Capitolo 10

Applicazioni della luce di sincrotrone (Facoltativo)

10.1 Ricerche con luce di sincrotrone

Da alcuni anni l'impatto della LS sulla ricerca nella Fisica, nella Chimica, nella Biologia e nelle Scienze Applicate è considerevole. L'interazione di questa radiazione con la materia presenta aspetti molteplici, dovuti sia alla varietà dei sistemi che si possono studiare, sia all'ampio intervallo spettrale, che si estende dall'infrarosso ai raggi X duri.

10.2 Fisica atomica e molecolare

Tra i primi studi con LS nella *fisica atomica* vanno ricordati quelli sulla fotoionizzazione dell' elio e di altri gas nobili eseguiti al National Bureau of Standards. La distribuzione spettrale della LS consente di variare con continuità l' energia dei fotoni e quindi di produrre transizioni elettroniche dallo stato fondamentale di un atomo a vari stati eccitati legati, risonanti o nel continuo. In tal modo sono state determinate le energie di legame degli elettroni nei vari orbitali atomici, le sezioni d' urto di fotoassorbimento e la loro dipendenza dall' energia del fotone su un ampio intervallo di energia.

Gli studi di fotoionizazzione e i processi inversi di ricombinazione sono stati estesi anche alla *fisica molecolare*. Variando simultaneamente l'energia dei fotoni e quella degli elettroni fotoemessi in modo che la loro differenza resti costante e uguale a quella di un particolare orbitale molecolare (spettroscopia a stato iniziale costante), si misura la sezione d' urto parziale di eccitazione, lo spettro vibrazionale e la natura legante o antilegante di questo orbitale. La comprensione di questi processi è fondamentale per un gran numero di fenomeni, come la *catalisi*, i *trasferimenti di energia tra molecole e gruppi molecolari*, le *reazioni fotochimiche* e per lo sviluppo delle tecniche spettroscopiche nella ricerca applicata (per es. nei laser).

10.3 Fisica dello stato solido

La *Fisica dei solidi e delle superfici* è un altro campo di grande interesse e di ricerca attiva. Le prime applicazioni hanno riguardato la spettroscopia di assorbimento e di emissione. Attualmente, le tecniche impiegate sono principalmente la *fotoemissione* e la *luminescenza*.

Nella spettroscopia di fotoemissione si studiano lo spettro energetico e la distribuzione angolare, degli elettroni emessi per effetto fotoelettrico esterno da solidi irradiati da raggi X o ultravioletti. Dall' analisi degli spettri di fotoemissione si ricavano informazioni sia sulla struttura delle bande di energia occupate dagli elettroni di valenza degli strati superficiali del campione, sia sulla posizione in energia dei livelli occupati dagli elettroni più legati (elettroni di core). Negli esperimenti di fotoemissione la distribuzione continua e la direzionalità della LS hanno reso versatile la tecnica, permettendo, da un lato di selezionare, variando l'energia del fascio di fotoni, la profondità della zona di campione indagata, dall' altro, di focalizzarsi sull' analisi di fotoelettroni di ben definito stato iniziale o finale in funzione del momento angolare e/o dell' energia dei fotoni (fotoemissione parziale), esplorando in questo modo la distribuzione in energia degli stati eccitati del campione. Gli effetti di risonanza delle sezioni d'urto dei fotoelettroni e la dispersione delle bande di valenza nei solidi cristallini sono tra gli aspetti più interessanti e moderni studiati con questa spettroscopia.

La luminescenza è un processo caratteristico di un gran numero di sostanze organiche ed inorganiche, sintetiche e naturali, liquide e solide. Essa consiste nella riemissione, sotto forma di energia elettromagnetica nella regione visibile, di una parte dell'energia assorbita durante un processo di eccitazione del campione; in particolare, è interessante il caso in cui il materiale luminescente ha assorbito energia da una fonte di energia elettromagnetica infrarossa, visibile o ultravioletta, nel qual caso si parla di *emissione di fotoluminescenza*. La spettroscopia di luminescenza, ossia lo studio dello spettro di emissione luminescente e della sua struttura temporale, è un mezzo diretto per studiare il decadimento di un sistema eccitato; essa è stata utilizzata inizialmente con luce visibile o nel vicino ultravioletto e l' utilizzo della LS ha ampliato il campo di indagine all' ultravioletto da vuoto (radiazione con lunghezza d' onda compresa tra 0.2 μ m e 0.11 μ m). Avendo una struttura ad impulsi, la LS è ideale per misure di luminescenza risolta in tempo. L' intensità degli impulsi e la loro forma quasi gaussiana sono completamente riproducubili da impulso a impulso, perchè ogni impulso è generato dallo stesso pacchetto di elettroni circolante. Si possono pertanto ottenere misure di tempi di vita dell' ordine di 1/100 della durata dell' impulso eccitatore, cioè compresi tra il picosecondo e alcuni nanosecondi.

