SIS 2002
Dalla Relatività di Einstein alla fisica delle interazioni (oggi)

———

Vittorio de Alfaro
Dip. di Fisica Teorica, Università di Torino

Gennaio 2002

Chapter 1

La Relatività speciale.

1.1 Il lavoro di Einstein del 1905.

Nel corso del 1905 Albert Einstein pubblicò 4 lavori: i tre principali riguardavano l'effetto fotoelettrico (ricevuto il 18 marzo), il moto browniano (ricevuto l'11 maggio) e l'elettrodinamica dei corpi in movimento (ricevuto il 30 giugno). Il quarto è un lavoro brevissimo strettamente collegato al precedente. Il premio Nobel gli fu assegnato nel 1923 per la teoria dell'effetto fotoelettrico.

Benché Einstein fosse giovane (e lavorasse in un Ufficio Brevetti) e questo fosse il suo primo lavoro sull'argomento, la sua presentazione dell'elettrodinamica appare completa. Einstein tornerà sul soggetto quasi immediatamente, ma questo lavoro contiene già tutti i termini della questione.

Einstein comincia dicendo che nell'interazione tra un magnete ed un conduttore il fenomeno osservabile dipende solo dal moto relativo tra i due e non dal moto assoluto di ciascuno; invece, secondo la teoria classica, in un caso (se si muove il magnete mentre si tiene fermo il conduttore) si produce nel suo intorno un campo elettrico con energia determinata che genera corrente, mentre nell'altro caso (se si muove solo il conduttore) non c'è campo magnetico intorno al magnete ma si osserva nel conduttore una forza elettro motrice che genera una corrente elettrica della stessa intensità e con lo stesso percorso. Pertanto per tutti i sistemi di coordinate in cui valgono le equazioni della Meccanica devono anche valere le stesse leggi elettro dinamiche e ottiche e la luce nel vuoto si propaga sempre alla stessa velocità c, indipendentemente dal moto del corpo che la emette. L'etere luminifero assoluto perde cosí anche l'ultima ragione di esistere.

Esistono alcuni principii di simmetria: se un orologio in B e' sincronizzato con uno in A è vero il viceversa; se A è sincronizzato sia con B che con C anche B e' sincronizzato con C. E poiché la velocita' della luce é una costante universale, tempi coincidenti per l'osservatore in moto solidale con l'asta devono apparire diversi per l'osservatore fermo nel sistema iniziale. Se ne deduce che tra le coordinate solidali con il corpo e le altre coordinate, rispetto alle quali il corpo si muove, vale

$$\xi = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \ \tau = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

mentre y, z, η e ζ restano invariati. La velocità della luce nel vuoto resta invariata e in generale le velocità di due movimenti nella stessa direzione si compongono come segue:

$$v' = \frac{v + w}{1 + vw/c^2}.$$

I campi elettro dinamici si trasformano analogamente in modo corrispondente. Per una trasformazione di coordinate diretta lungo l'asse x si ha

$$\begin{aligned} X' &= X, \\ Y' &= (Y - vZ/c)/\sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ Z' &= (Z + vY/c)/\sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ L' &= L, \\ M' &= (M + vZ/x)/\sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ N' &= (N - vY/c)/\sqrt{1 - v^2/c^2}. \end{aligned}$$

Vengono poi discussi l'effetto Doppler relativistico, l'aberrazione e la pressione di radiazione sui riflettori perfetti. Infine Einstein formula la dinamica dell'elettrone accelerato lentamente.

1.2 Considerazioni.

Non è dunque l'elettrodinamica a dover cambiare ma la meccanica, perché la velocita' della luce nel vuoto è la stessa in ogni sistema in moto uniforme. Lunghezze e tempi dipendono dal sistema di riferimento; l'invariante fondamentale è $ds^2 = d^3x^2 - c^2dt^2$, mentre non sono invarianti d^3x^2 e dt^2 separatamente.

Per anni qualcuno continuò a cercare (e in qualche caso a trovare) qualche variazione nella velocità della luce nel vuoto, mentre rapidamente i piú giovani sarebbero passati alla teoria della relatività.

Aggiungiamo alcune osservazioni che aiutano a comprendere. Supponiamo di essere nel quadro della meccanica classica (newtoniana e non relativistica). Il quadro generale sarà il seguente:

1. Le uniche coordinate lagrangiane ammesse a descrivere il mondo fisico sono le coordinate di posizione delle particelle puntiformi. I sistemi continui – trattati nella fluido dinamica o nella teoria dei mezzi elastici p.es.– costituiscono trattazioni

approssimate di sistemi di molte particelle descritti mediante un campo di pochi parametri dipendenti dalla posizione (campo di velocità, pressione, tensione elastica e cosí via).

2. Alle coordinate lagrangiane delle particelle, ed a queste soltanto, sono associate le grandezze fondamentali della meccanica: l'energia, la quantità di moto e il momento angolare.

3. Le particelle interagiscono mediante un'azione a distanza *istantanea*. I campi continui sono solo approssimazioni. Variano, se ci sono forze relative, le quantità di energia, quantità di moto, momenti angolari e moti del baricentro di ogni singola particella, ma le somme su tutte le particelle (somma vettoriale per quantità di moto, momento angolare e velocità del baricentro, somma scalare per l'energia) restano costanti.

La situazione in una teoria relativistica è del tutto diversa. Per fissare le idee si puó pensare a due particelle in una antenna che possono interagire reciprocamente. Se hanno carica elettrica ciascuna particella in moto genera un campo elettro magnetico e ciascuna puó assorbire radiazione dal campo dell'altra. Il risultato è un'interazione: le particelle cambiano energia, quantità di moto, momento angolare e quindi la velocità. L'antenna ha trasmesso energia etc e il ricevitore l'ha ricevuta (alla fine essa va in riscaldamento del filo e in energia acustica necessaria per la trasmissione finale ad un essere umano).

Ma le azioni reciproche non sono istantanee (non sono permesse azioni istantanee nella Relatività ristretta). La radiazione parte dal'antenna ma non arriva istantaneamente alla radio ricevente. Una parte dell'energia, quantità di moto e momento angolare risiedono nel campo elettromagnetico il quale impiega un certo tempo finito per passare tra le due apparecchiature.

Quindi l'energia e la quantità di moto che si trovano nel sistema sono conservate ad ogni istante solo se si tiene conto delle quantita' trasportate dal campo elettro magnetico. Ma esso non è riducibile al moto di particelle; è una entità che trasporta energia etc analogamente ad esse ma indipendentemente.

È la fine del quadro della meccanica. Sono entrati i campi. Per descrivere questo stato di cose, piú complesso e ricco, si deve usare il concetto di *interazione*. Si dirà che l'interazione tra le particelle avviene mediante scambio di campi elettromagnetici. Naturalmente in ultima analisi l'essere umano che compie una osservazione osserva sempre il moto di particelle cariche e la variazione delle energie etc nelle particelle. Ma il campo *non e' riducibile alle particelle* e l'energia etc non sono portate solo dai loro gradi di libertà.

Leggendo l'articolo di Einstein sulla Relatività ristretta l'influenza di Mach è evidente. E sembra che la reazione di Mach sia stata positiva; Einstein nel 1909 gli scrive: "Mi fa molto piacere che Lei abbia gradito la teoria della Relatività".

Ma guardiamo le reazioni rivelatrici di Mach. Nella prefazione al suo libro di ottica fisica (il libro fu pubblicato postumo nel '21), Mach affermava:

> Devo assolutamente smentire di essere un precursore dei Relativisti poiché mi ritraggo dalle tendenze atomiste odierne.....la Relatività mi sembra sempre piu' dogmatica.

Per quel che ne so le spiegazioni di questa ripulsione machiana possono essere tre: Mach era disturbato dall'associazione relatività - atomismo, come disse; Mach aveva colto il carattere assoluto dello spazio - tempo della relatività ristretta; Mach era invecchiato. L'ultima era l'opinione di Einstein.

Dalla radicale rivoluzione della relatività ristretta derivò anche un allargamento essenziale nel tipo di enti fisici considerati fondamentali. Prima di Einstein le uniche grandezze fondamentali (le coordinate Lagrangiane) erano le posizioni dei punti dotati di massa. Con la relatività di Einstein i campi diventano elementi irriducibili della realtà fisica: grandezze fisiche fondamentali e primitive al pari delle particelle. Non si cerca piú di spiegare i campi in termini di grandezze (meccaniche) piú fondamentali. È stata questa una delle rivoluzioni di Einstein. E se la velocità della luce è il limite superiore di ogni velocità di qualsiasi sistema fisico, allora per conservare ad ogni istante il bilancio dell'energia e dell'impulso in un sistema bisogna includere nel bilancio istantaneo l'energia e l'impulso trasportati dai campi; e chi trasporta queste grandezze fisiche se non gli enti fondamentali della descrizione fisica? La descrizione della natura si baserà da ora in poi su questi due diversi tipi di enti fisici. E la storia successiva delle idee in fisica dibatterà questa nuova dualità, in termini diversi col passare degli anni, fino ad oggi. Su questo punto tornerò piu' avanti.

Si noti peró che il nuovo spazio - tempo di Einstein è ancora una componente autonoma nella rappresentazione fisica della realtà. Il palcoscenico è cambiato da Newton ad Einstein ma non è stato soppresso. Newton aveva affermato l'esistenza dello spazio assoluto ma aveva soltanto bisogno dei sistemi inerziali. Einstein, in ben altro ambiente critico, cambia le regole della meccanica per inglobare l'elettro magnetismo e ha anche lui bisogno dei sistemi inerziali equivalenti; non parla piú dello spazio assoluto, a cui a ben vedere avrebbe potuto sostituire uno "spazio - tempo assoluto" se il gusto dei tempi non fosse cambiato.

Come avviene per le grandi rivoluzioni dei concetti, la sistemazione appena raggiunta apre una serie di nuove questioni fondamentali. La sensibilità del tempo e la velocità dei processi culturali sono ben diversi dai tempi di Newton. Non ci si contenta piú di aver sostituito un assoluto all'altro e di aver allargato la lista degli oggetti fondamentali della natura. La critica ai concetti di spazio e tempo assoluti è ben presente. Si pone il problema di ricavare matematicamente la stessa struttura dello spazio - tempo. Come formulare una teoria relativistica della gravità?

Molte delle ricerche future di Einstein hanno a che fare con la risoluzione di questi problemi: la gravità relativistica e l'unificazione tra le due interazioni fondamentali, gravità ed elettro magnetismo, la struttura dello spazio - tempo, la dualità tra campi e particelle. La risposta sarà la Relatività generale di cui tratteremo nel prossimo paragrafo.

Chapter 2

La Relatività generale.

2.1 Varieta‘ spazio - temporale.

Probabilmente il primo interesse di Einstein fu per l'inclusione della gravità nella relatività ristretta. Ma presto ebbe quello che chiamò "il pensiero piú felice della mia vita":

> Il campo gravitazionale ha un'esistenza relativa, come il campo elettrico generato per induzione magneto elettrica [ricordate l'inizio del lavoro del 1905!]. Infatti *per un osservatore in caduta libera dal tetto di una casa* non esiste – almeno nei dintorni immediati – nessun campo gravitazionale. [...] Tutti i corpi cadono nello stesso modo nello stesso campo gravitazionale.

Nella gravità newtoniana questo fatto è dovuto alla coincidenza di due quantità che in quell'ambito non sono altrimenti connesse: la massa inerziale e la massa gravitazionale. Ma Einstein vide immediatamente che questa situazione porta all'estensione del principio di relatività se postuliamo come principio l'equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale. Infatti per la persona in caduta libera il sistema di riferimento è inerziale perché tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione, per il principio di equivalenza. E se un osservatore fermo rispetto al terreno lo/la vede accelerare insieme agli altri oggetti in caduta a causa della gravità terrestre, per il nostro saltatore tutta la fisica si spiega pensando che l'osservatore stia accelerando in direzione opposta. Ciò significa che un'accelerazione non è localmente distinguibile da un campo gravitazionale. Infatti essa può annullare o simulare la gravità indipendentemente dall'oggetto, e inoltre una accelerazione può simulare un campo gravitazionale. Ben inteso, localmente.

Allora in ogni punto dello spazio ad ogni istante del tempo può essere definito un sistema inerziale locale la cui struttura è quella dello spazio - tempo pseudo euclideo della relatività ristretta (Vierbeine locale); in questo sistema, che è quello localmente in caduta libera, valgono localmente le equazioni del moto dell'elettrodinamica e della meccanica nella formulazione relativistica, senza gravità (cosiddetto principio di equivalenza forte).

Ma in presenza di campi gravitazionali variabili nello spazio e/o nel tempo questo sistema inerziale locale è diverso per punti diversi dello spazio e/o del tempo. In parole semplici, una massa che stia precipitando in un buco nero nel centro della Galassia non è in moto rettilineo uniforme rispetto a un sistema in caduta libera intorno al Sole, come la Terra. Ma localmente le leggi della fisica sono le stesse (la differenza è che per la persona che precipita nel buco nero il sistema che e‘ *localmente* Lorentziano nell'intorno, diciamo, del cuore non è quello stesso intorno alla testa, con conseguenze di maree poco salutari che strizzano il corpo in caduta, perché la disomogeneità della gravità aumenta avvicinandosi al buco nero).

Siamo allora condotti a studiare la relazione tra i Vierbeine e un sistema generale di coordinate esteso a tutto lo spazio-tempo, in particolare la legge che esprime nel sistema generale di coordinate l'invariante relativistico fondamentale infinitesimo $ds^2 = d^3x^2 - c^2dt^2$.

Si tratta di questioni di geometria differenziale su varietà curve. Un sistema di coordinate è definito in generale da una metrica $g_{\mu\nu}(x)$. Ma la metrica non è globalmente pseudo euclidea se siamo in presenza di gravità; infatti se lo fosse tutti i sistemi inerziali locali sarebbero equivalenti per mezzo di trasformazioni di Lorentz e nel sistema fisico non sarebbero presenti effetti gravitazionali. In questo caso tutt'al piú si può introdurre una gravità fittizia che sarebbe presente per sistemi di riferimento in moto accelerato (anche solo localmente) rispetto al Vierbeine globale.

È un punto essenziale che per realizzare il principio di equivalenza si debba introdurre una metrica generale *per lo spazio - tempo*, non per il solo spazio tridimensionale. È lo spazio - tempo, non il solo spazio, ad essere curvo in presenza di gravità. La descrizione della gravità è contenuta nella metrica $g_{\mu\nu}(x)$ dello spazio - tempo. La presenza di masse incurva lo spazio - tempo.

Ma allora come devono essere formulate le leggi della fisica in uno spazio-tempo curvo?

2.2 Relativita‘ generale.

Per avere l'equivalenza tra tutti i sistemi in caduta libera locale bisogna formulare le equazioni del moto in modo che siano invarianti rispetto al sistema di coordinate curvilinee qualsiasi che vogliamo scegliere per descrivere la nostra fisica. Ecco il principio di Relatività generale: le equazioni del moto devono avere la stessa forma in tutti i sistemi di coordinate spazio - temporali. E quale è la connessione tra le masse, tra la materia che genera la gravità e la struttura dello spazio - tempo?

Il risultato fu sorprendente. A differenza dalla Relatività ristretta lo spazio e il tempo non sono fissi; la loro struttura può variare. In base a principi di semplicità Einstein propose un'equazione covariante generale che connette la metrica $g_{\mu\nu}(x)$ alle masse e al campo gravitazionale (l'unico campo noto allora oltre a quello elettro magnetico):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Il campo gravitazionale è contenuto nella metrica $g_{\mu\nu}$. Il termine $R_{\mu\nu}$ e' a sua volta funzione di $g_{\mu\nu}$. Nel coefficiente numerico del termine di destra G è la costante di Newton della gravità e c è la costante universale che rappresenta la velocità della luce nel vuoto. $T_{\mu\nu}$ è il tensore che rappresenta la distribuzione di energia e impulso della materia nello spazio e nel tempo. Esso dipende anche (ma non soltanto) dalla gravità, la quale compare da sola in modo fondamentale nelle quantità $R_{\mu\nu}$ e R, che sono contrazioni del tensore di Riemann di curvatura dello spazio - tempo.

Questa è l'equazione fondamentale che definisce *la struttura dello spazio e del tempo*; è l'equazione per l'universo, e chi la vede per la prima volta dovrebbe sentire un brivido correre per la schiena!

Naturalmente, in un problema con materia e campo elettromagnetico, accanto all'equazione detta sopra compaiono anche le equazioni del moto per la materia e per il campo elettromagnetico. In queste, che hanno forma covariante generale, è naturalmente presente la metrica.

Guardiamo ancora l'equazione fondamentale di Einstein. Abbiamo detto che $T_{\mu\nu}$ contiene l'effetto del campo elettromagnetico e della materia, cioè delle masse. Vediamo quindi che siamo ancora in presenza della dualità della descrizione fisica: i campi (la gravità sta nella metrica, il campo elettro magnetico sta in T e cosí anche la materia dotata di massa).

La struttura dell'universo è determinata quindi dalla distribuzione di materia e di campi elettro magnetici e dalle condizioni al contorno fissate.

Sottolineiamo ancora che sia questa equazione del moto per la gravità che le compagne equazioni del moto per la materia e il campo elettro magnetico hanno forma covariante per trasformazioni generali delle coordinate dello spazio - tempo. Ció implica tra l'altro il principio di equivalenza forte: *le legggi locali della fisica sono le stesse per qualsiasi osservatore.*

Il nome di Relatività generale è meritato. La richiesta di formulare una teoria relativistica per la gravità ha condotto alla Relatività generale.

Naturalmente tutto questo non nacque d'un colpo solo. Einstein lavorò e pubblicò sulla gravitazione a partire dal 1907 e piú intensamente a partire dal 1911. Il lavoro finale fu presentato il 25 novembre 1915 alla Accademia Prussiana delle Scienze.

Vogliamo confrontare questi risultati con le proposte di Mach? Intanto bisogna dire subito che Einstein, il quale ammirava Mach al piú alto livello insieme a Newton, Lorentz e Planck, fu influenzato profondamente dalle sue idee sulla relatività dei moti e sull'origine dell'inerzia. E notiamo che la Relatività generale è proprio una risposta, e quanto profonda, alla questione della relativita' dei movimenti.

Ma consideriamo la questione dell'origine dell'inerzia. Il principio di Mach afferma che le proprietà di inerzia dei corpi devono essere determinate dalla distribuzione delle masse nell'universo. La Relatività generale incorpora o no questo principio?

Su questa questione nel passato si è discusso molto. Nel lavoro preliminare e non conclusivo del 1912 Einstein mostra che se una sfera cava viene fatta ruotare rispetto ad un suo diametro, la massa inerziale di un corpo collocato nel centro aumenta (si tratta di un problema trattato poi da Hans Thirring e Lens nel 1918 nell'ambito della Relatività generale). Einstein dice:

> Questa conclusione rende plausibile la congettura che l'inerzia *totale* di un punto massivo sia dovuta alla presenza di tutte le altre masse. [...] Questo è proprio il punto di vista sostenuto da Mach nella sua penetrante analisi di questo soggetto.

E ancora nel 1918 considera il principio di Mach come uno dei principii della relatività adattato alla forma della Relatività generale:

> Il campo gravitazionale [cioè la struttura dello spazio - tempo] è completamente determinato dalle masse dei corpi.

Poi la questione diventa meno rilevante. Nel 1954, alla fine della vita, Einstein scrivendo ad un collega afferma: "In realtà del principio di Mach non dobbiamo proprio piú parlarne".

Vediamo di trarre una conclusione sulla relazione tra il principio di Mach e la Relatività generale.

Il sistema di riferimento localmente in caduta libera in un punto dello spazio - tempo è determinato (a parte trasformazioni di Lorentz) dal campo gravitazionale esistente in quel luogo in quell'istante, il quale è dovuto alla distribuzione di tutte le masse dell'universo. Questo a Mach sarebbe piaciuto; ma benché poco è quanto di piú vicino al principio di Mach la Relatività generale potesse fornire.

Attenzione adesso: *nel sistema in caduta libera* la struttura dello spazio - tempo è localmente quella quadridimensionale della Relatività ristretta; le leggi locali dei moti, che sono le stesse per tutti i sistemi in caduta libera, non risentono assolutamente della presenza di masse esterne. In altre parole: la Terra è in caduta libera, e nessun esperimento *locale* puo' darci informazioni sull'esistenza di masse nell'universo, dalla Luna al Sole a tutto il resto. In particolare in questo quadro l'inerzia di un corpo, che si misura localmente, non dipende dalle masse cosmiche, contrariamente al principio di Mach. Quindi la Relatività puo' convalidare l'affermazione di Mach sulle stelle fisse solo nel senso che il sistema di riferimento terrestre in caduta libera è determinato dall'effetto gravitazionale generale del cosmo. Niente di piú.

Notiamo ancora che la massa di ogni particella è un parametro che va assegnato volta per volta e compare nel termine T dell'equazione del moto. Questo aspetto è decisamente opposto allo spirito del principio di Mach. L'inerzia non dipende dalla distribuzione delle masse.

Non sto dicendo che Mach avesse torto o ragione; sto solo facendo notare che la Relatività generale non realizza l'idea di Mach che l'inerzia è determinata dalla distribuzione di masse; è solo il sistema inerziale locale, quello in cui valgono le leggi della Relatività ristretta, ad essere determinato dalla distribuzione delle masse e dalle condizioni al contorno dello spazio - tempo.

E' legittimo però chiedersi se la presenza di grandi masse vicine modifica l'inerzia locale dei corpi rispetto alla caduta libera. Questo va oltre la Relatività generale e chiaramente la invaliderebbe. Sono stati fatti esperimenti per cercare una diversa inerzia per corpi terrestri a seconda della direzione, tenendo conto della presenza della massa galattica, anisotropa rispetto alla Terra; ma entro le sensibilità degli esperimenti non vi sono effetti del genere. Nel sistema in caduta libera le direzioni sono equivalenti e la fisica è localmente Lorentziana.

Dunque un'altra lezione di metodologia scientifica pratica: alcuni aspetti del pensiero di Mach sono stati molto importanti per Einstein; tuttavia il risultato finale è molto diverso da quello che Mach (e Einstein all'inizio) voleva. La morale potete ricavarvela da soli.

Chapter 3

Inizi della teoria quantistica.

3.1 Da Kirkhoff a Planck.

Siamo alla fine dell'Ottocento; da parecchi decenni ormai la ricerca è svolta nel quadro di istituzioni come le università e gli istituti di ricerca, oltre alle accademie. La scienza fisica comincia ad essere suddivisa in specializzazioni (teorica e sperimentale, ma non solo) ed esistono nel mondo scientifico canali di scambio relativamente rapidi. Il quadro diventa simile a quello odierno, o almeno a quello che la mia generazione ha trovato entrando nell'università. Devo accennare ora alla introduzione dei quanti del campo elettromagnetico: anni appassionanti precedenti all'introduzione della quantizzazione formale. La storia di Planck e del suo corpo nero l'avete sentita certamente, ma vale la pena di ricordarla qui. Seguirò in parte l'esposizione affascinante che ne fa Abraham Pais nel suo libro su Einstein.

Il problema era cominciato 41 anni prima. Nel 1859 Gustav Kirchhoff (1824 - 1887) aveva stabilito alcuni risultati fondamentali. Consideriamo un corpo in equilibrio termico con la radiazione elettromagnetica; l'energia che il corpo assorbe dalla radiazione viene trasformata in energia termica del corpo. Sia $E(\nu)$ la densità di energia emessa dal corpo nell'unità di tempo per cm^2 per unità di radiazione di frequenza ν, e $A(\nu)$ il suo coefficiente di assorbimento per quella frequenza; Kirchhoff aveva dimostrato che la quantità $J(\nu, T) \equiv E(\nu)/A(\nu)$ non dipende dal corpo ed è quindi una funzione universale.

Kirchhoff immaginò un "corpo nero", (Hohlraum, spazio cavo) per il quale $A(\nu)$=1 e ne definì una costruzione ideale mediante una regione di spazio, racchiusa completamente da corpi tutti della stessa temperatura, nella quale la radiazione non può penetrare. Quindi, per un corpo nero, $J(\nu, T) = E(\nu)$, cioè l'energia emessa è una funzione universale. Si indichi con $\rho\, d\nu$ l'energia con frequenza tra ν e $\nu + d\nu$ contenuta nell'unità di volume della cavità in equilibrio a temperatura T: $J(\nu, T)$ e ρ sono proporzionali:

$$\rho = \frac{8\pi}{c} J(\nu, T).$$

Kirchhoff pose quindi il problema della determinazione sperimentale di questa funzione (e della sua giustificazione teorica) (G. Kirkhhoff, Ann. Phys. Chem. 109, 275, 1860) :

> Grandi difficoltà si frappongono alla determinazione sperimentale. Ma ci sono le basi per la speranza che essa [la funzione universale] abbia una forma semplice, come accade per tutte le funzioni che non dipendono dalle proprietà dei singoli corpi, come è accaduto finora.

Ma questo compito era ancora lontano nel 1860; era necessario imparare a costruire corpi praticamente neri, a progettare rivelatori di radiazione adeguati e ad estendere gli esperimenti ad un ampio intervallo di frequenze.

Passati 40 anni, sul finire del secolo gli esperimenti in corso stavano fornendo i dati sui quali confrontare i modelli e le formule che da più parti erano state proposte. Tra tutti ricordiamo la legge fenomenologica di Wilhelm Wien, esponenziale, di grande importanza:

$$\rho = \alpha \nu^3 exp(-\beta\nu/T)$$

Ricordiamo anche la legge, detta di Stefan - Boltzmann, che Josef Stefan (1835 - 1893) aveva congetturato (1879) in base agli esperimenti e Ludwig Boltzmann (1844 - 1906) aveva provato vera (1884) per i corpi neri come conseguenza delle equazioni di Maxwell e della termodinamica:

$$E(T) \;=\; aVT^4$$

Infine Wien nel 1893 aveva provato la legge "di spostamento" (legge di scala)

$$\rho \;=\; \nu^3 \; f(\nu/T).$$

3.2 Planck.

Qui entra Planck. Max Planck (1858-1948) teneva dal 1889 a Berlino la cattedra di fisica teorica che fino a due anni prima era stata di Kirchhoff; e a Berlino era anche il Physikalisch Technische Reichsanstalt, dove due gruppi (Otto Lummer e Ernst Pringsheim; Heinrich Rubens e Ferdinand Kurlbaum) erano al lavoro per determinare sperimentalmente la forma di ρ.

