Esercizio 1

a) Il campo elettrico generato da un condensatore piano è uniforme e perpendicolare alle armature stesse. Per cui nel caso in esame il campo elettrico è diretto lungo l'asse y.

Il moto dell'elettrone all'interno delle armature del condensatore è: rettilineo uniforme lungo l'asse x e accelerato uniforme lungo l'asse y.

La forza cui è soggetto l'elettrone lungo l'asse y è data da:

$$F = e\frac{E}{\epsilon_0} = e\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

dove e è la carica dell'elettrone; ϵ_0 è la costante dielettrica assoluta del vuoto; σ è la densità superficiale di carica delle armature del condensatore. L'accelerazione cui è soggetto l'elettrone è data da:

$$a = \frac{e\sigma}{m_e\epsilon_0}$$

con m_e massa dell'elettrone.

Il tempo t che impiega l'elettrone ad attraversare le armature del condensatore è dato da:

$$t = \frac{l}{v}$$

nel tempo t lo spazio percorso lungo l'asse y è dato da:

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{e\sigma}{m_e\epsilon_0}\frac{l^2}{v^2}$$

La densità di carica massima σ_{max}, per cui l'elettrone non urta le armature, si ottiene quando $y = h/2$, per cui:

$$\sigma_{max} = \frac{m_e\epsilon_0 h v^2}{el^2}$$

.

b) Per σ=σ_{max} l'elettrone esce dalle armature nel punto y=h/2 dopo di che si muove di moto rettilineo uniforme fino a raggiungere lo schermo. Il punto in cui esso raggiunge lo schermo è quindi dato da:

$$y = \frac{h}{2} + v_h t_1$$

dove v_h è la velocità con cui l'elettrone esce dalle armature del condensatore e t_1 è il tempo che lo stesso impiega a raggiungere lo schermo.

$$v_h = at = \frac{e\sigma_{max}}{m_e\epsilon_0}\frac{l}{v}$$

$$t_1 = \frac{d}{v}$$

Quindi la coordinata y del punto di impatto risulta essere uguale a:

$$y = \frac{h}{2} + \frac{e\sigma_{max} l d}{m_e \epsilon_0 v^2}$$

c) Il tempo di arrivo dell'elettrone sullo schermo non dipende dal valore di densità superficiale di carica elettrica delle armature. Infatti da σ dipende l'intensità del campo elettrico che, essendo diretto lungo l'asse y, influenza solo il moto lungo questo asse e non ha influenza il moto lungo l'asse x.

Esercizio 2

a) La spira carica in rotazione da origine ad una corrente elettrica data dalla carica dq (contenuta nell'elemento di spira dl) che attraversa una sezione della spira nell'unità di tempo. Per cui

$$di = \frac{dq}{T} = \frac{\omega_0 \lambda ds}{2\pi}$$

ed integrando su tutta la spira circolare otteniamo

$$i = \oint di = \lambda \omega_0 a$$

.

Quindi sui punti dell'asse della spira questa corrente genera un campo magnetico pari a:

$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \lambda \omega_0 a^3}{2(d^2 + a^2)^{3/2}}$$

Essendo $b \ll a$ possiamo considerare costante B entro la spira di raggio b e quindi il flusso di B attraverso questa è dato da:

$$\Phi(B) = B\Sigma = \frac{\mu_0 \lambda \omega_0 a^3}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \pi b^2 = 1.77 \times 10^{-18} Weber$$

b) Mentre la spira viene rallentata la corrente i diminuisce (a causa della minore velocità di rotazione della spira), quindi diminuisce il campo magnetico da essa generato e di conseguenza diminuisce il suo flusso attraverso la spira di raggio b. Per cui la forza elettromotrice indotta è data da

$$f_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 \lambda a^3 \pi b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \frac{d\omega}{dt}$$

con

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\omega_0}{t_1} = -1.5 \times 10^9 rads^{-2}$$

Da cui otteniamo:

$$f_{in} = 8.87 \times 10^{-12} V$$