10.4 Diffrazione di raggi X

La LS ha rivitalizzato un gran numero di tecniche classiche per l'analisi strutturale di solidi, liquidi e materiali biologici, quali, ad esempio, la diffrazione dei raggi X.

Nella biologia un fattore limitante è spesso l'intensità delle sorgenti convenzionali. I campioni hanno spesso dimensioni ridotte, diffrangono debolmente la radiazione poichè sono costituiti per lo più da atomi leggeri, e alcuni fenomeni interessanti, come la contrazione di un muscolo, sono di natura transiente. La LS ha tutti i requisiti per superare queste difficoltà: l' alta brillanza permette esposizioni brevi a la struttura temporale rende possibile lo studio della dinamica di nervi e muscoli con l'ausilio di tecniche di rivelazione basate sull'impiego di rivelatori sensibili alla posizione e all' energia. Si può aumentare, se necessario, la diffusione di un atomo particolare in una molecola complessa scegliendo le lunghezze d' onda dei raggi X prossime a quelle di una soglia di assorbimento dell' atomo nella matrice (diffusione anomala).

Infine, *la spettroscopia EXAFS*, che è tra le più potenti tecniche moderne di analisi strutturale, ha ricevuto un enorme impulso dagli sviluppi recenti di sorgenti di LS nella regione dei raggi X; nel seguito tale tecnica viene discussa un po' più in dettaglio.

10.5 Spettroscopia EXAFS

Nei sistemi poliatomici, la sezione d'urto di assorbimento di raggi X per la fotoeccitazione di un elettrone da un livello atomico profondo al continuo presenta delle oscillazioni, in funzione dell'energia del fotone, che si estendono molti eV (tipicamente 500–700 eV) al di sopra della soglia di assorbimento. La spettroscopia EXAFS (Extended X–ray Absorption Fine Structure) studia questo fenomeno e ne ottiene informazioni importanti per l'analisi strutturale del sistema.



Figura 10.1: Rappresentazione schematica della natura del processo EXAFS: (1) l'assorbimento di un fotone eccita un elettrone da uno stato legato i a un livello del continuo f; in uno spazio reale, l'onda elettronica si propaga verso l'esterno (2); l'onda diffusa dagli atomi circostanti interferisce con l'onda uscente dall' atomo eccitato (3).

L' origine delle oscillazioni è nell' interferenza tra la funzione d' onda elettronica uscente dall' atomo fotoeccitato e la frazione di questa che è retrodiffusa dagli atomi circostanti, come schematizzato in figura 10.1.1; tale interferenza modula la probabilità di assorbimento. Il principale contributo a questo effetto viene dagli atomi più vicini a quello ionizzato; inoltre, la possibilità di studiare separatamente la struttura fine associata a diverse soglie di assorbimento, che di solito hanno energie molto lontane per diverse specie atomiche, consente di ricavare informazioni sulla configurazione atomica locale media intorno agli atomi di ogni singola specie. L' EXAFS può essere osservata in qualunque campione che contenga più di un atomo (dalle molecole biatomiche ai solidi cristallini) e in qualunque stato (solido, liquido o gassoso).

L' andamento dell' intensità di un fascio di fotoni, che si propaga all' interno di un materiale, è descritto dalla relazione sperimentale:

$$I(x) = I_0 \ e^{-\mu(\omega)x}$$
(10.1)

che fissa il decremento della intensità I(x) rispetto al valore iniziale I_0 , misurato all' ingresso del materiale, al crescere della profondità x di materiale attraversato. Tale decremento è caratterizzato dal fattore $\mu(\omega)$, che prende il nome di *coefficiente di assorbimento* e dipende dalla frequenza, ω , della radiazione incidente e dalle proprietà del materiale; il significato fisico di $\mu(\omega)$ si

10.5. SPETTROSCOPIA EXAFS

ricava immediatamente dalla (10.1): l' inverso di $\mu(\omega)$ è lo spessore di materiale dopo aver attraversato il quale l' intensità della radiazione di frequenza ω è ridotta di un fattore *e* rispetto al suo valore iniziale: $I(x)/I_0 = e^{-1}$. Il coefficiente di assorbimento è direttamente proporzionale alla sezione d' urto di assorbimento, attraverso una costante *K* che prende il nome di *costante di bersaglio*: $\mu = K\sigma$, con $K = N_a \rho/A$, dove N_a è il numero di Avogadro, ρ è la densità del materiale di massa atomica *A*.

