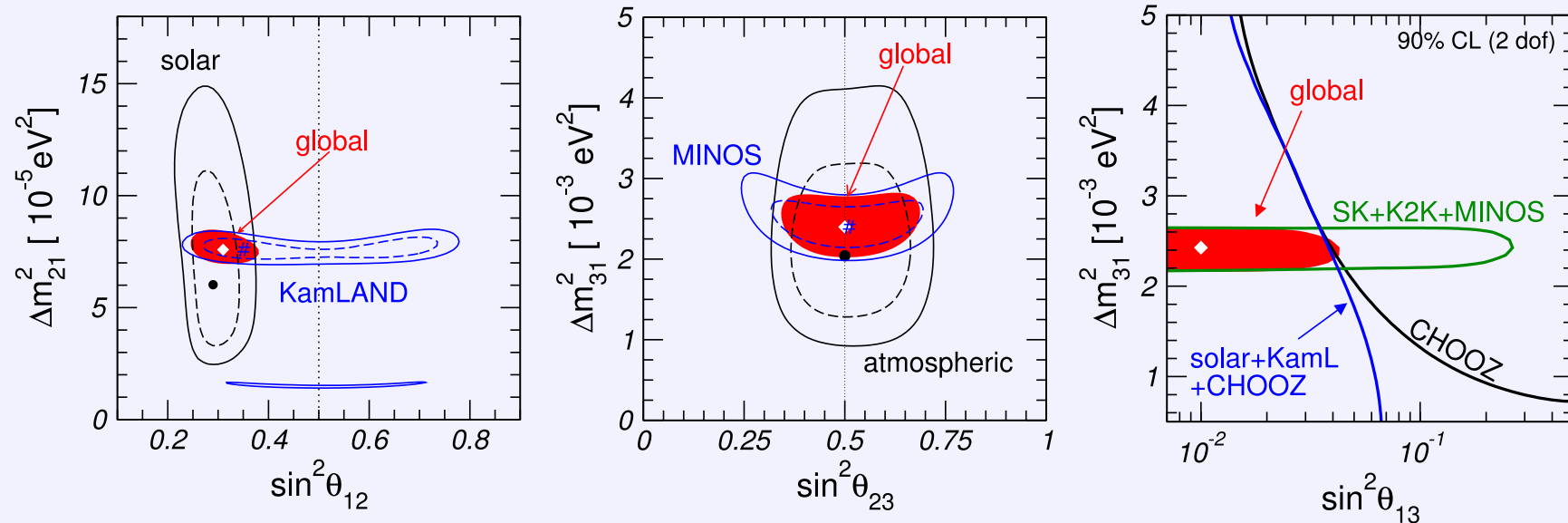
$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left( 1.27 \frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right).$$



# Oscilación de Neutrinos

La oscilación entre neutrinos activos es un fenómeno mecanico-cuántico  $\Rightarrow$  Neutrinos **masivos** y **mizclados**.

[Schwetz et al. NJP 10 (2008) 113011]



$$\Delta m_{21}^2 = (7.65^{+0.21}_{-0.20}) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

$$|\Delta m_{31}^2| = (2.40^{+0.12}_{-0.11}) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\sin^2 \theta_{12} = 0.304^{+0.022}_{-0.016}$$

$$\sin^2 \theta_{23} = 0.50^{+0.07}_{-0.06}$$

$$\sin^2 \theta_{13} = 0.01^{+0.016}_{-0.011}$$

Back

## Información experimental

---

Sin embargo... → Anomalías que se pueden interpretar como **mezcla de neutrinos exótica**:

## Información experimental

---

Sin embargo... → Anomalías que se pueden interpretar como **mezcla de neutrinos exótica**:

LSND (pero MiniBOONE...)

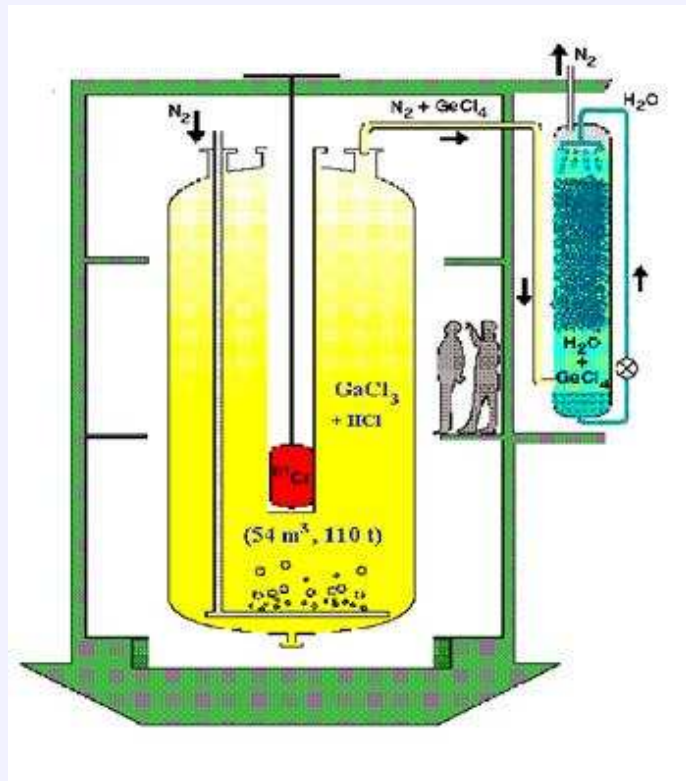


## Información experimental

Sin embargo... → Anomalías que se pueden interpretar como **mezcla de neutrinos exótica**:

LSND (pero MiniBOONE...)

Experimentos de galio con fuente radioactiva → GALLEX, SAGE.

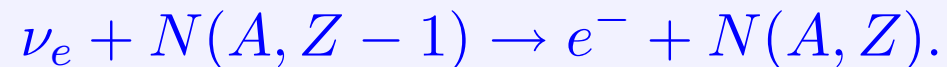


Posible explicación: desaparición de neutrinos electrónicos debido a oscilación de neutrinos ( $\nu_e \rightarrow \nu_s$ ).

## Experimentos con galio

---

Con técnicas de detección radioquímica, los neutrinos son detectados mediante



Experimentos con núcleos de galio se realizaron para detectar neutrinos solares usando la reacción

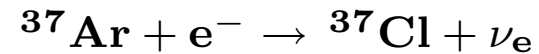
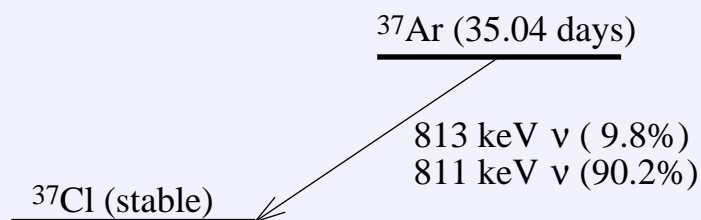
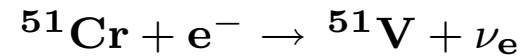
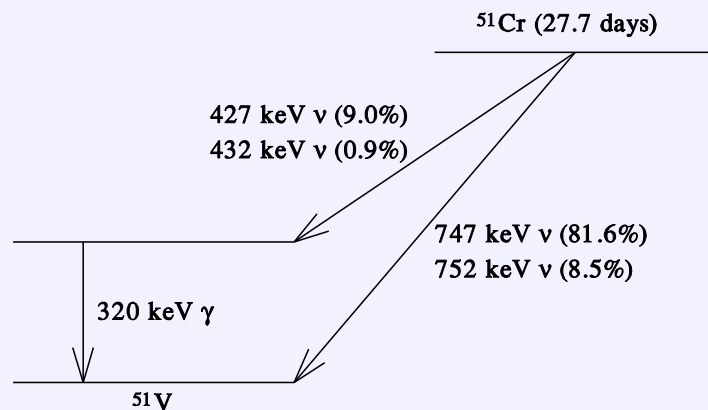


GALLium EXperiment : GALLEX

Soviet American Gallium Experiment : SAGE

# Experimentos de galio con fuente radioactiva

Neutrinos electrónicos son emitidos en el decaimiento de fuentes radioactivas de  $^{51}\text{Cr}$  y  $^{37}\text{Ar}$ , que decaen mediante captura de electrones emitiendo  $\nu_e$  monoenergéticos

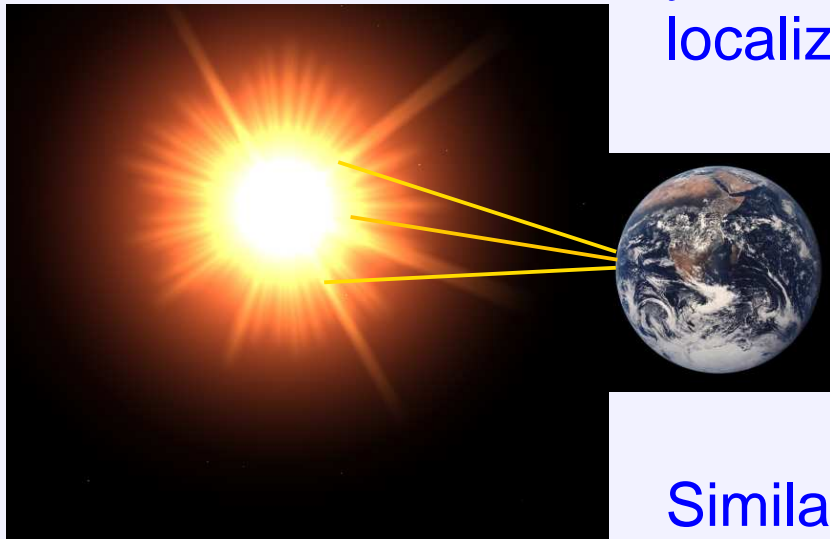


## Experimentos de galio con fuente radioactiva

---

Diseñados para PROBAR LOS DETECTORES usados en experimentos de neutrinos Solares.

