

Elettrotecnica A

a.a. 2017-2018

Elena Botta

Presentazione del corso (5 CFU = 35 periodi)

Argomenti: analisi dei circuiti elettrici in regime DC e AC, transistori, reti trifase

Testi

- Appunti e lucidi del docente (sito web)
- Renzo Perfetti, "Circuiti Elettrici" seconda edizione, Zanichelli

Prerequisiti (introduzione ed esercizi)

- elementi di elettrodinamica (carica elettrica, campo elettrico, potenziale)
- soluzione di sistemi di equazioni lineari accoppiate
- funzioni trigonometriche: andamento e proprietà
- algebra dei numeri complessi e dei fasori (vettori)

Esame

Scritto: esercizi su analisi dei circuiti

Orale: argomenti dell'intero programma svolto

Argomenti:

- Introduzione a carica elettrica/campo elettrico/potenza elettrica
- corrente elettrica, generatori di corrente e tensione elettrica, potenza
- legge di Ohm, composizione di resistori in rete e in parallelo; rami e nodi
- misure di corrente e tensione
- generatori ideali e reali
- leggi di Kirchhoff: LTK, LCK
- LTK: analisi di circuiti elettrici in DC con il metodo delle maglie
- LCK: analisi di circuiti elettrici in DC con il metodo delle correnti
- teoremi delle reti lineari (sovrapposizione, Thevenin, Norton, Millman)
- circuiti a ponte, trasformazioni delta-stella
- capacità, composizione di capacitori in serie e in parallelo
- circuiti RC e transitori (scalino e ripetuti)
- induttanza, composizione di induttori in serie e in parallelo
- circuiti RL e transitori (scalino e ripetuti)
- regime alternato (AC): grandezze alternate, numeri complessi e fasori
- componenti R, L, C in AC
- leggi di Kirchhoff generalizzate
- filtri: RC PB e PA, RL PB e PA
- regime AC: lavoro e potenza
- regime AC: oscillazioni libere e forzate
- circuiti trifase

CONCETTI DI ELETTROSTATICA (E.S.)

- LEGGI CHE GOVERNANO I FENOMENI ELETTRICI: LEGGI "SPERIMENTALI" (SINTESI, DIPENDENZE, PREDITTIVITÀ) VALIDE PERCHÉ VERIFICABILI SPERIMENTALM.

- CARICA ELETTRICA: PROPRIETÀ INTRINSECA DEI COSTITUENTI ELEMENTARI DELLA MATERIA (e^- , p , m) PROPRIETÀ → INTERAZIONE → FORZA MISURABILE

- 2 TIPI DI CARICA: +: POSITIVA (p)
-: NEGATIVA (e^-)

- OGNI CARICA ELETTRICA (+ o -) È UN MULTIPLO INTERO (PICCOLO O GRANDE) DI UNA CARICA ELEMENTARE: $Q = N e$ ($N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) Millikan (1909)

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (|e| = |p|)$$

C: 1 COLOMB
↑ S.I.

$$1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$$

$$1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$1 \text{ pC} = 10^{-12} \text{ C}$$

• GRANDEZZA FISICA:

• DEFINIZIONE OPERATIVA

• UNITÀ DI MISURA

- CARICHE DI SEGNO OPPOSTO SI ATTRAGGONO, CARICHE DI EGUAL SEGNO SI RESPINGONO (SEGNO/VERSO DI AZIONE DELLA FORZA)
- UNITÀ ELEMENTARE DI MATERIA (ATOMO/MOLECOLA): NEUTRA
 $\# p = \# e^-$. CORPI MACROSCOPICI ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ UNITÀ) SONO GLOBALM. E LOCALMENTE NEUTRI
- CARICA ELETTRICA: ELETTRIZZAZIONE: CONTATTO (CESSIONE DI Q)
STROFINIO (SOTTRAZIONE DI Q)
INDUZIONE (REDISTRIBUZIONE DI Q)
IONIZZAZIONE, CONSERVAZIONE DI Q .