Per anni Planck aveva avuto presente il problema della legge della radiazione del corpo nero, e tra l'altro aveva lavorato alle equazioni dell'equilibrio tra un insieme di oscillatori materiali (gli oscillatori costituivano una idealizzazione delle pareti della cavità e d'altra parte Planck sapeva che il risultato, per quanto detto, non dipende dal tipo di materia usata per le pareti, se materia e radiazione sono in equilibrio) e la radiazione, connettendo la densità di energia del corpo nero $\rho(\nu, T)$ con U, l'energia di un oscillatore di frequenza ν in equilibrio con la radiazione:

$$\rho = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U(\nu, T)$$

(per arrivare a questa equazione Planck considerò un oscillatore forzato di massa m e carica e, e prese come forza esterna una distribuzione di frequenze descritta appunto da ρ, trattando perturbativamente il termine di smorzamento $\propto x^{'''}$).

L'equazione suddetta fu il punto di partenza per il passo successivo, l'introduzione della granularità della radiazione di corpo nero. Domenica 7 ottobre 1900, di pomeriggio, Heinrich Rubens andò con la moglie a far visita ai Planck, e, nella conversazione, riferì risultati che il suo gruppo aveva appena ottenuto; in particolare le misure mostravano che, per basse frequenze, ρ era proporzionale alla temperatura T . La sera stessa Planck mandò a Rubens una cartolina in cui gli proponeva una formula che corrispondeva a questi esperimenti e interpolava tra questi e la formula di Wien:

$$\rho = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \; \frac{1}{exp(h\nu/kT) - 1} \, .$$

Quella sera del 7 ottobre 1900, questa equazione era solo una formula quasi empirica (e altre formule empiriche erano state proposte per raccordare i comportamenti a basse ed a alte frequenze). Seguiamo l'argomento euristico che lo portò al risultato. Planck usò la relazione tra l'entropia S e l'energia U di un oscillatore a volume costante, $dS/dU = 1/T(U)$. Ricavando $T(U)$ dalla legge fenomenologica di Wien si ottiene $d^2S/dU^2 \;=\; \alpha/U$, con α indipendente da U. Ma naturalmente questa relazione non riproduce il comportamento alle basse frequenze. Planck modificò la relazione nel modo seguente:

$$\frac{d^2S}{dU^2} \;=\; \frac{\alpha}{U(\beta + U)}$$

(α e β costanti). Questa è la più semplice modifica che si riduce alla precedente per piccoli U. È facile vedere che se $\beta = 0$ si ottiene $U=$ const T che appunto riproduce il comportamento di ρ alle basse frequenze. Da questa formula integrando si ottiene

$$U(\nu, T) \;=\; \frac{\beta}{exp(\beta/\alpha T) - 1}.$$

A questo punto Planck usò la legge dello spostamento di Wien per U:

$$U(\nu, T) = \nu\phi(\nu/T).$$

Ponendo allora $\beta = \nu$ come richiesto dalla legge dello spostamento, e $\alpha = k/h$, egli ottenne la distribuzione di ρ. Questo risultato fu comunicato alla Società Tedesca di Fisica nella riunione del 19 ottobre.

Nei due mesi successivi Planck si tormentò a lungo per giustificare la formula, e vi riuscì collegando l'entropia alla probabilità dello stato, com un procedimento che conteneva alcuni passi fondamentali arbitrari. Nel 1931 disse di quel periodo "[fu] un atto di disperazione... dovevo ottenere un risultato positivo, in ogni modo e a qualunque costo".

È molto istruttivo vedere come Planck arrivò al quanto di energia. Riscriviamo l'entropia dell'oscillatore di frequenza ν:

$$S = k\{\,(1 + \frac{U}{h\nu})\; ln(1 + \frac{U}{h\nu}) \;-\; \frac{U}{h\nu}\; ln\frac{U}{h\nu}\}.$$

Quindi Planck volle calcolare l'entropia attraverso la probabilità W_N dello stato di N oscillatori di frequenza ν, di energia $U_N = NU$ ed entropia $S_N = NS$, per mezzo della formula $S_N = k\ln W_N$, per paragonare S cosí ottenuto con l'espressione di prima. Ma se l'energia fosse infinitamente divisibile questo calcolo non avrebbe senso. Planck procedette (ricordate la disperazione di cui parlò nel 1931) usando una procedura euristica, supponendo che l'energia della radiazione di corpo nero associata alla frequenza ν che viene scambiata con gli N oscillatori fosse composta di grani finiti di grandezza ϵ, ipotesi strana ma necessaria per calcolare l'entropia probabilistica. In tal caso, se gli oscillatori (distinguibili, naturalmente) sono come abbiamo detto N e se i quanti di energia ϵ (distinguibili, naturalmente) sono P si ha $W_N = N^P$. La formula che fornisce il risultato finale non segue da questi postulati. E Planck non seguì questa via; probabilmente non si pose il problema di contare l'energia come se i quanti fossero particelle. Fece invece il conto degli stati distribuendo i quanti tra gli oscillatori *come se i quanti fossero indistinguibili*; non particelle, dunque, non conteggio alla Boltzmann. Se si fa cosí la forma della equazione finale viene riprodotta. Infatti si ha

$$W_N = \frac{(N - 1 + P)!}{P!\;(N - 1)!}.$$

Con queste ipotesi (prive di giustificazione in quel quadro storico), con $\epsilon = NU/P$ ("quantizzazione" dell'energia), l'eq. $S_N = k\ln W_N$, ricordando che $S = S_N/N$, fornisce

$$S = k\{\,(1 + \frac{U}{\epsilon})\; \ln(1 + \frac{U}{\epsilon}) \;-\; \frac{U}{\epsilon}\; \ln\frac{U}{\epsilon}\}.$$

Dalle equazioni segue che $\epsilon = h\nu$. Questa deve essere la grandezza del quanto di energia di un corpo nero associato alla frequenza ν che viene scambiato con gli oscillatori.

Planck era riuscito dunque a riprodurre la sua formula fenomenologica *a patto di fare due cose senza senso.* In primo luogo suppose che l'energia scambiata tra gli oscillatori di frequenza ν e il campo fosse composta da un numero *finito di parti finite di grandezza* ϵ. [Planck avrebbe potuto usare il teorema classico di equipartizione dell'energia; ma non lo fece; e quella procedura non gli avrebbe fornito la formula che desiderava, ma sarebbe stata in contraddizione con la formula fenomenologica di Wien, come vedremo più avanti.] Cosí fu in grado di calcolare S dalla teoria delle probabilità. E in secondo luogo Planck trattò i quanti di energia come *indistinguibili*, mentre la teoria delle probabilità ha a che fare con quantità classiche, dunque distinguibili.

Non vi è per questi due passi alcuna giustificazione che non sia il desiderio di ottenere la formula. Né Planck aveva inclinazione per le stravaganze, né vi era, allora, un particolare gusto per l'innovazione non giustificata. Planck era un tranquillo professore dalla carriera indiscutibile, che aveva dato molti contributi alla fisica teorica. La sua spinta proveniva dal desiderio di trovare una formula che riteneva giusta. Considerate però quanta determinazione doveva esserci per trasgredire a tanti principii pur di ottenere la sua formula interpolante, che dopo tutto aveva il carattere di un Ansatz. Come vedete, le grandi cose non nascono sempre da profondi principii quanto da radicati convincimenti (in cose che poi si rivelano fruttuose, ché da testardaggini su idee bizzarre ma gratuite bisogna cercare di tutelarsi, e non ci sono ricette a priori!).

Nel suo lavoro, pubblicato nel 1901, Planck dichiarava:

> La teoria elettromagnetica della radiazione non ci fornisce alcun punto di partenza per parlare della probabilità $[W_N]$ in modo definito.

Errore, perché il teorema classico di equipartizione, come vedremo, gli avrebbe dato sì un risultato, ma sarebbe stato un risultato sbagliato.

Notiamo anche che per Planck queste proprietà strane riguardano la radiazione di corpo nero e la sua interazione con gli oscillatori materiali; non vi sono affermazioni riguardanti il campo elettromagnetico in generale. Su questo punto la differenza con Einstein sarà netta.

3.3 Le grandezze fondamentali di Planck.

Facciamo una digressione per ricordare che Planck, in una serie di lavori sulla radiazione che vennero comunicato all'Accademia Prussiana a partire dal 1897, introdusse un certo numero di costanti "fondamentali" perché ottenute da processi "assoluti": la costante di Boltzmann e la costante di Planck. A queste aggiunse altre due costanti fondamentali, la velocità della luce e la costante di Newton, in modo da ottenere un sistema naturale di unità. Riportiamo la notazione e la valutazione numerica di Planck (tra parentesi la notazione attuale; $f \equiv G$ è la costante di Newton, $G = 6.672 \cdot 10^{-8} cm^3\ gr^{-1} sec^{-2}$):

$$a\ (= h/k)\ = 0.4818 \cdot 10^{-10}\ sec \cdot C^o$$

$$b\ (= h)\ = 6.885 \cdot 10^{-27}\ erg\ sec$$

$$\sqrt{bf/c^3}\ (\equiv \sqrt{2\pi}\ l_P = \sqrt{hG/c^3})\ = 4.13 \cdot 10^{-33} cm,$$

$$\sqrt{bf/c^5}\ (= \sqrt{2\pi}\ l_P/c) = 1.38 \cdot 10^{-43}\ sec,$$

$$\sqrt{bc/f}\ (= \sqrt{2\pi}\ m_P = \sqrt{hc/G}) = 5.56 \cdot 10^{-5} gr,$$

$$a\sqrt{c^5/bf} = 3.50 \cdot 10^{22} cm.$$

La terza equazione definisce la "lunghezza di Planck" l_P, la quinta la "massa di Planck" m_P. (Per noi $l_P = 1.616 \cdot 10^{-33}$ cm e $m_p = h/l_P c = 2.176 \cdot 10^{-5}$ gr = 1.221 $\cdot 10^{19}$ GeV/c^2.)

Notate che Planck ottenne una determinazione numerica di tutto rispetto per la "sua" costante (il valore oggi è h= 6.626075 $\cdot 10^{-27}$ erg sec); per la costante di Boltzmann ottenne $k = 1.34 \cdot 10^{-16}$ erg/C^o (attualmente k = 1.380658 $\cdot 10^{-16}$ erg/C^o). Con questo valore dalla relazione $R/N = k$ ricavò il numero di Avogadro N; infine dalla legge di Faraday per gli elettroliti di valenza 1, $F = Ne$, stimò il valore di e =4.69 $\cdot 10^{-10}$ u.e.s. (il valore attuale è e =4.803206 $\cdot 10^{-10}$ u.e.s.), che al quel tempo costituì la determinazione più precisa della carica elementare.

Chapter 4

Il campo quantizzato.

4.1 Einstein e i quanti.

Il lavoro di Einstein sui quanti di energia e sull'effetto fotoelettrico venne spedito il 17 marzo 1905 (pubblicato nel maggio su Annalen del Physik 17 (1905); lo stesso volume contiene anche, in successione, il lavoro sul moto browniano, quello sulla relatività e quello, brevissimo, sulla dipendenza dell'inerzia dall'energia).

Einstein cominciava col notare che tra materia e fenomeni elettromagnetici vi è una profonda differenza nella descrizione: la materia è descritta da posizioni e velocità dei costituenti, mentre la radiazione è descritta dai campi.

> La teoria ondulatoria basata su funzioni spaziali continue si è dimostrata eccellente per la descrizione dei fenomeni puramente ottici e non sarà certo mai sostituita da un'altra teoria. Si deve tuttavia tener presente che le osservazioni ottiche si riferiscono a valori medi temporali, e non già a valori istantanei, e nonostante gli esperimenti abbiano pienamente confermato la teoria della diffrazione, della rilessione, della rifrazione, della dispersione e cosí via, è concepibile che una teoria della luce basata su funzioni spaziali continue porti a contraddizione con l'esperienza se viene applicata ai fenomeni della generazione e della trasformazione della luce. A me sembra, in effetti, che le osservazioni sulla "radiazione di corpo nero", la fotoluminescenza, la generazione dei raggi catodici tramite la luce ultravioletta e altre classi di fenomeni concernenti la generazione o la trasformazione della luce appaiano più comprensibili nell'ipotesi di una distribuzione spaziale discontinua dell'energia luminosa. Secondo l'ipotesi che sarà qui considerata, quando un raggio luminoso uscente da un punto si propaga, l'energia non si distribuisce in modo continuo in uno spazio via via più grande; essa consiste invece in un numero finito di quanti di energia, localizzati in punti dello spazio, i quali si muovono senza dividersi e possono essere assorbiti o generati solo nella loro interezza (le citazioni sono tolte, dove possibile, da: A. Einstein, Opere Scelte, Bollati - Boringhieri 1988).

Questo nell'introduzione. Vedete che si parte dal corpo nero per proporre (sia pure in modo euristico; il titolo del lavoro è proprio "Un Punto di Vista Euristico sulla Generazione e Trasformazione della Luce") con freschezza e semplicità che la radiazione sia formata da quanti puntiformi di energia. Einstein ha raccolto il risultato di Planck, ne ha dato, come vedremo, una derivazione diversa, che lo svincola sia dal dettaglio dell'equilibrio tra radiazione e oscillatori materiali che dal metodo usato da Planck, e ne esplora senza pregiudizi le conseguenze.

Einstein considerò una regione di spazio racchiusa da pareti perfettamente riflettenti che contiene un insieme di molecole, di elettroni liberi e di elettroni che, legati a punti dello spazio da forze elastiche, possono interagire con le molecole e gli altri elettroni; questi elettroni legati possono emettere ed assorbire radiazione. Egli notò che la radiazione conseguente dovrebbe essere quella caratteristica di corpo nero ed introdusse dalla teoria cinetica dei gas il teorema di equipartizione dell'energia agli elettroni risonatori: l'energia media di ogni risonatore è $\bar{E} = RT/N$. Ora, se anche la radiazione è in equilibrio, vale la condizione di Planck

$$\rho = \frac{8\pi\nu^2}{L^3}\bar{E} \tag{4.1}$$

(L è la velocità della luce, che nel successivo lavoro in cui propone la relatività è indicata con c). Quindi, all'equilibrio, vale la relazione

$$\rho = \frac{R}{N}\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,T\,. \tag{4.2}$$

Einstein proseguì:

> Questa relazione, che è stata trovata come conseguenza dell' equilibrio dinamico, non trova conferma nell'esperienza; di piú, essa asserisce che, nel quadro da noi tracciato, non si può parlare di ripartizione dell'energia tra etere e materia. Infatti, quanto piú ampio viene scelto il dominio dei numeri di oscillazione dei risonatori, tanto piú grande diviene l'energia di radiazione dello spazio, e al limite si ottiene
>
> $$\int_0^{+\infty} \rho(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi RT}{c^3N}\int_0^{+\infty} \nu^2\; d\nu = \;\infty\,. \tag{4.3}$$

Questo è appunto il risultato del teorema di equipartizione che Planck aveva evitato di usare, come si è detto nel capitolo precedente. È inaccettabile sperimentalmente e insensato per via della divergenza dell'energia totale. Quindi Einstein usò la formula di Planck per ρ per piccoli valori di ν/T ottenendo

$$\rho = \frac{8\pi k\nu^3}{c^3}\nu^2 T \,. \tag{4.4}$$

Questa formula era stata anche ottenuta da Rayleigh (1842 - 1919) nel 1900, con coefficiente generico e poi con un cut-off esponenziale aggiunto, e quindi, con coefficiente giusto, da Jeans (1877 - 1946) nel luglio 1905. Viene chiamata "formula di Rayleigh - Jeans". Da questa formula e da quella di sopra Einstein ricavò N trovando un valore concordante con quello ottenuto da altre determinazioni del numero di Avogadro.

Più tardi Einstein notò che Planck, se avesse tratto questa conseguenza, probabilmente non avrebbe fatto la sua grande scoperta. Pais osserva che questa omissione in Planck è probabilmente dovuta al suo atteggiamento negativo nei confronti delle idee di Boltzmann sulla meccanica statistica. Ma torniamo al lavoro di Einstein, che proseguì partendo dai risultati ottenuti da Wien sull'entropia della radiazione.

Se $\phi(\nu, T)$ è la densità di entropia della radiazione di densità ρ, si ottiene $\partial\phi/\partial\rho = 1/T$. A questo punto si inserisce l'intuizione fondamentale: Einstein introdusse dagli esperimenti il risultato piú sicuro, la legge di Wien, che egli sapeva essere non esatta ma che suppose valida per radiazione di bassa densità e per grandi valori di ν/T; da quella ricavò T che inserì nell'espressione precedentemente ottenuta, trovando

$$\phi = -\frac{\rho}{\beta\nu} log \frac{\rho}{\alpha\nu^3} \,. \tag{4.5}$$

Se la radiazione di energia E e di frequenza ν occupa un volume v, $\rho = E/v$ e l'entropia S per frequenza ν nel volume v è

$$S(v) = -\frac{E}{\beta\nu} \ln \frac{E}{v\alpha\nu^3} \,, \tag{4.6}$$

per la differenza $S(v) - S(v_0)$ si ha

$$S(v) - S(v_0) = \frac{E}{\beta\nu} log(v/v_0) \,. \tag{4.7}$$

D'altra parte Einstein discusse il significato della teoria della "probabilità statistica" e riderivò la formula $S(v) - S(v_0) = (R/n)\ln W$, e poiché nel caso di "$N$ punti mobili (per esempio molecole) non interagenti presenti nel volume" si ha $W = (v/v_0)^n$, vale la formula

$$S(v) - S(v_0) = \frac{Rn}{N} \ln(v/v_0) \tag{4.8}$$

(notate le parole "punti mobili"; in seguito Einstein mantenne questa concezione dei quanti di luce come punti di energia che viaggiano alla velocità della luce seguendo l'onda classica).

Paragonando l'eq. precedente con quanto ottenuto dalla legge di Wien Einstein concluse:

> Sotto il profilo della teoria del calore, una radiazione monocromatica di piccola densità (all'interno del dominio di validità della formula di radiazione di Wien) si comporta come se consistesse di quanti di energia, tra loro indipendenti, di grandezza $R\beta\nu/N$ [$=h\nu$].

Ha dunque ottenuto il risultato di Planck senza considerare l'interazione della radiazione con gli oscillatori materiali ma partendo dalla formula di Wien che, noi sappiamo, vale in regime quantistico. Tutto è classico, tranne la formula di Wien che, con un atto di tranquilla follia, viene presa come base di partenza.

Il risultato suggeriva che la radiazione fosse costituita da un insieme di punti mobili non interagenti. E quindi subito dopo Einstein aggiunse con candore:

> Se ora una radiazione monocromatica (di densità abbastanza piccola) si comporta, rispetto alla dipendenza dell'entropia dal volume, come un mezzo discontinuo consistente in quanti di energia di grandezza $R\beta\nu/N$, allora è naturale chiedersi se anche le leggi della generazione e della trasformazione della luce siano le stesse che si avrebbero se la luce consistesse in quanti di energia del genere. In quanto segue ci occuperemo di questo problema.

Infatti, subito si occupò del caso in cui una luce monocromatica si trasformi, per foto luminescenza, in luce di altra frequenza. Segue subito la regola di Stokes: $\nu' < \nu$. E vennero chiarite tutte le conseguenze che oggi conosciamo: la quantità di luce generata è proporzionale all'intensità della luce di eccitazione, senza che vi sia una soglia di intensità per l'effetto. Einstein sapeva bene che queste conseguenze valgono nell'ambito di validità della legge di Wien; infatti:

> Se il numero di quanti di energia per unità di volume che partecipano contemporaneamente alla trasformazione è cosí grande che un quanto di energia della luce generata può ricevere la sua energia da piú quanti di energia di eccitazione si possono concepire deviazioni dalla regola di Stokes.

Vi possono essere deviazioni anche

> se la luce generante (o generata) non ha le caratteristiche energetiche che competono a una *radiazione di corpo nero* che si trovi nel dominio di validità della legge di Wien.

Infatti,

> Non si può escludere che una radiazione *non di Wien*, anche molto rarefatta, si comporti, sotto il profilo energetico, in modo diverso da una radiazione di corpo nero entro il dominio di validità della legge di Wien.

4.2 L'effetto fotoelettrico.

Tutto era pronto per l'applicazione all'effetto fotoelettrico, *allora appena noto in termini qualitativi*: gli esperimenti di Philip Lenard (1862 - 1947) del 1902 avevano indicato che l'energia dell'elettrone non dipende dall'intensità della luce; Lenard vide inoltre che l'energia cresce in qualche modo con la frequenza. Einstein conosceva e citò questi esperimenti, e propose la legge $\Pi\epsilon = R\beta\nu/N - P$ [$= h\nu - P$], dove P è il lavoro di estrazione, Π il potenziale e ϵ la "massa elettrica" dell'elettrone.

> Se la formula ricavata è corretta, rappresentando Π in coordinate cartesiane in funzione della frequenza della luce di eccitazione si deve ottenere una retta, la cui pendenza è indipendente dalla natura della sostanza studiata.

Infine Einstein collegò l'idea del quanto di energia della luce alla ionizzazione dei gas mediante luce ultravioletta; secondo le misure di Lenard e di Stark, vi è un limite superiore alla lunghezza d'onda in grado di ionizzare un gas. E in un successivo lavoro del marzo 1906 applicò l'idea del quanto all'effetto Volta.

Concludiamo. La presentazione di Planck è invertita. Se Planck propone la legge empirica e la ricava teoricamente attraverso due ipotesi insensate, Einstein si basa invece sulla legge di Wien, empirica ma ben controllata, *che ha un contenuto naturalmente quantistico*, e i ragionamenti sulla termodinamica e probabilità lo conducono al risultato della quantizzazione dell'energia della radiazione. C'è anche una altra differenza: per Planck è l'interazione tra gli oscillatori e la radiazione a quantizzare l'energia, per Einstein è la radiazione (di Wien) ad essere composta da quanti di energia. Da questo punto di vista, oltre che dalla caratteristica di Einstein di saper indicare con serenità e senza pregiudizi tutte le conseguenze di un'idea, seguì la proposta di verifica sperimentale.

Ho voluto riportare estesamente i procedimenti di questo lavoro per metterne in luce il carattere di vera ricerca; Einstein non partiva da principii generali ma cercava di comprendere le indicazioni dei messaggi sperimentali per capire dove le teorie sono da cambiare; e fu forse il primo a capire che esisteva una crisi in atto, dovuta a nuova fisica, mentre altri, negli anni seguenti, cercarono di invalidare il teorema di equipartizione applicato all'equilibrio tra radiazione e materia, o sostennero che non si poteva avere equilibrio.

Per via di questa ingenua audacia nel considerare in generale la radiazione come formata da quanti di energia e nel trarne le conseguenze, il lavoro di Einstein trovò più scetticismo che quello di Planck. Se quest'ultimo parlava degli scambi di energia alll'interno di un corpo nero, Einstein proponeva in sostanza, e nonostante i caveat, che la radiazione fosse fatta di punti di energia quantizzata. La divergenza dai principii dell'elettromagnetismo classico poteva non essere percepita nel lavoro di Planck, ma era evidente nella trattazione di Einstein e nelle conseguenze che aveva tratto, con cautela ma con rigore, dalla legge di Wien. Né, per parecchi anni, l'ipotesi potè essere sostenuta da fatti sperimentali; le esperienze del 1902 sull'effetto fotoelettrico erano rudimentali, e si dovettero attendere gli esperimenti di Hugues del 1912 e soprattutto quelli di Millikan del 1914 - 15, esposti in un lavoro del 1916, perchè il comportamento quantizzato venisse confermato.

4.3 Ancora sulla radiazione quantizzata.

Nel 1906 uscì la teoria dei calori specifici, questa volta basata sulla meccanica statistica dei risonatori materiali con energia quantizzata. Nel 1908 e 1909 poi Einstein ritornò alla quantizzazione della radiazione, in due lavori che escono nel 1909. Nel primo notava:

> ... discende in modo incontrovertibile che la costituzione della radiazione dev'essere diversa da quella che crediamo oggi. Infatti la nostra teoria attuale, come dimostra l'ottimo accordo fra teoria ed esperienza nell'ottica, fornisce in modo corretto i valori medi temporali, che sono gli unici percepibili direttamente, ma conduce, inevitabilmente, a leggi sulle proprietà termiche della radiazione incompatibili con l'esperienza. [...] Lo scostamento dalla realtà fisica dalla teoria è tanto più cospicuo quanto maggiore ν e minore ρ [il regime di Wien].

E ancora, poco più avanti:

> Ora, non si può certo affermare che la teoria dei quanti sia una conseguenza della legge dell'irraggiamento di Planck e che altre interpretazioni siano escluse. Ma si può ben affermare che la teoria dei quanti fornisce l'interpretazione più semplice della teoria di Planck. Vi è da rilevare che le riflessioni fatte non perderebbero essenzialmente nulla del loro valore qualora la formula di Planck (7.4) si rivelasse erronea; a condurre alla teoria dei quanti di luce è proprio quella parte della formula che è a sufficienza confermata dall'esperienza (la legge di Wien, valida al limite per grandi valori di ν/T).

Vedete ancora, la saggezza di basarsi sul regime di Wien! E più avanti Einstein affermava che il nuovo sistema teorico, che spiegherà i quanti di luce in modo completo, dovrà essere una modifica della teoria odierna (non un abbandono) perchè la legge di Jeans è valida per piccole frequenze. E nel secondo lavoro del 1909:

> Ritengo che la prossima fase dello sviluppo della fisica teorica ci fornirà una teoria della luce che sarà interpretata come una specie di fusione della teoria delle onde e della teoria dell'emissione.

Ricordiamoci che siamo nel 1909, ben prima del modello di Bohr. Einsteinè solo nell'aver visto con chiarezza la necessità di riformulare la teoria in modo da comprendervi i fenomeni quantistici.

L'idea di una teoria che comprenda sia la fisica classica che quella quantistica non lo abbandonò più. Quando, nel 1925 e negli anni seguenti, venne formulata la nuova teoria quantistica, Einstein si trovò in disaccordo con l'interpretazione corrente. Ai suoi occhi la MQ non rappresentava la meta ma una teoria fenomenologica e provvisoria che ancora doveva preludere alla vera fusione tra teoria classica tradizionale e comportamento microscopico della materia. E l'interpretazione gli parve una pericolosa rinuncia a scoprire il comportamento reale della natura.