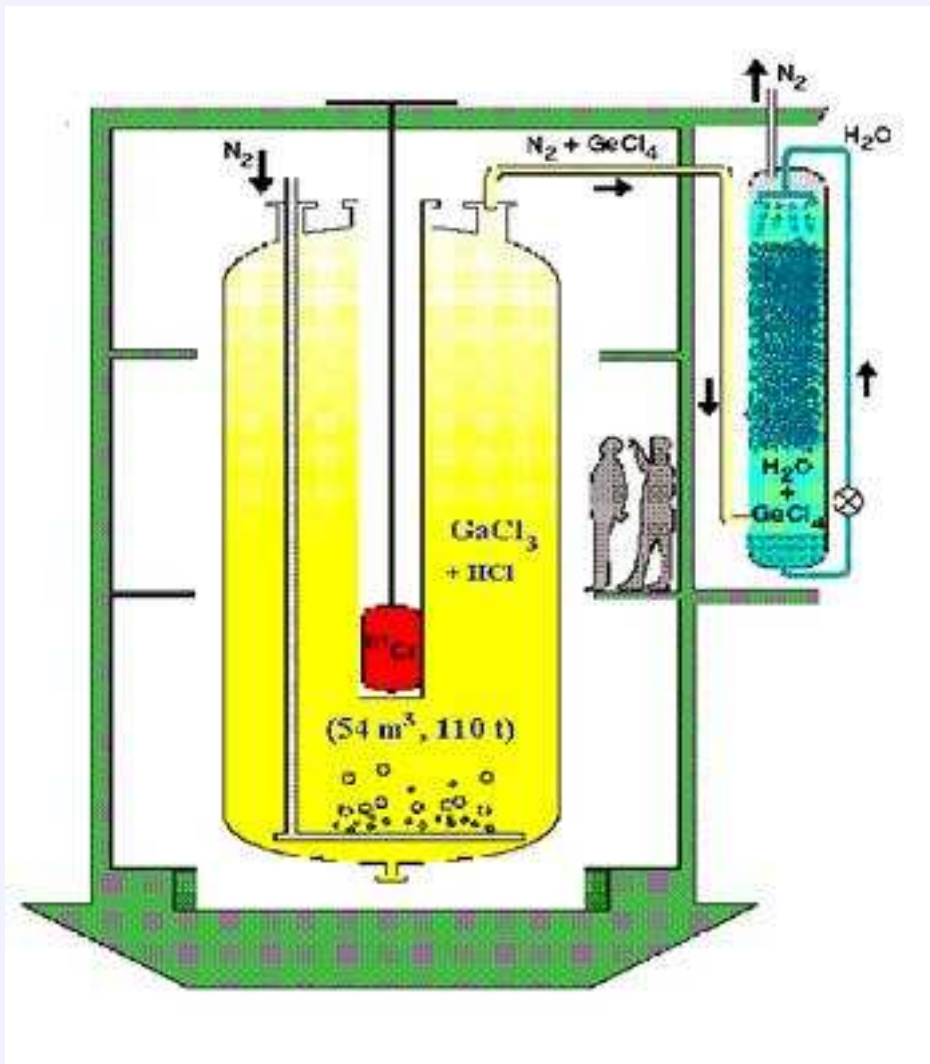
Se usaron fuentes radioactivas intensas ( $^{51}\text{Cr}$  y  $^{37}\text{Ar}$ ), con una actividad bien determinada, localizados en el interior del detector (galio).



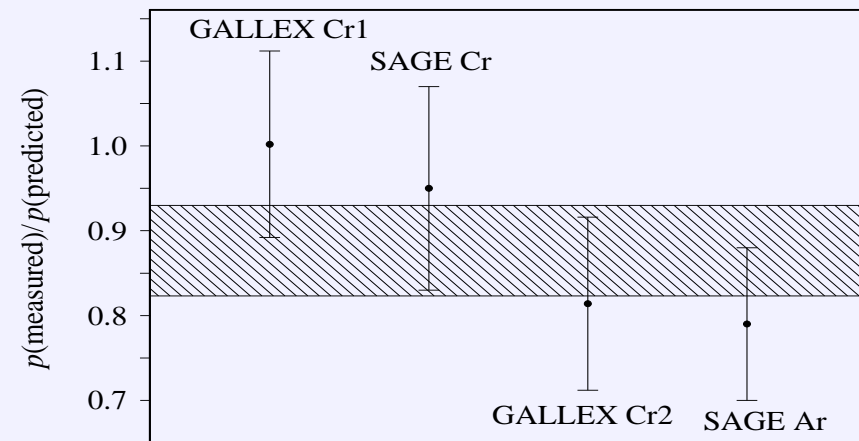
Similares condiciones experimentales a las de los experimentos de neutrinos Solares.

# Experimentos GALLEX y SAGE

Neutrinos electrónicos detectados mediante la reacción



$$R = 0.88 \pm 0.05$$



[SAGE, PRC 73 (2006) 045805]

## Experimentos con galio: Análisis

Se calcula  $R_{\text{th}}$  [MAA, C.Giunti, M.Laveder PRD 78 (2008) 073009]:

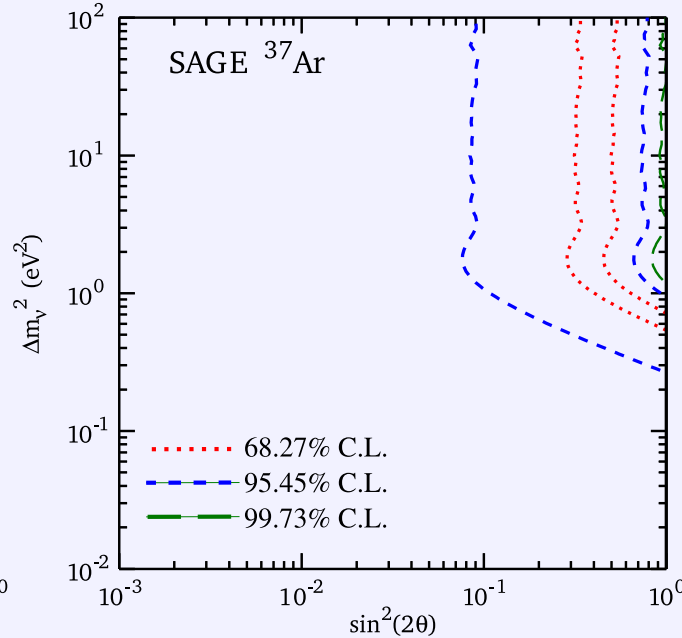
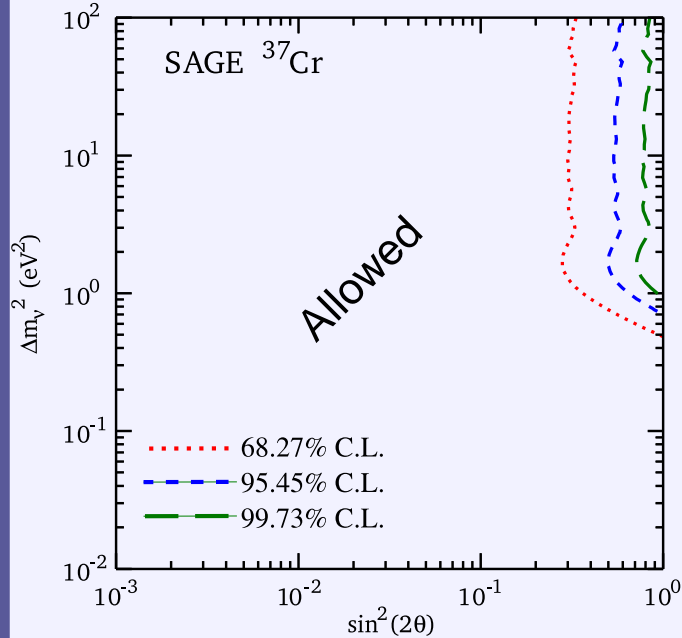
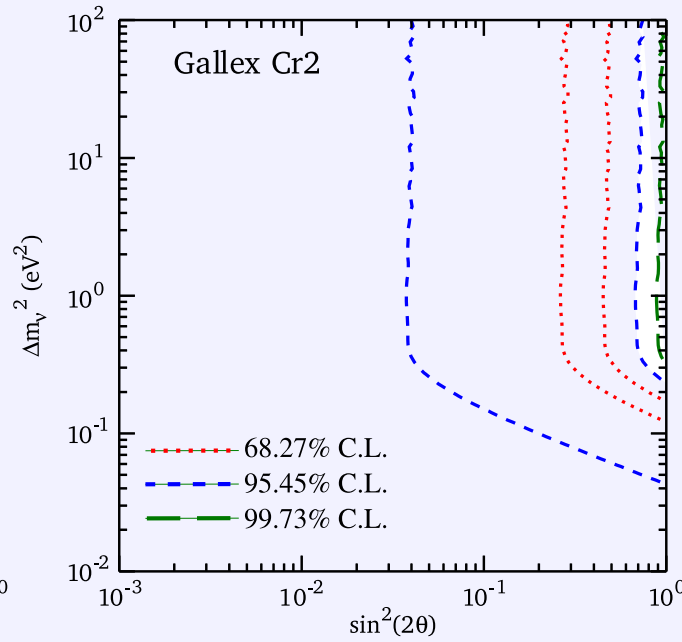
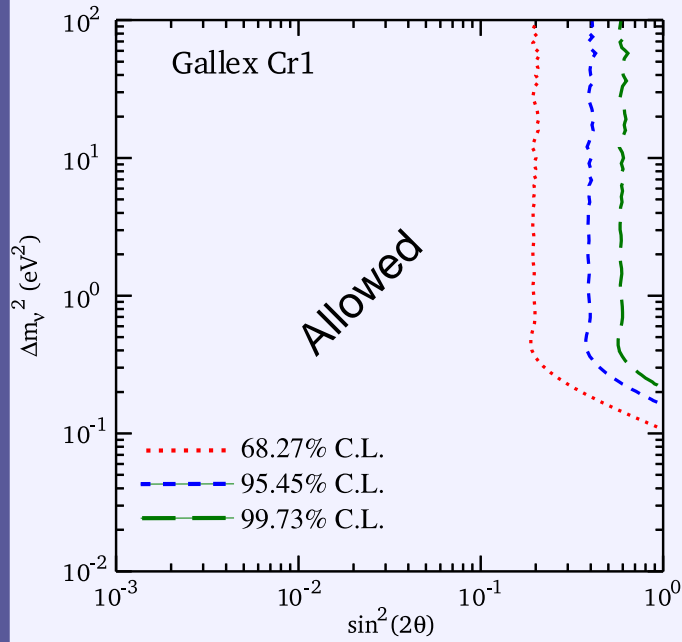
$$R_{\text{th}} = \frac{\int dV L^{-2} \sum_i (B.R.)_i \sigma_i P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(L, E_i)}{\sum_i (B.R.)_i \sigma_i \int dV L^{-2}},$$

con la probabilidad de sobrevivencia de (anti)neutrinos electrónicos con energía  $E$  a una distancia  $L$  de la fuente

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(L, E) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)$$

	<b>GALLEX</b>		<b>SAGE</b>	
	Cr1	Cr2	Cr	Ar
$R_{\text{ex}}$	$1.00 \pm 0.10$	$0.81 \pm 0.10$	$0.95 \pm 0.12$	$0.79 \pm 0.10$

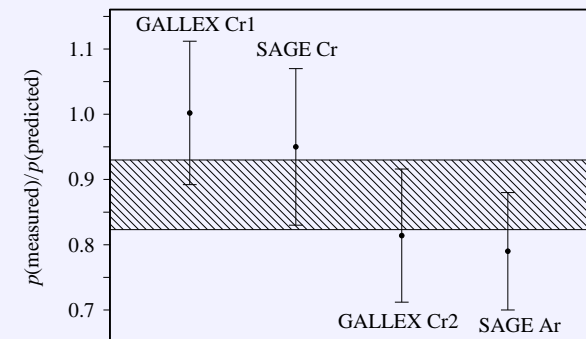
[SAGE, PRC 73 (2006) 045805]



Análisis individual usando un enfoque Bayesiano (con prior PDF plana)

$$p(R|R_{\text{ex}}) = \frac{p(R_{\text{ex}}|R)P(R)}{\int_0^1 dR p(R_{\text{ex}}|R)P(R)}$$

$$= \frac{p(R_{\text{ex}}|R)}{\int_0^1 dR p(R_{\text{ex}}|R)}$$



## Experimentos con galio

Análisis combinado de mínimos cuadrados para los experimentos con galio.

