

# Presi in un vortice

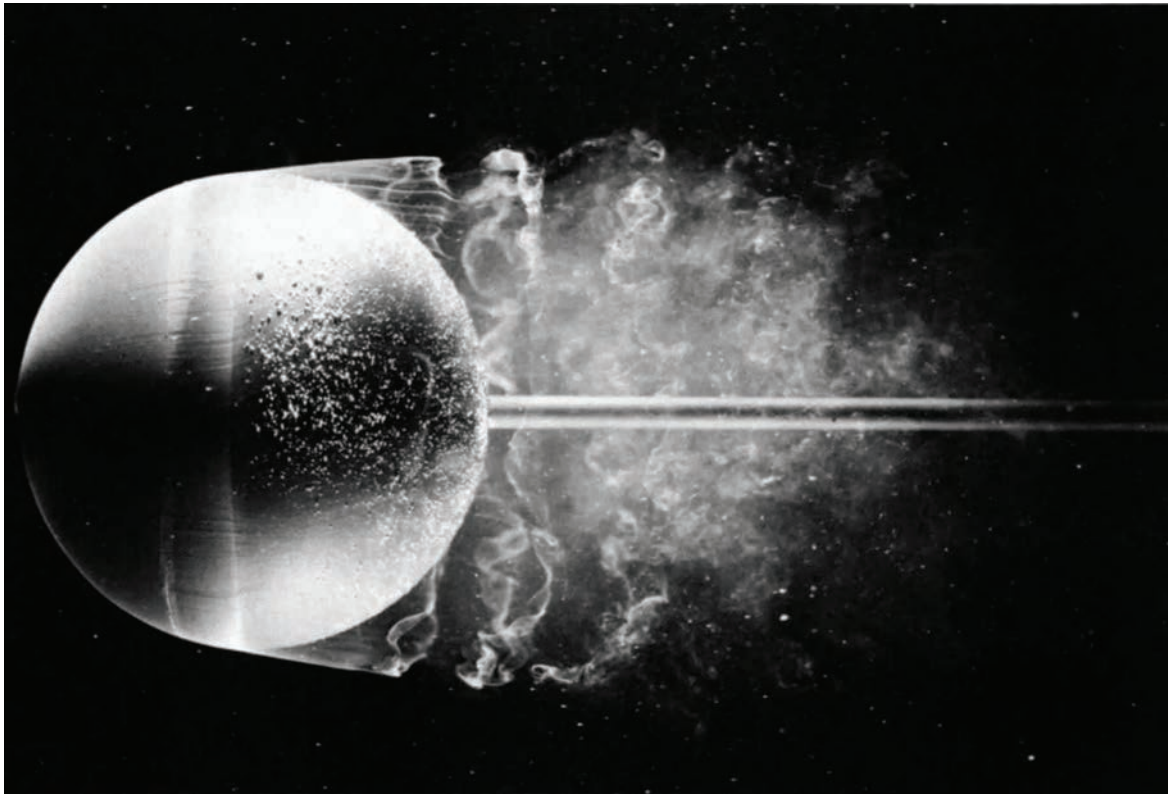
## Fenomenologia della turbolenza

di Guido Boffetta



È un cliché abbastanza comune presentare la turbolenza come l'ultimo problema aperto della fisica classica, quello su cui hanno fallito fisici del calibro di Werner Heisenberg, Richard Feynman e Lars Onsager. Anche se è vero che non abbiamo ancora una teoria della turbolenza, è importante ricordare che la turbolenza non è un singolo problema, ma un vasto campo di ricerca in fisica e in matematica applicata, con applicazioni che vanno dalla cosmologia e astrofisica alla geofisica, fino ai tanti problemi pratici di ingegneria. Soprattutto, non dobbiamo dimenticare che in seno alle ricerche sulla turbolenza sono nati molti concetti della fisica moderna, come quelli di temperatura negativa, di invarianza di scala, di universalità, di diffusione anomala. Al pari degli altri fenomeni fluidodinamici, la turbolenza è descritta dalle equazioni di Navier-Stokes, derivate a partire dalle leggi di Newton della dinamica da Claude Navier, Jean-Claude Barré de Saint-Venant e da George Gabriel Stokes a metà dell'800. All'inizio del '900, grazie alla meccanica statistica sviluppata da Ludwig Boltzmann, Sydney Chapman e David Enskog derivarono le equazioni di Navier-Stokes da principi primi, a partire dalla descrizione microscopica del moto delle molecole di un fluido. La turbolenza consiste nel moto irregolare nello spazio e nel tempo di un fluido, in cui l'energia cinetica immessa da una forzante esterna, per esempio il moto di un corpo immerso nel fluido, è bilanciata dall'energia dissipata in calore dalla viscosità del fluido stesso. La turbolenza si sviluppa quando questi due processi avvengono a scale spaziali ben separate tra loro, cioè quando il rapporto tra la scala di iniezione e quella di dissipazione dell'energia, rapporto quantificato dal cosiddetto "numero di Reynolds", è molto grande. In questo caso il sistema si trova in uno stato lontano dall'equilibrio:

