Esercizio 1

a) Dopo che colleghiamo la sfera A a terra la carica che si trova su di essa fluisce verso massa fintantoche il potenziale della sfera raggiunge il valore di zero. Mentre la carica sulla sfera B rimane invariata. Per cui la condizione da porre è che il potenziale sulla superficie della sfera A, dopo che la stessa è stata collegata a terra, sia nullo. Essendo d $\gg$ r e se chiamiamo q_1 è la carica residua presente sulla sfera A abbiamo:

$$V_A = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} = 0$$

Da cui ricaviamo che:

$$q_1 = -q\frac{r}{d} = -0.5 \times 10^{-12} C$$

b) Essendo d $\gg$ r le due sfere possono essere assimilate a due cariche puntiformi poste a distanza d. Il modulo della forza che agisce su di esse è:

$$F = \frac{q_1 q}{4\pi\epsilon_0 d^2} = 1.1 \times 10^{-12} N$$

c) Quando le due sfere vengono ricollegate la carica totale si ridistribuisce in modo che le due sfere siano allo stesso potenziale. Chiamiamo q' e q_1' le cariche presenti sulle sfere A e B dopo il collegamento ed otteniamo:

$$Q_{tot} = q + q_1 = q' + q_1'$$

$$\frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q_1'}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Da cui ricaviamo che (essendo q$\gg$q'):

$$q' = q_1'$$

$$q = 2q' \qquad \Rightarrow q' \sim \frac{q}{2}$$

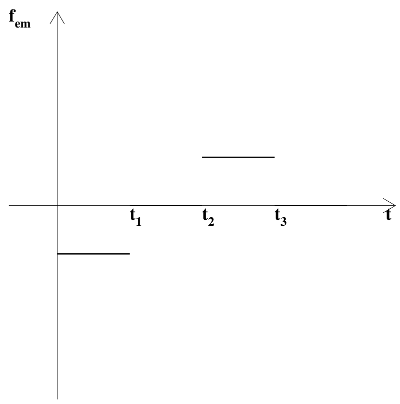
Il potenziale sulla sfera A è dato dalla somma dei contributi delle due sfere

$$V(r) = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 d} = 4.54 \times 10^3 V$$

Esercizio 2

a) La forza elettromotrice indotta è generata dalla variazione nel tempo del flusso del campo magnetico attraverso la spira, se chiamiamo x la coordinata del lato 1 della spira (vedi figura), abbiamo:

$$f_{em} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial BLx}{\partial t} = -BLv$$



L'andamento nel tempo della f_{em} è quindi quello riprodotto in figura. Dove $t_1 = L/v$ è l'istante in cui la spira inizia ad entrare nel campo magnetico; $t_2 = 2L/v$ quello in cui è completamente all'interno del campo magnetico e $t_3 = 3L/v$ quello in cui inizia ad uscirne.

b) La corrente indotta all'istante $t = L/2v$ è:

$$i = \frac{f_{em}}{R} = -\frac{BLv}{R}$$

c) All'istante $t = L/2v$ il lato 1 della spira (vedi figura) è completamente all'interno del campo magnetico, i lati 2 e 4 sono dentro fino a metà ed il lato 3 è in una regione in cui non è presente il campo magnetico. Nella spira circola, in verso antiorario, la corrente calcolata al punto *b)*. Sui lati della spira agisce la forza: $\mathbf{F} = \mathrm{i}\,\mathbf{l} \times \mathbf{B}$.

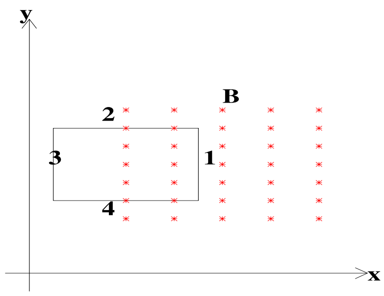
Sui quattro segmenti il valore di F è dato da:

$$F_1 = iLB = \frac{B^2L^2v}{R}$$

diretta parallelamente all'asse x in verso negativo;

$$|F_2| = |F_4| = \frac{B^2L^2v}{2R}$$

dirette lungo l'asse y con verso positivo per il lato 4 e negativo per il lato 2.



$$F_3 = 0$$

d) Il lavoro fatto è quello necessario a compensare l'energia dispersa per effetto Joule dalla corrente indotta. Il tempo impiegato dalla spira ad attraversare il campo magnetico è $\tau = 2L/v$. La potenza dissipata dalla corrente è

$$P = i f_{em} = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

e quindi il lavoro fatto è dato da:

$$L = P\tau = \frac{2B^2 L^3 v}{R}$$