Se si indica con $|i\rangle$ lo stato iniziale del sistema, nel quale l'elettrone occupa il livello di energia E_i e con $|f\rangle$ lo stato finale vuoto, di energia E_f , a cui l'elettrone transisce dopo aver assorbito il fotone di frequenza ω , il coefficiente di assorbimento si può scrivere (nell'ipotesi di approssimazione di dipolo, valida se la lunghezza d'onda della radiazione è molto minore della dimensione dello stato iniziale, 1 pm per esempio):

$$\mu(\omega) = 4\pi^2 \alpha \hbar \omega \sum_f |\langle f|r|i\rangle|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar \omega)$$
(10.2)

dove α è la costante di struttura fine e r è la proiezione del vettore di reticolo diretto nella direzione del vettore di reticolo inverso. Nel caso di un atomo isolato, se l'energia del fotone è maggiore dell'energia di ionizzazione e si indica con $f_D = \psi_D(r)$ la funzione d'onda dello stato finale all'interno dell'atomo, cioè per $r < r_D$, con r_D raggio dell'atomo, il coefficiente di assorbimento è:

$$\mu(\omega)_D \sim |\langle \psi_D | r | i \rangle|^2 \tag{10.3}$$

In presenza di un atomo distante $\vec{r_1}$ dall' atomo eccitato, lo stato finale dell' elettrone è modificato nel seguente modo: l' onda elettronica uscente si propaga verso l' atomo vicino e al suo arrivo ha uno sfasamento kr_1 . L' onda diffusa si può approssimare con un' onda piana di ampiezza (complessa) $f(k, \theta)$, che si propaga in direzione $-\vec{r_1}$. Lo stato finale, per $r > r_D$, è dato dalla relazione:

$$|f\rangle = |f_D\rangle + i \; \frac{e^{ikr_1 + i\delta'_1}}{kr_1} f(k,\pi) \cdot \frac{e^{ikr_1}}{r_1} \; e^{(-ik\vec{r_1}\cdot\vec{r})} \tag{10.4}$$

dove δ'_1 rappresenta lo sfasamento dell' onda uscente causato dal potenziale dell' atomo eccitato. Il coefficiente di assorbimento risulta:

$$\mu(\omega) \sim |\langle \psi_D | r | i \rangle|^2 \left[1 + \frac{i \ e^{2i(kr_1 + \delta'_1)}}{2kr_1^2} f(k, \pi) + c.c. \right]$$
(10.5)

dove c.c. indica il complesso coniugato; come si vede, il coefficiente di assorbimento subisce una modulazione, rappresentata dal termine tra parentesi quadre, dovuta all' interferenza con l' onda elettronica retrodiffusa.



Figura 10.2: Spettro di assorbimento della molecola di bromo e spettro del cripton. L'inserto mostra la regione di soglia K con maggiore dettaglio.

Se costruiamo il fattore di modulazione EXAFS:

$$X(\omega) = \frac{\mu(\omega) - \mu_D(\omega)}{\mu_D(\omega)}$$
(10.6)

nel caso di N_j centri diffusori uguali a distanza r_j si ottiene:

$$X(\omega) = -\sum_{j}^{N_j} B_j |f_j(k,\pi)| \sin \left[2kr_j + 2\delta'_1 + \theta_j(k)\right]$$
(10.7)

dove B_j è un fattore che tiene conto dell' orientamento dei vettori reticolari. Si nota che lo sfasamento totale è prodotto dal potenziale dell' atomo centrale attraversato dall' onda elettronica due volte, all' andata e al ritorno, e da quello dell' atomo retrodiffondente. Nei sistemi reali si deve tenere conto che l' elettrone ha un cammino libero medio finito a causa dei processi di diffusione anelastici e che gli atomi diffondenti sono soggetti a vibrazioni intorno alle loro posizioni reticolari di equilibrio. La figura 10.2 mostra chiaramente che le oscillazioni EXAFS hanno luogo solo in presenza di un atomo diffondente, come nel caso della molecola biatomica Br_2 , mentre nel caso del Krmonoatomico la sezione d' urto di fotoassorbimento decresce monotonamente oltre la soglia K. Tipicamente, l' ampiezza della modulazione è di qualche percento dell' intensità assorbita.