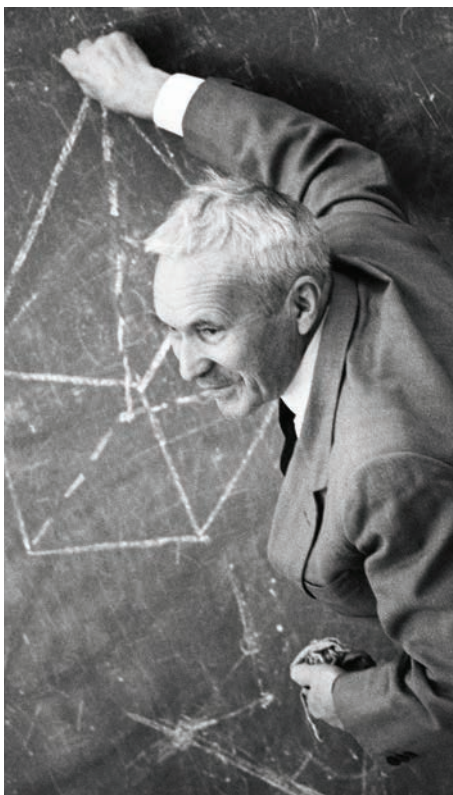
**a.**  
Affresco "Madonna con Bambino e santi Antonio, Domenico, Pietro martire e Cristoforo", attribuito a Pietro di Giovanni Lanieri (1428-1460), Basilica di San Domenico (Bologna). Tra i piedi di San Cristoforo sono riconoscibili le tipiche scie vorticosi di von Kármán (descritte nel 1911).



l'energia, infatti, fluisce tra queste scale, generando quella che il meteorologo Lewis F. Richardson (vd. p. 46, ndr) ha descritto poeticamente come la "cascata di energia", in cui vortici più grandi generano vortici via via più piccoli in un processo a cascata (vd. fig. a). La non-linearità delle equazioni di Navier-Stokes produce una dinamica caotica e quindi di fatto imprevedibile, nonostante tali equazioni siano di tipo deterministico. Due condizioni iniziali molto vicine conducono infatti in breve tempo a stati macroscopici molto diversi tra di loro. A causa di questa forte dipendenza dalle condizioni iniziali, le previsioni di fenomeni che includono la turbolenza, come, per esempio, quelli riguardanti l'atmosfera, sono soggette a limitazioni intrinseche non superabili. Proprio per questa sua natura caotica, è evidente che da un punto di vista teorico non è tanto importante la singola soluzione turbolenta delle equazioni di Navier-Stokes (ammesso che sia possibile ottenerla), quanto una descrizione delle proprietà statistiche generali, che hanno la proprietà di non dipendere dal particolare stato iniziale.

La descrizione statistica della turbolenza nasce a metà del secolo scorso, con il lavoro di Andrej N. Kolmogorov, che riesce a derivare, a partire dalle equazioni di Navier-Stokes, uno dei pochi risultati esatti e non banali in turbolenza, la cosiddetta "legge dei 4/5" (così chiamata per la presenza di questo coefficiente numerico). A partire da questa legge, assumendo una proprietà di invarianza di scala, Kolmogorov è riuscito a fissare l'esponente di *scaling* della turbolenza a un preciso valore pari a  $1/3$ : ciò significa che se osserviamo qualsiasi campo turbolento di velocità a una scala dilatata di un fattore  $x$ , otteniamo le stesse proprietà statistiche che il campo avrebbe se la sua intensità venisse riscalata di un fattore  $x^{1/3}$ . Numerosi risultati sperimentali e numerici moderni mostrano deviazioni misurabili rispetto all'invarianza di scala proposta da Kolmogorov. Riscaldando lo spazio e le velocità come previsto dalla teoria di Kolmogorov (che rimane comunque approssimativamente valida), le distribuzioni di probabilità cambiano e quindi la statistica non è più universale. In particolare, considerando fluttuazioni