4.4 Energia e quantità di moto.

Dobbiamo accennare ad altri contributi di Einstein alla teoria della radiazione, successivi agli anni in cui l'interesse principale fu la formulazione della relatività generale. Due sono i punti centrali dei suoi tre lavori scritti tra il 1916 e il 1917. In primo luogo un chiarimento sull'emissione e l'assorbimento dei quanti di energia; in secondo luogo l'assegnazione al quanto di una quantità di moto oltre che di energia.

Supponiamo che la radiazione sia in equilibrio con un insieme di "molecole" (gli oscillatori di Planck o qualsiasi altra cosa in grado di interagire con la radiazione), e che il numero di molecole con energia E_m sia dato da

$$N_m = p_m \exp(-E_m/kT) \tag{4.9}$$

dove p_m è un peso statistico. Consideriamo due livelli di energia E_m e E_n, con $E_m > E_n$. Einstein propose che il numero di transizioni tra m e n, dW_{mn} e viceversa dW_{nm}, tra i due stati nel tempo dt sia dato dalle espressioni

$$dW_{mn} = N_m(\rho(\nu,T)B_{mn} + A_{mn})\ dt, \tag{4.10}$$

$$dW_{nm} = N_n\rho(\nu,T)B_{nm}\ dt. \tag{4.11}$$

L'equazione mostra che nell'ipotesi l'emissione è in parte spontanea, indipendente dalla radiazione presente (il termine A_{mn}) e in parte indotta (il termine $\propto \rho$). Per l'equilibrio, $dW_{mn} = dW_{nm}$ e quindi

$$A_{mn}p_m = \rho\{B_{nm}p_n \exp((E_m - E_n)/kT) - B_{mn}p_m\}. \tag{4.12}$$

Se a questo punto si trascurasse il termine di emissione indotta si otterrebbe

$$\rho(\nu,T) = (p_m A_{mn}/p_n B_{nm})\exp(-(E_m - E_n)/kT), \tag{4.13}$$

cioè la legge fenomenologica di Wien se

$$E_m - E_n = h\nu \tag{4.14}$$

(invece l'assenza del termine spontaneo non permetterebbe di determinare ρ). Questa equazione mostra che il salto di energia è accompagnato dall'emissione di radiazione monocromatica; questa formula è essenziale per la successiva teoria degli spettri atomici, dovuta a Niels Bohr).

Nel primo lavoro del 1909 Einsteinsi occupava anche delle fluttuazioni dell'energia (cioè di $< E^2 >$), e subito dopo delle fluttuazioni della quantità di moto, usando la formula di Planck. Il valor medio nel volume v del quadrato dell'energia con frequenza tra ν e $\nu + d\nu$ è:

$$< dE^2 >= (h\rho\nu + \frac{c^3\rho^2}{8\pi\nu^2})v\ d\nu. \tag{4.15}$$

Si tratta della somma di due termini, di cui il secondo, come diceva Einstein, era dovuto alla interferenza classica tra le onde di diversa frequenza che riempiono la cavità, mentre

> il primo, se fosse il solo presente, fornirebbe una fluttuazione dell'energia di radiazione non dissimile da quella che si avrebbe se la radiazione consistesse in quanti puntiformi di energia $h\nu$ che si muovessero indipendentemente l'uno dall'altro.

Passiamo alla quantità di moto. Einstein considerò uno specchio di superficie f immerso nella radiazione e ne studiò le fluttuazioni di velocità $< d\Delta^2 >$ nel tempo τ dovute alla pressione della radiazione di frequenza tra ν e $\nu + d\nu$, trovando

$$\frac{d\Delta^2}{\tau} = \frac{1}{c}\ (h\rho\nu + \frac{c^3\rho^2}{8\pi\nu^2})\ f\ d\nu. \tag{4.16}$$

Einstein notava la "stretta parentela" tra le due relazioni; a questa equazione "si applicano considerazioni del tutto analoghe a quelle fatte" per la equazione passata:

> Se fosse presente solo il primo termine (che è dominante per $h\nu/kT >> 1$) le fluttuazioni della pressione di radiazione potrebbero essere spiegate perfettamente tramite l'ipotesi che la radiazione consista in complessi di energia $h\nu$, poco estesi e dotati di moto reciprocamente indipendente.

E infine Einstein rilevava che

> le riflessioni fatte non perderebbero essenzialmente nulla del loro valore qualora la formula di Planck si rivelasse erronea; a condurre alla teoria dei quanti di luce è proprio quella parte della formula che è a sufficienza confermata dall'esperienza (la legge di Wien, valida al limite per grandi valori di ν/T).

Einstein non assegnò subito la quantità di moto $h\nu/c$ ad ogni quanto, benché come abbiamo visto avesse paragonato più volte il quanto a particelle puntiformi; colui che aveva formulato la relatività ristretta non introdusse l'impulso accanto all'energia del quanto nè quindi il quadrivettore $P_\mu \equiv (h\nu,\ h\nu/c)$ (forse perchè nella teoria euristica non si parlava di massa dei quanti di energia?). Questo mostra una volta di più che i procedimenti della ricerca non sono lineari né ovviamente prevedibili. Fu Stark (1874 - 1957) (che aveva ascoltato un seminario di Einstein sulle fluttuazioni) a introdurre l'impulso del quanto di energia, scrivendo nello stesso anno l'equazione di conservazione della quantità di moto per un quanto emesso da un elettrone (processo di bremsstrahlung, radiazione di frenamento).

Dunque siamo molto vicini all'idea che il quanto possieda impulso; ma perchè Einstein parli di impulso del quanto bisogna aspettare il 1916, dopo la relatività generale, quando ritornò sull'argomento considerando l'equilibrio termico tra un gas molecolare e la radiazione. L'eq. viene ricavata considerando il moto browniano delle molecole; lo specchio era sostituito da un sottoinsieme di molecole che si muovevano nella stessa direzione. Ma questa volta Einstein cercò di ottenere lo stesso risultato per le fluttuazioni dal punto di vista della radiazione, prendendo come punto di partenza le eq. del moto e la distribuzione di Planck, e concluse:

> Se un fascio di radiazione induce in una molecola l'emissione o l'assorbimento di una quantità di energia $h\nu$, allora viene trasferita alla molecola una quantità di moto $h\nu/c$, diretta lungo il fascio nell'assorbimento, in verso contrario al fascio per l'emissione.

Vediamo il commento di Pais:

> A parte la questione dello spin, possiamo dire che *Einstein estrasse, non soltanto il quanto di luce, ma anche il concetto più generale di fotone, basandosi completamente su considerazioni di meccanica statistica.*

(En passant: la parola "fotone" venne proposta da Gilbert Lewis, noto chimico - fisico di Berkeley, in un lavoro del 1926 dal titolo: "The Conservation of Photons").

Nel 1917 ogni dubbio sul'esistenza dei quanti di luce era dissipato nella mente di Einstein. Ma nello stesso tempo egli rivelava disagio per gli aspetti concettuali: la sua trattazione dell'emissione spontanea, assegnando un impulso al quanto, implicava un rinculo per il sistema che emette (atomo, molecola). Ma niente determinava la direzione dell'emissione spontanea. Einstein comprendeva che il concetto di emissione spontanea è del tutto non classico e sottolineava la somiglianza tra quel processo e il decadimento radioattivo, per il quale vale la legge esponenziale di Rutherford: ambedue processi quantistici, diciamo oggi. Di nuovo vediamo le radici del successivo malessere di Einstein nei confronti della MQ come teoria definitiva.

Ma torniamo al "fotone" e al suo impulso. Da quel momento tutti gli elementi per trarre le conseguenze della teoria corpuscolare sulla diffusione della luce da parte di elettroni erano a disposizione, ma si dovette aspettare il 1923, quando separatamente A. Compton (1892 - 1962) e P. Debye (1884 - 1966, professore all'ETH di Zurigo) applicarono la cinematica relativistica all'urto elastico tra il quanto e un elettrone a riposo, ottenendo la formula famosa che lega la direzione di diffusione del fotone al cambiamento di lunghezza d'onda:

$$\Delta\lambda = (h/mc)\ (1 - \cos\theta). \tag{4.17}$$

Compton analizzò gli esperimenti, trovando che questa relazione è soddisfatta entro gli errori e fornendo cosí un fortissimo argomento in favore dell'esistenza dei quanti: un risultato sensazionale che obbligò ad accettare il quanto di luce con la sua energia e la sua quantità di moto. Notiamo en passant che la misura precisa dell'effetto Compton in camera di Wilson permise di controllare la conservazione dell'energia e dell'impulso nei singoli processi microscopici.

Chapter 5

L'elettrodinamica quantistica negli anni '30.

5.1 La meccanica quantistica.

Nel 1925 - 26 uscirono i due primi lavori sulla Meccanica Quantistica. Werner Heisenberg (1901 - 1976) sviluppò la meccanica delle matrici, mentre Erwin Schrödinger (1887 - 1961) introdusse contemporaneamente una teoria apparentemente molto diversa, la meccanica ondulatoria. In realtà si trattava di due versioni della stessa teoria formale, come si comprese rapidamente. Subito dopo Born sviluppò la teoria generale probabilistica, in opposizione alla versione classica che non poteva continuare. Schrödinger non si adattò mai a questa versione della teoria e cercò sempre una via d'uscita diversa. Anche Einstein non volle adattarsi alla nuova teoria, cercando sempre una strada classica che lo portò ad estraniarsi dagli sviluppi quantistici.

Secondo la meccanica quantistica le p e le q sono operatori (dipendenti o indipendenti dal tempo) e non numeri. Di conseguenza anche H è un operatore (e se è il caso anche le altre variabili). Né le p né le q sono costanti del moto mentre è costante sia l'operatore hamiltoniano che il suo autovalore. Uno stato può stare in un autovalore della hamiltoniana mentre né le q né le p possono assumere un valore fisso; esse variano casualmente. Quindi basta considerare gli autovalori della hamiltoniana.

Si trovarono immediatamente le autofunzioni e gli autovalori della hamiltoniana; per l'oscillatore armonico valgono gli autovalori discreti (in opposizione ai valori classici, continui). Si trovò subito lo spettro discreto dell'atomo di idrogeno e anche quello continuo fu ottenuto rapidamente. In un periodo inferiore ai due anni si ottennero sia le regole pratiche che la teoria generale probabilistica.

La meccanica quantistica ebbe subito una grande diffusione tra i giovani e portò immediatamente alla comprensione di formule che non potevano essere classiche.

5.2 La teoria del campo elettromagnetico.

Vediamo come le idee fondamentali della meccanica quantistica furono sviluppate ed applicate alla teoria del campo elettromagnetico.

Il lavoro di Heisenberg sulla meccanica delle matrici è dell'estate del 1925. Già nel successivo settembre Max Born (1882 - 1970) e Pascual Jordan (1902 - 1970) applicarono le sue idee al campo elettromagnetico, trattando la pura radiazione come un insieme di elementi di matrice; immediatamente dopo (novembre) uscì un lavoro dei due con Heisenberg (BHJ) che conteneva alcune idee fondamentali. In primo luogo dalla quantizzazione del campo veniva ottenuta la formula di Einstein sulle fluttuazioni dell'energia (cosa che rassicurò gli autori sulla validità della procedura). Venne introdotta la quantizzazione dei modi normali (onde piane stazionarie) di una corda vibrante e le coordinate q_k e p_k di ogni modo normale vennero quantizzate secondo le regole canoniche. Gli autori fecero anche una osservazione di immensa importanza: l'autovalore del numero di occupazione dell'oscillatore di frequenza ν_k è il numero di quanti del campo, cioè dei fotoni, di energia $h\nu_k$. Dunque al campo quantizzato corrispondono particelle (i fotoni nel caso elettromagnetico).

L'applicazione delle regole di quantizzazione si rivelò fertilissima: si ottenne la connessione tra il campo e le particelle. BHJ fecero anche notare che per costruzione i fotoni ubbidiscono alla statistica simmetrica di Bose - Einstein (S.N. Bose, 1884 - 1974) (oggi diciamo *bosoni*), dal momento che non vi è modo di distinguere fotoni con la stessa energia e che la costruzione della funzione d'onda è necessariamente simmetrica.

In questo primo approccio il campo era libero, mancava la teoria dell'interazione tra campo e materia; come fanno i fotoni a interagire? In linea di principio la teoria quantistica del campo deve poter descrivere la creazione e la distruzione dei fotoni, il passaggio cioé da uno stato con un numero di fotoni ad un altro con numero di fotoni e/o energia diversi.

5.3 I fotoni di Dirac.

La risposta venne data da P.A.M. Dirac (1902 - 1984) che nel 1927 pose le basi dell'elettrodinamica quantistica sviluppando la teoria delle perturbazioni e mostrando che al primo ordine essa implica l'assorbimento e l'emissione dei singoli fotoni. La sua teoria dell'elettrone relativistico non esisteva ancora (apparve nel 1928); Dirac studiava l'interazione della radiazione con un atomo. Il procedimento era il seguente: Dirac quantizzava la radiazione libera, otteneva la rappresentazione del campo per mezzo di matrici, interpretava gli stati alla BHJ e introduceva l'interazione tra campo e atomo mediante l'interazione classica:

$$H^{int} = -\frac{e}{c} A_i^{tr}(x,t) \frac{dx_i}{dt}. \tag{5.1}$$

Consideriamo prima il campo libero. La hamiltoniana libera è equivalente ad una somma di hamiltoniane di oscillatori armonici. Gli elementi di matrice degli operatori a_k, a_k^+ sono dati da

$$a_{n,n+1} = a^+_{n+1,n} = \sqrt{n+1}. \tag{5.2}$$

La hamiltoniana libera è

$$H_0 = \Sigma_k h\nu_k (a_k^+ a_k + 1/2) \tag{5.3}$$

(non consideriamo la polarizzazione per semplicità). Uno stato del campo libero è denotato dall'autovalore del numero di eccitazione n_k di ciascun modo di oscillatore, che fornisce il numero di fotoni con energia $h\nu_k = \hbar\omega_k$ e quantità di moto $\hbar k$ (interpretazione di BHJ). Dirac sottolineò la statistica simmetrica di Bose - Einstein.

In assenza di interazione si ha dunque un atomo con certi numeri quantici m e un campo EM libero con un certo numero di fotoni la cui configurazione è denotata da $\{n\}$. Dirac propose di trattare in modo perturbativo l'interazione. All'ordine più basso la probabilità di transizione tra uno stato m, $\{n\}$ e uno stato m', $\{n'\}$ è proporzionale al modulo quadro di $H^{int}_{m',n';m,n}$. Prendendo gli elementi di matrice di quella formula, la parte che dipende dai gradi di libertà dell'atomo va calcolata tra i corrispondenti stati atomici imperturbati e la parte del campo EM va calcolata tra gli stati imperturbati del campo EM. Ora in H^{int} il campo compare linearmente. Pertanto, per via di questa formula, l'elemento di matrice perturbativo al primo ordine, $H^{(1)}_{fi} =< f|H^{int}|i >$ cambia di ± 1 il numero di fotoni dallo stato iniziale. Dunque un solo fotone viene emesso o assorbito. Sappiamo che l'emissione è proporzionale a $\sqrt{n+1}$. La parte n corrisponde al processo indotto proporzionale alla densità di radiazione presente (il coefficiente B di Einstein), mentre il termine 1 descrive l'emissione spontanea indipendente dalla radiazione presente: era il termine A di Einstein. Dirac quindi ottenne la relazione partendo dai principii della teoria quantistica.

Notiamo qui l'essenza della descrizione del campo mediante la teoria quantistica. La quantizzazione conduce ad associare naturalmente particelle relativistiche di Bose al campo. Gli stati quantistici descrivono un numero qualsiasi di particelle con energia e impulso assegnati. In generale tra stati con numero diverso di particelle esistono elementi di matrice non nulli e pertanto il numero di particelle di data energia e dato impulso non è una costante del moto. Ciò implica una differenza essenziale rispetto alla meccanica quantistica ordinaria in cui il numero delle particelle interagenti è fissato.

Può sembrare che i processi che coinvolgono più fotoni, come la diffusione Compton, non siano descritti dalla formula. Ma ciò dipende dall'uso della teoria delle perturbazioni al primo ordine; in un secondo lavoro del '27 Dirac propose la formula perturbativa del secondo ordine:

$$H^{(2)}_{f,i} = \Sigma_n \frac{H^{int}_{f,n} H^{int}_{n,i}}{E_i - E_n}. \tag{5.4}$$

La diffusione (p. es. l'effetto Compton sull'atomo) avviene mediante un doppio processo: l'atomo assorbe un fotone e poi ne emette un altro oppure prima emette un fotone e poi ne assorbe un altro. Lo stato intermedio n nel primo caso contiene un fotone in meno dello stato iniziale e dello stato finale, nel secondo contiene un fotone in più. Naturalmente l'energia dello stato intermedio è diversa da quella iniziale (che è uguale a quella finale). Gli stati intermedi sono stati fisici, hanno cioé la relazione fisica tra il loro impulso e la loro energia, ma l'energia dello stato intermedio non è uguale a quella dello stato iniziale (si noterà piú avanti la differenza rispetto alla formulazione covariante alla Feynman della teoria perturbativa).

Notiamo che si applicano le regole della meccanica quantistica; l'insieme dei due processi agisce come le due fenditure di un'esperienza di interferenza per una particella quantistica: prima si calcola l'ampiezza e poi si prende il modulo quadro.

Verso la fine del 1927 Pascual Jordan (1902 - 1980) e Oskar Klein (1894 - 1977) applicarono il formalismo di Dirac all'equazione di Schrödinger, interpretando la funzione d'onda come un campo, trasformando una teoria di particella quantistica singola in una teoria che descrive un numero qualsiasi di particelle (ubbidienti alla statistica di Bose - Einstein). Jordan nello stesso anno si chiese come ottenere fermioni in luogo di bosoni attraverso una procedura di seconda quantizzazione, e un lavoro suo e di Eugene Wigner (1902 - 19) del 1928 introdusse le regole di anticommutazione per il campo e per gli operatori di creazione e di distruzione a^+, a che portano a statistica antisimmetrica, dunque al principio di esclusione, cioé ai *fermioni*.

La denominazione "seconda quantizzazione" deriva da questo procedimento che reinterpreta la funzione d'onda della meccanica quantistica come un campo e lo quantizza mediante fermioni. Esso viene usato nel linguaggio comune per denotare la trasformazione da un problema di particella singola a un problema in cui il numero di particelle non è fissato ma vale la statistica di Fermi - Dirac.

5.4 La teoria di Dirac.

Per avere la teoria relativistica degli elettroni a spin 1/2, cioè fermioni, bisogna aspettare i lavori di Dirac sull'equazione relativistica dell'elettrone. Questi lavori sono dell'inizio del 1928; la teoria relativistica dell'elettrone che ne risulta contiene per basse velocità i risultati precedenti, contiene la descrizione dell'interazione col campo elettromagnetico, spiega lo spin e il momento magnetico dell'elettrone; ma essa contiene soluzioni ad energia sia positiva che negativa: $E = \pm c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$. Dirac sospettò che questi stati fossero associati a particelle di carica opposta, e all'inizio tanto bastò per scartarli. Ma non a lungo: nel corso del 1928 la teoria fu soggetta a discussioni tra lui e Heisenberg durante una visita a Lipsia. Immaginate Heisenberg che scriveva a Wolfgang Pauli (1900 - 1958) in quell'anno:

> Il capitolo più triste della fisica moderna è e resta la teoria di Dirac.

Ma nel frattempo Oskar Klein e Yoshio Nishina (1890 - 1951) usarono l'equazione di Dirac per l'interazione atomo - radiazione già nell'ottobre 1928; Ivar Waller (1898 - 19) a Uppsala e indipendentemente Igor E. Tamm (1895 - 1971) a Mosca provarono che per la diffusione di un fotone da parte di un elettrone la somma sugli stati intermedi all'ordine perturbativo piú basso doveva contenere anche gli stati ad energia negativa per poter ottenere il limite classico della sezione d'urto Thomson (J.J. Thomson, 1856 - 1940) al limite di basse frequenze: una strana situazione dunque, se c'era bisogno di quegli stati per riprodurre il risultato della teoria classica. Hermann Weyl (1885 - 1955) suppose che gli stati ad energia negativa rappresentassero protoni, ma Dirac non accettò direttamente questa ipotesi che avrebbe permesso di trasformare un elettrone in un protone senza conservare la carica elettrica; nel dicembre 1929 propose che gli stati ad energia negativa fossero tutti occupati e concepì le vacanze in questi stati come particelle ad energia positiva e carica opposta a quella dell'elettrone. Ritenne che si trattasse dei protoni (la differenza di massa dovrebbe essere attribuita all'interazione) e fornì una rappresentazione degli stati intermedi necessari per la formula di Klein e Nishina. Poi nel 1930 J. Robert Oppenheimer (1904 - 1967) notò che questa interpretazione permetteva il processo protone + elettrone $\rightarrow$ 2 fotoni che renderebbe instabili gli atomi.

Nel maggio 1931 Dirac fece la proposta definitiva

> Un buco [nel mare di elettroni che occupano gli stati ad energia negativa] sarebbe un nuovo tipo di particella, ignota alla fisica sperimentale, con massa uguale e carica opposta a quella dell'elettrone.

Dirac propose anche di eliminare le divergenze dell'energia e della carica sottraendo le corrispondenti quantità relative agli stati di energia negativa riempiti: in altre parole si definiscono energia e carica nulle per lo stato in cui i livelli ad energia negativa sono tutti occupati e quelli ad energia positiva sono tutti vuoti.

Nel settembre 1932 Carl David Anderson (1905 - 19) vide il positrone nella sua apparecchiatura (non poteva trattarsi di un elettrone in salita se l'energia doveva diminuire). Immediatamente Patrick M. Blackett (1897 - 1974) e Giuseppe (Beppo) Occhialini (1907 - 1993) cercarono positroni nel loro apparato composto da una camera a nebbia controllata da contatori Geiger (Hans W. Geiger, 1882 - 1945); ne trovarono e riconobbero anche coppie di elettroni e positroni. E per primi avanzarono l'ipotesi che queste particelle

> possono essere state create durante il processo di collisione.

Evidentemente conoscevano la teoria di Dirac e l'interpretazione delle lacune negli stati ad energia negativa.

Il naturale sviluppo, introdotto da un lavoro di Heisenberg del 1934, consistette nell'adoperare il metodo della 'seconda quantizzazione' di Jordan e Wigner in modo da incorporare il principio di esclusione nella teoria dell'elettrone - positrone. Dobbiamo a questi lavori l'uso dell'operatore hamiltoniano per la teoria perturbativa:

$$H^{int} = -i \int d^3x \bar{\psi} \gamma \psi A^{tr} \tag{5.5}$$

dove ψ è il campo dell'elettrone quantizzato mediante regole di anticommutazione.

Sottolineiamo ancora la conseguenza stravolgente della teoria di Dirac: la descrizione dell'elettrone implica l'introduzione di infinite particelle (tranne in certe approssimazioni di bassa energia, come per l'atomo non relativistico); l'elettrone "singolo" è in realtà *un insieme di infiniti corpi* perchè il mare degli stati negativi partecipa alla dinamica (come si seppe dai calcoli perturbativi) modificandone in modo essenziale i risultati. Tra l'altro, il contributo del mare è necessario per l'invarianza relativistica della teoria.

Dunque anche qui la teoria dei campi quantizzati, che descrive in linea di principio un numero qualsiasi di particelle, variabile durante l'interazione, diventò l'algoritmo adatto. Per descrivere gli elettroni bisogna introdurre un campo, come per i fotoni. La differenza sta nelle regole di quantizzazione. Per i fotoni (e per tutti i bosoni) si introducono i commutatori, per gli elettroni (e per tutti i fermioni) si introducono gli anticommutatori del campo. La differenza è estremamente importante: nel limite classico i campi bosonici corrispondono a campi classici, mentre i fermioni corrispondono a particelle.

5.5 L'invarianza di gauge.

Al tempo stesso cominciavano gli studi sulla invarianza di gauge. Nel gennaio 1928 Jordan, Pauli e Heisenberg cercarono una formulazione Lorentz covariante dell'elettrodinamica trovando subito una difficoltà: il momento canonicamente coniugato ad A_0 è nullo. L'anno dopo Heisenberg concepì un trucco introducendo nella Lagrangiana un termine $\lambda \partial_\mu A^\mu$ e ponendo infine $\lambda \rightarrow 0$ (marzo '29). Nel successivo settembre mostrarono come evitare questa procedura (giusta ma arbitraria).

Il termine 'eichinvarianz' era stato introdotto nella letteratura attraverso Hermann Weyl il quale nel 1919, nel quadro della relatività generale, volle introdurre l'invarianza per le trasformazioni

$$g'_{\mu\nu} = e^{\chi} g_{\mu\nu}, \tag{5.6}$$

$$A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu}\chi \tag{5.7}$$

(essa lascia invariate le coordinate x^{μ}). Queste equazioni non lasciano invariato l'elemento di lunghezza: $ds'^2 = e^{2\chi} ds^2$. Ció venne chiamato 'invarianza di scala' (in tedesco, prima fu chiamata 'Masstabinvarianz' e poi 'Eichinvarianz'). L'idea venne abbandonata, ma il nome della trasformazione rimase e fu tradotto in inglese con 'gauge invariance'.

Il primo ad associare queste equazioni alla trasformazione di fase della funzione d'onda delle particelle cariche fu Walter Gordon (1893 - 1940) nel '27. Weyl, in una successione di lavori del '29, chiarì la connessione tra invarianza di gauge e conservazione della carica elettrica.

5.6 La QED negli anni '30.

L'atteggiamento nei confronti della teoria di Dirac dell'elettrone - positrone fu tutt'altro che unanime ed entusiasta. Molti in quegli anni ebbero perplessità profonde per la teoria dell'interazione tra campo elettromagnetico e cariche elettriche, tra l'altro perché il solo strumento di calcolo era lo sviluppo perturbativo della ampiezza in serie della costante di accoppiamento e.