L'informazione strutturale contenuta nella (10.7) consiste nel numero di coordinazione N_j , ossia nel numero degli ordini di atomi primi vicini che contribuiscono alla modulazione, e nelle distanze interatomiche r_j ; essa viene ricavata invertendo i dati EXAFS mediante una trasformazione di Fourier. Si ottiene, in questo modo, la funzione di distribuzione radiale centrata sull' atomo assorbente:

$$F(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{k_{min}}^{k_{max}} k^n X(k) \ e^{2ikr} dk$$
(10.8)



Figura 10.3: (1) Spettro di assorbimento EXAFS misurato alla soglia K del ferro cristallino *bcc*. Parte superiore: intensità della radiazione incidente (I_0) e trasmessa (I_1) in funzione dell'energia dei fotoni. Parte inferiore: fattore di modulazione X. (2) Parte superiore: modulazione EXAFS sperimentale (linea continua) e teorica (linea tratteggiata) calcolata tenendo conto dei processi di diffusione multipla sugli ordini di atomi più lontani. Parte inferiore: relative funzioni di coordinazione radiale F(R); i picchi indicano le distanze dei successivi ordini di atomi primi vicini o sfere di coordinazione.

Le distanze interatomiche sono determinate con accuratezza tipica del 1–3% e il numero di coordinazione con accuratezza del 5%. La figura 10.5(2) mostra lo spettro EXAFS relativo alla soglia K del ferro cristallino *bcc* e la relativa trasformata di Fourier, in cui si distinguono contributi fino alla quinta sfera di coordinazione. I valori dei parametri strutturali R_j , N_j si determinano, generalmente, con un procedimento di *best fit* dei dati sperimentali.

La tecnica EXAFS consente, dunque, di studiare la disposizione degli atomi all' interno di un reticolo cristallino, di determinare le distanze di legame tra i primi vicini e di stabilire gli ordini di correlazione al suo interno. Essa è applicabile ad una enorme varietà di sistemi solidi, liquidi e gassosi, che possono contenere atomi assorbenti di alto o basso numero atomico Z, distribuiti uniformemente in campioni sottili o spessi.

La tecnica EXAFS può essere estesa allo studio di superfici, per ottenere informazioni sulla lunghezza di legame e sulla posizione di atomi adsorbiti sulla superficie di cristalli: tale estensione prende il nome di SEXAFS (Surface EXAFS) e differisce dalla EXAFS solo per il modo di raccogliere il segnale. Con la tecnica SEXAFS si è in grado di misurare distanze di legame con accuratezza $\leq 1 \ pm$; essa viene applicata allo studio di vari problemi di superficie, quali l'ossidazione di semiconduttori e metalli, le interfacce metallo-semiconduttore e l'adsorbimento di specie gassose si varie superfici metalliche.

10.6 Free Electron Laser (FEL)

10.6.1 Introduzione

Il termine FEL (Free Electron Laser) indica una classe di generatori di radiazione coerente nei quali il mezzo attivo non è un insieme di atomi o di molecole, ma un fascio di elettroni, generalmente di alta energia. I dispositivi FEL rientrano pertanto nella categoria dei generatori di radioonde e di microonde, come il klystron e i tubi ad onda viaggiante (TWT). La denominazione di laser risulta in qualche modo inapproppriata, poichè tale dispositivo non si basa sul processo di emissione stimolata da stati legati, ma deriva dalla zona spettrale di operazione, che va dalle onde millimetriche fino all' ultravioletto, zona comune ai laser convenzionali.