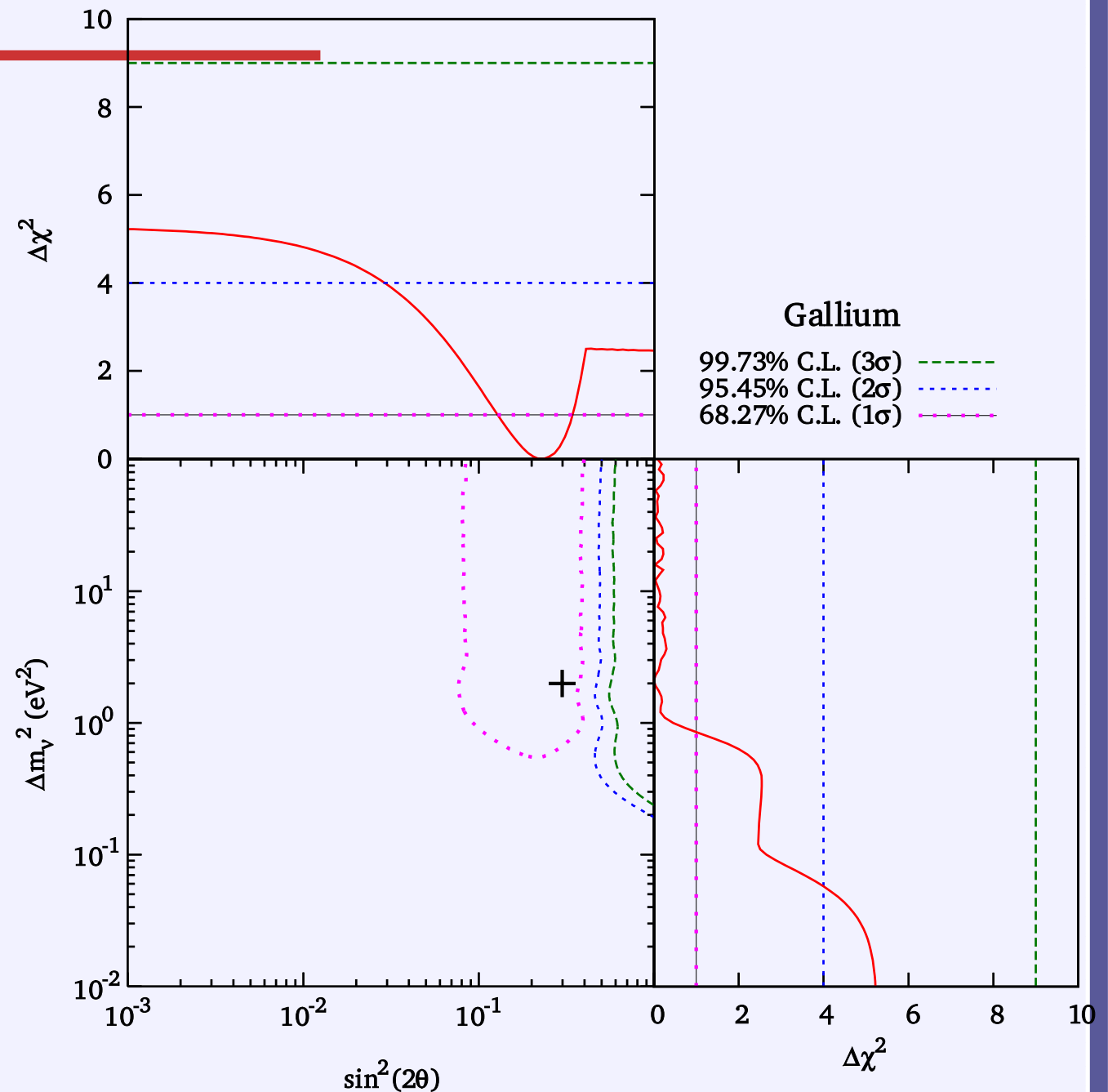
$$\chi_{\min}^2 = 2.94$$

$$\text{NDF} = 2$$

$$\text{GoF} = 0.23$$

$$\sin^2 2\theta = 0.23$$

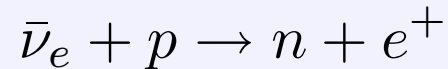
$$\Delta m^2 = 2.1 \text{ eV}^2$$





# Experimentos de reactores

Se detectan antineutrinos electrónicos mediante el decaimiento beta inverso

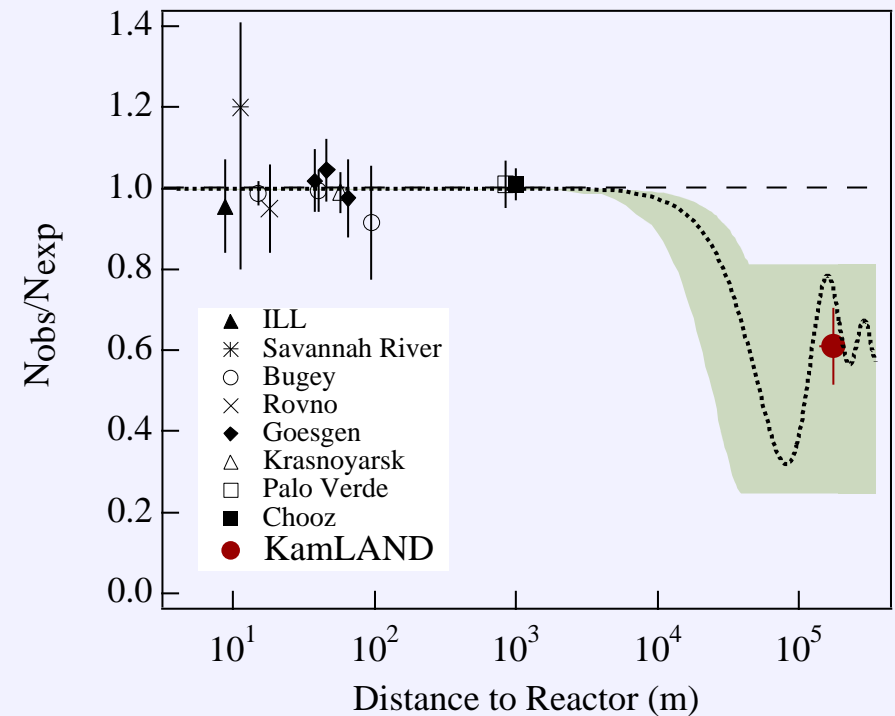


con la relación entre energías  $E_\nu = E_{e^+} + 1.8 \text{ MeV}$ .

	$L$ [m]	$E$ [MeV]	$\Delta m^2$ [eV <sup>2</sup> ]
SBL	$\sim 10$	$\sim 1$	$\sim 0.1$
LBL	$\sim 10^3$	$\sim 1$	$\sim 10^{-3}$

Bugey y Chooz

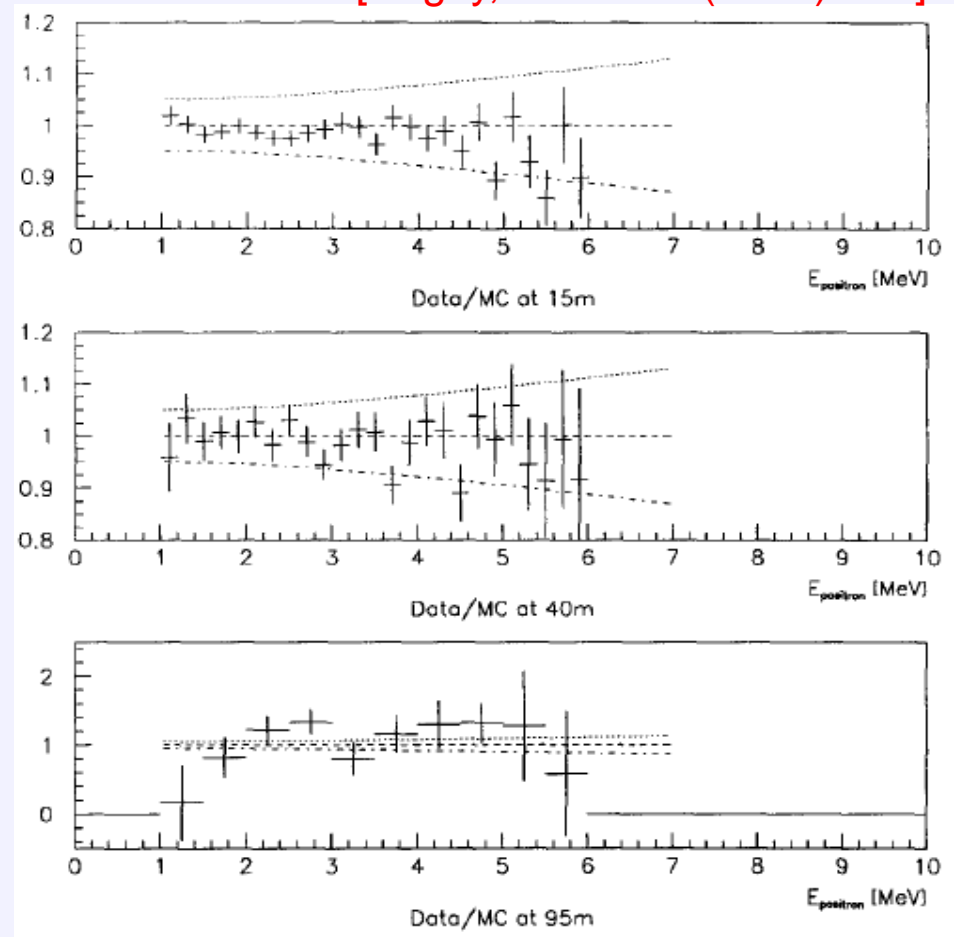
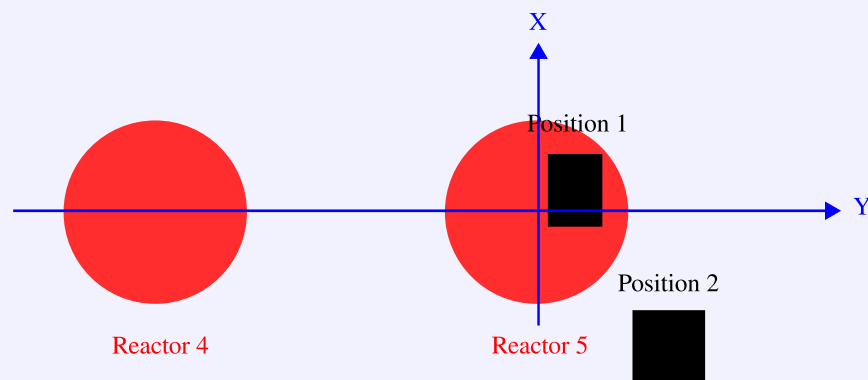
[KamLAND, PRL 90 (2003) 021802]