La teoria di Dirac libera, cioè prima di considerare l'accoppiamento tra cariche e campo, dava luogo a quantità infinite alle quali però si poteva porre rimedio ridefinendo le quantità fisiche dopo aver sottratto il valore relativo al vuoto. Ma anche dopo l'eliminazione dell'energia e della carica di punto zero la teoria era piagata da infiniti dovuti alla interazione. In quegli anni ci si trovò di fronte ad una situazione sconcertante: spesso l'ordine perturbativo più basso (diagrammi ad albero, diremmo oggi) forniva una risposta sensata, finita, mentre le approssimazioni di ordine più alto nella costante di accoppiamento davano luogo ad integrali divergenti ed apparivano prive di senso.

Così per esempio la formula di Klein e Nishina per la diffusione Compton funzionava bene, come anche il calcolo all'ordine più basso per la produzione e l'annichilazione di coppie elettrone - positrone. Ma le 'correzioni' dell'ordine successivo erano infinite. Infatti l'equazione che fornisce la correzione del secondo ordine contiene un veleno quasi mortale: la somma sugli stati intermedi dà luogo ad integrali divergenti.

Niente di simile era stato visto prima. La meccanica quantistica poteva apparire strana e contraria al senso comune, ma era priva di contraddizioni e di risultati insensati, e aveva permesso rapidamente di spiegare un gran numero di fatti fisici, dalla struttura degli atomi al sistema periodico, alla struttura dei nuclei e delle molecole.

Quindi l'atteggiamento nei confronti della QED (chiamiamo elettrodinamica quantistica la teoria dell'elettrone - positrone in interazione con i fotoni) non fu di totale adesione, neppure da parte di coloro che la fondarono e che vi contribuirono con risultati importanti. Pauli in particolare accolse molto male la teoria degli elettroni e degli stati negativi riempiti. Nel '33 scrisse a Dirac:

> Non credo nel tuo punto di vista dei "buchi" neppure ora che l'esistenza dell'antielettrone è provata.

E ad Heisenberg:

> Non credo nella teoria dei buchi perchè vorrei avere asimmetria tra elettricità positiva e negativa nelle leggi della natura (non mi soddisfa di spostare l'asimmetria empirica sullo stato iniziale).

Il vuoto aveva una energia di punto zero infinita e così anche una carica di punto zero infinita che disturbavano molto Pauli (come abbiamo detto, a questo si pone rimedio facilmente).

Ma anche Dirac e altri erano dubbiosi. Dirac scrisse nel '36:

> Il solo aspetto importante (della teoria quantistica) che dovremmo abbandonare è la QED e possiamo abbandonarla senza rimpianti; infatti, a causa della sua estrema complessità la maggior parte dei fisici sarebbero contenti di evitarla.

Un commento di Pauli, nel '36, suona così:

> Sembra che il successo stia dalla parte di Dirac e non della logica.

E ancora, Heisenberg scrisse a Pauli nel '35:

> Per la QED siamo ancora al livello in cui eravamo nel '22 con la meccanica quantistica. Sappiamo che tutto è sbagliato. Però per capire in quale direzione muoversi per superarla è necessario che approfondiamo le conseguenze del suo formalismo molto di più di quanto abbiamo fatto finora.

Il giudizio di Heisenberg appare quello giusto, alla luce di quanto è accaduto. Nonostante i dubbi la ricerca avanzò e su di essa è basata la situazione attuale.

Nel 1930 Oppenheimer si imbattè negli infiniti esaminando il processo di auto energia di un sistema dotato di carica, un elettrone per fissare le idee (per la self energia basta porre $i = f$). Egli usava la teoria di Dirac al secondo ordine perturbativo prendendo come stati intermedi un elettrone più un fotone, ma sommava anche sugli stati ad energia negativa che considerava vuoti (la teoria con gli stati occupati non esisteva ancora) e trovò che il risultato divergeva quadraticamente. Il conto era sbagliato per via del trattamento degli stati ad energia negativa, ma il problema era reale. Quattro anni più tardi Victor Weisskopf (1908) calcolò l'auto energia elettrostatica dell'elettrone nell'ambito della teoria dell'elettrone - positrone, sottraendo la stessa quantità relativa al vuoto, e trovò una divergenza logaritmica. Lo stesso risultato si trovava per l'effetto considerato da Oppenheimer facendo il calcolo con la nuova teoria: la divergenza era logaritmica.

Anche l'auto energia (self energy) del fotone, dovuta al processo del secondo ordine $\gamma \rightarrow e^+e^- \rightarrow \gamma$, venne trovata divergente, mentre l'invarianza di gauge richiede che la massa del fotone sia nulla (il calcolo maltrattava l'invarianza di gauge). Infatti, una caratteristica di molti dei conti di quel periodo era lo scarso controllo sulla invarianza di gauge e sulla invarianza di Lorentz. Naturalmente in linea di principio ambedue queste invarianze facevano parte dei fondamenti della teoria. Tuttavia nella esecuzione del calcolo diventava difficile controllare le invarianze ad ogni stadio. Per capire, si pensi all'esecuzione di un calcolo usando il gauge di Coulomb e un sistema di riferimento particolare: le invarianze della teoria c'erano ma non era facile controllarle ad ogni passo. Spesso i processi di sottrazione, necessari per eliminare gli infiniti della teoria, distruggevano le invarianze producendo risultati come quello della self energia del fotone.

Nonostante gli infiniti tuttavia la QED progredì per tutti gli anni '30, usando metodi di sottrazione per ottenere quantità finite. Diamo una breve lista molto incompleta. La formula di Klein - Nishina per la diffusione Compton dalla teoria di Dirac dei buchi fu verificata sperimentalmente con precisione (Lise Meitner, 1878 - 1968); furono calcolate le sezioni d'urto per il processo $2\gamma \rightarrow e^+e^-$ (Dirac 1930) e per il processo inverso (nel 1934; Gregory Breit, 1899 - 1982, e John A. Wheeler, 1911). La conseguente possibilità di una interazione $\gamma - \gamma$ fu notata nel 1933 (O. Halpern) e il complesso calcolo fu condotto da Euler e Kochel (1935) che scrissero anche la hamiltoniana effettiva all'ordine e^4 (primo esempio di hamiltoniana effettiva).

Christian Möller (1904 - 1980) ricavò (1932) l'espressione dell'ampiezza invariante per la diffusione elettrone - elettrone. Oppenheimer e Plesset nel 1933 proposero il meccanismo di produzione di coppie da parte di un fotone nel campo elettrico nucleare. Si ottenne la formula per la perdita di energia per radiazione (Bremsstrahlung) di un elettrone nel campo elettrico atomico (nel 1934; Hans Bethe, 1906, e Walter Heitler, 1904 - 1981): Homi J. Bhabha (1909 - 1965) calcolò nel 1935 la sezione d'urto per la diffusione elastica di un positrone su un elettrone attraverso lo stato intermedio di un fotone.

Parecchi sviluppi di carattere formale aumentarono la fiducia nella teoria. Come abbiamo detto, venne introdotta la seconda quantizzazione del campo di Dirac e la teoria fu formulata in modo simmetrico tra elettroni e positroni; l'uso del metodo delle sottazioni per evitare gli integrali divergenti fu sviluppato con maggiore attenzione per l'invarianza relativistica e di gauge. Gli stessi risultati del metodo delle perturbazioni hamiltoniane si ottennero anche considerando le equazioni quantistiche tra operatori e sviluppando in serie di e. Fu introdotta la coniugazione di carica: Heisenberg nel 1934, essenzialmente Hendryk A. Kramers (1894 - 1952) nel 1937, Ettore Majorana (1906 - 1938) nel 1937, Wendell. H. Furry (1907 - 1984) nel 1937.

Un calcolo molto importante per gli sviluppi degli anni '40 fu la formula della correzione del secondo ordine (polarizzazione del vuoto) al livello di energia di un elettrone che si trovi nello stato nS. Per i livelli S dell'atomo di idrogeno E.A. Uehling ottenne (1935)

$$\Delta E(nS) = -\frac{4Z^4\alpha^5}{15n^3}mc^2 \tag{5.8}$$

dove $\alpha = e^2/4\pi\hbar c= 1/137$ era la costante di struttura fina. Per $n = 2$ la frequenza relativa tra i due livelli calcolata da questa formula è $\Delta\nu = -27$ megacicli al secondo ($\Delta E = -1.8 \cdot 10^{-8}$ eV). Questo inizio di teoria delle correzioni ai livelli dell'atomo di idrogeno ebbe un ruolo importante in seguito, nell'immediato dopoguerra.

In conclusione alla fine degli anni '30, nonostante i dubbi, era avanzato il livello generale della teoria ottenendo molti risultati sensati. Gli infiniti venivano evitati mediante sottrazioni, calcolando cioè non quantità assolute ma differenze, come nel caso del livelli energetici. In quegli anni ci si avvicinò a riconoscere che ogni infinito della teoria poteva essere raggruppato nella divergenza della carica e della massa dell'elettrone. Ma le ricerche dei pochi fisici attivi vennero distolte dalle vicende della guerra. Fu solo dopo la sua fine che si ritornò ai problemi della QED.

Chapter 6

La QED è una teoria completa.

6.1 QED negli anni '40.

Dopo gli sforzi durati più di due decenni conosciamo la risposta della fine anni '40: nell'ambito della trattazione perturbativa della elettrodinamica quantistica (unico strumento allora a disposizione) tutte le quantità infinite possono essere raggruppate in tre ridefinizioni: la rinormalizzazione della carica e della massa dell'elettrone e la rinormalizzazione del campo del fotone (nelle quantità fisiche appaiono solo Z_1/Z_2 e Z_3). Pertanto, a patto di prendere dall'esperimento i valori della massa e della carica dell'elettrone, la teoria permette di calcolare in modo finito qualsiasi altro processo a qualsiasi ordine perturbativo.

È la cosiddetta rinormalizzazione. Una teoria che permette di raggruppare gli infiniti e di eliminarli sostituendo a questi infiniti un certo numero (finito) di quantità prese dall'esperimento si chiama rinormalizzabile. Ma la strada per pervenire a questo risultato fu lunga e difficile. Cerchiamo di dare un'idea della situazione risportando alcuni dei risultati più significativi.

Con la fine della guerra la ricerca si riorganizzò e molte energie dedicate allo sforzo bellico vennero riversate nella fisica; al tempo stesso la scienza, in particolare la fisica, diventava immensamente popolare per gli evidenti successi.

Nelle prime riunioni americane si riprese a discutere dello stato dell'arte in QED. Un impulso fondamentale fu dato dalla misura e dal calcolo di due quantità: il Lamb shift (differenza tra i livelli di energia $2S$ e $2P$ nell'atomo di idrogeno, già citata) e il momento magnetico anomalo dell'elettrone.

Nel dopo guerra l'Europa era distrutta mentre l'America ripartì: dal 2 al 4 giugno 1947 si svolse la conferenza di Shelter Island, con la partecipazione di circa 25 persone. La guerra aveva fatto avanzare enormemente le tecniche di microonde. Così nel 1947 fu possibile misurare la struttura fina dei livelli dell'atomo di idrogeno. Willis E. Lamb (1913) e Robert C. Retherford (1912 - 1981) discussero lì i loro risultati: il livello $2S^2_{1/2}$ ha una energia maggiore del $2P^2_{1/2}$ di circa 1000 megacicli al secondo. Secondo la teoria elementare dell'atomo relativistico i due livelli devono essere degeneri. La correzione del secondo ordine calcolata da Uehling forniva per lo stato $2S$ uno spostamento 40 volte minore e di segno opposto (verso il basso). La teoria si rimise in moto. Bethe produsse in 5 giorni un nuovo calcolo teorico per il livello $2S$ usando per l'elettrone la teoria non relativistica e sottraendo la self energia (energia propria) dell'elettrone libero. La differenza divergeva logaritmicamente e Bethe, ispirato, pose il taglio alla massa dell'elettrone. Ottenne

$$\Delta E(nS) = \frac{4Z^4\alpha^5}{3\pi n^3} mc^2 \ \ln \frac{mc^2}{E_{av}} \tag{6.1}$$

dove E_{av} è l'energia media di eccitazione dello stato nS. Calcolando E_{av} ottenne 1040 megacicli al secondo (e il segno giusto!).

Nel frattempo Julian S. Schwinger (1918 - 1993 ?) aveva messo a punto un poderoso formalismo che manteneva la covarianza di Lorentz e la invarianza di gauge ad ogni stadio della teoria (bisogna dire che il problema della covarianza era stato già risolto da Stückelberg in Svizzera nel 1934 in un lavoro che era passato inosservato). Nel dicembre 1947 Schwinger presentò il calcolo del momento magnetico anomalo dell'elettrone con rinormalizzazione delle quantità divergenti. Otteneva il risultato

$$\frac{g-2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi} = 1162 \cdot 10^{-6}. \tag{6.2}$$

Il fattore 1162 andava confrontato con il risultato sperimentale 1183 (l'errore era sull'ultima cifra). Per un elettrone di Dirac privo di interazione col campo elettromagnetico si ha g=2. I metodi e il risultato aprivano la via al calcolo giusto del Lamb shift che fu terminato un anno più tardi. L'espressione finale completa è

$$\Delta E(nS) = \frac{4Z^4\alpha^5}{3\pi n^3} mc^2 \biggl(\ln(mc^2/E_{av}) - \ln 2 + \\ +11/24 + 3/8 - 1/5 \biggr).$$

Il primo termine era quello di Bethe, l'ultimo quello di Uehling.

Il formalismo di Schwinger era poderoso, corretto e complicato. Si diceva allora che c'erano tre tipi di seminari: quelli che tutti capivano, quello che erano capiti solo dall'autore e da Schwinger e quelli che erano capiti solo da Schwinger. Però anche Schwinger ebbe un problema: il termine che l'anno dopo corresse in 3/8 era in origine minore per un fattore 1/3, per via delle regole di trasformazione della self energia dell'elettrone nella versione hamiltoniana.

6.2 Feynman.

Nel frattempo nel '47 un giovane estremamente brillante, Richard Feynman (1918 - 1988), cercava di spiegare certi suoi metodi semplicissimi mai visti prima e incomprensibili, che però permettevano di ottenere i risultati giusti in modo covariante in un tempo brevissimo.

I due metodi vennero presentati ad una riunione che si tenne in Pennsylvania al Pocono Manor dal 30 marzo al 2 aprile '48. Della poderosa complessa costruzione di Schwinger si afferrava poco, ma fu chiaro che risolveva le difficoltà della covarianza e sistemava la materia. Il lavoro di Feynman, basato, diciamo oggi, sul metodo degli integrali sulle storie, risultò del tutto incomprensibile, ma bisognava ammettere che era velocissimo, sintetico, covariante e i risultati erano corretti.

Il metodo di Feynman vinse alla lunga, anche se per un po' non si riuscì a capire la connessione con i metodi tradizionali. Oggi i calcoli vengono svolti con i metodi di Feynman. Ma torniamo a quegli anni in cui la QED fu sistemata. Schwinger provò che l'energia propria (self energy) del fotone era nulla al secondo ordine e fornì una valutazione quasi completa dell'equazione (mancava il termine 11/24). Feynman si esibì in una velocissima deduzione dello stesso risultato (sempre senza 11/24).

Bisogna citare anche i lavori del gruppo giapponese di Sin-itiro Tomonaga (1906 - 1979), di Tokyo, che fu il soggetto di una lettera a Oppenheimer scritta pochi giorni più tardi. La loro formulazione della QED era sostanzialmente equivalente a quella di Schwinger e il gruppo giapponese fu il primo ad ottenere la formula, completa del termine 11/24. Subito dopo Norman M. Kroll (1922) e Lamb ottennero lo stesso risultato manovrando destramente i vecchi metodi, e all'inizio del '49 sia Schwinger che Feynman pubblicarono i risultati ottenuti con i metodi rispettivi (vi fu parecchia collaborazione tra i diversi gruppi). La formula fornì 1051 megacicli, l'esperimento 1062 ± 5. Questa concordanza di risultati dette fiducia sulle capacità di dominare le correzioni radiative.

Feynman, Schwinger e Tomonaga ebbero il premio Nobel per la fisica nel 1965 'per il loro lavoro fondamentale sull'elettrodinamica quantistica con profonde conseguenze per lo sviluppo della fisica delle particelle elementari'.

6.3 Dyson mostra l'equivalenza.

La fondamentale equivalenza tra il metodo di Feynman e quello di Schwinger - Tomonaga fu provata più tardi da Freeman J. Dyson (nato nel 1923) in alcuni lavori fondamentali (1949). Basta un numero finito di parametri (rinormalizzazione della carica elettrica, della massa dell'elettrone e della funzione d'onda del fotone).

Da allora in poi il metodo di Feynman dominò incontrastato. Oggi nei corsi introduttivi si segue sostanzialmente la via di Dyson per giungere allo svilupo perturbativo di Feynman partendo dalla formulazione canonica, nel caso del campo scalare. Si ricava poi la stessa serie perturbativa usando il metodo funzionale per poi usarlo nella QED e nelle teorie di gauge non abeliano.

Rinormalizzazione: già al terzo meeting (tenuto dall'11 al 14 aprile ad Oldstone - on - Hudson, a 60 km da New York) era chiaro che all'ordine perturbativo α la rinormalizzazione era sufficiente ad eliminare gli infiniti. A Dyson (nel 1949) fu dovuta la fondamentale prova che la rinormalizzazione della massa dell'elettrone, della carica e della funzione d'onda del fotone bastano ad eliminare gli infiniti dalla teoria a tutti gli ordini. La prova venne migliorata e semplificata da altri contributi importanti: Abdus Salam (1926 - 1993 ?), John C. Ward (nato nel 1924), Paul T. Matthews (1919 - 1987), Steve Weinberg (nato nel 1933) etc; in seguito vennero fornite molte versioni della procedura di regolarizzazione e rinormalizzazione.

I valori fisici della massa e della carica dell'elettrone non possono essere previsti dalla teoria, ma basta fornire alla QED i valori sperimentali di m e di e per poter calcolare, beninteso in modo perturbativo, qualsiasi altra ampiezza. Le differenze tra i valori fisici m, e e i parametri lagrangiani m_0, e_0, sono espresse mediante serie perturbative

$$\delta m = \Sigma_1^\infty \delta m_n \alpha^n, \qquad \delta e = \Sigma_1^\infty \delta e_n \alpha^n. \tag{6.3}$$

in cui ogni termine δm_n e δe_n è divergente. Non sappiamo niente sul comportamento della serie e in generale non sappiamo niente sul comportamento delle serie perturbative che esprimono quantità fisiche. Convergono o no? Vi sono argomentazioni, per le quali rimandiamo ai libri di elettrodinamica, che fanno ritenere che si tratti di serie asintotiche, teorie divergenti in cui i primi termini approssimano un risultato finito.

Seguiamo il comportamento di un fotone virtuale. Il γ si può spezzare per parte del tempo in due μ e in ogni altra coppia di particella - antiparticella. In conclusione, dall'ordine α^2 in su il fotone virtuale contiene contributi da tutte le specie di particelle cariche del mondo fisico. Finora non c'è alcuna indicazione che la teoria quantistica dell'elettrodinamica, tenendo conto delle altre interazioni note, non sia adeguata a computare le quantità fisiche corrispondenti agli esperimenti.

Chapter 7

Dall'elettrone alle relazioni di dispersione.

7.1 L'elettrone, il neutrino e il neutrone.

Emil Wiechert, Walter Kaufmann e J.J. Thomson sono gli scopritori di quello che nel 1899 Thomson chiamò elettrone. Nel 1897 sia Kaufmann che Thomson avevano trovato il rapporto e/m, lo stesso risultato trovato da Wiechert qualche mese prima. L'elettrone in quanto tale fu usato per la prima volta nel 1899 da Thomson (George J. Stoney nel 1891 aveva già dato il nome di elettrone all'unità fondamentale di carica). In quel lavoro Thomson non soltanto concluse che il valore di e/m era quello stesso delle particelle prodotte foto elettricamente ma annunciò anche i risultati sperimentali sul valore di e ottenuti mediante un metodo scoperto recentemente dal suo studente C.R.T. Wilson. Il suo valore per la carica era $e = 6.8 \times 10^{-10}$ u.e.s., un buon risultato data la novità del metodo (oggi sappiamo che è 4.803 206 8 $\pm 0.0000015 \times 10^{-10}$ u.e.s.). La massa era di circa 3×10^{-26} grammi, tutto sommato un buon ordine di grandezza.

Il neutrino comparve in modo teorico nel 1930. Einstein aveva creduto nel novembre 1910 (solo per pochi giorni) che il principio di conservazione dell'energia potesse non valere. Nel 1924 Bohr, Kramers e Slater avevano proposto che l'energia si conservava solo statisticamente (come anche la causalità), ma subito dopo uno studio dello scattering Compton in camera a nebbia aveva provato che l'energia e l'impulso si conservavano in ogni evento. Bohr ripropose in pubblico la non conservazione dell'energia nel decadimento β nella sua lezione Faraday, l'8 maggio 1930. Già nel 1929 aveva scritto su questo argomento a Pauli a cui la cosa non era piaciuta molto. In una lettera a Pauli del 1 dicembre 1930 Heisenberg per la prima volta gli parlò del suo "neutrone". Il 4 dicembre Pauli stesso, in una lettera alle signore e signori radioattivi, divulgo' il "neutrone", che poi divenne il neutrino, senza fornire ulteriori particolari. 3 anni dopo, a partire dal dicembre 1933, Fermi ne definì le regole fenomenologiche seguendo la teoria quantistica dei campi. Il neutrino fu poi visto sperimentalmente nel 1956. La differenza tra il neutrino dell'elettrone e quello del muone fu trovata nel 1962 (Melvyn Schwartz e Jack Steinberger ebbero il Premio Nobel parecchi anni dopo).

Fu poi Chadwick a scoprire il neutrone, nel febbraio 1932.

7.2 La particella di Yukawa.

Nel novembre 1934 il ventiseienne Hideki Yukawa scrisse un lavoro che fu pubblicato nel 1935. Descriveva un mesone complesso in interazione col campo del nucleone, per il quale usò l'equazione d'onda nel limite semi classico

$$(\Delta_2 - \partial_t^2 - \kappa^2)U = g\rho$$

dove $\rho = \psi^* \tau^- \psi$ e $\psi = (p, n)$. g è una costante con la dimensione della carica elettrica. Il campo aveva 4 componenti, ma la quarta componente era l'unica a rimanere nel limite di bassa energia. Nel caso statico (ρ indipendente da t) si aveva

$$U(x) = -\frac{g}{4\pi} \int \rho(x') \frac{e^(- \kappa|x - x'|}{|x - x'|} d^3x'.$$

Cosí Yukawa ottenne il risultato finale

$$W = (\tau_+(1)\tau_-(2) + \tau_-(1)\tau_+(2)) g^2 e^{-\kappa r_{12}} / r_{12}.$$

Da $1/\kappa = 2 \times 10^{-13}$ cm Yukawa trovò un valore intorno 200 Mev per la massa di U, con g qualche e . Non si parlava di forze tra particelle dello stesso tipo: non erano ancora previste nel 1934.

Il lavoro di Yukawa era primitivo ma conteneva già 3 punti destinati a restare: la separazione della interazione forte da quella debole, la prima stima della massa del mesone e l'osservazione che i quanti pesanti potevano essere correlati agli sciami generati dai raggi cosmici. Inoltre conteneva una proposta ingegnosa:il campo U si accoppia fortemente alla coppia (p, n), ma anche, debolmente, alla coppia (e, ν). Di conseguenza si può avere

$$n \to p + U^-; \quad U^- \to e^- + \bar{\nu}.$$

(Oggi sappiamo che il decadimento beta procede con una coppia virtuale di tipo Bose che peró non è il mesone di Yukawa.)

Analizzando i dati sulla componente penetrante dei raggi cosmici Neddermeyer e Anderson conclusero che si poteva trattare di una particella di carica 1 e massa intermedia tra il protone e l'elettrone. Su *Science* apparve un breve annuncio nel novembre 1936, seguito da un lavoro del marzo '37. In conclusione: o non funziona la teoria standard, oppure esistono particelle di carica 1 e masse maggiori di un normale elettrone e molto inferiori ad un protone.

Lo stesso risultato fu ottenuto poco dopo indipendentemente da Street e Stevenson a Harvard e dal gruppo di Nishina a Tokyo. Un lavoro di Street e Stevenson sul Review of Modern Physics del 1939 poneva la massa tra 100 e 400 masse elettroniche, con valore piú probabile intorno a 200 Mev. Cosí adesso esisteva anche il mesone sperimentale. Infatti il 1 giugno del '37 Oppenheimer e Serber spedirono al Physical Review una lettera che suggeriva che l'elettrone pesante scoperto di recente fosse il mesone di Yukawa (e criticano molti dettagli del lavoro di Yukawa). La lettera di Stückelberg da Ginevra con lo stesso significato partì 5 giorni dopo.

Nel settembre 1937 Yukawa e Shoichi Sakata (1911 - 1970) trattarono sistematicamente i mesoni carichi quantizzati alla Pauli - Weisskopf:

$$\partial_\mu \partial_\mu \phi - \kappa^2 \phi + f \partial_\mu \bar{\psi} \tau_- \gamma_\mu \psi = f \bar{\psi} \tau_- \psi.$$

Nel successivo dicembre sia Nicholas Kemmer che Robert Serber notarono che la teoria scalare forniva una posizione relativa sbagliata per il deutone. Introdussero mesoni vettori carichi (anche Bhabha, che notò inoltre che un mesone libero decade in $e + \nu$). Le teorie portarono Kemmer a concludere nel 1938 che si trattava di un tripletto degenere con $T = 1$. Seguirono subito lavori sulla teoria vettoriale carica di Yukawa, Sakata, Taketani e Kobayashi e di Frölich, Heitler e Kemmer.

7.3 Acceleratori ante guerra.

Van de Graaf nel 1929 cominciò a lavorare a Princeton su un generatore elettrostatico a cinghia che lo condusse nel 1931 a ottenere 1.5 MeV. Al Cavendish Lab Cockcroft e Walton lavorarono per alcuni anni producendo, grazie all'aiuto di Rutherford, una combinazione di condensatori e rettificatori con cui poterono moltiplicare il voltaggio di un trasformatore da 200 keV con un potenziale di corrente diretta di 700 keV.

