Esercizio 1

Sulla lastra di dielettrico agiscono due forze: quella gravitazionale e quella elettrostatica. Quest'ultima si può calcolare sulla base della variazione dell'energia elettrostatica.

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

L'energia eletrostatica è data da:

$$U(x) = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C(x)}$$

La capacità del condensatore la posso calcolare considerando il parallelo tra la parte di armature al cui interno c'è il vuoto e quella al cui interno si trova il dielettrico.

$$C(x) = C_d(x) + C_v(x) = \frac{\epsilon l x}{d} + \frac{\epsilon_0(l-x)l}{d} = \frac{\epsilon_0 l^2}{d} + \frac{(\epsilon-\epsilon_0)lx}{d}$$

Quindi la forza elettrostatica F è data da:

$$F = -\frac{dU}{dx} = \frac{(\epsilon-\epsilon_0)ldQ^2}{2[\epsilon_0 l^2 + (\epsilon-\epsilon_0)lx]^2}$$

La condizione di equilibrio viene raggiunta quando questa forza è uguale a quella gravitazionale:

$$\frac{(\epsilon-\epsilon_0)ldQ^2}{2[\epsilon_0 l^2 + (\epsilon-\epsilon_0)lx]^2} = mg$$

cioè:

$$x = \sqrt{\frac{Q^2 d}{2lmg(\epsilon-\epsilon_0)}} - \frac{\epsilon_0 l}{\epsilon-\epsilon_0} = 9.2 \times 10^{-3} m$$

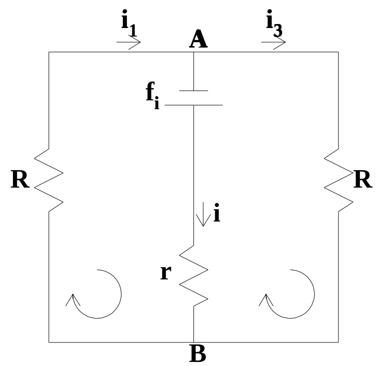
Esercizio 2

Le cariche presenti sulla sbarra in movimento sono soggette alla forza di Lorentz **F** = q **v** x **B**, cui corrisponde un campo elettrico efficace diretto verso il basso dato da: **E** = **F** / q = **v** x **B**. A questo corrisponde una forza elettromotrice

$$f_i = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = vBl$$

che possiamo considerare come un generatore di tensione applicato nel tratto A B.

Applichiamo le leggi di Kirchoff alle due maglie che formano il circuito più quella relativa al nodo A.



$$f_i = ir + i_1 R$$
$$-f_i = -ir + i_3 R$$
$$i_1 - i - i_3 = 0$$

da queste otteniamo:

$$i_1 = -i_3$$
$$i_1 = \frac{i}{2}$$
$$i = \frac{2f_i}{(R+2r)}$$

b) La potenza necessaria a mantenere costante la velocità della sbarra è uguale a quella dissipata nel circuito.

$$P = R_{tot} i^2 = (r + \frac{R}{2})\frac{4f_i^2}{(2r+R)^2} = \frac{2f_i^2}{(2r+R)^2}$$

c) La caduta di tensione che si misura tra i punti A e B è data da

$$V_B - V_A = f_i - ir = \frac{RvBl}{R+2r}$$