Esercizio 1 Per calcolare la velocità minima, che deve avere il protone, per poter arrivare nel centro del quadrato sfruttiamo la conservazione dell'energia.

$$U_e(O) + K(O) = U_e(P) + K(P)$$

poichè si richiede la velocità minima basta che il protone arrivi in O con v=0. L'energia elettrostatica del sistema nei punti O e P è calcolabile per mezzo del principio di sovrapposizione sommando i singoli contributi dei quattro protoni, che valgono:

$$U_e(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Il valore di r è, per tutti e quattro i protoni: $r = \sqrt{2}l/2$ nel punto O e $\sqrt{3/2}l$ nel punto P. Quindi riscriviamo la conservazione dell'energia come:

$$4\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \frac{l}{\sqrt{2}}} = 4\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \frac{3}{2}l} + \frac{1}{2}mv^2$$

Da cui si ricava che:

$$v^2 = \frac{2\sqrt{2}e^2}{\pi\epsilon_0 m_p l}\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$$

$$v = 1.8 \times 10^4 ms^{-1}$$

b) Per calcolare l'accelerazione cui è soggetto il protone in P ed in O dobbiamo ricavare il campo generato dai quattro protoni posti ai vertici del quadrato. Utilizziamo di nuovo il principio di sovrapposizione e sommiamo i campi generati singolarmente da ciascun protone. Iniziamo dal punto P. Se il quadrato è contenuto nel piano YZ quando sommiamo i campi generaqti dai 4 protoni nel punto P abbiamo che le componenti lungo gli assi Y e Z si elidono a due a due e che quindi il campo risultante in P è diretto lungo l'asse X. Quindi dobbiamo sommare le componenti X dei campi generati singolarmente da ciascun protone.

$$E(P) = 4E(P)\cos\theta = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}\frac{e^2}{\pi\epsilon_0 l^2 m_p} = 7.5 \times 10^{16} ms^{-2}$$

c) Se l'energia è maggiore di quella calcolata al punto *a)* il protone raggiunge il centro del quadrato, lo oltrepassa e viene spinto dal campo generato dai quattro protoni verso i valori negativi delle x. Se invece l'energia è minore di quella calcolata in *a)* il protone non raggiunge il centro del quadrato e, nel momento in cui la sua velocità diventa nulla, inverte la direzione del moto e viene respinto verso le x positive dalle forze del campo elettrico generato dai quattro protoni.

Esercizio 2 La spira è immersa nel campo magnetico generato dal filo percorso dalla corrente I_1

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

La forza che agisce su ciascun lato della spira è data da: $\mathbf{F} = i\mathbf{l} \times \mathbf{B}$. Sui lati perpendicolari al filo percorso dalla corrente I_1 agiscono forze uguali e contrarie; quindi la forza risultante agente sulla spira è data dalla somma delle forze agenti sui lati paralleli al filo percorso dalla corrente I_1. Sul lato più vicino al filo agisce una forza:

$$\mathbf{F_1} = \frac{\mu_0 b I_1 I_2}{2\pi d}\mathbf{u_x}$$

su quello più lontano:

$$\mathbf{F_2} = \frac{\mu_0 b I_1 I_2}{2\pi(d+a)}(-\mathbf{u_x})$$

La risultante vale quindi:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} = \frac{\mu_0 b I_1 I_2 a}{2\pi d(d+a)} = 3.2 \times 10^{-5} N\mathbf{u_x}$$

Il momento della forza agente sulla spira è dato da: $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$. Per cui essendo nel nostro caso $\mathbf{r}$ ed $\mathbf{F}$ paralleli (sono entrambi diretti lungo $\mathbf{u_x}$) abbiamo che $\mathbf{M} = 0$ sia rispetto ad un asse coincidente con il filo percorso da corrente sia rispetto all'asse rappesentato dalla linea tratteggiata (vedi figura nel testo del problema).