Nel 1929, da un articolo di Wideröe, E.O. Lawrence ebbe l'idea di realizzare un ciclotrone composto da due D. Per via del campo magnetico uniforme, perpendicolare alle D, le particelle cariche prodotte nel centro seguono un cammino semi circolare di frequenza $\nu = eB/2\pi m$ (finché non entrano in gioco effetti relativistici ν non dipende dalla velocità della particella). Nella primavera del '30 Edlefsen, studente di Lawrence, costruì due modelli di ciclotrone e nel settembre Lawrence pubblicò un lavoro alla National Academy of Sciences. Il 30 aprile 1931 Lawrence e Livingston riferirono che il ciclotrone, costruito da quest'ultimo come lavoro per il PhD, funzionava: usando un magnete con facce polari dal diametro di 10 cm e dando un campo di 12 700 Gauss, ioni molecolari di idrogeno di 80 000 volt erano stati prodotti usando oscillatori di frequenza 2000 volt sulle piastre. 3 mesi più tardi con un modello da 9 pollici i due accelerarono protoni oltre il MeV e nel febbraio 1932 riportarono i risultati di un nuovo magnete da 11 pollici: una corrente di 10^{-9} ampere di protoni da 1.22 MeV. Nel settembre terminarono il primo esperimento di fisica con White. Seguirono i ciclotroni da 27 pollici, poi da 37 e da 60, con energie di protoni che arrivavano ad 8 MeV. Altri ciclotroni vennero costruiti altrove e Lawrence stesso fece i piani per un ciclotrone da 100 MeV. Ma la guerra decise altrimenti.

7.4 Gli acceleratori dopo la guerra.

Nell'immediato dopo guerra la ricerca beneficiò considerevolmente del rispetto che i militari avevano per la scienza. I laboratorii di Los Alamos, Oak Ridge e Chicago (Argonne), iniziati per lavoro collegato alla guerra, poterono continuare e svilupparono gradualmente programmi di ricerca pura. Lawrence fece buon uso dell'alta stima in cui era tenuto dal generale Grooves, capo del Manhattan Engineer District, per perorare la causa del Radiation Lab di Berkeley che negli anni passati era stato dedicato esclusivamente allo sforzo della guerra. Così nel 1946 venne autorizzata la costruzione a Berkeley del sincrotrone per elettroni al costo di 500 000 dollari. Lo stesso Grooves autorizzò i 170 000 dollari per il completamento del ciclotrone da 184 pollici e provvide al trasferimento di apparecchiature radar e altro materiale per parecchie centinaia di migliaia di dollari.

Il 18 luglio 1946 un gruppo di nove università della costa orientale fondò "the Associate Universities Incorporated"; come laboratorio fu scelta l'istallazione militare di Camp Upton, noto oggi come il Brookhaven National Lab, cui succedette nel gennaio 1947 la nuova Atomic Energy Commission.

Alla fine del 1945 fu scritto un lavoro sul sincro - ciclotrone, sul sincrotrone e su altre 4 novità: il betatrone, il microtrone, l'acceleratore lineare a risonanza e l'acceleratore a guida d'onda lineare. Il sincro - ciclotrone usava cicli relativistici usando il principio della stabilità di fase (Veksler 1944; Mac Millan 1945). Lo SC accelera particelle per impulsi; i limiti sulle frequenze costringono ad usarlo solo fino a circa 700 MeV.

Nel sincrotrone (vecchia maniera) ν e B aumentavano mentre le particelle dovevano essere iniettate dall'esterno e seguivano un'orbita circolare. Il primo sincrotrone fu il Cosmotrone di Brookhaven.

Lentamente anche l'Europa tornava alla normalità. Già prima del 1950 i principali scienziati europei avevano capito che dovevano unire le forze per riprendere lena, coadiuvati dagli americani. Nel febbraio 1952 11

Paesi firmarono a Ginevra un accordo per un Consiglio Europeo per le Ricerche Nucleari. Il sito permanente cominciò nel maggio del '54. Il primo acceleratore divenne operativo nel 1957: era un sincro - ciclotrone da 600 MeV.

7.5 Acceleratori più recenti.

Nel 1952 3 gruppi (E.D. Courant, M.S. Livingston e H.S. Snyder; J.P. Blewett; J.P. Adams, M.G.N. Hine e J.D. Lawson) trovarono un metodo nuovo: le vibrazioni orizzontali e verticali potevano essere eliminate usando un fortissimo gradiente di B alternativamente in orizzontale e verticale. Inoltre c'era un grosso vantaggio economico: la forte diminuzione delle oscillazioni permette che la sezione d'urto sia ancora più piccola, da cui magneti piú piccoli e costi inferiori.

Le prime macchine completate con il nuovo stile furono quella di Cornell (1954, 1 GeV), seguita da MIT - Harvard (CEA, 1962, 6 GeV), Amburgo (Desy, 1975, 7 GeV), Daresbury (Nina, 1967, 4 GeV), Erevan (Arus, 1967, 6 GeV), Serpuchov (1967, 76 GeV) e Cornell (1967, 10 GeV).

Nel 1960 entrò in funzione il BNL da 30 GeV; l'anno prima era stato finito l'AGS del CERN (28 GeV) da cui derivarono nel '67 il sincrotrone a fasci incrociati, poi il sincrotrone per protoni da 400 GeV (1976, poi trasformato in ppbar) e il LEP per elettroni e positroni del 1987.

Torniamo agli Stati Uniti: nel 1972 venne inaugurata al nuovo Fermi National Accelerator Lab una macchina che accelerava protoni da 200 GeV. Nel 1984 un nuovo progetto ha raggiunto 1 TeV.

Questo rapido sguardo alla crescita degli acceleratori non può peró far comprendere la straordinaria complessità e ricchezza dei nuovi, moderni laboratori a cui non possiamo neppure accennare.

7.6 La camera a bolle.

Glaser inventò la camera a bolle nel 1952. Si trattava di un liquido chiuso in un vaso e surriscaldato oltre il punto di ebollizione. Per espansione il liquido diventa instabile per le bolle che si formano al passaggio di particelle cariche lasciando tracce fotografiche. L'anno dopo pubblicò i primi fotogrammi di tracce fatte in una camera da due centimetri cubi. La camera a bolle ha, rispetto alla camera di Wilson, immensi vantaggi per sensibilità, ciclo, risoluzione spaziale e alto potere frenante. Il primo esperimento in camera a bolle fu pubblicato nel 1957.

Dalla fine degli anni '50 le varie nuovissime forme di camere di ogni genere accoppiate ai potentissimi metodi cambiano continuamente la forma delle nostre conoscenze. Da molti anni ormai si prendono solo le coordinate delle particelle che si vogliono misurare, una quantità infinitesima rispetto al numero complessivo delle coordinate delle particelle che non vengono misurate (né lo potrebbero).

7.7 Pioni, antiprotoni e risonanze.

Nel maggio 1947 il gruppo di Powell annunciò la scoperta dei pioni nei raggi cosmici. Nel successivo 1950 la conoscenza della reazione $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$ permise di ottenere una massa di 275.2 $\pm$ 2.5 m_e per il pione carico, mentre la massa del π^0 era minore di 10.6 $\pm$ 2 m_e. Era stato trovato l'isotripletto del 1938. Il tipo di spin, combinato all'ipotesi che il π^0 ha stessi spin e parità dei pioni carichi, permise di concludere che i pioni sono pseudo scalari. Nello stesso anno il μ (massa 207 m) venne separato dal pione.

Ma la teoria mesonica delle forze nucleari non funzionava. La regola

$$H_{int} = ig \int \bar{\psi}\vec{\tau}\psi\,\vec{\pi}\,d^3x$$

implicava un'interazione tra nucleoni essenzialmente proporzionale a v/c, rapporto piccolo nel deutone, e quindi g doveva essere molto grande:

$$\frac{g^2}{\hbar c} = 15,$$

risultato negativo: l'analogia Maxwell - Yukawa non valeva. Così cominciò per la dinamica delle interazioni forti un'attesa che durò fino a quando non si comprese che il pione non è la particella delle interazioni fondamentali.

Nel gennaio del 1952 Fermi, con considerazioni basate sul lavoro appena iniziato al sincro - ciclotrone da 450 MeV di Chicago, aveva previsto una risonanza di spin isotopico 3/2 nell'urto: alla massima energia di pione ottenibile (circa 140 MeV) l'urto pione - nucleone procedeva essenzialmente nello stato di isospin 3/2.

Fu l'inizio della risonanza 33, poi detta Δ, uno stato con 4 particelle di massa intorno a 1230 MeV, larghezza circa 115 MeV, isospin e spin 3/2: Δ^{++}, Δ^+, Δ^0 e Δ^-. Da lì cominciò la lunga ricerca delle risonanze che per una ventina di anni interessò molti fisici: dalla seconda metà degli anni '50 agli anni '70 costituì una appassionante ricerca di nuove particelle.

L'antiprotone fu trovato sperimentalmente a Berkeley nel 1955; l'anno precedente Amaldi, Castagnoli, Franzinetti e Manfredini avevano già osservato nei raggi cosmici un candidato antiprotone.

G- parità: Nel 1952 Jost e Pais notarono l'esistenza di una nuova regola di somma basata sulla esistenza dell'isospin e della coniugazione di carica; nella forma più semplice dice che un numero dispari di pioni neutri non può generarne un numero pari e viceversa. Louis Michel notò che questa regola equivale alla invarianza per coniugazione di carica e rotazione isotopica $C \times R_2$. T.D. Lee e C.N. Yang nel 1956 la chiamarono G- parità nel 1956.

7.8 I momenti magnetici e la dinamica dei mesoni.

Tra la fine del 1948 e la metà del '49 comparvero 6 e piú lavori sul calcolo al secondo ordine dei momenti magnetici, ma i risultati furono tremendi. Ancora una volta i momenti del neutrone e del protone richiedevano grandi valori di $g^2/\hbar c$ e soprattutto valori diversi: il neutrone richiedeva che $g^2/\hbar c = 7$, il neutrone 52, un flop già a quest'ordine.

Le proprietà generali della rinormalizzazione condussero nel 1949 al risultato che segue. Tutte le teorie vettoriali e pseudo vettoriali con mesoni carichi sono non rinormalizzabili in presenza di accoppiamenti. Le teorie scalari o pseudo scalari di mesoni carichi sono non rinormalizzabili in presenza di accoppiamento f, mentre sono rinormalizzabili se hanno solo accoppiamento g. Serve ancora una ulteriore rinormalizzazione: l'ampiezza dell'urto mesone - mesone ha un ulteriore infinito (assente per l'urto luce - luce per invarianza di gauge) e quindi deve essere introdotta un ulteriore parametro fenomenologico a qualche energia fissata.

A sua volta il fatto che la teoria pseudo scalare simmetrica con accoppiamento $ig\int\bar{\psi}\bar{\tau}\gamma_5\psi\bar{\pi}\,d^3x$ fosse rinormalizzabile non aiutò: il valore di $g^2/\hbar c$ era troppo grande. Inoltre il rapporto delle sezioni d'urto elastiche π^+p/π^-p si attestava intorno a 7 tra 50 e 100 MeV, invece di essere di ordine 1; il rapporto $\pi^-p \to \pi^0 n/\pi^-p \to \pi^-p$ valeva circa 2 a 100 MeV mentre la teoria richiedeva un valore attorno al 2-3 %. La distribuzione angolare non tornava e anche la foto produzione di mesoni era piena di contraddizioni.

7.9 Relazioni di dispersione.

Nell'autunno del '51 Fermi, parlando del nucleo al simposio sulla fisica contemporanea, concluse le sue vedute sulla fisica dei mesoni dicendo:

> Naturalmente può accadere che qualcuno arrivi tra poco con una soluzione al problema del mesone e che i risultati sperimentali confermino tanti dati dettagliati della teoria che sarà chiaro a tutti che essa è corretta. Cose del genere sono successe nel passato. Possono accadere di nuovo. Io peró non credo che ne dobbiamo tenere conto e credo che dobbiamo essere preparati per un lungo tiro difficile.[...]
>
> Quando fu proposta la teoria di Yukawa c'era una speranza legittima che le particelle coinvolte, protoni, neutroni e mesoni π, potessero essere considerati come legittime particelle elementari. Questa speranza perde sempre piú fondamento via via che nuove particelle vengono rapidamente scoperte.

Fermi aveva proprio ragione. Già nel 1949 aveva pensato, con C.N. Yang, che i pioni potevano essere composti di nucleoni e anti nucleoni (vedere anche N. Rosen e H.M. Moseley).

Nel limite di bassa frequenza la sezione d'urto Compton vale nella QED ad ogni ordine e quindi fornisce un metodo per misurare la carica (un teorema simile vale per l'ordine successivo α). Fu trovato anche un altro, importante, teorema di bassa energia: nella foto produzione di mesoni l'ampiezza esatta alla soglia è connessa all'ampiezza perturbativa A_{pert} da

$$A = A_{pert}\big(1 + C\frac{\mu}{M} + O\frac{\mu}{M}^2\big)$$

dove C è una costante dipendente dal modello. Estrapolando i dati al limite $\mu \to 0$ si trovava che il valore $f^2/\hbar c$ vale circa 0.08, in accordo con $g^2/\hbar c$ 15 e con

$$\frac{f^2}{\hbar c} = \big(\frac{\mu}{2m}\big)^2\frac{g^2}{\hbar c}.$$

Le relazioni di dispersione confermarono tutto ciò. La prima formula, trovata da W. Sellmeyer nel 1871, riguardava la relazione tra dispersione ed assorbimento della luce su particelle legate:

$$n(\omega) - 1 = \sum \frac{\alpha(\omega_i)}{\omega_i^2 - \omega^2}$$

Nel 1926 H.A. Kramers ed indipendentemente R. de L. Kronig estesero la formula al continuo:

$$n(\omega) - 1 = P\int_0^\infty \frac{\alpha(\omega')\,d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}$$

dove P e' il valore principale di Cauchy. Questa relazione non dipende dai dettagli della interazione tra luce e materia ma solo da proprietà generali: se la causa e l'effetto sono collegati linearmente e se l'effetto non può precedere la causa, la relazione suddetta vale per le trasformate di Fourier se $n(-\omega) = n(\omega)$ e $\alpha(-\omega) = -\alpha(\omega)$.

Nel 1946 Kronig suggerì di aggiungere la causalità agli altri postulati della matrice S, cosa abbastanza facile nel caso relativistico. Cosí la formula fu ottenuta dalla teoria dei campi.

Nel 1955 Marvin Goldberger, con argomenti in parte euristici, ottenne le relazioni di dispersione in avanti per l'urto π-nucleone. Definiamo

$$S_{ab} = \delta_{ab} + 2\pi i\delta^4(p_a - p_b)T_{ab}. \tag{7.1}$$

Per urto in avanti pione - nucleone T è una matrice 3×3 nello spazio di isospin del nucleone:

$$T_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}T^{(1)}(\omega) + \frac{1}{2}[\tau_\alpha, \tau_\beta]T^{(2)}(\omega), \tag{7.2}$$

dove

$$T^{(1)} = \frac{1}{2}\big(T^{(-)} + T^{(+)}\big),\ \ T^{(2)} = \frac{1}{2}\big(T^{(-)} - T^{(+)}\big).$$

Vale la relazione

$$ReT^{(2)}(\omega) = \frac{2\omega f^2}{\omega^2 - \big(\mu^2/2M\big)^2} + \tag{7.3}$$

$$+\frac{\omega}{\pi}P\int_\mu^\infty \frac{k'[\sigma_-(\omega') - \sigma_+(\omega')]\,d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}. \tag{7.4}$$

$\sigma^{+,-}$ sono le sezioni d'urto in avanti, proporzionali a $ImT^{(+,-)}$. Oltre all'integrale bisogna includere il termine del polo, che corrisponde al processo in cui $\omega = \mu^2/2M$ (e k è immaginario). Usando la teoria dei campi (non l'approccio perturbativo) il termine f si identifica con la costante di accoppiamento rinormalizzata. Già nel 1956 risultò $f^2/\hbar c = 0.082 \pm 0.015$.

Nei casi in cui la relazione di dispersione non valesse (in questo caso vale) si possono usare dispersioni sottratte. I teoremi sul comportamento delle sezioni d'urto ad alta energia (quello di Pomeranchuk è il piú noto) forniscono un certo controllo sulla situazione.

Si ottennero anche altre relazioni; nel nucleone - nucleone si previde la risonanza ρ con $T = J = 1$ (trovata nel 1961 in una posizione intorno a 770 MeV, larghezza $\Gamma = 150$ MeV). Fu seguita lo stesso anno dalla ω ($T = 0$, $J = 1$, M 783 MeV, Γ= 10 MeV), vista come un picco di 3 pioni in $\bar{p}p \rightarrow 5\pi$ e dalla η ($T = J = 0$, M 549, Γ= 1 keV).

Molti sforzi che non possiamo seguire furono dedicati alle relazioni di dispersione non in avanti. Si ottennero anche le relazioni che legano i valori di $A(s,t,u)$ nelle 3 regioni fisiche diverse. Sidney Mandelstam propose una doppia relazione,

$$\begin{aligned} A(s,t,u) = & \int\int ds'dt' \frac{\rho_1(s',t')}{(s -' s)\,(t'-t)} + \\ & + \int\int dt'du' \frac{\rho_2(t',u')}{(t'-t)\,(u'-u)} + \\ & + \int\int du'ds' \frac{\rho_3(u',s')}{(u'-u)\,(s'-s)}\,, \end{aligned}$$

che fu poi trovata valida in teoria del potenziale (a parte sottrazioni) ma non fu mai verificata in generale.

In un lungo scritto sulla teoria del potenziale Tullio Regge nel 1959 utilizzò una sezione per definire univocamente la funzione unica $f(l,s)$ che trasforma $f_l(s)$, definita originariamente solo per l discreto, in una funzione continua delle due variabili. La generalizzazione (G.F. Chew e S.C. Frautschi 1961, R. Blankenbecker e Goldberger, 1962, mai provata) alla teoria dei campi fu per un lungo periodo assai rilevante: separando le particelle a seconda dei diversi valori dell'isospin e delle altre caratteristiche, per ogni dato valore e ogni parità le traiettorie relative sono lineari nel quadrato della massa, un messaggio molto importante. Tuttavia l'uso della generalizzazione a queste teorie relativistiche non può essere paragonato al rigore del trattamento di Regge che poteva studiare gli specifici effetti delle teorie di potenziale.

Chapter 8

La parità non si conserva.

8.1 Nuovi mesoni e iperoni.

Nel dicembre 1947 un articolo di G.D. Rochester e C.C. Butler, che lavoravano nel Lab di Blackett a Manchester, riportò l'esistenza di due eventi insoliti nelle foto di raggi cosmici fatte in camere a bolle. Uno, trovato il 15 ottobre 1946, mostrava una traccia a forchetta che fu interpretata come un decadimento spontaneo di una particella neutra in una coppia di particelle cariche. L'altro, del 23 maggio 1947, mostrava una traccia con una variazione improvvisa, con molta probabilità il decadimento di una particella carica in un'altra con l'accompagnamento di una o piú neutre. Le masse delle particelle di origine stavano tra 770 e 1600 m_e (massa dell'elettrone, = 0.5 MeV).

Qualche anno piú tardi ció avrebbe provocato discussioni di corridoio e telefonate internazionali. Allora se ne parló pochissimo: le 'particelle' a V non servivano a niente, né altri riesaminarono le camere a bolle per trovarvi altri esempi del genere. Nella Pocono Conference del 1948 Rochester per scritto non ne fece menzione (ne parló oralmente e poi privatamente con alcuni partecipanti tra cui Anderson, R.B. Brode e Bruno Rossi). Brode a sua volta menzionò quasi per caso di aver osservato nei raggi cosmici 8 particelle con masse tra 500 e 800 m_e (circa 250 - 400 MeV).

Verso la fine dello stesso anno il gruppo di Bristol trovò il primo esempio di una particella carica, di massa tra 870 e 985 MeV, che decadeva in 3 particelle ritenute probabilmente pioni (primo esempio di decadimento

$$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \,) \,.$$

Nella tarda primavera del '50 apparve un rapporto di Caltech in cui, grazie alla nuova camera a nebbia di Anderson, tra le altre cose furono osservate 4 variazioni improvvise e 30 forchette. Niente masse probabili. Rappresentavano il decadimento di particelle neutre e cariche di un tipo nuovo. Nella prima Conferenza di Rochester, il 16 dicembre 1950, Oppenheimer suggerì una discussione sui mesoni, ma non se ne fece niente.

Alla conferenza di Bagneres - de - Bigorre, luglio 1953, molte cose erano giá cambiate. Parteciparono una ventina di gruppi attivi nel campo; si chiamarono 'mesoni K' le particelle di massa intermedia tra il pione e il protone, 'iperoni' quelle con massa tra il protone e (temporaneamente) il deutone. L'anno seguente fu proposto il nome 'barione' per denotare i nucleoni e gli iperoni. I relativi simboli furono dati nello stesso anno (in ordine decrescente):

$$\Xi^-,\ \Xi^0;$$

$$\Sigma^-,\ \Sigma^0,\ \Sigma^+;$$

$$\Lambda;$$

$$n,\ p\,.$$

Bruno Rossi presentó il difficile sommario.

Decadimento Λ: per

$$\Lambda \to p + \pi + (most\ probably)\, 37\ MeV$$

c'era un ottimo valore: 3 (oggi 2.6) $\times$ 10^{-10} sec.

Qualche evidenza riguardava il decadimento del Σ^+ e della particella a cascata, poi chiamata Ξ^-. Si trovarono anche i primi casi di particelle Λ in materia nucleare.

Il decadimento neutro

$$\theta \to \pi^+ + \pi^-$$

di massa 495 $\pm$2 MeV e vita media intorno a 10^{-10} sec (adesso 0.9 $\times$) era sicuro. Esisteva qualche prova di $\tau^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$.

Mesoni carichi. Il τ ha massa intorno a 495 MeV e vita media tra 10^{-8} e 10^{-10} sec (adesso è 1.2×10^{-8} sec). C'era una evidenza per $K^{\pm}_{\mu 3} \to \mu^{\pm} +$ 2 neutri (oggi $K^{\pm}_{\mu} \to \mu^{\pm} + \nu + \pi^0$), per $\theta^{\pm} \to \pi^{\pm} + \pi^0$ (in termini attuali).

Trovando la stessa proporzione di decadimenti carichi e neutri nelle emulsioni e nelle camere a nebbia Rossi concluse:

> Possiamo ridurre a uno il numero di particelle... Esiste una somiglianza molto forte tra la particella carica τ di massa 970 (m_e) e la neutra θ di massa 971 (m_e). Sembra che non sia un caso...

Dal 1953 funzionò il Cosmotrone di Brookhaven (3 GeV), seguito nel giro di 2 anni dal Bevatrone di Berkeley. Gli acceleratori presero il sopravvento sui raggi cosmici. Il Cosmotrone depositava circa 10^{11} protoni sul bersaglio ogni 3 secondi, producendo circa 10^9 K^+; dopo la separazione dei fasci restavano circa 10^3 K^+ per volta. Poco più avanti, per l'AGS da 30 GeV i numeri furono 4×10^{12} protoni per impulso (ogni 3 secondi), 10^{11} K^+ e 10^6 K^+ dopo la separazione dei fasci (K^- era inferiore per un fattore tra 3 e 10). Negli anni seguenti divenne addirittura necessario tenere bassi i ritmi degli eventi, in modo da non mettere in tilt i rivelatori.

Il ritmo di produzione delle particelle era elevato, ≥ 1 % dei pioni; si trattava di una interazione forte. Invece il decadimento lento $\Lambda \to p + \pi^-$ era "proibito", cioé avveniva con enorme lentezza. Nel 1953 Murray Gell-Mann propose ingegnosamente di assegnare spin intero a questi iperoni (non esisteva ancora la particella di cascata) e spin semi intero ai mesoni K. Allora i processi di produzione possono essere forti (si conserva T) mentre nei decadimenti non si conserva T (Gell-Mann e A. Pais, 1954): $|\Delta T| = 1/2$. Ne seguiva che i decadimenti avvenivano solo per interazione debole.

K^0 e $\bar{K}^0$ non potevano essere uguali nelle interazioni forti, ma potevano andare uno nell'altro per interazione debole. Tralasciando per un momento questa piccola mescolanza introduciamo le due combinazioni

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(K^0 + \bar{K}^0\right); \;\; K_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(K^0 - \bar{K}^0\right).$$

Questi stati, K_1 e K_2, hanno vite medie diverse e dobbiamo dare a loro, non agli stati K^0 e $\bar{K}^0$, il nome di particelle. K e $\bar{K}$ sono combinazioni di questi stati, invarianti per le interazioni forti ma non per quelle deboli.

8.2 Parità etc.

Passiamo alla parità. Otto Laporte, studente di Sommerfeld, aveva scoperto nel 1924 che i livelli di energia dell'atomo del ferro consistono di due sottoinsiemi disgiunti. Nel maggio 1927 E. Wigner trovò la risposta giusta: gli atomi sono separati in 'termini normali' (noi diciamo di 'parità pari') e 'riflessi' (parità dispari). Nel successivo febbraio, in un lavoro dal titolo 'Sulle leggi di conservazione in meccanica quantistica', Wigner notò che queste leggi sono associate all'esistenza di operatori unitari P che commutano con H. Disse anche che la parità non ha analogie in meccanica classica e concluse annunciando che P ha solo autovalori ± 1 e che gli autovalori di P e di H possono essere contemporaneamente diagonali.

Dopo la parità si introdussero l'inversione temporale (Wigner, 1932; nessun numero quantico perché coinvolge relazioni tra stati essenzialmente diversi) e la coniugazione di carica (Kramers, 1937; altrettanto non lineare; riguarda soltanto la teoria quantistica dei campi).

L'insieme delle 3 operazioni è invariante per PCT. Il modo piú generale è dovuto a N. Burgoyne, 1958: se una teoria di campo soddisfa le condizioni seguenti: 1) invarianza per trasformazioni di Lorentz proprie ortocrone non omogenee; 2) assenza di stati ad energia negativa,o meglio, esistenza di uno stato di energia minima cui si dà energia 0; 3) metrica dello spazio di Hilbert positiva definita; 4) campi diversi che commutano od anticommutano per separazione spaziale; allora nessun campo può avere la connessione 'sbagliata' tra spin e statistica.