# Bugey

El experimento **Bugey** investigó la desaparición de  $\bar{\nu}_e$  en tres posiciones ( $L_j = 15, 40, 95$  m) y recolectó  $N_j = 25, 25, 10$  ( $j = 1, 2, 3$ ) datos.

[Bugey, NPB 434 (1995) 503]



# Bugey

Nuestra función  $\chi^2$  [Bugey, NPB 434 (1995) 503]

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=1}^{N_j} \frac{[(Aa_j + b(E_{ji} - E_0))R_{ji}^{\text{the}} - R_{ji}^{\text{exp}}]^2}{\sigma_{ji}^2} + \frac{(a_j - 1)^2}{\sigma_{a_j}^2} \right\} + \frac{(A - 1)^2}{\sigma_A^2} + \frac{b^2}{\sigma_b^2},$$

con la razón teórica calculada como

$$R_{ji}^{\text{the}} = \frac{\int dL L^{-2} \int_{E_{ji} - \Delta E_j / 2}^{E_{ji} + \Delta E_j / 2} dE \int_{-\infty}^{+\infty} dT_e F(E, T_e) P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}(L, E_\nu)}{\Delta E_j \int dL L^{-2}},$$

considerando la configuración geométrica del experimento, y con

$$\begin{aligned} P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}(L, E_\nu) &= P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}(L, E_\nu; \sin^2 2\theta, \Delta m^2) \\ &= P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(L, E_\nu; \sin^2 2\theta, \Delta m^2) \end{aligned}$$

# Bugey

Regiones permitidas a  $1\sigma$  con  $\Delta m^2$  cerca de  $0.9 \text{ eV}^2$ ,  $1.96 \text{ eV}^2$  y  $3.0 \text{ eV}^2$  y  $0.02 \lesssim \sin^2 2\theta \lesssim 0.08$