Il principio di funzionamento del FEL è simile a quello dei TWT (e dei klystron), nei quali un' onda TM si propaga lungo una guida d' onda caricata (per esempio con iridi), e modula in energia un fascio di elettroni che viaggia nella stessa direzione, come indicato in figura 10.4. Come nel caso



Figura 10.4: Schema di funzionamento di un tubo a onda viaggiante (TWT).

dei klytron, tale modulazione è possibile perchè il campo elettrico dell' onda TM, \vec{E} , è longitudinale e dunque è parallelo alla velocità \vec{v} degli elettroni. Si ha allora una variazione di energia U degli elettroni:

$$\frac{dU}{dt} = -e \vec{E} \cdot \vec{v} = e E_L v_L \neq 0$$
(10.9)

dove e è il valore assoluto della carica dell' elettrone e il pedice L indica la componente longitudonale. Tale modulazione in energia si trasforma in modulazione di densità, alla stessa lunghezza d' onda della radiazione, via via che il fascio di elettroni si propaga lungo la guida. Si ha così alla fine un' emissione in fase da parte di tutti gli elettroni dei singoli pacchetti, che porta ad una fortissima amplificazione dell' onda e.m.. Con tali dispositivi si riesce ad arrivare a lunghezze d' onda centimetriche; lunghezze d' onda inferiori richiederebbero una miniaturizzazione della guida d' onda, molto difficile da realizzare.

Nel FEL tale ostacolo viene aggirato modulando trasversalmente il moto degli elettroni (creando così una velocità trasversa) invece di modulare la guida d'onda allo scopo di creare un campo elettrico longitudinale. In tale dispositivo, l'energia U degli elettroni viene modulata dal campo trasversale di un'onda TE che si propaga in una guida d'onda liscia conduttrice o, anche, nel vuoto. La modulazione è ancora data dalla (10.9), che ora si può scrivere:

$$\frac{dU}{dt} = -e \vec{E} \cdot \vec{v} = e E_T v_T \neq 0 \tag{10.10}$$

dove il pedice T indica la componente trasversale. Anche in questo caso, la modulazione in energia si trasforma in modulazione di densità che porta all' amplificazione della radiazione stimolante. La velocità trasversa può essere generata in vari modi. Si possono, ad esempio, forzare gli elettroni a seguire una traiettoria elicoidale mediante un campo magnetico longitudinale, ottenendo un dispositivo che prende il nome di *gyratron* e che può operare fino a lunghezze d' onda submillimetriche.

Nel caso del FEL, che attualmente può operare fino all' ultravioletto, viene utilizzato un campo magnetico trasverso, come indicato nella figura 10.5. Un fascio di elettroni è fatto passare in un magnete realizzato, per



Figura 10.5: Schema di laser a elettroni liberi (FEL).

esempio, da una serie di dipoli alternati, nel quale segue una traiettoria sinusoidale di passo pari al periodo spaziale del magnete stesso, chiamato per questo magnete ondulatore, UM (wiggler ?). I primi dispositivi di questo tipo furono realizzati negli anni '50, ma solamente negli anni '70 lo sviluppo delle macchine acceleratrici per elettroni con elevate qualità di fascio e di dispositivi magnetici di notevoli prestazioni permise la realizzazione, a Stanford, del primo oscillatore di questo tipo operante nell' infrarosso, utilizzando un fascio di elettroni di elevata energia (U= 43.5 MeV).

E proprio l'utilizzazione di elettroni di alta energia che rende possibile l'operazione del FEL a corte lunghezze d'onda. Infatti, come si vedrà meglio nel seguito, la lunghezza d'onda λ di operazione dipende sia dai parametri dell' UM (periodo spaziale λ_U e induzione magnetica di picco B_0) sia all'energia degli elettroni U. Infatti si ha:

$$\lambda = \left(\frac{\lambda_U}{2}\right) \ \left(1 + K^2\right) \ \left(\frac{mc^2}{U}\right)^2 \tag{10.11}$$

dove

$$K = \frac{eB_0\lambda_U}{2^{2/3}\pi m_0 c^2} \tag{10.12}$$

è il parametro dell' ondulatore, m_0 è la massa a riposo dell' elettrone e c la velocità della luce nel vuoto. Dalla (10.11) si può osservare che, con UM con passo di qualche cm e induzioni magnetiche di qualche decimo di Tesla (cui corrisponde $K \sim 1$), è possibile generare lunghezze d' onda estremente brevi a patto di utilizzare fasci di elettroni di sufficiente energia. Problemi di tipo tecnologico legati alla qualità del fascio di elettroni (corrente, dispersione in energia, dispersione angolare, ...) limitano al visibile (vicino ultravioletto) la zona di operazione, ma non esistono problemi di tipo concettuale al raggiungimento della regione dei raggi X.