L'esempio seguente mostra come questo teorema lavora. Consideriamo

$$H = H_1 + H_1';$$
$$H_1 = \sum_1 g_i \bar{\psi}_p O_i \psi_n \times \bar{\psi}_e O_i \psi_\nu + hc;$$
$$H_1' = \sum_i g_i' \bar{\psi}_p O_i \psi_n \times \bar{\psi}_e O_i' \psi_\nu + hc.$$

Se P è conservato svaniscono tutte le g_i o tutte le g_i'. Se inoltre C è conservato allora tutte le g_i (o tutte le g_i') sono reali, e lo stesso è chiesto dalla T- invarianza: P e C invarianza implicano T- invarianza. Se P non è conservato C richiede che ogni g_i sia immaginaria rispetto alla corrispondente g_i', mentre T richiede che abbiano la stessa realtà. L'invarianza PCT è la minima base sufficiente per l'esistenza di particelle e antiparticelle identiche in massa e vita media. Quanto l'argomento sia delicato può vedersi dalla situazione seguente: se una particella può separarsi in 2 o più modi di decadimento, il teorema PCT non implica gli stessi ritmi di decadimento per le reazioni e per le anti reazioni corrispondenti.

8.3 Non conservazione della parità.

Fino alla fine del 1956 si riteneva che parità, coniugazione di carica e inversione del tempo fossero separatamente conservate in ogni interazione anche se alcuni sapevano che ció era vero nelle interazioni forti ed elettromagnetiche mentre per la interazione debole non esistevano prove specifiche. Ma la situazione era destinata a cambiare rapidamente proprio per via di quest'ultima. Vediamo perché.

Se τ e θ avevano spin 0, era impossibile attribuire loro la stessa parità e dunque la stessa vita media SE LA PARITÀ ERA CONSERVATA. Ma Tsun Dao Lee e Chen Nin Yang alla fine del 1956 chiarirono che le conservazioni della parità e della coniugazione di carica non erano mai state controllate per quelle interazioni. Essi proposero che la parità non si conservasse nelle interazioni deboli, come fu appurato immediatamente dalla signora C.S. Wu in uno studio del decadimento β del Co^{60} polarizzato. La distribuzione dell'angolo tra lo spin del Co e la direzione dell'impulso dell'elettrone, della forma $1 + a\cos\theta$ con $a < 0$, era un chiaro segno della violazione di parità (anche la C- invarianza è violata).

Subito sia R.L. Garwin, L.M. Lederman e M. Weinrich che J.I. Friedman e V. Telegdi mostrarono la violazione di P e di C in $\pi^+ \to \mu^+ + \nu$ seguito da $\mu^+ \to e^+ + \nu + \bar{\nu}$. Ciò segue appunto dalla forma $1 + b\; p_\mu \cdot p_e$, con $b \leq 0$, della distribuzione dell'elettrone nella sequenza $\pi - \mu - e$.

Fu proposto anche che l'elicità non nulla di un elettrone nel decadimento β in nuclei non polarizzati implicasse anch'essa la violazione di P (L.D. Landau, T.D. Lee e C.N. Yang, J.D. Jackson, S.B. Treiman e H.W. Wyld, R.R. Curtis e R.R. Lewis; la prova sperimentale giunse da H. Frauenfelder et al).

Cosí, rapidamente, la parità perse le caratteristiche generali; essa era conservata solo nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, non in quelle deboli.

8.4 PC e T.

Diversamente dai casi di parità, coniugazione di carica e inversione temporale separate, PCT era una vera simmetria non rinunciabile. Come mettere insieme questo prodotto?

La via di uscita di quegli anni fu di salvare il prodotto PC separatamente da T, e cosí, dopo un breve periodo, nella seconda metà degli anni '50 si trovò la forma della cosiddetta teoria $V-A$ delle interazioni deboli. Tutte le interazioni alla Fermi sono della forma $V-A$; la conservazione dei leptoni vi è incorporata; i neutrini sono a 2 componenti, ν è sinistro, $\bar{\nu}$ destro, in corrispondenza alla scelta

$$\psi_+ = \frac{1+\gamma_5}{2}\,\psi$$

dove

$$H_\nu = -H_{\bar{\nu}} = -1/2.$$

Invece

$$\psi_- = (1-\gamma_5)/2\ \psi,$$

dove $H_\nu = -H_{\bar{\nu}} = +1/2$, non era usata.

L'opzione ψ_+ (come anche l'altra) aveva invarianza γ_5 (che implica massa e momento magnetico indotto nulli). A sua volta questa invarianza era un caso particolare di invarianza PC. Combinando con la conservazione dei leptoni, il parametro di Michel valeva 3/4, in accordo con l'esperimento.

Quando, dopo un breve periodo di incertezza per colpa dell'esperimento He^6, si trovò che esso era sbagliato (come suggerivano alcune previsioni), si optò per la teoria $V-A$.

L'equazione del moto per l'interazione protone - elettrone assunse la forma

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}}\left[J_\lambda^+\big(j_\lambda(e) + j_\lambda^\mu + j_\lambda^{\mu+} j_\lambda(e)\big) + hc\right]$$

dove

$$J_\lambda = \bar{n}(1+a\gamma_5)p,\ \ j_\lambda(l) = \bar{l}(1+\gamma_5)\nu\,.$$

$$G = 10^{-49}\, erg\, cm^3 = 6.25\times 10^{-44}\, MeV\, cm^3;$$
$$a = 1.2539 \pm 0.0063\ .$$

8.5 Neanche T si conserva!

Pochi anni dopo, nel 1964, fu scoperto che neanche PC si conserva. Jim Cronin, Val Fitch, J.H. Christenson e R. Turlay trovarono che mesoni K neutri con vita media lunga decadono in $\pi^+\pi^-$ al ritmo di circa 2×10^{-3} rispetto a tutti i modi carichi (si tratta di 0.203 ± 0.005 %). Il nuovo effetto fu confermato rapidamente e portò a concludere che PC era violato; si giunse così a definire K_S e K_L come autostati di PC con autovalori +1 e -1 rispettivamente. Fu poi provato che T è violato mentre resta valido PCT (a Cronin e Fitch fu assegnato il premio Nobel).

K_L e K_S soddisfanno alle 2 eqq. di Schrödinger:

$$K_S = \frac{1}{N_+}\big[\,(1+\epsilon+\Delta)K^0 + (1-\epsilon-\Delta)\bar{K}_0\big], \quad (8.1)$$

$$K_L = \frac{1}{N_-}\big[\,(1+\epsilon-\Delta)K^0 - (1-\epsilon+\Delta)\bar{K}^0\big]. \quad (8.2)$$

A tutt'oggi, in conclusione, non si conosce la causa precisa di questa violazione di invarianza di PC. Sappiamo che $P,\ C,\ T$ sono violati nelle interazioni deboli (e in quelle soltanto) ma non sappiamo perché. Non conosciamo la natura delle simmetrie di interazione né la correlazione tra la forza dell'interazione e la presenza o assenza di simmetria. Neanche le grandi teorie unificate hanno potuto chiarire questi problemi: esse incorporano le violazioni ma non le spiegano.

Chapter 9

Neutrini, $SU(3)_f$, quarks, colore, partoni.

9.1 Risonanze negli anni 60.

A partire dagli anni '60 la fisica delle risonanze forti, sia strane che non, divenne un soggetto di alta precisione. In particolare le risonanze strane furono viste nello stesso periodo e con lo stesso tipo di rivelatore delle altre risonanze. Giunse prima la risonanza della Σ (1385 MeV) alla fine del 1960. L'anno dopo arrivarono la risonanza K^- (892 MeV) e la Λ (1405). La prima risonanza Ξ (1530) fu trovata nel 1962. Decadono tutte fortemente negli stati fondamentali metastabili, conservando la stranezza.

Ciascuna di queste e delle altre risonanze ha una propria storia: il completamento di un multipletto, la determinazione degli spin, delle parità e degli spin isotopici; queste risonanze, come tutte le altre (in totale 13 Λ, 9 Σ, 3 Ξ e 8 del tipo K fino al 1984) si trovano sul 'Review of particle properties'. Le loro masse giungono a circa 3 GeV e i simboli indicano che hanno gli stessi numeri quantici della prima particella del tipo, a parte lo spin. Ad esse si può applicare la teoria dei poli di Regge.

9.2 I neutrini.

Dopo esser stato creato, un neutrino deve essere osservato per mezzo di qualcosa altro, ad esempio la reazione $\bar{\nu} \to n + e^+ + x$; ma nessuna reazione era ancora stata osservata, per via della sezione d'urto dell'epoca, estremamente piccola. Nel 1951 venne in mente a Fred Reines che il flusso necessario poteva essere osservato in un reattore. Reines e C.L. Cowan ebbero il primo segno di un neutrino nel 1953, ma solo nel 1956 i risultati del loro esperimento a Savannah River permisero di inviare un telegramma a Pauli annunciando la scoperta del neutrino.

Coll'aumentare dell'energia disponibile anche i neutrini diventarono utili nella fisica. Essi, che non interagiscono né fortemente né elettromagneticamente, potevano interagire ed essere rivelati per mezzo del sistema protoni $\to$ pioni $\to$ neutrini attraverso il modo dominante, $\pi \to \mu + \nu$.

La reazione $\mu \to e + \gamma$ doveva avvenire ad un ritmo molto più alto del limite superiore sperimentale, a meno che nel decadimento

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

ν_e e ν_μ fossero neutrini diversi, possibilità calcolata precedentemente (E.J. Mahmoud e H.M. Konopinski, 1953; J. Schwinger, 1957). Poiché all'origine si producono (in copia diversa) sia ν_μ che ν_e, il problema era di verificare se

$$\nu_\mu + p \to n + \mu^+$$

è ammesso mentre

$$\nu_\mu + p \to n + e^+$$

è vietato. Nel 1962 l'esperimento provò che era così: dunque esistono due diversi tipi di neutrini (almeno: sappiamo oggi che sono 3). Mel Schwartz e Jack Steinberger ebbero il premio Nobel anni dopo.

9.3 $SU(3)_f$.

È dei primi anni '50 l'idea che le particelle strane richiedono l'estensione dell'isospin ad una simmetria più grande.

La relazione tra l'operatore di carica Q e la terza componente dell'operatore isospin è

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}; \quad Y = B + S\,,$$

dove Y è l'ipercarica, B il numero barionico e S la stranezza. Per un dato isomultipletto l'operatore $T^2 = T_1^2 + T_2^2 + T_3^2$ ha autovalore $t(t+1)$, dove $t = 1/2$ (nucleone), 1 (pione), 3/2 (Δ) e cosí di seguito. A $t = 1/2,\ 1,\ 3/2$ etc corrisponde un multipletto di stati con 2, 3, 4, ... membri. Il numero $2t+1$ è la dimensione della rappresentazione.

Nel 1960 il teorico educato conosceva soltanto le rotazioni, le trasformazioni di Lorentz e alcune simmetrie discrete. Racah e la sua scuola già negli anni '40 avevano applicato metodi gruppali avanzati alla spettroscopia atomica e molecolare; le lezioni chiare che

Racah svolse nella primavera del '51 allo Institute for Advanced Study furono assai apprezzate, ma la maggior parte delle persone non riuscirono a discernere le cose essenziali dal resto. Tutto richiese, a suo tempo, una rilettura di questo testo (e di parecchi altri).

A causa della grossa separazione di massa non fu immediatamente chiaro capire quali particelle potessero stare insieme; il problema durò qualche anno. La prima risposta giusta arrivò separatamente da M. Gell-Mann, da Y. Neeman, e da D. Speiser e J. Tarski nel 1961: N, Λ, Σ, Ξ formano un ottetto di $SU(3)_f$, le antiparticelle corrispondenti formano un altro ottetto. ρ, ω e K (892) formano un altro ottetto, vettoriale.

In $SU(3)_f$ esistono due accoppiamenti invarianti tra il barione 8, l'anti barione 8 e l'8 mesonico: D e F, il cui rapporto non è definito in $SU(3)_f$.

La rottura $SU(3)_f \rightarrow SU(2)$, che conserva isospin e stranezza nelle interazioni forti, si trasforma come una componente dell'ottetto nella direzione '8' dell'ipercarica (ció non dipende dai particolari della interazione). Supponendo inoltre che questa perturbazione sia considerata all'ordine piú basso si giunse alla formula di massa di Gell-Mann - Okubo per i multipletti barionici di $SU(3)_f$ (1962):

$$M = M_0 + aY + b\left(T(T+1)` - \frac{Y^2}{4}\right)$$

da cui seguì in particolare che

$$2\big(M_N + M_\Xi\big) = M_\Lambda + 3M_\Sigma\,,$$

una formula molto ben soddisfatta.

Alla XI Rochester Conference del luglio 1962, in cui fu annunciata la Ξ (1530), Gell-Mann osservò che se Δ, Σ e questa nuova risonanza avevano tutte spin 3/2 ci sarebbero stati 9 stati. Sarebbe mancato solo uno stato a completare il decupletto; poiché vale $T = 1 + Y/2$ si avrebbe $M = \alpha + \beta Y$. La spaziatura delle risonanze Δ, Σ e Ξ era infatti uniforme.

Lo stato, Ω^-, con $T = 0$, Y=-2 fu trovato all'inizio del 1964 a 1680 MeV. Fugò ogni dubbio residuo: $SU(3)_f$ era arrivato.

Sempre nel 1964 sia Gell-Mann che Zweig avevano notato separatamente che i barioni e i mesoni potevano essere formati da 3 q e da $q\bar{q}$ rispettivamente. Per nomi e attributi si aveva

$$q \quad B \quad T \quad T_3 \quad \Upsilon \quad S \quad Q \tag{9.1}$$

$$u \quad 1/3 \quad 1/2 \quad 1/2 \quad 1/3 \quad 0 \quad 2/3 \tag{9.2}$$

$$d \quad 1/3 \quad 1/2 \quad -1/2 \quad 1/3 \quad 0 \quad -1/3 \tag{9.3}$$

$$s \quad 1/3 \quad 0 \quad 0 \quad -2/3 \quad -1 \quad -1/3\,. \tag{9.4}$$

Per $\bar{q}$ bisogna cambiare i segni (tranne T).

Cosí gli stati di mesoni vengono formati da $\bar{q}q$ con numero barionico $b = 0$, mentre i barioni sono stati di qqq e $b = 1$. Usando la formula di riduzione

$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10$$

sia lo stato 8 che il 10 possono avere lo spin giusto, 1/2 e 3/2 rispettivamente. La rottura di $SU(3)_f$ ad $SU(2)$ si ottiene mediante una differenza di massa tra s e la coppia u, d che si propaga a tutti i multipletti.

La reazione dei teorici fu molto lenta, mentre le particelle di carica frazionaria furono subito importanti per gli sperimentali (fino ad oggi, a quasi 40 anni da allora, non c'è traccia di quark frazionari liberi).

9.4 Quarks dall'algebra delle correnti.

Il decadimento

$$\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

(il primo apparve nell'autunno 1958) aveva un rapporto inferiore a quanto si aspettava. Inoltre la costante vettoriale del decadimento β era di circa il 3 % inferiore a quella del decadimento del μ.

Nel 1963 questi problemi furono chiariti. Nicola Cabibbo propose di estendere ad $SU(3)_f$ l'idea che le correnti deboli vettoriali e la corrente elettromagnetica isovettoriale formano un isotripletto. Ecco le ipotesi di Cabibbo.

La corrente elettromagnetica e quella debole vettore sono membri dello stesso ottetto $j_{a\mu}$, $a = 1, ..., 8$. In particolare, in unità e, si ha

$$j_\mu^{em} = j_{3\mu} + \frac{1}{\sqrt{3}} j_{8\mu}. \tag{9.5}$$

Le correnti deboli assiali sono membri di un altro ottetto, j_μ^5.

Le deviazioni dalla universalità elementare sono parametrizzate da un singolo 'angolo di Cabibbo' θ. Le interazioni deboli sono date da

$$H_{weak} = \frac{G}{\sqrt{2}}\, J_\Lambda^+\, J_\Lambda$$

dove

$$\begin{aligned} J_\Lambda = \cos\theta(j_{1\lambda} + ij_{2\lambda} - j_{1\lambda}^5 - ij_{2\lambda}^5) + \\ + \sin\theta(j_{4\lambda} + ij_{5\lambda} - j_{4\lambda}^5 - ij_{5\lambda}^5) + \\ + \bar{e}\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\nu + \bar{\mu}\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\nu\,. \end{aligned}$$

Una larga classe di processi mostra che è favorito ΔS=1 rispetto a ΔS=0: $\theta = 0.26$ radianti.

Tutti i processi β con $|\Delta S| = 1$ soddisfano la regola $|\Delta T| = 1/2$. Quindi, poiché la carica adronica Q soddisfa $Q = T_3 + (S+B)/2$, segue la regola $\Delta S/\Delta Q = +1$ per i processi β, dove ΔQ è il cambiamento della carica adronica totale. Dunque processi con $\Delta S/\Delta Q$=-1, come $\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu$, sono proibiti.

L'equazione contiene anche un meccanismo per i decadimenti non leptonici attraverso l'accoppiamento delle componenti 1,2 alle 4,5. Poiché il primo ha $|\Delta T|$=1 e l'altro $|\Delta T|$=1/2, il loro accoppiamento in principio ha $|\Delta T|$=1/2 o 3/2. Dato il successo della regola non leptonica $|\Delta T|$=1/2 la parte 3/2 è fortemente soppressa (di un fattore 20), ma non esiste per ora una ragione profonda.

La riflessione sugli ottetti di correnti deboli ed elettromagnetiche porta ai quark nel modo seguente. Denotiamo con ρ_a, ρ_a^5 le densità di carica e definiamo

$$F_a = \int \rho_a \, d^3x, \;\; F_a^5 = \int \rho_a^5 \, d^3x \, .$$

F_a e F_a^5 sono 'cariche' vettori ed assiali, in analogia con la connessione tra le Q e tra le densità elettromagnetiche. Consideriamo prima il caso della simmetria esatta $SU(3)_f$ in cui le F_i sono indipendenti dal tempo e quindi soddisfano l'eq.

$$[F_i, \, F_j] = ic_{ijk} \, F_k \, .$$

Le F_a^5 invece, non conservate, dipendono da t e soddisfano

$$\left[F_a, \, F_b^5(t)\right] = if_{abc} \, F_c^5(t) \, .$$

Questo è proprio l'ottetto di $SU(3)_f$. Ma adesso introduciamo anche

$$\left[F_a^5(t), \, F_b^5(t)\right] = if_{abc} F_c \, .$$

Formando $F_a^{\pm} = (F_a \pm F_a^5)/2$ troviamo che tutte le F_a^+ commutano con tutte le F_a^-; tra loro le F_a^+ soddisfano relazioni di $SU(3)_f$, e cosí fanno le F_a^- separatamente. Siamo in presenza di $SU(3) \times SU(3)$ chirale.

Questa eq. costituisce un vincolo dinamico che non segue da argomenti di simmetria. In casi innumerevoli non vale: per esempio nel caso di correnti costruite da ottetti di barioni e di mesoni pseudo scalari; essi soddisfano le eqq. precedenti ma non l'ultima. Ma essa funziona se le correnti sono costituite da quark,

$$j_{a\mu} = i\bar{\psi}^\alpha \gamma_\mu (F_a)_\alpha^\beta \psi_\beta, \; j_{a\mu}^5 = i\bar{\psi}^\alpha \gamma_\mu \gamma_5 (F_a)_\alpha^\beta \psi_\beta \, ,$$

dove si somma sugli indici di $SU(3)_f$ α, β = 1, 2, 3. Queste correnti soddisfano le equazioni suddette, usando le relazioni di anticommutazione a tempi uguali con indici di $SU(3)_f$:

$$\{\psi_{\alpha j}(\vec{x}, t), \, \psi_\beta^l(\vec{x}\,', t)\} = \delta_{\alpha\beta} \delta_j^l \delta(\vec{x} - \vec{x}\,'),$$

mentre le ψ anticommutano a tempi uguali e così pure le $\bar{\psi}$. Quindi l'uso del gruppo chirale conduce alle correnti dei quark.

9.5 Il colore.

Si vide abbastanza presto (S. Okubo, 1966) che è possibile aggiungere il colore. La corrente J_λ diventa

$$J_\lambda = \sum_1^3 \{(\bar{d}'^i \cos\theta + \bar{s}'^i \sin\theta) \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) u_i\} +$$

$$+ \bar{e} \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \nu + \bar{\mu} \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \nu$$

dove i è l'indice di colore.

Un'altra ragione, forse ancora più importante, giunse da un'altra parte. In $SU(6)_f$ statico (una importante generalizzazione di $SU(3)_f$) la funzione d'onda dei 3 quark, che si trova nello stato S, è totalmente simmetrica. Per risolvere questo problema furono inventate alcune soluzioni (B. Sakita, 1964; W. Greenberg, 1964; M.J. Han e Y. Nambu, 1965). Due erano solo apparentemente diverse (Greenberg; Han e Nambu) ma in realtà coincidevano: ogni quark u, d, s porta un nuovo grado di libertà addizionale a 3 valori: così la funzione d'onda dei 3 quark nello stato 56 con S=0 è totalmente antisimmetrica.

Han e Nambu associarono un nuovo $SU(3)$ al nuovo grado di libertà, chiamato $SU(3)_c$; ogni membro del vecchio tripletto $SU(3)_f$ viene sostituito da una tripletta di $SU(3)_c$. Esso contribuisce alla carica elettrica: tutti gli elementi di $SU(3)_c$ hanno la stessa carica.

Oltre a ció Han e Nambu introdussero un insieme di 8 campi vettori, ottetto per $SU(3)_c$ ma singoletto per $SU(3)_f$; le interazioni che formano barioni e mesoni hanno la simmetria $SU(3)_c$ e le masse più basse sono singoletti di $SU(3)_c$. Gli adroni abituali sono neutri al colore.

Il modello di Han - Nambu non ebbe molta fortuna subito: dovettero passare alcuni anni. Vedremo in futuro quali furono le fondamentali conseguenze.

Possiamo parlare delle masse dei quark. Poiché non esistono quark liberi (si trovano solo barioni e leptoni, stati neutri al colore), non si possono definire univocamente le masse dei quark. Se definiamo una massa di quark costituente, u e d hanno masse intorno a 300 MeV, mentre s arriva a circa 500 MeV. Invece la massa dei quark di corrente (i quark di alta energia, da studiare più avanti) è molto minore: u, d hanno masse inferiori a 10 MeV, s intorno a 100 MeV.

9.6 $SLAC$: scattering duro.

I Linac sono acceleratori lineari, i primi in assoluto. La teoria moderna risale agli anni '20, quando Ising propose e Wideröe costruì acceleratori lineari a risonanza: uno ione passa attraverso molte piccole cadute in sincronismo col campo di una sorgente a frequenza radio (stessa origine del ciclotrone di Lawrence).

Nel 1945, finita la guerra, Alvarez si mise a lavorare al Linac, e per una gran parte del 1947 tenne il record dei protoni prodotti direttamente: 32 MeV. In seguito due elementi, il sincrotrone e la focalizzazione forte, favorirono le macchine circolari. In quel tempo, nel 1951, il sistema della Università della California si mise a richiedere una dichiarazione di lealtà da parte dei membri. Pief Panofsky non accettò, per ragioni di principio come alcuni altri, e divenne professore a Stanford, dove erano stati fatti grossi passi verso i linac elettronici. In questi ultimi la perdita di energia per giro $(E/m)^4$ (che limita la fisica degli elettroni) era 2000 volte minore; inoltre la sincronizzazione tra velocità e radio frequenza era molto più facile perché dopo mezzo metro gli elettroni si muovevano praticamente già alla velocità della luce.

Nel 1948 fu sottoposta allo Office of Naval Research una proposta per un Linac da elettroni da 1 GeV (rapidamente accettata): una macchina da 50 metri spinta da 16 klystron in serie, ciascuno dei quali forniva 30 megawatt di potenza impulsata. Il costo era di un milione di dollari (questa macchina fu usata da Robert Hofstadter e dal suo gruppo negli anni ‘50).

Nel 1956 uno dei gruppi di Stanford propose SLAC, Linac elettronico da 20 GeV lungo 3 km. Nel 1961 (quando Panofsky divenne direttore) il Congresso autorizzò la spesa (114 milioni di dollari, l‘acceleratore più costoso). Esso fornì alla comunità elettroni da 17 (1966), 20 (1967), 33 (1975), 50 (1986) GeV.

Tra i primi esperimenti c‘era un progetto, eseguito verso la fine del 1967, di SLAC - MIT la misura dello scatttering 'duro', inclusivo:

$$e + p\ (or\ n) \to e' + X\,.$$

Dai risultati precedenti sembrava che la sezione d‘urto sarebbe caduta rapidamente a grandi angoli; ma il risultato fu molto diverso. Gli elettroni venivano deviati a grandi angoli per fattori intorno a 30 volte maggiori di quanto si riteneva. Si trattava dunque di una scatola piena di oggetti pesanti: un risultato che fornì una informazione che pochi anni dopo avrebbe portato alla teoria delle interazioni forti.

9.7 Partoni.

La sezione d‘urto differenziale nel sistema di riposo del nucleone ha la forma

$$\frac{d\sigma}{d\Omega\, dE'} = AE'^2 \Big[W_2(\nu, q^2)\cos^2\theta/2 + 2W_1(\nu, q^2)\sin^2\theta/2 + \\ + \epsilon \frac{E+E'}{m} W^3(\nu, q^2)\sin^2\theta/2 \Big]$$

dove

$$\nu = E - E',\ q^2 = 4EE'\sin^2\theta/2\,.$$

E, E' sono le energie dei leptoni iniziali e finali, θ è l‘angolo di deviazione del leptone, $d\Omega$ l‘elemento di angolo solido, m la massa del nucleone, $-q^2$ il quadrato della variazione dell‘impulso del leptone. Inoltre,

$$A = \frac{4\alpha^2}{(q^2)^2}\ per\ e\ \ ,\mu,$$

$$= \frac{G^2}{2\pi}\ per\ \nu\ e\ \bar\nu\,,$$

$$\epsilon = 1\,(antineutrini),\ -1\,(neutrini),\ 0\,(e,\ \mu)\,.$$

Le informazioni sulla dinamica del nucleone sono contenute nelle funzioni di struttura W_i, le quali dipendono in generale dalle 2 variabili indipendenti e dal tipo di leptone.