$$\chi_{\min}^2 = 47.37$$

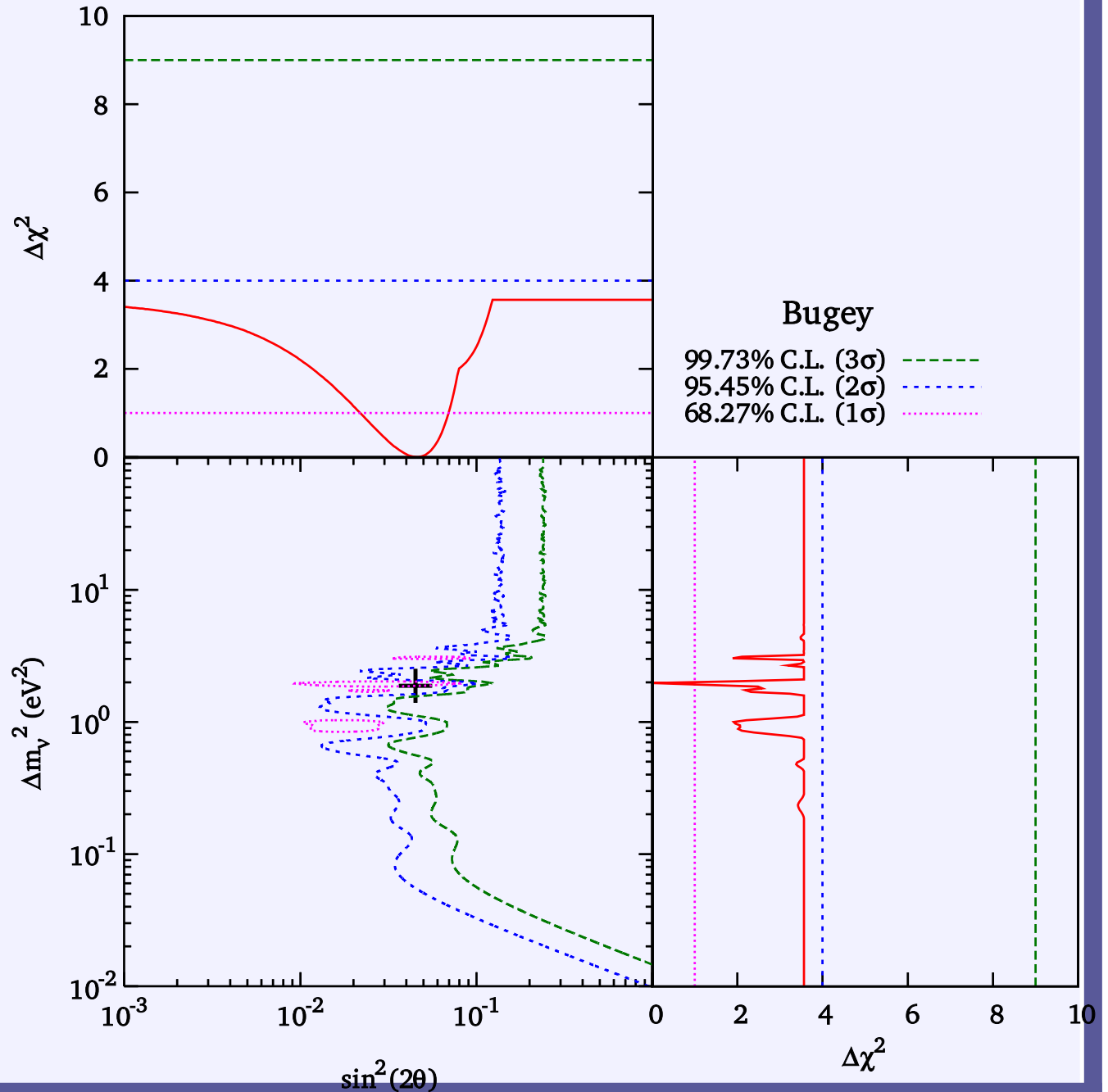
$$\text{NDF} = 53$$

$$\text{GoF} = 0.69$$

$$\sin^2 2\theta = 0.05$$

$$\Delta m^2 = 1.96 \text{ eV}^2$$

$$1.91 \text{ eV}^2 \leq \Delta m^2 \leq 1.99 \text{ eV}^2$$

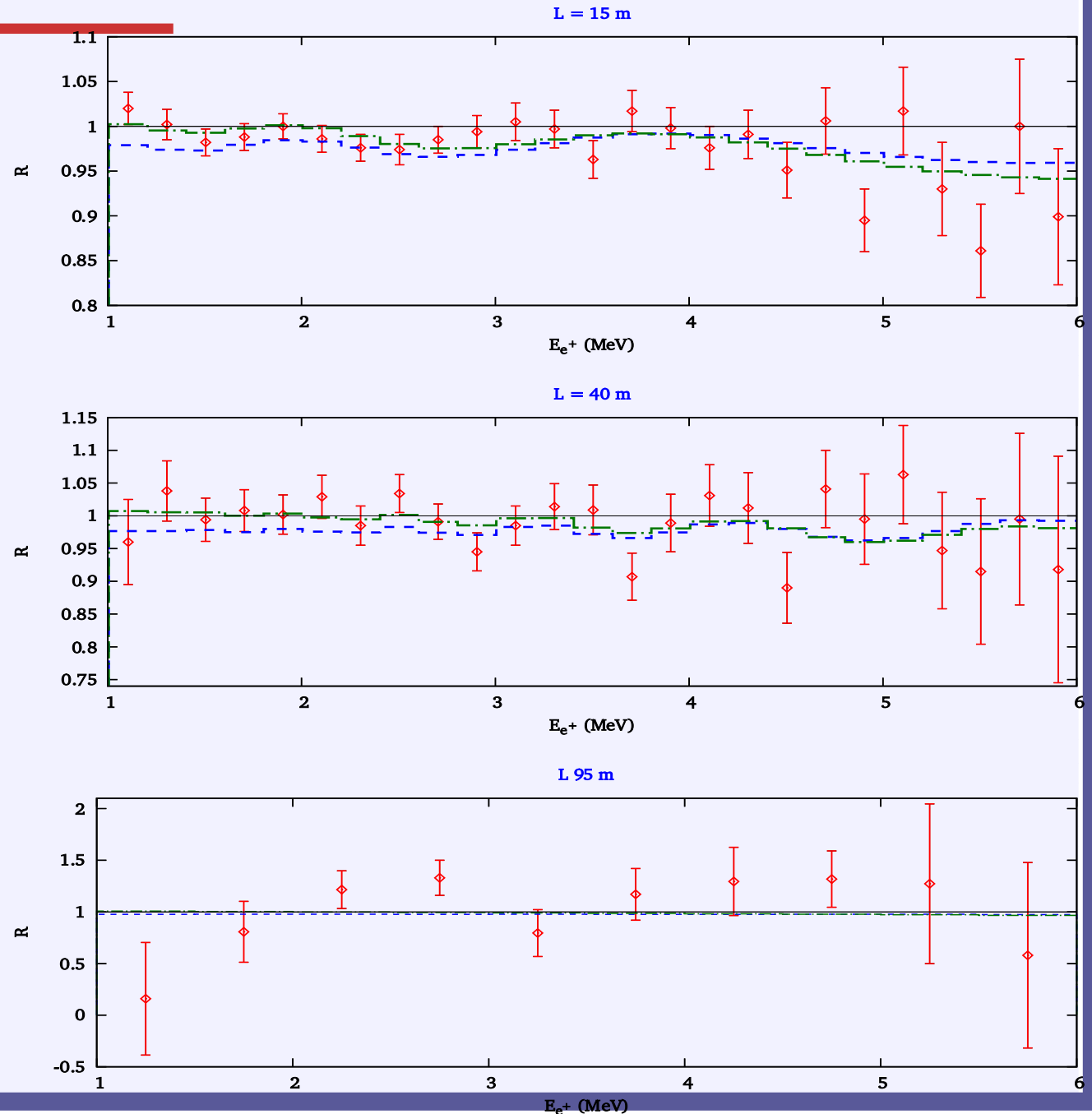


# Bugey spectra

Histograma comparativo entre el mejor ajuste y los datos experimentales de Bugey

$$\sin^2 2\theta_{bf} = 0.05$$

$$\Delta m_{bf}^2 = 1.96 \text{ eV}^2$$



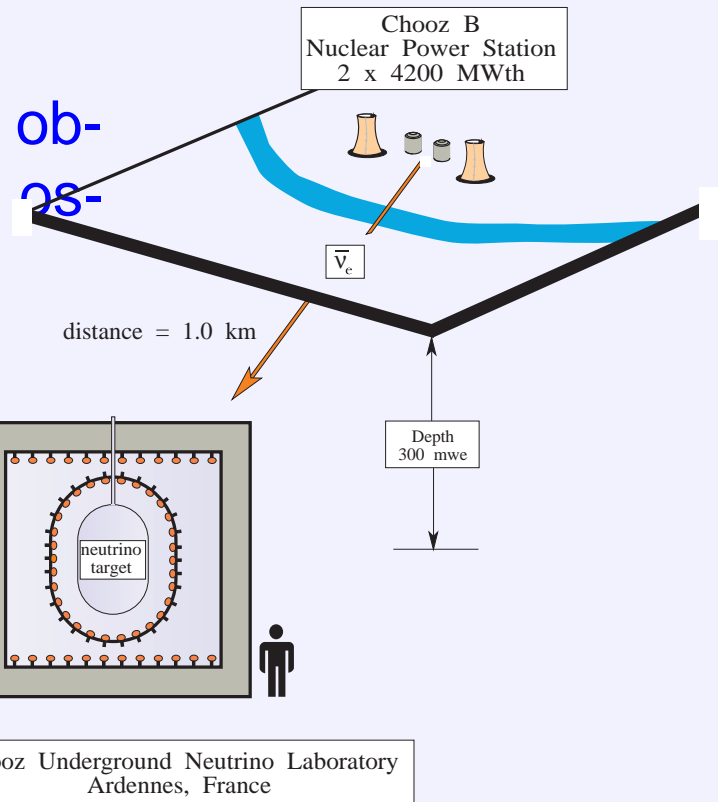
# Chooz

La razón entre el número de eventos observado y el esperado (sin considerar oscilación) es  $R_{\text{Chooz}} = 1.01 \pm 0.04$ .

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}(L, E) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)$$

cuyo promedio es

$$\langle P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} \rangle = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta,$$



Bugey	SBL [Chooz, EPJ C 27 (2003) 331]
Chooz	LBL

Se combina con los análisis anteriores, en la escala de  $\Delta m^2$  que nos interesa ( $\Delta m^2 \sim 1 \text{ eV}^2$ ).

## Combined fit

Débil indicio en favor de  
oscilación de neutrinos  
con

$$\chi_{\min}^2 = 54.30$$

$$\text{NDF} = 58$$

$$\text{GoF} = 0.614$$

$$\sin^2 2\theta = 0.05$$

$$\Delta m^2 = 1.96 \text{ eV}^2$$

---

$$\Delta\chi_{\min}^2 = 3.99$$

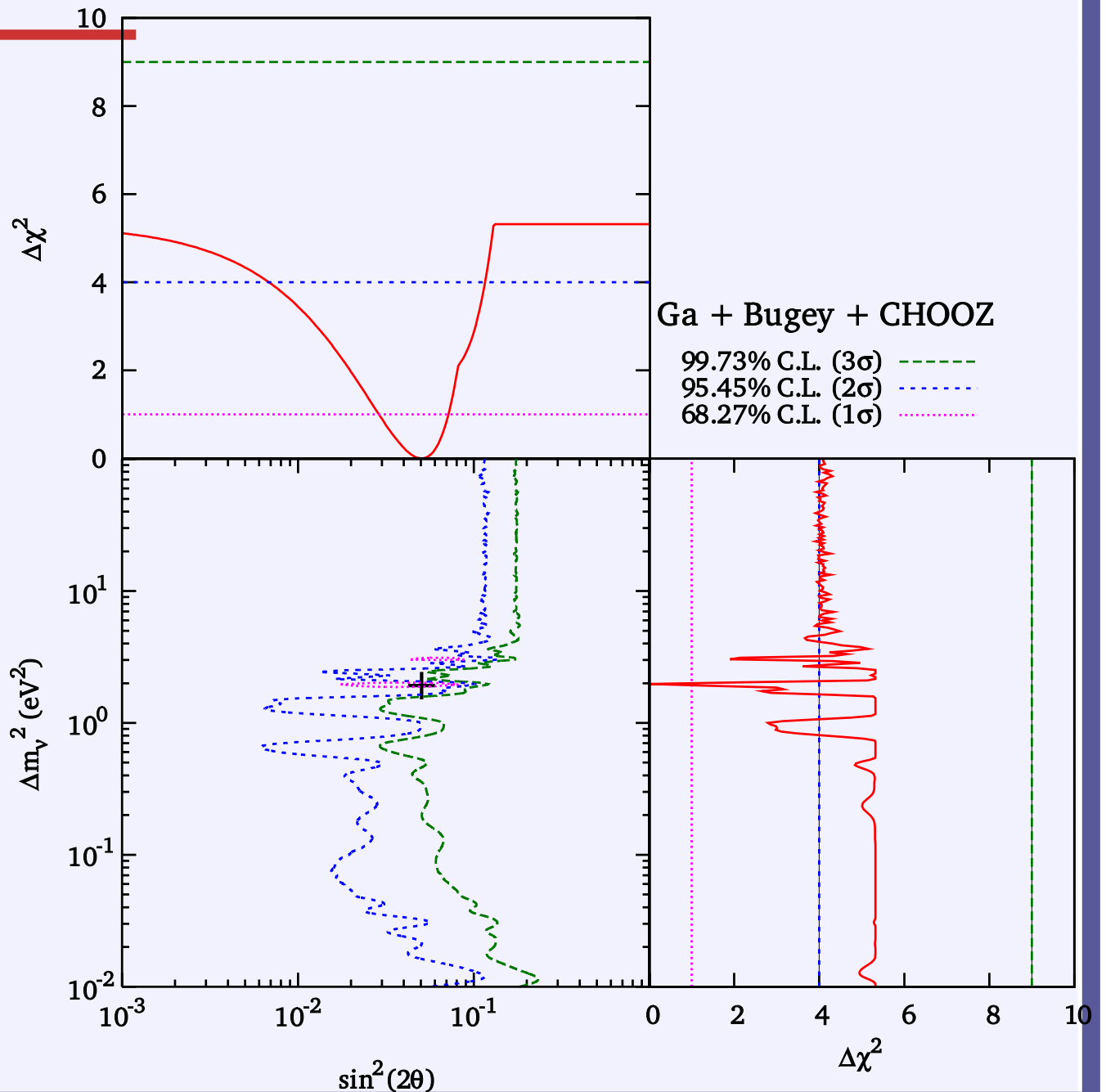
$$\text{NDF} = 3$$

$$\text{PGoF}^* = 0.263$$

---

$$1.92 \text{ eV}^2 \leq \Delta m^2 \leq 1.99 \text{ eV}^2$$

\*[M.Maltoni, T.Schwetz PRD 68  
(2003) 033020]



## Otros experimentos de Reactores

---

**I.L.L. :** Se obtienen regiones permitidas a  $1\sigma$  C.L., pero una compatibilidad muy baja con los datos de Bugey (PGoF = 0.004).

**S.R.S. :** El valor del parámetro  $GoF$  es muy pequeño, indicando que los datos son incompatibles con las hipótesis de oscilación ( $GoF = 2.1 \times 10^{-8}$ ) y no oscilación ( $GoF = 4.5 \times 10^{-9}$ ) de neutrinos.

**Gösgen :** Cotas superiores para los parámetros de mezcla:  
 $\sin^2 2\theta \geq 0.3$  and  $\Delta m^2 \geq 0.05 \text{ eV}^2$  at  $3\sigma$ .

Los datos de Gösgen son compatibles con los de Bugey y Chooz, así como con los de los experimentos con galio.