10.6.2 Il processo FEL: emissione spontanea

Consideriamo nel seguito il caso particolare, ma molto importante, di un UM lineare, come quello di figura 10.5, e di un campo magnetico basso, ovvero K < 1 secondo la (10.12).

Nei laser convenzionali, come noto, il processo di emissione spontanea è legato ad una transizione quantistica tra stati legati e pertanto la lunghezza d'onda dipenda dalla differenza tra le energie degli stati interessati. Nel FEL l'emissione è dovuta alla accelerazione cui sono soggetti gli elettroni durante il passaggio nell'ondulatore magnetico, ovvero a *emissione di sincrotrone*. Precisamente, un elettrone in moto in un campo magnetico trasverso (statico) periodico con induzione del tipo:

$$B = B_0 \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda_U}\right) \tag{10.13}$$

10.6. FREE ELECTRON LASER (FEL)

dove z è l'asse del UM, coincidente con la direzione di moto dell'elettrone, a causa della forza di Lorentz, ha una componente trasversa del moto, con velocità:

$$v_T = \frac{eB_0\lambda_U}{2\pi m_0 c} \left(\frac{mc^2}{U}\right)^2 \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda_U}\right) \tag{10.14}$$

In corrispondenza, la velocità media lungo l' ondulatore è:

$$v_0^2 = v^2 - \langle v_T^2 \rangle = c^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{m_0 c^2}{U} \right)^2 (1 + K^2) \right]$$
 (10.15)

dove v è il modulo della velocità dell' elettrone, legato all' energia totale U dalla relazione:

$$v = c \left[1 - \left(\frac{m_0 c^2}{U}\right)^2 \right] \tag{10.16}$$

In base alla (10.14) l'elettrone oscilla nel piano trasverso con pulsazione:

$$\omega_U = \frac{2\pi c}{\lambda_U} \tag{10.17}$$

Nel sistema di riferimento in cui la velocità longitudinale media è nulla, la (10.17) si trasforma, in accordo con la contrazione di Lorentz dei tempi, in:

$$\omega' = \omega_U \left[1 - (v_0/c)^2 \right]^{-1/2}$$
(10.18)

In tale sistema di riferimento l' elettrone irraggia in maniera isotropa alla pulsazione ω' . Ritornando al sistema di riferimento del laboratorio si avrà uno spostamento Doppler (relativistico) della radiazione emessa. Si avrà pertanto:

$$\omega_{0} = \left[\frac{1+(v_{0}/c)}{1-(v_{0}/c)}\right]^{1/2} \omega' \sim \frac{2\omega_{U}}{1-(v_{0}/c)^{2}}$$
$$\sim \frac{4\pi c}{\lambda_{U}} \left(\frac{m_{0}c^{2}}{U}\right)^{2} \frac{1}{1+K^{2}}$$
(10.19)

La larghezza della riga di emissione è determinata dalla durata temporale ΔT dell' impulso di luce emessa dal singolo elettrone, che è data dalla differenza dei tempi di percorrenza lungo l' UM degli elettroni e della radiazione:

$$\Delta T = \frac{L}{v_0} - \frac{L}{c} \sim (1 - v_0/c) \frac{N\lambda_U}{c} \sim \frac{2\pi N}{\omega_0}$$
(10.20)

dove L e N sono la lunghezza e il numero di periodi spaziali dell' ondulatore $(L = N\lambda_U)$. Infatti, dalla diseguaglianza di Parseval

$$\Delta\omega \ \Delta T \ge \pi \tag{10.21}$$

si ricava immediatamente la larghezza della riga di emissione:

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_0 = \frac{1}{2N} \tag{10.22}$$



Figura 10.6: (1) Spettro di emissione della luce di sincrotrone (unità arbitrarie); la pulsazione di taglio è $\omega_c = (3/2)(c/R)(U/m_0c^2)^3$, dove R è il raggio di curvatura delle traiettorie del magnete curvante; (2) spettro di emissione spontanea nell' UM (unità arbitrarie).