- SBILANCIAMENTO MAX DI Q :

1 e OGNI 10^{11} - 10^{12} CARICHE ELEM. DEI DUE SEGNI

SOLIDA: 10^{31} CARICHE/ μm^3 → ECCESSO MAX 10^{19} CARICHE/ μm^3 ($1 \text{ C}/\mu\text{m}^3$)

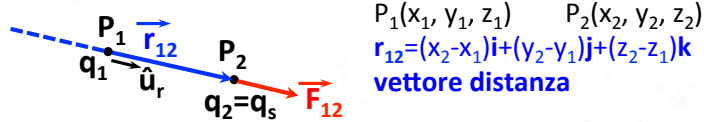
CORPI MACROSCOPICI NEUTRI; SE ELETTRIZZATI LA NEUTRALITÀ È SOLO DIFFICILMENTE MODIFICABILE.

LEGGE DI COULOMB

CARICA ELETTRICA \leftrightarrow INTERAZIONE CON UNA 'SONDA' ELETTRICA

$$q_s > 0$$

CORPI 'PUNIFORMI'



$$\vec{F}_{12}$$

• MODULO: $|\vec{F}_{12}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} \leftarrow N \text{ S.I.}$

• DIREZIONE: CONGIUNGENTE: $P_1 P_2$

• VERSO: F. ATTRATTIVA $q_1 q_2 < 0$ (\vec{F} NEGATIVA)

• F. REPULSIVA $q_1 q_2 > 0$ (\vec{F} POSITIVA) \leftarrow FIGURA

• $P_2(x, y, z)$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$$

COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO
(COSTANTE DI CONVERSIONE S.I.)
INTENSITÀ DELLA FORZA: F_{12} IN S.I.

$$1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \left[\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \right] \rightarrow \frac{\hat{u}_r}{r_{12}^2} \leftarrow \text{VERSORE}$$

CAMPO ELETTROSTATICO

$$\vec{E}(P) = \frac{\vec{F}_{12}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}^2} \hat{u}_r$$

campo scalare: temperatura
campo vettoriale: velocità (del vento)

- STESSA DIREZIONE DI \vec{F}_{12}
- STESSO VERSO DI \vec{F}_{12} ($q_2 > 0!$) $\rightarrow \begin{cases} q_1 > 0 & \text{CAMPO USCENTE} \\ q_1 < 0 & \text{CAMPO ENTRANTE} \end{cases}$
- MODULO NON DIPENDE DA q_2

SOLO DA q_1

• UNITÀ DI MISURA: $\frac{\text{FORZA}}{\text{CARICA}} \rightarrow \frac{N}{C}$

$$1 \frac{N}{C} \rightarrow \text{SONDA DI } 1C \text{ RISENTE FORZA DI } 1N.$$

RAPPRESENTAZIONE DEL CAMPO E.S.

VETTORI $\vec{E}(P)$

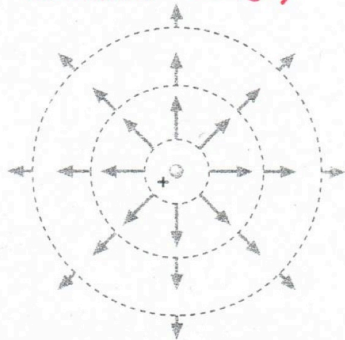


FIGURA 1-8 Rappresentazione schematica del campo elettrico generato da una carica positiva puntiforme.

SEGMENTI ORIENTATI ASSOCIATI AD UN NUMERO SUFFICIENTE DI POSIZIONI

- MODULO
- DIREZIONE
- VERSO
- PUNTO

LINEE DI FORZA:
DIREZIONE E VERSO DI \vec{E}

MODULO DI \vec{E} : FARADAY
 $S = 1 \text{ (m}^2\text{)} \quad \vec{E} = \frac{N^{\circ} \text{ LINEE}}{S}$

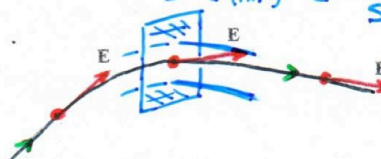


FIGURA 1-9 In ogni punto di una linea di forza il campo elettrico è tangente alla linea in questione.