# Ajuste combinado

Bugey + Chooz + Gös-  
gen

$$\chi^2_{\min} = 86.07$$

$$\text{NDF} = 98$$

$$\text{GoF} = 0.800$$

$$\sin^2 2\theta = 0.04$$

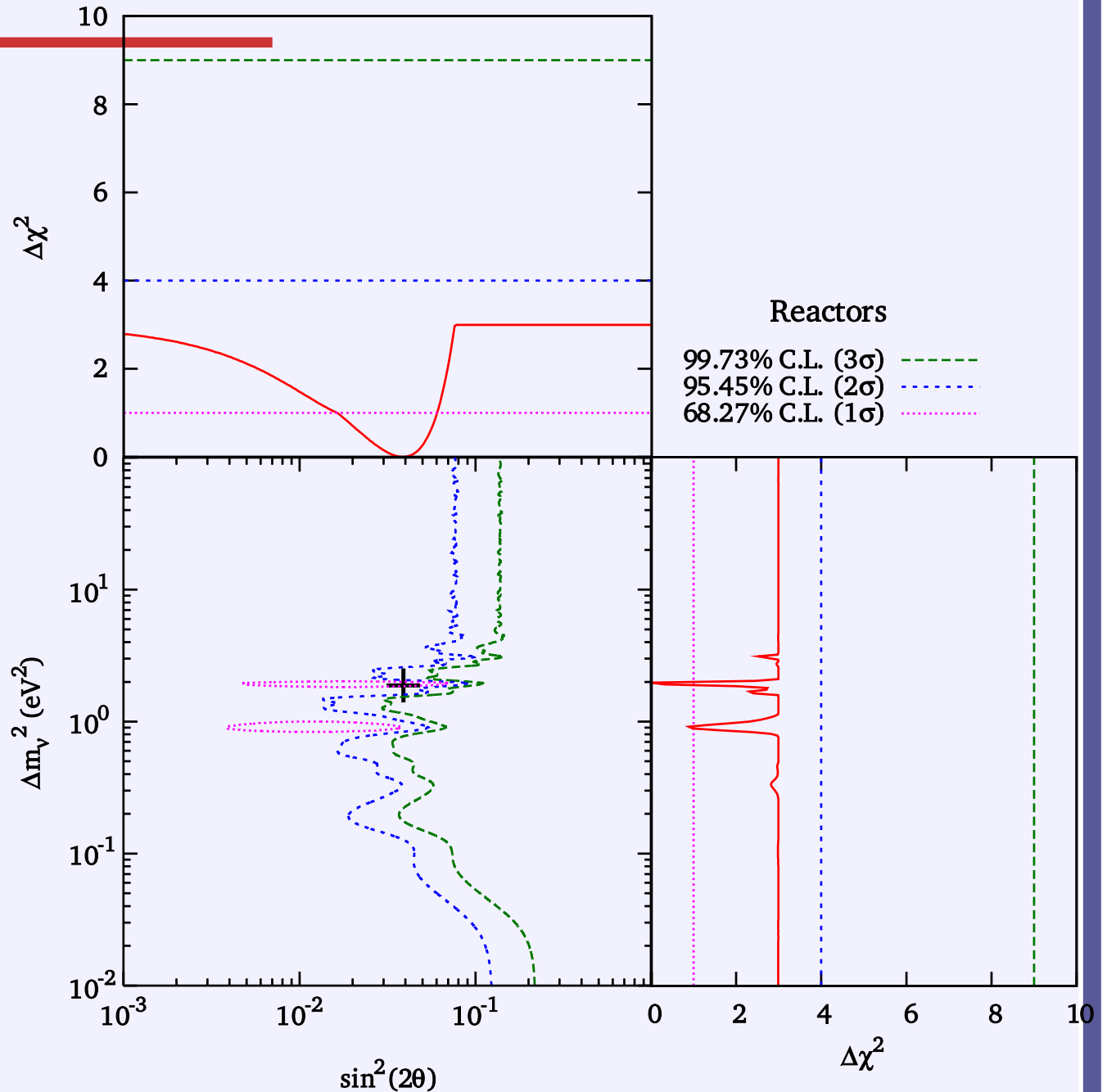
$$\Delta m^2 = 1.96 \text{ eV}^2$$

---

$$\Delta\chi^2_{\min} = 1.28$$

$$\text{NDF} = 3$$

$$\text{PGoF} = 0.733$$



# Ajuste combinado

Gallium + Bugey +  
Chooz + Gösgen

$$\chi^2_{\min} = 92.46$$

$$\text{NDF} = 102$$

$$\text{GoF} = 0.740$$

$$\sin^2 2\theta = 0.05$$

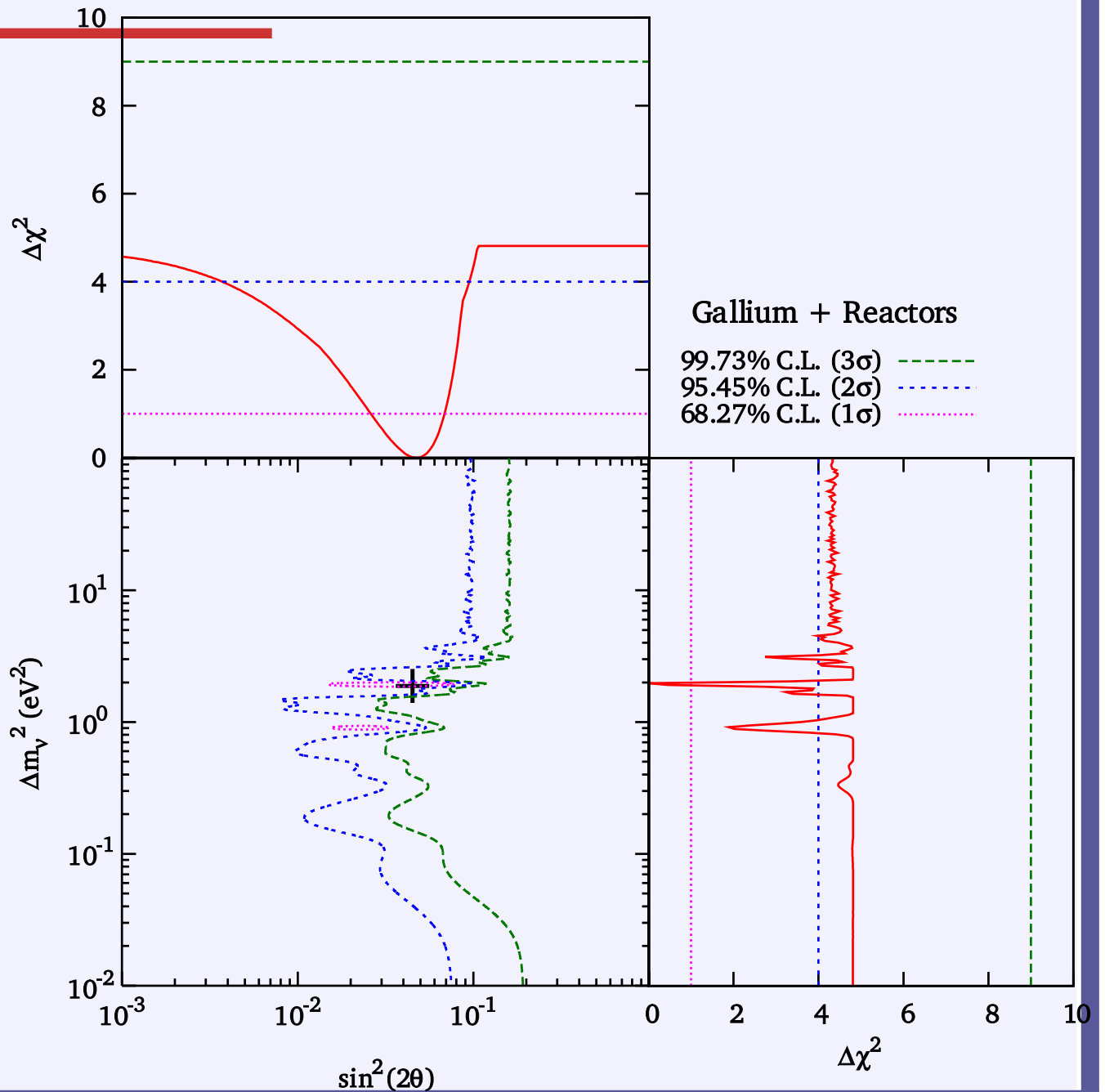
$$\Delta m^2 = 1.96 \text{ eV}^2$$

---

$$\Delta\chi^2_{\min} = 4.73$$

$$\text{NDF} = 5$$

$$\text{PGoF} = 0.450$$



## Conclusiones

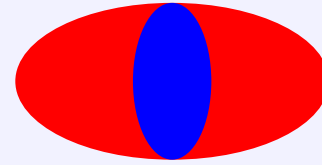
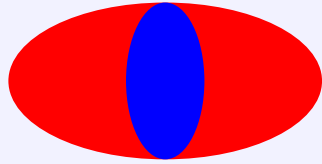
---

- ▶ *Experimentos con galio*: **indicio de desaparición de neutrinos debida a oscilación de los mismos** con  $\sin^2 2\theta \gtrsim 0.03$  y  $\Delta m^2 \gtrsim 0.1 \text{ eV}^2$  a  $\sim 70 - 90\%$  C.L.
- ▶ *Bugey*: **débil indicio en favor de oscilación de neutrinos** con  $0.02 \lesssim \sin^2 2\theta \lesssim 0.08$  y  $\Delta m^2 \simeq 1.95 \text{ eV}^2$ .
- ▶ *Galio + Bugey + Chooz*: **persiste el indicio, con una compatibilidad aceptable entre los conjuntos de datos.**
- ▶ *ILL*: pista en favor de oscilación de neutrinos, **pero muy baja compatibilidad con Bugey.**
- ▶ *SRS*: **sin explicación** para la **incompatibilidad** de los datos con las hipótesis de oscilación y no oscilación de neutrinos.

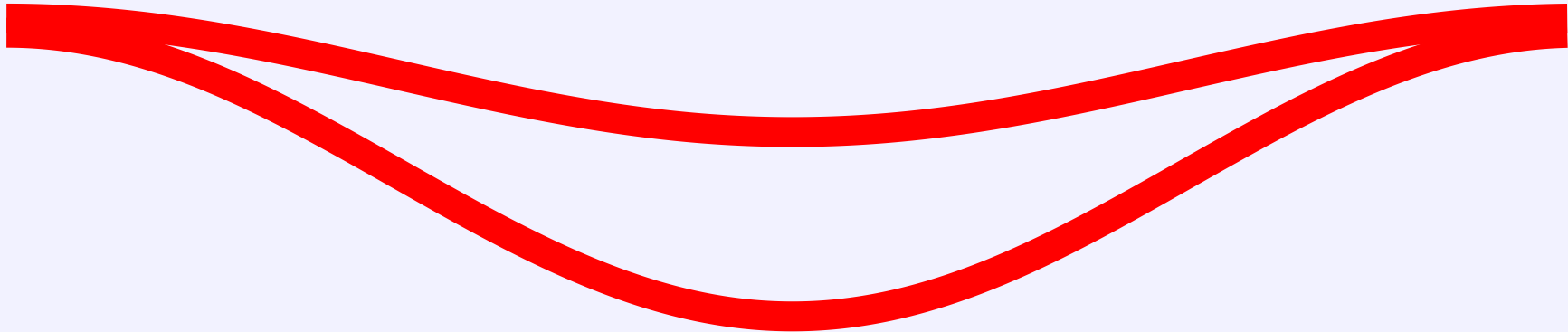
## Conclusiones

---

- ▶ *Gösgen*: región excluida para  $\sin^2 2\theta \geq 0.3$  y  $\Delta m^2 \geq 0.05 \text{ eV}^2$  a  $3\sigma$ .
- ▶ Combinación de *Gösgen con Galio y con Bugey*: **buena compatibilidad de los datos e indicio en favor de la oscilación de neutrinos.**
- ▶ La hipótesis de no oscilación **no se puede descartar.**
- ▶ Globalmente, **se encontró una pista en favor de oscilación de neutrinos con**  $0.03 \lesssim \sin^2 2\theta \lesssim 0.07$  y  $\Delta m^2 \approx 1.9 \text{ eV}^2 \gg \Delta m_{\text{sol}}^2, \Delta m_{\text{atm}}^2$ .
- ▶ Posible existencia de un **neutrino estéril** con  $m_s = \mathcal{O}(1 \text{ eV})$ .