Sperimentalmente, alle energie raggiunte nel 1967, si trovò che νW_2, la funzione più facile da misurare, è una funzione di una singola combinazione adimensionale di ν e q^2:

$$\nu W_2^{ep} \simeq F_2^{ep}(x);\ \nu W_2^{en} \simeq F_2^{en};\ x = \frac{q^2}{2m\nu},\ 0 < x < 1.$$

Ciò era una conseguenza della formula generale

$$mW_1(\nu, q^2) \to F_1(x),$$

$$\nu W_2(\nu, q^2) \to F_2(x),$$

$$\nu W_3(\nu, q^2) \to F_3(x)$$

prevista da J.D. Bjorken poco prima combinando metodi di algebra delle correnti con intuizioni brillanti. La freccia significa il limite $q^2 \to \infty$, x fisso. Callan e Gross trovarono nello stesso anno una ulteriore relazione asintotica, $F_2(x) = xF_1(x)$, che controlla l‘ipotesi di algebra delle correnti per quark di corrente di spin 1/2.

Dal punto di vista teorico seguì un‘attività intensa. In primo luogo ci si chiese se le piccole deviazioni in teorie che trattano perturbativamente le interazioni tra quark dipendevano dalla scala o dall’uso di metodi perturbativi. Inoltre furono sviluppati nuovi metodi teorici per usare i fenomeni di scala (tra cui l’uso della scala come invarianza approssimata, l’algebra del cono luce e il problema collegato di sviluppare prodotti di operatori i cui argomenti relativi siano vicini al cono luce, e l‘elaborazione del gruppo di rinormalizzazione che culminò nella eq. di Callan - Symanzik).

Dal lato sperimentale si sviluppò un programma esteso per lo studio di urti da e, μ e ν nella regione di scala.

Feynman sviluppò un modello apparentemente intuitivo che peró conteneva ingredienti essenziali per comprendere le interazioni forti. Con le sue parole: supponiamo che un fascio di leptoni di alta energia veda il nucleone come una scatola piena di particelle (partoni) prive di struttura, di vita lunga, e supponiamo che la sezione d‘urto anelastica leptone - nucleone nella regione di scala eguagli la somma incoerente di sezioni elastiche leptone - partone. Si arriva allora alla scala nel modo seguente. Si vada ad un sistema in cui il nucleone si muove con impulso $P \to \infty$. Sia P_N la probabilità che il nucleone consista di N partoni con masse trascurabili rispetto a q^2. L‘impulso del partone i (=1,...,N) sia x_iP, 0< $x_i < 1$, e sia f_n la distribuzione dei partoni. Trascuriamo gli impulsi dei partoni perpendicolari a P (naturale se x non è troppo piccolo). Se un elettrone viene diffuso da un partone specifico di impulso xP, q^2 e ν non sono indipendenti perché il processo è elastico: $q^2 = 2xm\nu$ (x è proprio la variabile di scala). Sommiamo ora tutti i contributi. Avremo

$$\nu W_2^e = \sum_N P_N \left(\sum_{i=1}^N Q_i^2\right) x f_N(x)$$

dove Q_i è la carica elettrica del partone i.

Ragionamenti simili si applicano a tutte le funzioni di struttura. Si ottiene la invarianza di scala. Lo stato finale implica che la scatola con i partoni si riaggiusti, ma questo non ci interessa.

Cosa sono i partoni? I 3 quark di valenza più un mare di coppie in stato globale di singoletto non bastavano, si dovettero aggiungere ancora 'gluoni', quanti della interazione che tiene insieme i quark.

Il successo del modello a partoni sollevò un problema. L'incoerenza dello scattering leptone - partone significa che il leptone vede il nucleone come un insieme di costituenti liberi. Ma allora come mai il nucleo non si spezza? La risposta sarà data nel prossimo capitolo.

9.8 Collisori.

Se una particella relativistica si muove contro un protone a riposo l'energia a disposizione è quasi esattamente

$$E = \sqrt{2E_0}$$

in cui E è l'energia nel baricentro. I collisori, in cui le due particelle di impulsi eguali e opposti si scontrano, non hanno invece sprechi, ma sono molto più difficili da costruire. I primi furono dovuti allo studio di D.W. Kerst e collaboratori (1956) e all'osservazione di Bruno Touschek del 1959 che un singolo anello circondato da magneti e cavità a radio frequenza bastava per particelle di carica opposta contro rotanti. Così fu realizzato AdA (ad anello singolo), seguito dal collisore a due anelli di Princeton - Stanford.

Naturalmente il ritmo degli eventi è molto inferiore e si cerca di aumentare la luminosità L, definita da

$$\frac{dn}{dt} = L\sigma.$$

Dai primi anni '70 i collisori (sia ISR per protoni che $\bar{p}p$, realizzati al CERN) sono stati al centro dell'attenzione generale.

ISR fu realizzato nel 1971; era un meraviglioso sistema di ingegneria di precisione. Alimentato da due fasci contro rotanti di protoni da 28 GeV, dette luogo a 2 fasci di protoni da 31 GeV ciascuno in 2 collisori. La pressione all'interno veniva tenuta a circa 3×10^{-12} torr, di gran lunga il maggior vuoto dell'epoca. Il tempo di riempimento durava tipicamente un'ora di impulsi del PS e i fasci potevano circolare per 3 giorni senza deterioramento apprezzabile. Negli anni le luminosità migliorarono più che 3 ordini di grandezza.

Già nei primi anni la macchina potè produrre molta fisica nuova, tra cui la scoperta della crescita della sezione d'urto totale pp e lo scattering duro inelastico, sempre pp (vedere ad esempio S.M. Berman e M. Jacob, 1970). Esperimenti di ISR per produzione di π^0 fino a $p_t \sim 7$ Gev/c e produzione di $\pi^\pm$ fino a ~ 5 GeV/c, riferiti alla Fermilab Conference nel settembre 1972, mostrarono pioni con energie di parecchi ordini di grandezza superiori a quelle estrapolate dal caso dei piccoli p_t.

Il $\bar{p}p$ entrò in azione molto più tardi. Nel 1976 Rubbia et al avanzarono al CERN e al Fermilab una proposta che tra l'altro conteneva il messaggio seguente: 'Esistono eccellenti probabilità di trovare $W^\pm$ e Z^0 se si converte il sincrotrone a protoni di alta energia in un collisore $p\bar{p}$' (i nuovi bosoni W e Z saranno discussi nel prossimo capitolo).

Il CERN accettò. Gli antiprotoni da 3.5 GeV generati nello SPS vennero raccolti nell'accumulatore di antiprotoni (AA) costruito apposta. Il loro moto, inizialmente casuale, venne reso ordinato: un sensore misurava la deviazione media e, lungo una corda, avvertiva un 'kicker' in tempo; così il fascio, quando arrivava, riceveva una correzione nella direzione giusta. (Questa tecnica, il raffreddamento stocastico, che portò il premio Nobel a S. van der Meer, fu il realtà molto complessa.) Dopo 24 ore gli antiprotoni ritornavano allo SPS, venivano accelerati a 270 GeV e collidevano col fascio di protoni di uguale energia rotanti in verso opposto.

La costruzione di AA cominciò nel 1979 e fu completata l'anno dopo. L'accelerazione degli antiprotoni nello SPS è del febbraio '81 e l'iniezione simultanea dei $\bar{p}p$ dell'aprile successivo. Le prime collisioni $\bar{p}p$ vennero osservate nel luglio 1981.

Chapter 10

Cromodinamica e interazioni elettrodeboli.

10.1 Invarianza locale di gauge.

Nel 1954 C.N. Yang e Robert Mills pubblicarono due lavori fondamentali sulle teorie di gauge. Si trattava di estendere a teorie non abeliane quanto era stato fatto nel caso abeliano. La teoria risultante, di cui daremo lo sviluppo, conteneva però soltanto particelle (gluoni) di massa nulla: i tentativi di fornire massa a queste particelle non riuscirono, e per lungo tempo quegli argomenti restarono a livello formale.

Già Pauli, nel 1953, aveva tentato di ottenere un risultato, e c'era stato uno scambio di lettere con A. Pais tra il luglio e il successivo dicembre. In agosto Pauli gli aveva inviato un manoscritto dal titolo 'Interazione mesone nucleone e geometria differenziale' che cominciava 'Scritto dal 21 al 25 luglio per vedere come funziona'. Pauli capì che l'invarianza per l'isospin locale richiedeva l'introduzione di un tripletto isotopico di campi di potenziale di gauge ($B_{a\mu}$) e trovò l'espressione giusta per le intensità di campo, ma non scrisse le loro equazioni. Poi l'entusiasmo svanì: si trovavano sempre ...'mesoni vettori di massa nulla. Si può cercare di ottenere altri campi mesonici - pseudoscalari con massa di riposo positiva - ... Ma penso che sia troppo artificiale'.

Citiamo anche la dissertazione non pubblicata di Ronald Shaw, dell'agosto 1955, che in una nota a piè di pagina scrisse: 'Il lavoro descritto in questo capitolo era stato completato, tranne per la sua estensione nella sezione 3, nel gennaio 1954, ma non fu pubblicato. Nell'ottobre 1954 Yang e Mills adottarono indipendentemente lo stesso postulato e derivarono conseguenze simili'.

10.2 C.N. Yang e Robert Mills, 1954.

Nel febbraio 1954 Yang discusse i progressi in un seminario allo Institute for Advanced Study, Princeton. Pauli era presente ed ebbe una reazione critica negativa. Tuttavia Yang e Mills pubblicarono il lavoro, che riguardava teorie non abeliane, in due articoli del 1954.

Supponiamo di estendere le equazioni elettromagnetiche al caso di invarianza locale di gauge. Sia ψ il campo del nucleone. Definiamo la trasformazione di gauge locale

$$\psi \to \psi' = e^{i\lambda_a \theta_a}\psi$$

Qui le n costanti λ_a sono un insieme di generatori, θ_a sono le corrispondenti n variabili.

Per definire l'invarianza locale di gauge è necessario introdurre gli n(n-1)/2 (quadri) -potenziali $B_{a\mu}$. Per trasformazioni di gauge infinitesime i potenziali si trasformano così:

$$B'_{a\mu} = B_{a\mu} + c_{abc}B_{b\mu}a_c + \frac{1}{g}\partial_\mu \theta_a.$$

Definiamo anche le intensità del campo

$$G_{a\mu\nu} = \partial_\mu B_{a\nu} - \partial_\nu B_{a\mu} + g c_{abc} B_{b\mu} B_{c\nu}.$$

A questo punto scriviamo le eq. del moto per il nucleone,

$$\left[\gamma_\mu\left(\partial_\mu - ig\lambda_a B_{a\mu}\right) + m_k\right]\psi_k = 0.$$

e per i potenziali,

$$\partial_\nu G_{a\mu\nu} = ig\bar{\psi}_k \lambda_a \gamma_\mu \psi_k + g c_{abc} B_{b\mu} G_{c\mu\nu}\,.$$

La corrente isotopica $J_{a\mu} = ig\bar{\psi}_k\lambda_a\gamma_\mu\psi_k + gc_{abc}B_{b\mu}G_{ca\nu}$ è conservata,

$$\partial_\mu J_{a\mu} = 0.$$

(Nel caso di altre sorgenti oltre a quella dei campi di spin 1/2 valgono le stesse regole: i campi $B_{a\mu}$ hanno qui lo stesso ruolo universale delle A_μ nell'elettromagnetismo.)

Sia le somiglianze che le differenze dall'elettro magnetismo sono impressionanti. I potenziali compaiono in modo non lineare e compaiono anche nelle loro stesse sorgenti; già il problema di enumerare le soluzioni classiche, anche senza i campi ψ_k, non è mai stato risolto in generale.

Fu immediatamente chiaro che i quanti del campo B hanno spin e isospin 1 e carica 0, $\pm e$. Ma la massa fu un problema: non si riusciva a capire quale fosse. Si sospettò però che essa fosse nulla.

La teoria fu ricevuta con un interesse notevole, ma non c'era traccia di particelle di massa nulla interagenti.

Negli anni '60 furono scoperti tipi di mesoni pesanti in interazione forte e si sospettò che si trattasse di campi di gauge non abeliani. Ma il principio non era ancora quello giusto.

10.3 La cromodinamica.

La cromodinamica quantistica è la teoria di campo di $SU(3)_c$. L'inizio risale al 1965. Gerard t'Hooft nel 1971 provò che la teoria è rinormalizzabile, un risultato che culminò una serie di avanzamenti graduali. Un altro personaggio, Martin Veltman, egli stesso uno dei pionieri (e professore di t'Hooft, allora graduate student) considerava 'lenti e penosi' gli sviluppi in questo campo nel corso di quegli anni.

Il potenziale costituisce un ottetto di $SU(3)_c$ di campi vettori privi di masse (vanno da 1 ad 8), chiamati gluoni. Queste forze agiscono su un tripletto di $SU(3)_c$ rappresentato da campi di Dirac ψ_{ak}. L'indice a=1,2,3 è l'indice di colore mentre k denota il tipo di quark (u, d, s, c, b, t, come sappiamo oggi). Si ha dunque

$$\left[(\gamma_\mu \partial_\mu + m_k)\delta_{\alpha\beta} + ig\gamma_\mu(\lambda_a)_{\alpha\beta}B_{a\mu}\right]\psi_\mu = 0.$$

Le $(\lambda_a)_{\alpha\beta}$ sono 8 matrici 3×3. In questo caso di $SU(3)_c$ le c_{abc} sono rappresentate dalle 8 λ_{abc}.

$SU(3)_f$ invece compare soltanto per denominare il tipo di quark di 'flavor', ovvero di sapore. Infatti esso ($SU(3)_f$) non può essere usato per il fine dei quark di colore; l'ottetto delle correnti di quark di flavor (sapore) riguarda le interazioni elettro magnetiche e deboli di Cabibbo; non possiamo pensare di ottenere le interazioni forti in questo modo perché le porremmo sullo stesso piano delle interazioni elettro - deboli.

L'isospin e $SU(3)_f$ compaiono in modo approssimato nelle interazioni forti. $SU(3)_c$ invece non riguarda le simmetrie approssimate: si tratta di una simmetria esatta.

Si conosce parecchio (non tutto) sulle simmetria $SU(3)_c$ e sulla CDQ. I problemi più grossi riguardano le energie 'basse', intorno a qualche GeV, non le alte energie. Nella CDQ le difficoltà incontrate sulle interazioni forti riguardano le basse energie, $\leq$ pochi GeV (CDQ non perturbativa).

Nel 1973 David Gross e Fred Wilczek, e indipendentemente H.D. Politzer, pubblicarono una scoperta assai importante: $SU(3)_c$ è asintoticamente libero (t'Hooft lo sapeva dall'anno precedente).

Il problema è il seguente. L'effetto dei quark richiede la costrizione asintotica; ma in questa teoria sono presenti anche i gluoni, i quali compensano l'effetto $\bar{q}q$ e rendono asintoticamente libera l'interazione a grandi impulsi trasferiti, cioé a piccole distanze. Si ha

$$\alpha_c(q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\,\ln q^2/\Lambda^2}$$

per $q^2/\Lambda^2 >> 1$. Dunque α_c diminuisce aumentando q^2 finché n_f è minore di 17.

Il parametro Λ, scala nascosta della CDQ, compare attraverso il macchinario quantistico della rinormalizzazione di g. Dimentichiamo i quark per il momento. Il campo B da solo contiene effetti non lineari che inducono lo scattering $B-B$, ma non una scala che misuri l'effetto perché la sola costante è g^2 (adimensionale in unità $\hbar c$). L'ampiezza di urto $B - B$ richiede una rinormalizzazione ad una 'massa' fissa di gluoni virtuali, $m^2 = -\Lambda^2$. Non si può prendere $\Lambda = 0$, cioé gluoni reali, perché lì l'ampiezza è divergente infrarossa (non esistono teoremi di bassa energia in CDQ). La quantità g rinormalizzata dipenderà cosí da Λ^2 che appare proprio in quella equazione. A proposito della libertà asintotica, solo dopo di questo i fisici cominciarono a capire che i gluoni sono proprio privi di massa (e quindi che $SU(3)_c$ è una simmetria esatta e non è rotta).

Nella regione di grande q^2 la CDQ formula previsioni che contengono, migliorate, quelle del modello a partoni. Per esempio, le eq. del capitolo precedente sul comportamento delle regole di Bjorken e di Gross - Llewellin Smith diventano

$$A_1 = 2\big(1 - \frac{2\alpha_c(q^2)}{3\pi}\big),\ A_2 = 6\big(1 - \frac{\alpha_c(q^2)}{\pi}\big)\,.$$

Questi esempi, come altri, forniscono il modo di determinare Λ:

$$\Lambda \simeq 200\,MeV$$

(con precisione moderata).

La CDQ non prevede il comportamento delle funzioni di struttura nella zona di scaling perché dipendono dal comportamento (intrattabile) dei sistemi legati di 3 quark a bassa energia. Alcune proprietà però possono essere conosciute in modo soddisfacente.

Più in generale, andando verso basso q^2, cioé verso alti r, si va verso un comportamento non perturbativo (CDQ con accoppiamento forte) dove una forma rigorosa di confinamento manca ancora, benché ci siano parecchie indicazioni della sua esistenza. t'Hooft dimostrò l'esistenza del confinamento in una dimensione temporale e una spaziale, e K. Wilson provò il confinamento sul reticolo.

Abbiamo seguito il comportamento della CDQ fino all'estate del 1974, quando, alla London Conference, ricevette una reazione positiva (e limitata). Nel successivo autunno accaddero alcune cose del tutto nuove; ne parleremo piú avanti.

10.4 L'unificazione elettro debole.

Durante una decina di anni, tra la fine dei '50 e la fine dei '60, passò un lungo periodo in cui ci furono parecchie novità teoriche nel campo delle interazioni deboli. Ad esempio nel 1958 Schwinger suggerì che il fotone, W^+ e W^- formassero un tripletto rispetto ad un nuovo $SU(2)$ e che la grande differenza $\gamma - W$ richiedesse l'introduzione di un campo scalare ausiliario. A. Bludman propose invece che $W^\pm$ formassero un tripletto non col fotone ma con un nuovo bosone vettore neutro, Z, che interagirebbe debolmente con una corrente neutra, che non induce cioé variazione di carica. $W^\pm$

e Z sarebbero descritti da campi di Yang - Mills massivi (ma allora non sarebbero rinormalizzabili). Salam e Ward nel 1959 applicarono la teoria di Yang - Mills al tripletto $\gamma - W^{\pm}$; l'origine della massa del W resterebbe oscura. S.L. Glashow notò che un $SU(2)$ non permette di unificare la violazione di parità delle interazioni deboli con la conservazione della parità nella corrente elettro magnetica e propose di rimediare introducendo un gruppo abeliano $U(1)$ oltre ad $SU(2)$ in modo che il gruppo diventasse $SU(2) \times U(1)$. Esisterebbero insomma 4 bosoni: $W^{\pm}$ accoppiati a correnti cariche, Z e γ accoppiati a correnti neutre.

Sarebbe sopravvissuto l'uso di $SU(2)\times U(1)$ nella versione locale. Ma (nel 1967) le masse di W, Z erano ignote e la rinormalizzabilità restava un grave problema.

Il passo successivo giunse quando il programma si collegò ad un'altra nozione importante, la rottura spontanea di simmetria, che ebbe origine dalla fisica dello stato solido ed era arrivata alla fisica delle particelle elementari attraverso Y. Nambu e G. Jona - Lasinio nel 1961.

10.5 La rottura spontanea di simmetria.

Consideriamo un campo complesso neutro di spin 0, ψ, che soddisfa l'eq.

$$\partial_\mu^2 \psi - \mu^2 \psi - \lambda^2 \psi \cdot \psi^* \psi = 0\,.$$

Se $\lambda^2 \neq 0$ il campo interagisce. Per assicurare stabilità $\lambda^2 \geq 0$. La densità di energia è

$$H = \frac{\partial \psi^*}{\partial t}\frac{\partial \psi}{\partial t} + \bar{\bigtriangledown}\psi^* \cdot \bar{\bigtriangledown}\psi + V;\ V = \mu^2 \psi^* \psi + \frac{\lambda^2}{2}(\psi^*\psi)^2\,.$$

Queste eq. sono invarianti per le trasformazioni globali di gauge $\psi \to e^{i\alpha}\psi$ con α costante. Se $\mu^2 > 0$ la teoria viene quantizzata nel modo abituale e fornisce particelle di massa μ che interagiscono per mezzo del termine λ^2.

Prendiamo invece $\mu^2 < 0$. In tal caso $|\mu|$ ha ancora la stessa dimensione ma non piú il significato di massa. Adesso questa eq.ha una infinità di soluzioni classiche, indipendenti dallo spazio - tempo,

$$\psi = a e^{i\beta},\ \ a = \big(\frac{-\mu^2}{\lambda^2}\big),\ \ 0 \leq \beta < 2\pi.$$

Tutte queste soluzioni hanno la stessa energia che è la minima possibile. Lo stato fondamentale, il vuoto, è infinitamente degenere.

Dichiariamo allora che il 'nostro' vuoto è lo stato corrispondente ad un dato β, per esempio $\beta = 0$. H è ancora invariante di gauge, ma la nostra scelta del vuoto no. Non esiste un singolo stato invariante dotato di massa minima. La simmetria è conservata ma lo stato di energia minima non è invariante. Questa situazione si chiama rottura spontanea di simmetria.

Scriviamo la soluzione nella forma

$$\psi = a + \phi,\ \ \phi = u(x) + iv(x).$$

Con un po' di algebra si trovano le eq. separate, du cui diamo soltanto i termini lineari

$$\partial_\mu^2 u + 2\mu^2 u + ... = 0, \quad \partial_\mu^2 v + ... = 0,$$

dove i termini non scritti sono quadratici e cubici in u e in v.

Il termine $2\mu^2 u$ implica che le particelle u hanno massa $(-2\mu^2)^{1/2}$ mentre l'assenza del termine corrispondente in v implica che la massa corrispondente è nulla: le particelle v non hanno massa. È un caso particolare del teorema di Goldstone (J. Goldstone, N. Cim. 19, 154, 1961): la rottura spontanea di una simmetria continua è accompagnata dalla comparsa di una o piú specie di particelle scalari prive di massa, i bosoni di Goldstone.

Il teorema resta valido se si trattano perturbativamente le correzioni quantistiche.

Passiamo ora alla simmetria locale, $\psi \to e^{i\alpha(x)}\psi$. In tal caso bisogna introdurre un campo vettore B_μ privo di massa:

$$\big(\partial_\mu - igB_\mu\big)^2 - \mu^2\psi - \lambda^2\psi \cdot \psi^*\psi = 0$$

e per trasformazione di gauge

$$B_\mu \to B_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha.$$

Scrivendo la densità di energia compare un termine di accoppiamento

$$\frac{1}{2}g^2 B_\mu^2 \psi^* \psi.$$

Rompiamo nuovamente la simmetria nel modo $\psi = a + u + iv$. Una parte di questo accoppiamento diventa

$$\frac{1}{2}g^2 a^2 B_\mu^2$$

cioè il campo B ha acquistato una massa ga! Ma sopravvive ancora un accoppiamento della forma

$$\frac{1}{2}gB_\mu \partial_\mu v.$$

Ora una trasformazione di gauge disaccoppia v da tutti gli altri campi: le v possono essere ignorate perché non si creano né si distruggono. Si ha invece una trasformazione dei gradi di libertà. Siamo partiti con un campo scalare complesso ψ e un campo vettore privo di massa B con due stati di polarizzazione trasversa. Finiamo invece con un solo campo scalare reale, u, e un campo vettore massivo con tre stati (non due) di polarizzazione.

Parecchi fisici contribuirono a questa procedura che, nota col nome di Higgs (vedere P.W. Higgs, Phys. Rev. Lett. 12, 132, 1964, Phys. Rev. 145, 1156, 1966) può essere applicata a teorie non abeliane. La particella sopravvissuta (o le particellle se piú di una) è chiamata abitualmente particella di Higgs. Il potenziale V non può dipendere da potenze superiori al quarto ordine se l'interazione deve restare rinormalizzabile (la modifica di V dovuta ad effetti quantistici può dar luogo a sottigliezze, come sappiamo dal lavoro di Coleman ed Erik Weinberg).

10.6 Weinberg e Salam.

E giunse il momento in cui i due teorici Steve Weinberg (Phys. Rev. Lett. 19, 1264, 1967) e Abdus Salam (Elem. Particle Th., ed. by N. Svartholm, Stockholm 1968) unificarono le interazioni deboli ed elettro magnetiche in termini di una teoria di gauge $SU(2) \times U(1)$ contenente bosoni di gauge privi di massa combinati ad un meccanismo di Higgs che generava masse di $W^{\pm}$ e Z nel modo seguente. Associamo un 'isospin debole' T ad $SU(2)$ ed una 'ipercarica debole' Y ad $U(1)$. La carica elettrica (in unità e) è

$$Q = T + \frac{Y}{2}$$

analogamente al caso vecchio. Abbiamo 4 bosoni vettori di gauge: $\bar{W}_\mu$ e B_μ . Introduciamo un doppietto complesso di Higgs, ψ $(T = 1/2,\ Y = 1)$ e il doppietto coniugato ψ^+ $(T = 1/2,\ Y = -1)$:

$$\psi = (\psi^+, \psi^0)$$

$$\psi^+ = (\bar{\psi}^+,\ \bar{\psi}^0).$$

ψ soddisfa l'eq.

$$\left(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau} \cdot \bar{W}_\mu}{2} - i\frac{g'}{2}B_\mu\right)^2 - \mu^2\psi - \lambda^2\psi \cdot \psi^*\psi.$$

La teoria contiene due costanti di accoppiamento indipendenti, g e g'. Le soluzioni di vuoto sono ora

$$\psi = a\xi + \phi,\ \ \psi^+ = a\xi^+ + \phi^+,\ \ \xi = (0, 1).$$

Discutiamo i termini di massa. Le masse, dovute alla parte ξ di ψ, si trovano in

$$\frac{1}{4}a^2\xi^+(g\vec{\tau}\vec{W}_\mu + g'B_\mu)^2\xi =$$

$$= \frac{a^2}{4}[g^2\{(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2\} + (gW^3 - g'B_\mu)^2]$$

$$= M_W^2 W_\mu^* W_\mu + \frac{1}{2}M_Z^2 Z_\mu^2$$

dove la normalizzazione dei campi è data da

$$W_\mu = \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{\sqrt{2}},\ W_\mu^* = \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}},$$

$$Z_\mu = \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W B_\mu,$$

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g}$$

e le masse sono

$$M_W^2 = \frac{g^2 A^2}{2},$$

$$M_Z^2 = \frac{(g^2 + g'^2)a^2}{2}.$$

Da queste si ottiene

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} = cos^2\theta_W. \tag{10.1}$$

Tre dei 4 campi scalari sono stati inglobati in W_μ, W_μ^* e Z_μ dando loro masse non nulle. (Questi campi sono minimali, non unici. Le formule restano vere in generale, salvo l'ultima che diventa $M_W^2 = \rho M_Z^2 \cos^2\theta_W$.) Il campo ortogonale a Z_μ,

$$A_\mu = \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W B_\mu$$

è il potenziale elettro magnetico. La rottura spontanea di simmetria introduce l'angolo θ (angolo di Weinberg) che fissa la direzione dell'autovalore della massa nel piano B_μ - W_μ^3.