**b**  
Il colorante in acqua mostra il flusso che si genera a valle di una sfera con numero di Reynolds pari a 15.000. L'instabilità della superficie produce vortici di scala comparabile a una frazione del raggio della sfera, che in breve si rompono a formare un flusso turbolento.



**c.**  
Andrej N. Kolmogorov (1903-1987), uno dei maggiori matematici sovietici, fondatore tra l'altro della moderna teoria della probabilità. Diede anche contributi fondamentali in diversi campi della meccanica teorica, della teoria dell'informazione e della complessità e formulò la prima teoria della turbolenza.

a piccola scala, le distribuzioni di probabilità variano in modo da rendere la probabilità di osservare eventi estremi (cioè molto lontani dai valori più probabili) molto più alta rispetto a una distribuzione normale. Questo fenomeno, detto "intermittenza", ha delle importanti conseguenze pratiche, come nel caso delle sollecitazioni cui sono soggette le strutture immerse in un flusso turbolento (ad esempio le pale eoliche).

Da un punto di vista teorico, la rottura dell'invarianza di scala globale di Kolmogorov e l'intermittenza implicano che la turbolenza non possa essere descritta per mezzo di un solo esponente di *scaling*. Un modo per riconciliare le osservazioni con la teoria è quello di considerare una invarianza di scala locale, in cui l'esponente di *scaling* possa a sua volta fluttuare. Questo è lo schema teorico detto "modello multifrattale", introdotto nel 1983 da Giorgio Parisi e Uriel Frisch. Questo modello assume una distribuzione continua di possibili valori dell'esponente di *scaling*, con una probabilità dipendente dalla scala spaziale alla quale si osserva il sistema. La forma di questa distribuzione ha come unico vincolo quello di soddisfare la legge dei 4/5 di Kolmogorov, ma per il resto è arbitraria.

Il "problema" della turbolenza, da un punto di vista teorico a livello fondamentale, è quindi quello di determinare la forma di questa distribuzione di probabilità a partire dalle equazioni di Navier-Stokes. Si tratta di un compito formidabile, che per ora non ha avuto successo, ma la ricerca moderna nella teoria della turbolenza è comunque riuscita a sviluppare dei modelli fenomenologici che predicono una distribuzione di probabilità (e quindi la statistica del campo di velocità) in ottimo accordo con i dati sperimentali. Il modello multifrattale non è quindi ancora una vera e propria teoria della turbolenza, bensì uno schema teorico all'interno del quale è possibile fare inferenze su varie osservabili. In questo senso esso è stato applicato, per esempio, alle fluttuazioni della temperatura o della concentrazione di un inquinante, e alla statistica di particelle trasportate dal flusso turbolento. Negli anni, il modello multifrattale è stato usato nei campi più disparati, dalla statistica dei brillamenti solari alle fluttuazioni dei mercati finanziari.

Restando nel mondo della turbolenza, vanno ricordati i recenti successi ottenuti con modelli semplificati. In questo contesto è stato possibile dimostrare in modo rigoroso l'intermittenza del campo di temperatura e il suo *scaling* anomalo, in accordo con la descrizione del modello multifrattale, il quale resta quindi uno strumento privilegiato per la descrizione e la comprensione della ricca e complessa fenomenologia che le equazioni di Navier-Stokes ci regalano.

#### Biografia

**Guido Boffetta** è professore di fisica teorica della materia presso l'Università di Torino. È *fellow* della European Mechanics Society ed è editore di *Physical Review Fluids* (APS). Si occupa di sistemi dinamici, turbolenza, fluidi complessi e materia attiva, principalmente per mezzo di simulazioni numeriche.

10.23801/asimmetrie.2022.32.6