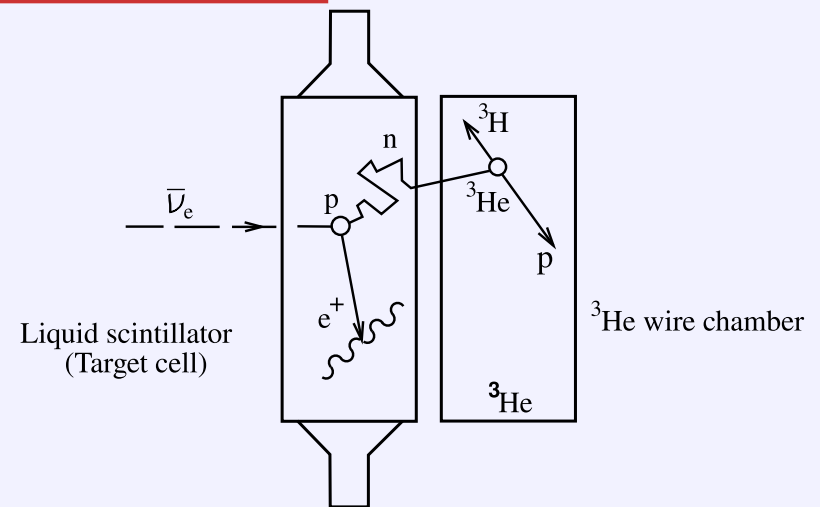
**Gracias**



**EMPTY SLIDE**

## Other Reactor experiments: I.L.L.

Electron antineutrinos detected through the inverse  $\beta$ -decay, by measuring the positron energy spectrum.



Analyzed data: ratio of experimental energy spectrum to the theoretical spectrum in the absence of oscillations with

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{16} \frac{(\alpha R_j^{\text{the}} - R_j^{\text{exp}})^2}{\sigma_j^2} + \frac{(\alpha - 1)^2}{\sigma_\alpha}$$

For the range  $(0.01 \leq \Delta m^2 \leq 5) \text{ eV}^2$ .

# I.L.L.

Back

$$\chi_{\min}^2 = 7.81$$

$$\text{NDF} = 13$$

$$\text{GoF} = 0.856$$

$$\sin^2 2\theta = 0.214$$

$$\Delta m^2 = 3.820 \text{ eV}^2$$

## Bugey + ILL

$$\chi_{\min}^2 = 64.41$$

$$\text{NDF} = 68$$

$$\text{GoF} = 0.601$$

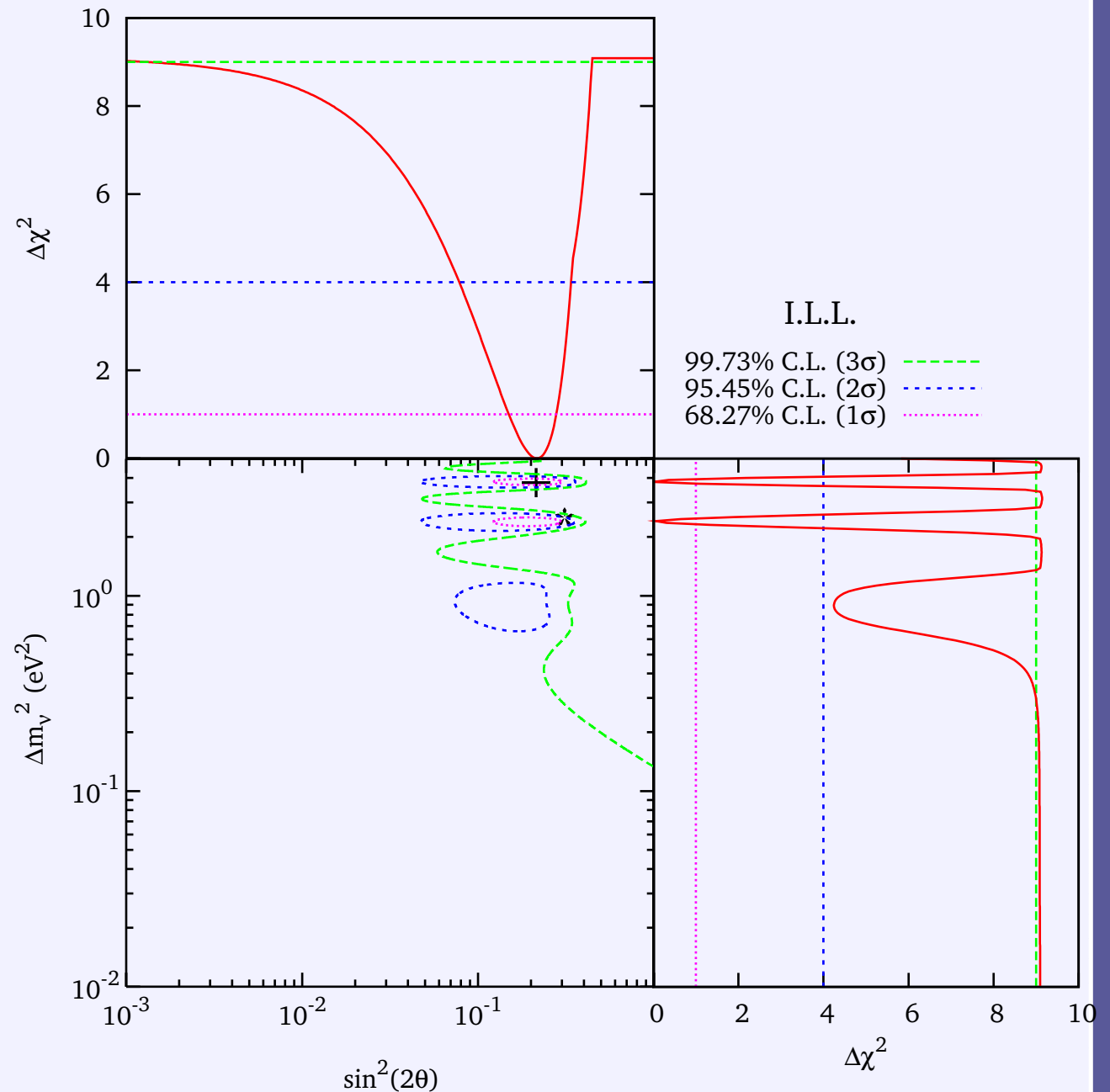
$$\sin^2 2\theta = 0.044$$

$$\Delta m^2 = 1.965 \text{ eV}^2$$

$$\Delta\chi_{\min}^2 = 11.04$$

$$\text{NDF} = 2$$

$$\text{PGoF} = 0.004$$



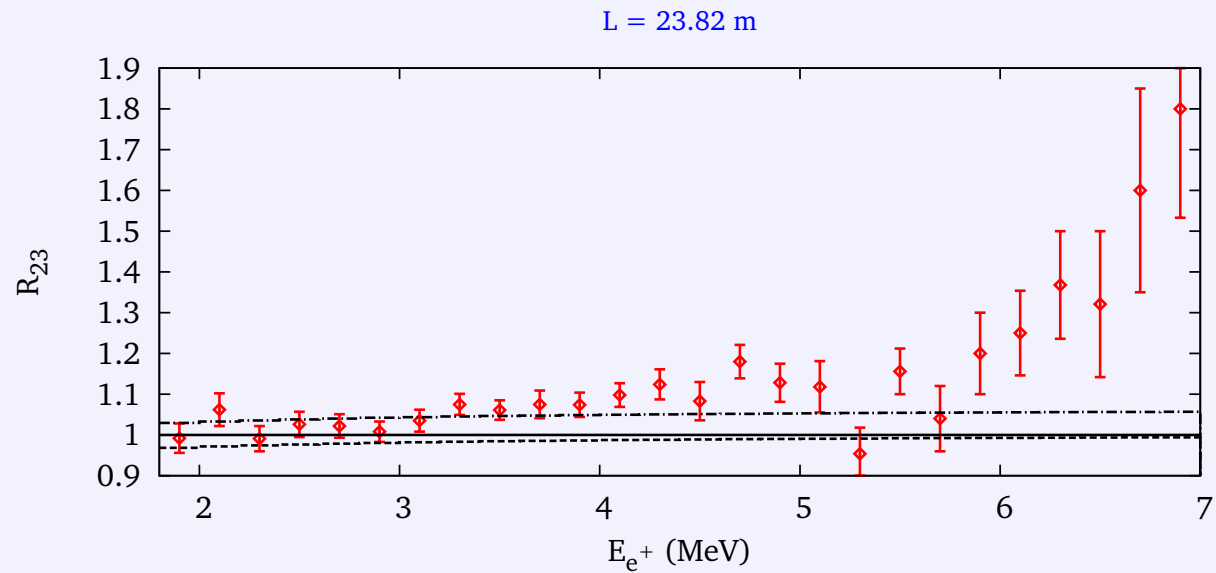
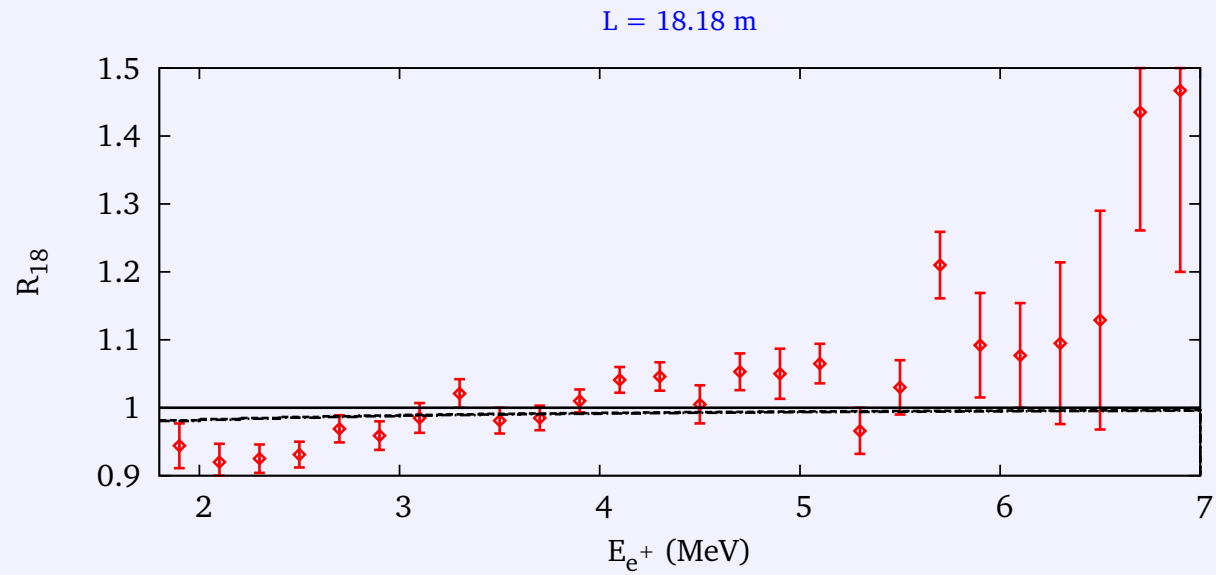