Dalla (10.22) ricaviamo che, per UM di un centinaio di periodi, la larghezza della riga è dell' ordine dell' uno percento. Tale caratteristica distingue la radiazione da UM rispetto a quella emessa in un singolo magnete curvante (luce di sincrotrone), che, come visto, ha uno spettro notevolmente largo a causa della durata brevissima dell' impulso di luce. Il profilo dello spettro della luce emessa lungo l' asse dell' UM in funzione della pulsazione ω è:

$$\frac{dP}{d\omega} = \left[\frac{\sin(\nu/2)}{\nu/2}\right]^2 \tag{10.23}$$

dove P è la potenza, e ν è la frequenza adimensionale:

$$\nu = 2\pi N \; \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \tag{10.24}$$

In figura 10.6 viene riportato il profilo dello spettro emesso da un UM e, per confronto, quello della luce di sincrotrone.

10.6.3 Il processo FEL: emissione stimolata (regime di piccolo guadagno).

Se l'emissione viene assistita da un campo di radiazione di lunghezza d'onda vicina a quella spontanea (10.19), che si propaga lungo l' UM insieme al fascio di elettroni, si avrà emissione stimolata. La variazione di intensità del campo di radiazione sarà uguale alla variazione di energia del fascio di elettroni. Il calcolo del guadagno G, definito come il rapporto tra la variazione di intensità e l' intensità iniziale del campo incidente, richiede lo studio del moto dell' elettrone sotto l'effetto combinato del campo dell' UM e di quello di radiazione, che si considera poco perturbato dall' interazione (*regime di piccolo guadagno*) con lo stesso elettrone. L' equazione di partenza per il calcolo del guadagno è dunque la (10.10), nella quale la velocità trasversa è data dalla (10.14) e il campo elettrico è definito dalla relazione:

$$E_T = E_0 \cos(\omega t - kz + \phi) \tag{10.25}$$

essendo $k = \omega/c$ il modulo del vettore d'onda e ϕ una fase iniziale. In condizioni di piccolo guadagno, per un fascio di elettroni monocromatici si ricava:

$$G = -g \ \pi \ \frac{d}{d\nu} \left[\frac{\sin(\nu/2)}{(\nu/2)} \right]^2 \tag{10.26}$$

dove

$$g = A I \left(\frac{m_0 c^2}{U}\right) \frac{\lambda L}{\Sigma_L} \frac{K^2}{1 + K^2} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega}\right)^{-2}$$
(10.27)

A è una costante, I è l'intensità della corrente del fascio di elettroni e Σ_L è la sezione del fascio di radiazione.

Il diagramma del guadagno in funzione della frequenza adimensionale ν è mostrato in figura 10.7, insieme a quello di emissione spontanea, di cui è la derivata. Tale caratteristica è peculiare del FEL: nei laser tradizionali, infatti, la curva di guadagno è proporzionale alla curva di emissione spontanea.

Il regime di forte segnale, ossia di saturazione, può essere descritto analizzando la curva di guadagno. Infatti, se l'energia del fascio di elettroni cambiasse (cioè diminuisse per irraggiamento) tanto da portare il parametro ν , che dipende da ω_0 e quindi da U, nella parte negativa della curva di guadagno, il processo FEL si fermerebbe. Perciò si ha che la massima variazione di ν compatibile con un guadagno positivo è:

$$\Delta \nu \le 2\pi \tag{10.28}$$



Figura 10.7: (1) Curva di guadagno FEL G (unità arbitrarie) in approssimazione di piccolo guadagno e piccolo segnale; (2) spettro di emissione spontanea UM (unità arbitrarie).

il che implica una variazione dell' energia del fascio di elettroni pari a:

$$\frac{\Delta U}{U} \le \frac{1}{2N} \tag{10.29}$$

ovvero una potenza laser P_L legata a quella del fascio di elettroni P_E dalla relazione:

$$P_L \le \frac{1}{2N} P_E \tag{10.30}$$

Se definiamo l'*efficienza* η del processo FEL come il rapporto tra la potenza laser e quella degli elettroni, otteniamo che, per avere effetto FEL deve essere:

$$\eta \le \frac{1}{2N} \tag{10.31}$$

In base a ciò si può dedurre che un criterio per aumentare l'efficienza è quello di variare il periodo o il campo dell' UM in modo tale da operare a ν costante lungo tutto l' UM. Altrimenti si può pensare di utilizzare una macchina circolare in cui lo stesso fascio di elettroni dopo il passaggio nell' UM viene riaccelerato e riutilizzato un gran numero di volte.

