Esercizio 1

a) Nel momento in cui il condensatore è collegato al generatore posso considerare il sistema composto da due condensatori piani in parallelo: uno con il liquido e l'altro con il vuoto tra le armature. Le loro capacità valgono:

$$C_1 = \epsilon \frac{Lx_0}{d} \qquad\qquad C_2 = \epsilon_0 \frac{L(L - x_0)}{d}$$

La capacità complessiva è $C = C_1 + C_2$ e quindi la carica libera sulle armature del condensatore vale:

$$Q = CV = 3.36 \times 10^{-9}C$$

b) Poichè il processo avviene a differenza di potenziale costante l'espressione della forza elettrostatica è:

$$F = \frac{\partial U}{\partial x}$$

dove l'energia U varia all'innalzarsi del liquido perchè cambia il valore della capacità del condensatore (nelle espressioni precedenti devo sostituire x_0 con x). Quindi:

$$F = \frac{\epsilon_0 L V^2}{2d}(\epsilon_r - 1)$$

La nuova condizione di equilibrio viene raggiunta quando questa forza (che tende a far salire il liquido) è uguale all'attrazione gravitazionale:

$$\frac{\epsilon_0 L V^2}{2d}(\epsilon_r - 1) = \rho g L d(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \frac{\epsilon_0 V^2}{2\rho g d^2}(\epsilon_r - 1) = 5.4 \times 10^{-7}m$$

Esercizio 2

a) Mentre la barra scivola verso il basso aumenta la superficie della spira attraversata dal campo magnetico, quindi varia il suo flusso attraverso questa. Si genera una forza elettromotrice indotta che origina una corrente attraverso la spira stessa.

Il flusso del campo magnetico attraverso la spira vale:

$$\Phi(B) = B\Sigma cos(\pi - \theta) = -Blxcos\theta$$

L'espressione della corrente è quindi data da:

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{Blv}{R}cos\theta$$

b) La corrente circola in verso antiorario, infatti deve dare origine ad un campo magnetico diretto verso il basso che si opponga all'aumento del flusso attraverso la spira.

c) Al passaggio della corrente calcolata al punto *a)* nella barra metallica si genera una forza dovuta alla presenza di una corrente in un campo magnetico: $\mathbf{F} = \mathrm{i}\, \mathbf{l} \times \mathbf{B}$. Poichè la corrente circola in verso antiorario la forza $\mathbf{F}$ è diretta lungo l'asse x in verso negativo.

Per studiare il moto lungo il piano inclinato dobbiamo considerare la componente della forza descritta in precedenza parallela al piano inclinato ,F_B che agisce verso l'alto, a cui bisogna sommare la componente della forza gravitazionale, F_g che è diretta verso il basso.

$$F_B = F cos\theta = ilB cos\theta = \frac{B^2 l^2 v}{R} cos\theta$$

$$F_g = mg sen\theta$$

La condizione limite si raggiunge quando le due forze si equilibrano, per cui la loro risultante è nulla e la barra scende con velocità costante.

$$\frac{B^2 l^2 v}{R} cos\theta = mg sen\theta$$

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \frac{sen\theta}{cos^2\theta}$$