## S.R.S.

Neutrino oscillations were measured at two distances:  
 $L_1 = 18.18$  m and  $L_2 = 23.82$  m

$$\chi^2 = \sum_{j=2}^2 \left[ \sum_{i=1}^{26} \left( \frac{a_j R_{ji}^{\text{the}} - R_{ji}^{\text{exp}}}{\sigma_{ji}} \right)^2 + \left( \frac{a_j - 1}{\sigma_{\text{sys}}} \right)^2 \right],$$

<b>No Osc.</b>	$\chi_{\min}^2$	130.24
	NDF	50
	GoF	$4.5 \times 10^{-9}$
<b>Osc.</b>	$\chi_{\min}^2$	122.27
	NDF	48
	GoF	$2.1 \times 10^{-8}$
	$\sin^2 2\theta_{\text{bf}}$	1.0
	$\Delta m_{\text{bf}}^2$ (eV <sup>2</sup> )	0.023



## Gösgen

Energy spectra of the electron antineutrinos measured at distances of  $L_1 = 37.9$  m,  $L_2 = 45.9$  m and  $L_3 = 64.7$  m.

For our analysis,

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^{16} \left[ \left( \frac{Y_{ji}^{\text{exp}} - N a_j Y_{ji}^0 R_{ji}^{\text{the}}}{\sigma_{ji}} \right)^2 + \left( \frac{a_j - 1}{\sigma_{a_j}} \right)^2 \right] + \left( \frac{N - 1}{\sigma_N} \right)^2 ,$$

$Y_{ji}^{\text{exp}}$  and  $Y_{ji}^0$  the experimental positron spectra and the predicted one for no oscillations, respectively.

# Gösgen

The result shows only upper limits on the  $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$  plane excluding  $\sin^2 2\theta \gtrsim 0.3$  for  $\Delta m^2 \gtrsim 0.05 \text{ eV}^2$  at  $3\sigma$ .

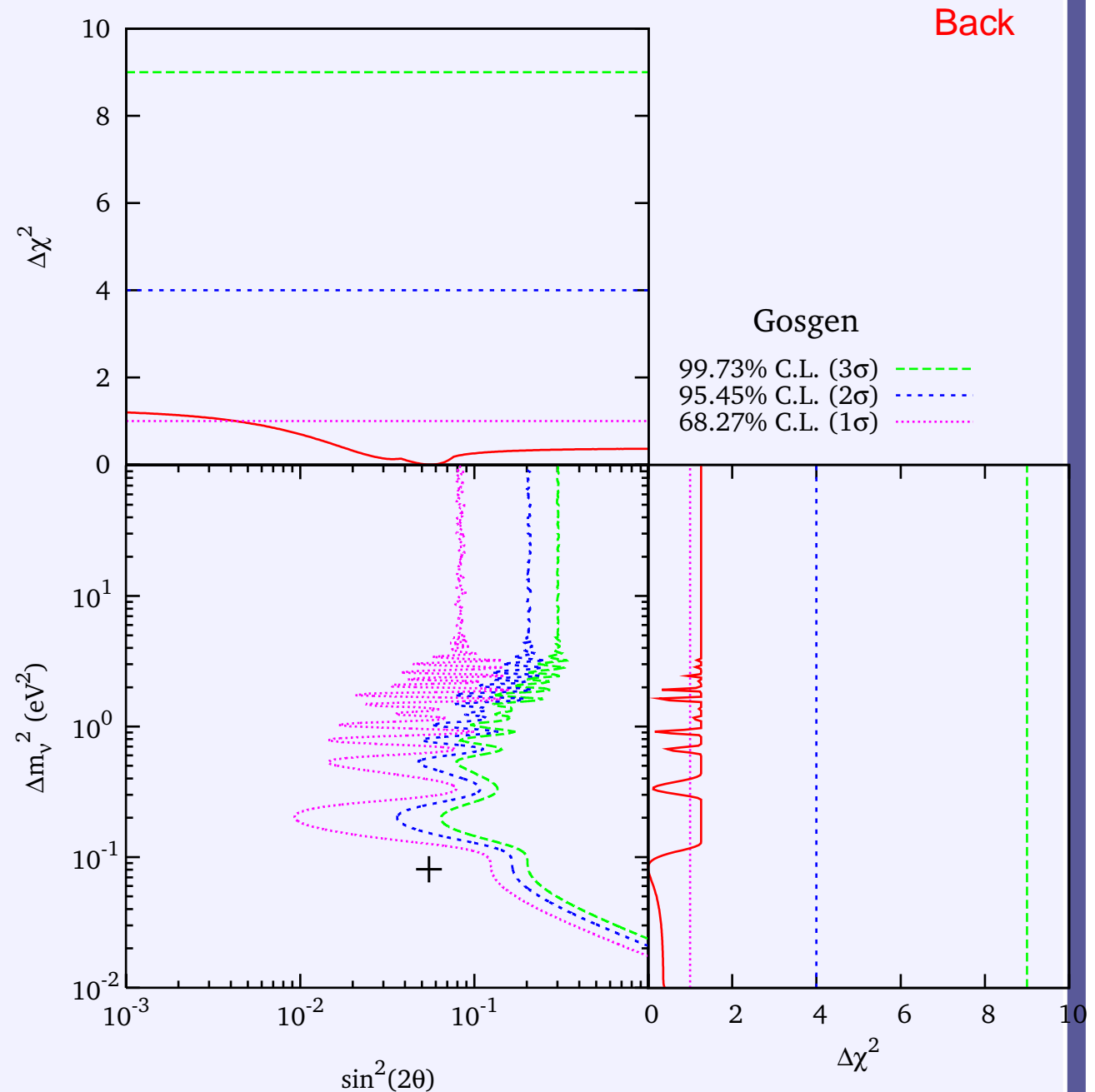
$$\chi_{\min}^2 = 36.70$$

$$\text{NDF} = 42$$

$$\text{GoF} = 0.70$$

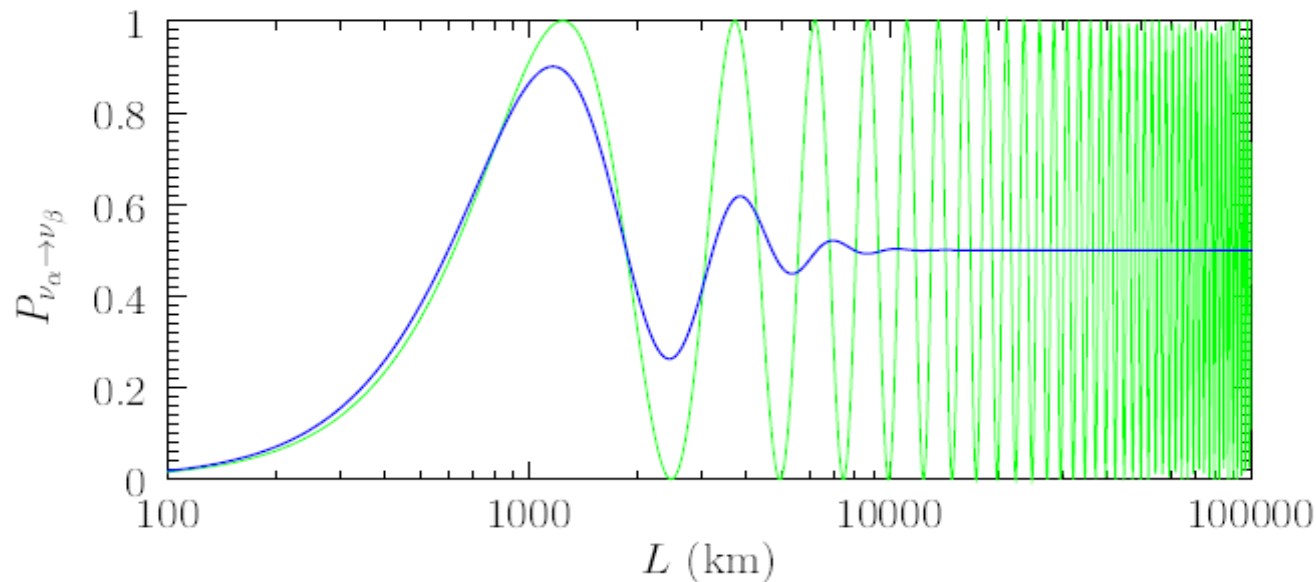
$$\sin^2 2\theta = 0.055$$

$$\Delta m^2 = 0.083 \text{ eV}^2$$



# Average over Energy Resolution of the Detector

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sin^2 2\vartheta \sin^2 \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) = \frac{1}{2} \sin^2 2\vartheta \left[ 1 - \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{2E} \right) \right]$$



$$\Delta m^2 = 10^{-3} \text{ eV} \quad \sin^2 2\vartheta = 1 \quad \langle E \rangle = 1 \text{ GeV} \quad \Delta E = 0.2 \text{ GeV}$$

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) \rangle = \frac{1}{2} \sin^2 2\vartheta \left[ 1 - \int \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{2E} \right) \phi(E) dE \right] \quad (\alpha \neq \beta)$$