10.6.4 Caratteristiche del fascio di elettroni e guadagno FEL

Nel paragrafo precedente si è considerato il caso di un fascio di elettroni "ideale". Nella realtà, un fascio di elettroni è caratterizzato da una distribuzione in energia non nulla e, se viene fornito da un acceleratore con un campo a radiofrequenza, possiederà una microstruttura temporale, consistente in una serie di pacchetti distanziati temporalmente di un periodo (o di un suo multiplo) della radiofrequenza, come illustrato in figura 10.8 Il primo effetto,



Figura 10.8: Struttura temporale di un fascio di elettroni prodotto da un acceleratore a rediofrequenza: τ_b durata del microimpulso (pacchetto di elettroni), τ_M durata del macroimpulso, T periodo (o multiplo del periodo) della radiofrequenza, f frequenza di ripetizione dei macroimpulsi.

dovuto alla dispersione in energia, è quello di allargare la riga di emissione spontanea (elettroni di diversa energia e che seguono traiettorie diverse lungo l' UM emettono radiazione di diversa lunghezza d' onda) e dunque deprimere la curva di guadagno, che ne è la derivata. Quando tale allargamento, che viene chiamato *allargamento disomogeneo* in analogia con quello Doppler nei laser a gas, diventa comparabile con la larghezza di riga omogenea (10.22) si hanno modificazioni significative della curva di guadagno, come illustrato nella figura 10.9.

Veniamo, infine, alla struttura a pacchetti, indicata in figura 10.8. È intuitivamente chiaro che una struttura analoga viene indotta nel fascio laser. Dopo il passaggio all' interno dell' UM, il pacchetto laser e quello di elettroni saranno sfasati, a causa delle differenti velocità, di una quantità:

$$\Delta L = c \ \Delta T = \frac{2\pi c}{\omega_0} N = N\lambda \tag{10.32}$$

Se indichiamo con σ_z la dimensione quadratica media longitudinale del pac-



Figura 10.9: Diagramma del guadagno FEL G (piccolo guadagno e piccolo segnale) in regime di allargamento omogeneo (1) e disomogeneo (2), dovuto alla dispersione in energia del fascio di elettroni. Il caso illustrato si riferisce a un allargamento uguale alla larghezza omogenea (10.22). Le curve tratteggiate rappresentano gli spettri di emissione spontanea, nei due casi.

chetto di elettroni, il parametro che misura lo scorrimento del pacchetto laser su quello di elettroni è:

$$\mu_c = \frac{N\lambda}{\sigma_z} \tag{10.33}$$

La grandezza μ_c fornisce una misura di quanto il pacchetto di elettroni e quello laser si sovrappongono durante l'interazione. Per $\mu_c > 1$ si potrà avere una sensibile diminuzione del guadagno, come mostrato in figura 10.10, parte alta.

Infine, c' è un ultimo effetto connesso al regime ad impulsi. A causa dello scorrimento relativo, il pacchetto laser tenderà a sopravanzare il pacchetto di elettroni, e pertanto la sua parte di coda, ancora sovrapposta al pacchetto di elettroni, avrà un aumento di intensità rispetto alla sua parte anteriore, già fuori dal pacchetto. Ciò determina una sorta di spostamento all' indietro del baricentro dell' impulso laser: in altri termini, a causa dell' interazione FEL, la radiazione laser è come rallentata. Di conseguenza, per avere sincronismo tra i pacchetti laser, che vanno avanti e indietro nella cavità ottica, e quelli di elettroni continuamente reiniettati nell' UM, sarà necessario accorciare la lunghezza L della cavità rispetto al valore nominale relativo alla cavità vuota, cioè senza il mezzo attivo rappresentato dal fascio di elettroni. L' andamento del guadagno in funzione di tale accorciamento è mostrato in figura 10.10, parte bassa.

Come commento finale, accenniamo al fatto che l'elemento più critico di un sistema FEL è l'acceleratore: sono difatti le caratteristiche del fascio di elettroni (enegia, dispersione in energia, struttura temporale, corrente massima) che condizionano pesantemente le prestazioni di un FEL. La radiazione FEL, che ha lunghezze d'onda comprese tra il mm e l'ultravioletto, viene



Figura 10.10: Parte alta: diagramma del guadagno FEL G (piccolo guadagno e piccolo segnale) in funzione del parametro di scorrimento μ_c ; parte bassa: diagramma del guadagno FEL G in funzione della lunghezza della cavità ottica (piccolo guadagno e piccolo segnale).

utilizzata fondamentalmente per studi di Fisica dello stato solido e di Scienza dei Materiali.