Prima della rottura di simmetria l'interazione dei campi vettori con la materia ha la forma

$$H_{int} = g\vec{T}\vec{W}_\mu + g'Y(x)B_\mu(x)$$

dove $\vec{T}(x)$ e $Y(x)$ sono rispettivamente le densità della sorgente di $SU(2)$) e della sorgente di $U(1)$. In termini dei campi fisici si ha invece

$$H_{int} = \frac{g}{\sqrt{2}}(J_\lambda W_\lambda^* + J_\lambda^* W_\lambda) + \frac{gZ}{\sqrt{2}}J_\mu^{(0)} + eA_\mu J_\mu^{elm}$$

dove

$$J_\mu(x) = T_\mu^1(x) - iT_\mu^2(x),\ J_\mu^* = T_\mu^1(x) + iT_\mu^2(x),$$

$$J_\mu^{elm}(x) = T_\mu^3(x) + \frac{Y_\mu(x)}{2},$$

$$J_\mu^{(0)}(x) = T_\mu^3(x) - J_\mu^{elm}(x)\sin^2\theta_W. \tag{10.2}$$

La carica elettrica e viene allora definita da

$$e = g\sin\theta^W. \tag{10.3}$$

J_λ è la corrente debole carica introdotta qualche tempo fa; essa è accoppiata ai bosoni W in una forma data da una eq. precedente.

Le prime prove del contenuto di corrente dei leptoni erano confinate ai leptoni che devono essere introdotti come multipletti di $SU(2) \times U(1)$ in modo che le parità delle correnti siano quelle giuste. Ciò si ottiene ponendo

$$L_e = (\nu_e^L,\ e^L),\ L_\mu = (\nu_\mu^L,\ \mu^L),\ e^R,\ \mu^R,$$

$$e^L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e,\ e^R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)e$$

(e analogamente per le altre particelle). Quindi gli stati L (sinistri) formano doppietti di $T = 1/2$ e $Y = 1$ mentre gli stati R, destri, sono singoletti di $T = 0$ e $Y = -2$. Le loro correnti sono

$$J_\mu^{elm} = \bar{e}\gamma_\mu e + (e \to \mu),$$

$$J_\mu = \frac{1}{2}\bar{e}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu_e + (e, \nu_e \to \mu, \nu_\mu),$$

$$J_\mu^3 = \frac{1}{4}[\bar{\nu}_e\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu_e - \bar{e}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)e] + (e, \nu_e \to \mu, \nu_\mu).$$

$J_\mu^{(0)}$ si può ottenere usando la relazione (...).

Possiamo collegare g con la costante di Fermi G, p.es. calcolando il decadimento del μ seguendo il ragionamento che aveva condotto all'eq. (56). Si ottiene

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

da cui, usando una formula precedente, si ha anche

$$M_W = \frac{2^{-5/4} e G^{-1/2}}{\sin\theta_W} = \frac{37.3\ GeV}{\sin\theta_W}.$$

Infine,

$$M_Z = \frac{74.6\ GeV}{\sin\theta_W}.$$

Come fanno e e μ ad acquistare la massa? Il termine di massa]'e $m\bar{e}e = (\bar{e}^L e^R + \bar{e}^R eL)$ che non è permesso perché non]'e invariante per $SU(2) \times U(1)$. Ma gli Higgs aiutano: $f_e(\bar{L}_e\psi)e^R + coniugato)$ è invariante e con la rottura spontanea di simmetria contribuisce con un termine $f_e a(\bar{e}^L e^R + \bar{e}^R e^L)$; dunque $m_e = f_e a$. Analogamente $m_\mu = f_\mu a$.

10.7 Rinormalizzazione e universalità.

Il lavoro di Gerard t'Hooft del 1971 era fondamentale. Oltre a riscoprire il meccanismo di gauge per conto proprio, t'Hooft formulò le teorie di gauge spontaneamente rotte in modo esplicitamente rinormalizzabile, in cui l'unificazione diventava un punto centrale. La prova della rinormalizzabilità si basa sul fatto che la teoria è invariante prima della rottura spontanea e quindi l'introduzione di masse di e o μ a mano è proibita. Inoltre è necessario che tutti i termini rinormalizzabili compatibili con l'invarianza e con la rinormalizzabilità compaiano effettivamente, in modo da poter eseguire la rinormalizzazione quando è richiesta. Cosí se si introducono ν_e^R e ν_μ^R non si possono evitare masse non nulle per i neutrini, come per e e per μ. Se invece non esistono ν_e^R e ν_μ^R le masse dei neutrini sono nulle.

Ciò non implica che adesso conosciamo l'origine delle masse. Esse sono una conseguenza della rottura spontanea ma, come abbiamo detto, ciò viene ottenuto sostituendo una costante di accoppiamento ad una massa.

Non conosciamo la massa della particella di Higgs, tuttavia esistono limiti superiori al suo valore (noi speriamo, almeno, che questa sia la spiegazione). Anche le masse m_k dei quark che compaiono nella CDQ hanno origine in certi accoppiamenti di Higgs nel settore elettro debole; nessuna di queste masse può essere prevista. La parità stessa entra in modo consistente con l'osservazione, ma non è essenziale ad essa.

L'universalità tra e e μ vale al secondo ordine nella costante di gauge g; fino a quell'ordine gli accoppiamenti g_e di $\bar{e}\nu_e$ e $g_{\mu/}$ di $\bar{\mu}\nu_\mu$ sono uguali. L'inclusione degli effetti piú alti conduce alla rinormalizzazione di g (o di g'). Ma noi abbiamo a che fare con *due* costanti misurabili, g_e e g_μ: tra di loro esiste quindi una relazione che, all'ordine g^4, risulta essere $g_e/g_\mu = 1 + 0(\alpha)$, $\alpha = 1/137$. Il termine $0(\alpha)$ è finito e dipende dal rapporto m_e/m_μ Dunque il parametro di sviluppo per gli effetti di ordine più alto è la costante di struttura fina!

Questa correzione finita costituisce un esempio della teoria generale seguente. Scriviamo la teoria in forma strettamente rinormalizzabile. *Qualsiasi relazione che vale all'ordine più basso è anche vera agli ordini piú alti a meno di correzioni calcolabili finite e piccole.* Per fare un altro esempio: le correzioni alla eq. (92) sono date da

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} = \cos^2\theta_W + 0(\alpha)$$

dove $0(\alpha)$ è finito. Questo risultato dipende dalla ipotesi che il sistema di Higgs sia un doppietto e che quindi la calcolabilità dipenda dal contenuto della teoria.

Le correzioni deboli finite di ogni ordine sono finora compatibili con gli esperimenti e in alcuni casi sono prossime ad essere verificate sperimentalmente.

Il valore di θ_W non è previsto da questi esperimenti.

Chapter 11

c, b, t, W, Z.

11.1 Correnti adroniche neutre.

Già dagli anni '60 esistevano alcune importanti informazioni di bassa energia sulle correnti neutre. Si sapeva che la parte di cambiamento di stranezza nella corrente neutra doveva essere molto minore della parte di corrente debole carica. Alla fine degli anni '60 si riteneva corretto che le correnti deboli neutre fossero assenti o estremamente rare.

Nel 1971 ai teorici toccò la gloriosa scoperta delle teorie di gauge. Le correnti neutre ricevettero una alta priorità, specie perché le tecniche esistenti potevano permettere di misurarle. Come per i leptoni, introduciamo anche per i quark un doppietto sinistro, Q_L di componenti (u_L $d^L \cos\theta + s^L \sin\theta 0$) e i singoletti ($u^R$, d^R, s^R). Essi danno le correnti cariche note da tempo. E le corrispondenti correnti neutre? J^0_λ deve contenere un termine $g(\bar{d}s + \bar{s}d)\sin\theta\cos\theta/\cos\theta_W$. Al secondo ordine in g, quindi al primo ordine in G, ciò porta al processo $\bar{s}d \to \bar{d}s$ e quindi a $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ (via uno scambio di una Z virtuale). Ma questo sarebbe un disastro perché il mixing sarebbe di secondo ordine in G.

Negli anni 1963 - 64 era comparso un certo numero di lavori che avevano proposto di allargare $SU(3)_f$ fino a comprendere $SU(4)_f$, con varie motivazioni: per evitare quark con carica frazionaria; per trovare nuovi limiti nella spettroscopia adronica; o anche, per trovare una simmetria leptone - adrone. Nell'ultimo caso i 4 leptoni avrebbero come controparte 4 quark: u, d, s e un nuovo numero quantico chiamato c, il charm, che si supponeva fosse conservato nell interazioni forti ed elettromagnetiche ma non in quelle deboli.

Tutti questi suggerimenti furono gentilmente ignorati fino al 1970, quando S.L. Glashow, J.Iliopoulos e L. Maiani sottolinearono che l'introduzione di un quarto quark (il c) può eliminare in modo naturale i termini non desiderati nelle correnti neutre. Essi discussero allora questo problema usando una versione non rinormalizzabile di $SU(2) \times U(1)$. L'anno dopo Weinberg mise un'idea dietro l'altra: introducendo un secondo doppietto sinistro e un singoletto destro

$$Q_2 = (c^L,\ d^L \sin\theta - s^L \cos\theta\,),\quad c^R.$$

verificò che il contributo a $J^{(0)}_\lambda$ da Q_2 cancella esattamente il termine $|\Delta S| = 1$, come sapevano essenzialmente già Glashow, Iliopoulos e Maiani.

Anche la possibile comparsa di effetti $|\Delta S| = 1$ per mezzo di effetti di correzioni radiative si annulla per via della presenza di c attraverso Q_2. Essa fornisce l'ampiezza

$$\sim \sin\theta\cos\theta G\alpha \frac{m_u^2 - m_c^2}{M_W^2}$$

che fornisce il giusto ordine di grandezza (se $m_c/M_W \leq 0.1$).

Altre indicazioni giunsero da una parte completamente diversa quando, nel 1972, si scoprì un errore nella rinormalizzabilità della teoria $SU(2)\times U(1)$ in presenza di fermioni. La teoria è rinormalizzabile se $\sum_i Q_i = 0$.

Qui Q_i è la carica elettrica dell'i-esimo fermione, sia leptone o quark. Consideriamo allora i fermioni. La coppia e, μ contribuisce con -2. u, d, s, colorati o no, non danno niente (2/3 -1/3 -1/3=0); un quark c dà 2/3, insufficiente. Ma aggiungiamo il colore: $3 \times 2/3 = 2$: l'eq. è soddisfatta. Questa soluzione, benché non univoca, costituisce il primo caso di confluenza tra il colore e il charm.

Nel frattempo nel 1972 era cominciata la ricerca delle correnti adroniche neutre. Nel luglio 1973 il primo evento di corrente neutra fu visto dal gruppo di camera a bolle del CERN: era un caso di scattering elastico $\nu_\mu - e$. Tre settimane dopo lo stesso gruppo comunicò di aver osservato oltre 100 eventi adronici inclusivi. Alla Bonn Conference dell'agosto 1973 fu affermato che 'per la prima volta esiste evidenza in favore di correnti neutre nelle reazioni da neutrini'.

Alla London Conference del 1974 il valore dell'angolo di Weinberg era intorno a $\sin^2\theta_W = 0.39$; nel 1981 era già

$$\sin^2\theta_W \simeq 0.22$$

e questa precisione era consistente con esperimenti di varii tipi.

Arriviamo ora all'autunno 1974: al charm (e al bottom e al top).

11.2 La risonanza stretta.

Nella reazione

$$\sigma(e^+e^- \to \gamma \to \bar{q}_i q_i) = \frac{\pi\alpha^2}{3E^2}$$

al posto del termine 1 (caso del μ) si ha la sommatoria $R = \sum_i Q_i^2$. Il valore di R dipende dal modello adottato: tre specie di quark senza colore danno $R = 2/3$. Se si include il colore si ha $R = 2$. Se si include il quark c dotato di colore $R = 10/3$. (Questa eq. fu poi ottenuta dalla CDQ e conteneva un fattore correttivo $1 + \alpha_c/\pi$.)

I primi dati su R nella regione del Gev, presi a Frascati, Orsay e Novosibirsk, mostravano che $R \simeq 2.5$ per $E \leq 1.5$ GeV, ragionevolmente vicino alle attese per 3 quark colorati. Il primo indizio di qualcosa di strano arrivò dal collisore CEA di Cambridge, Mass: $R = 4.7 \pm 1.1$ e 6.0 ± 1.5 alle energie di 2 e 2.5 GeV.

La prima proposta per costruire il collisore asimmetrico Spear è del 1964. I fondi giunsero nel 1970 e Spear fu pronto a partire nel 1972 a 2.5 GeV per fascio, poi aumentati a 4. Nel 1973 iniziò il programma per misurare R aumentando l'energia di 100 MeV per volta tra 1.2e 2.4 Gev. I punti di CEA furono confermati: sopra circa 2 GeV l'energia totale continua a crescere in modo apparentemente lineare.

Nell'autunno del 1974 si cominciò a capire cosa stava succedendo. Analizzando nuovamente i dati, il valore anomalmente elevato di R a 3.1 GeV risultò derivare da una risonanza strettissima e gigantesca.

Lo stesso risultato era stato trovato nello stesso istante da Sam Ting con un esperimento assai diverso. Studiando i picchi nella distribuzione dell'energia delle coppie e^+e^- prodotte nelle collisioni adroniche, il processo $p + Be \to e^+ + e^- + X$ trovò un grosso picco a 3.1 GeV.

L'annuncio formale delle due scoperte indipendenti è dell'11 novembre 1974. Furono proposti due nomi diversi: Sam Ting propose J mentre il gruppo di Burton Richter propose ψ. Così la particella ebbe i due nomi.

La J/ψ fu vista immediatamente a Frascati e a DESY. Dieci giorni dopo si trovò a SLAC una seconda risonanza molto stretta di massa 3.695 GeV. Le larghezze erano di 60 keV e di 200 keV rispettivamente.

I teorici cercarono immediatamente nella borsa delle cose esotiche. Poteva trattarsi di un bosone tipo Z interagente debolmente o una risonanza con colore libero o il charmonio. Si trattava proprio del charmonio.

11.3 Il charm.

Appelquist e Politzer proposero di usare la CDQ per trattare gli stati del c e chiamarono charmonio lo stato legato $c\bar{c}$. Essi supposero che la massa di c fosse larga (giusto; la massa costituente è di circa 1.5 GeV, più o meno la metà della massa di J/ψ), dunque l'energia di legame è piccola. Siccome il legame tiene le particelle a piccola distanza rispetto a quella lunghezza si pensò di essere nel regime CDQ di piccola distanza, $\Lambda << m_c$; quindi dovrebbe valere la CDQ perturbativa. Inoltre le particelle legate si muovono con velocità media bassa perché sono pesanti e vale l'approssimazione non relativistica. In questo caso allora la CDQ dà un potenziale di tipo coulombiano a piccola distanza, $V(r) = -4\alpha_c/3r$, con una 'running constant' relativamente piccola. (Si chiama 'running constant' una quantità che non è una costante in realtà perchè si muove, seppure di poco, nella zona interessata.) Quindi si trova uno spettro di tipo idrogeno! Infatti, usando la notazione atomica standard, J/ψ e ψ' sono gli stati $1S_1^3$ e $2S_1^3$ di $c\bar{c}$. Altri argomenti portarono a larghezze molto strette per questi stati.

Prima che il 1974 finisse si pensò anche che $V(r)$ non potesse essere coulombiano perché quel potenziale non confina. Si propose di usare

$$V(r) = -\frac{4\alpha_c}{3r} + \sigma r,$$

con α e σ fissati dagli esperimenti. In realtà per σr si trattava solo di una questione teorica; il termine σr non riesce a comparire in questi esperimenti.

Questo modello ha superato prove severe che riguardano in totale 9 stati di charmonio, scoperti a SLAC e/o a DESY. Gli stati di charmonio somigliano molto all'atomo di idrogeno.

Nel 1975 al meccanismo di $SU(2) \times U(1)$ fu dato il nome di 'modello standard' da A. Pais e S.B. Treiman.

Ma il charm nudo non era ancora stato visto. È possibile che un evento di raggio cosmico trovato nel 1971 contenga una particella charmata di massa intorno a 2-3 GeV. La spiegazione più probabile per un evento di camera a bolle trovato a Brookhaven nel 1975 è che sia il decadimento di un barione con charm. Ulteriori indicazioni provennero da una serie di esperimenti con neutrini (A. Benvenuti et al., Phys. Rev. Lett. 35, 1199, 1975); o si formava un leptone pesante neutro L^0, oppure si trattava di un nuovo tipo di adrone, C, che decade in $\mu^+ + ...$ L'opzione L^0 fu eliminata con un argomento teorico di Pais e Treiman; sopravvisse l'opzione C e la gente cominciò a collegare C con un adrone charmato. Il primo gennaio 1976 il New York Times pubblicò un articolo in prima pagina che annunciava la scoperta del Charm al Cern e anche al Fermilab. La conclusione era soltanto probabile, ma si rivelò esatta 2 anni dopo.

Tutti gli occhi si concentrarono su SPEAR. All'inizio dell'estate 1976 Gerson Goldhaber e collaboratori trovarono i mesoni D neutri (giugno; G. Goldhaber et al.) e carichi (luglio; I. Peruzzi et al.).

Cosí si sviluppò la tecnologia necessaria per misurare vite medie di circa 10^{-10} sec, tipiche dei decadimenti deboli di stati charmati.

11.4 Bottom e Top.

Passata la soglia della produzione del charm nudo, R si sistemò con un comportamento circa costante intorno a 5, che però era parecchio maggiore del valore 10/3 atteso con 4 quark di colore. Ma nel 1976 si trovò un nuovo leptone carico, chiamato τ (M. Perl et al.), che aggiunge una unità a R. Per via della sua massa elevata (1784 MeV) il τ, oltre ai decadimenti leptonici ($\tau^+ \to e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu$), ha anche decadimenti con adroni (π, ρ, K, ...). La massa del neutrino sembra essere intorno a qualche MeV al più. Nel quadro di $SU(2) \times U(1)$ delle interazioni elettro deboli la coppia τ, ν_τ si comporta come e, ν_e e μ, ν_μ.

L'arrivo del τ cambiò l'equazione del bilancio, $\sum Q_i = 0$, che rendeva rinormalizzabile $SU(2) \times U(1)$. Nel 1977 Leon Ledermann e il suo gruppo del Fermilab annunciarono la scoperta di un nuovo tipo di risonanza, Υ. La distribuzione di massa nello stato μ^+, μ^- aveva un picco netto a circa 9.5 GeV. Due mesi più tardi il gruppo aveva separato il picco in 3 risonanze: Υ (9.4), Υ' (10.0) e Υ'' (10.4 GeV). La famiglia contiene oggi molti membri in più.

Le Υ sono stati di 'bottom nascosto' $(b, \bar{b})$. b è un nuovo tipo di quark con $Q = -1/3$. Di nuovo la spettroscopia corrispondente, più ricca e più semplice di quella delle ψ perché la massa del b, di circa 5 GeV, è molto maggiore di m_c, è sempre descritta bene dal potenziale $V(r)$. La prima evidenza per mesoni con bottom nudo giunse nel 1980.

Nello spirito di $SU(2) \times U(1)$ il *bottom* ha un fratello, il *top*, che è stato trovato intorno a 140 GeV, una energia molto più alta, nel 1999. Esistono dunque 3 coppie di quark.

Ancora nel 1972 (ben prima che si trovasse il quark c) M. Kobayashi e T. Maskawa osservarono che $SU(2) \times U(1)$ con 3 coppie di quark e con campi di Higgs permette di introdurre nella teoria la violazione di PC. Infatti avremo

$$Q_1 = (u^L, \quad \alpha_{11} d^L + \alpha_{12} s^L + \alpha_{13} b^L),$$

$$Q_2 = (c^L, \quad \alpha_{21} d^L + \alpha_{22} s^L + \alpha_{23} b^L),$$

$$Q_3 = (t^L, \quad \alpha_{31} d^L + \alpha_{32} s^L + \alpha_{33} b^L).$$

Qui α è una matrice unitaria che soddisfa $\alpha^+ \alpha = 1$. e le α_{ij} sono numeri complessi. Una volta assorbite le fasi nelle ridefinizioni di d, s, b resta una fase e 3 angoli di mescolamento. La fase rimasta implica violazione di PC! È un modo elegante (non unico) di introdurre la violazione di PC nella teoria.

Nel 1975 a SPEAR si trovò che i sistemi adronici prodotti nella annichilazione e^+e^- a $2E = 3.1$ e 3.7 GeV emergevano come due getti in direzioni opposte, proprio come ci si attende se $e^+e^- \to q\bar{q}$ è seguito dalla frammentazione di q e di $\bar{q}$ in adroni!

Fatto particolarmente eccitante: la distribuzione angolare nell'angolo θ tra l'asse di un getto e la direzione del fascio è del tipo $1 + \cos^2\theta$: proprio quello che ci vuole per quark di spin 1/2!

Alle energie più alte i getti sono definiti ancora meglio. Tra l'altro si è saputo che i q, $\bar{q}$ primari sono carichi e che R si comporta in modo ragionevole.

Eventi di 3 getti furono visti per la prima volta a Petra nel 1979. Essi sono causati da Bremsstrahlung (formazione) di gluoni da q o $\bar{q}$ seguita dalla trasformazione del gluone in adroni.

In Europa i getti sono stati seguiti molto a lungo a ISR (più di 10 anni). Esistono due tipi di getti: quelli da pioni (in cui un pione di elevato p_T e un getto vanno in direzioni opposte) e quelli di 2 getti.

Getti spettacolari si trovarono poi a $UA1$ e $UA2$ con una energia di 540 GeV nel centro di massa del $p\bar{p}$.

11.5 W e Z (e tornano i leptoni).

Nel 1983 la Z e le due W furono trovate allo SPS. Rubbia e Van der Meer ottennero il premio Nobel nel dicembre del 1984. A quel tempo la situazione era la seguente.

Massa del W:

$$m_W = 80.9 \pm 1.5 \pm 2.4, \ (UA1),$$

$$= 83.1 \pm 1.9 \pm 1.3, \ (UA2),$$

$$m_Z = 95.6 \pm 1.4 \pm 2.9, \ (UA1),$$

$$= 92.7 \pm 1.7 \pm 1.4, \ (UA2).$$

Le masse sono date in GeV. Il primo errore è statistico, il secondo sistematico. Inoltre,

$$\left(\frac{M_W}{M_Z \cos\theta_W}\right)^2 = 0.968 \pm 0.045, \ (UA1),$$

$$= 1.02 \pm 0.06, \ (UA2),$$

e

$$\sin^2\theta_W = 0.226 \pm 0.015, \ (UA1),$$

$$= 0.216 \pm 0.010 \pm 0.007, \ (UA2),$$

in accordo con i risultati della corrente neutra.

Lo spin di W è 1. Le distribuzioni del decadimento del W sono consistenti con la teoria $V - A$ (che è equivalente a $V + A$ in mancanza di esperimenti di polarizzazione). I modi di decadimento osservati fino al 1984 sono

$$W^+ \to e^+\nu_e, \ \mu^+\nu_\mu, \ \tau^+\nu_\tau, \ \bar{d}u, \ \bar{s}c, \ \bar{t}b\,,$$

$$Z \to e^+e^-, \ \mu^+\mu^-.$$

Raffinamenti hanno condotto nel 1990 ai risultati seguenti.

Massa del W:

$$M_W = 80.6 \pm 0.4\, GeV; \ \Gamma = (2.25 \pm 0.14) GeV\,; J = 1\,.$$

Decadimenti:

$$e^+\nu : 10.0 + 2.4 - 3.3\%; \ \ e^+\nu\gamma :< 1\%;$$

$$\mu^+\nu : 10.0 + 2.9 - 3.7\%; \ \tau^+\nu : 10.2 + 3.4 - 4.1\%.$$

Massa della Z:

$$M_Z = 91.161 \pm 0.031\, GeV; \ \Gamma = (2.534 \pm 0.027) GeV\,; \ J = 1\,.$$

Decadimenti:

$$e^+e^- : \ 3.21 \pm 0.07\%; \ \mu^+\mu^- : \ 3.36 \pm 0.11\%; \tau^+\tau^- : 3.33 \pm 0.13\%;$$

$$\nu\bar{\nu} : \ 19.2\%, \ e\mu :< 2.2 \times 10^{-3}\%, \ adroni : 70.9, \%,$$

(il decadimento in $\nu\bar{\nu}$ contiene anche gli altri modi invisibili).

Per completezza diamo anche le masse di e, μ, τ e dei neutrini relativi (al 1990):

$m_e = 0.51099906{\pm}0.00000015\, MeV$; $\mu_e = 1.001159652193{\pm}0.0000000000013$; $J = 1/2$;

$m_\mu = 105.658387{\pm}0.000034 MeV$; $\tau = (2.19703{\pm}0.00004){\times}10^{-6} sec$; $\mu_\mu = 1.001165923{\pm}0.000000008$; $J = 1/2$;

$m_\tau = 1784.1{+}2.7{-}3.6\, MeV$; $\tau = (0.303{\pm}0.008){\times}10^{-12} sec$;

$m_{\nu e} < 17 eV$; $m_{\nu\mu} < 0.27 MeV$; $m_{\nu\tau} < 35 MeV$.

Siamo adesso a circa 10^{-16} cm, la lunghezza d'onda Compton di W e Z. Fin qui siamo penetrati. Il LEP appena chiuso al CERN ha raffinato questa situazione; si è spinto fino a 200 GeV nel centro di massa e^+e^-, ha confermato il modello standard con grandi miglioramenti, ha ammesso la possibilità che le particelle supersimmetriche esistano ma non le ha confermate. Negli ultimi mesi di vita, nel 2000, è stata sospettata l'esistenza della particella di Higgs, ma il LEP ha chiuso i battenti. Aspettiamo il LHC per il 2005.