LINEA ORIENTATA

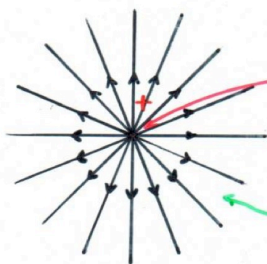
- DIREZIONE
- VERSO
- PUNTO
- ... MODULO : FARADAY

FARADAY

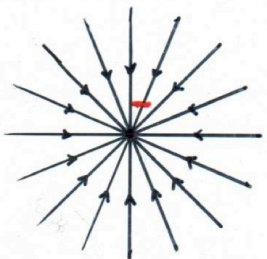
$|\vec{E}|$ MAGGIORE

$|\vec{E}|$ MINORE

ORZIENTE



(a) Carica positiva +



(b) Carica negativa -

POZZO

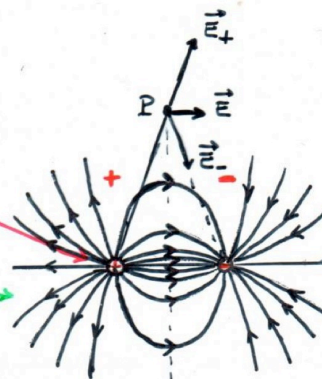


FIGURA 1-11 Linee di forza del campo elettrico generato da due cariche puntiformi opposte. DIPOLLO STATICO

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}_1}{q} + \frac{\vec{F}_2}{q} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

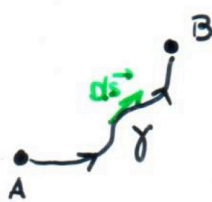
1, 2, ... N

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

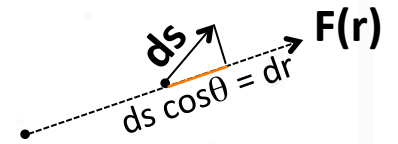
FIGURA 1-10 Linee di forza del campo elettrico generato da una carica puntiforme.

POTENZIALE ELETTROSTATICO

$$\vec{E} \rightarrow \vec{F} = q \vec{E} \quad (\vec{E} \text{ QUALUNQUE})$$



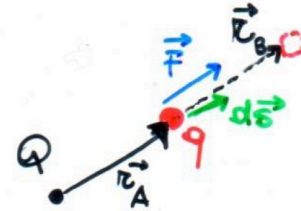
$$\mathcal{L} = \int_{A \gamma}^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \int_{A \gamma}^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



CARICA PUNTI FORME FISSA: Q

SU q IN \vec{r} : $\vec{F} = q \vec{E} = q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{AB} &= \int_{A \gamma}^B q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_A^B q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{r^3} dr = q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{dr}{r^2} = q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \end{aligned}$$



$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = F \frac{ds \cos \theta}{dr}$$

\mathcal{L} DIPENDE DA A E B
NON DIPENDE DA γ
 \rightarrow CAMPO CONSERVATIVO

$$\rightarrow \mathcal{L}_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = U(A) - U(B)$$

U : ENERGIA POTENZIALE DI " Qq "

$$\rightarrow \vec{F} = -\vec{\nabla} U = -\left[\hat{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial U}{\partial z} \right]$$

fissare valore di U in un punto particolare
 CON: $U=0$ PER $r \rightarrow \infty$ ($\vec{F} \rightarrow 0$)

$$\begin{aligned} U &= \int_r^\infty q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} = U(r) \\ &= \mathcal{L}(r \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U > 0 &: qQ > 0 \rightarrow \mathcal{L}(r \rightarrow \infty) > 0 \\ U < 0 &: qQ < 0 \rightarrow \mathcal{L}(r \rightarrow \infty) < 0 \end{aligned}$$

POTENZIALE $V(A) = \frac{U(A)}{q} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_A}$ $[V] = \left[\frac{L}{Q}\right] \rightarrow 1V = \frac{1J}{1C}$

"SUPERFICI EQUIPOTENZIALI": $\pi = \text{cost} \rightarrow$ lavoro nullo per spostare la carica sulla superficie

$\Delta V = V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{L_{AB}}{q}$ DIFFERENZA DI POTENZIALE

$q > 0$ $\left[\begin{array}{l} L_{AB} > 0 \rightarrow V(A) > V(B) \\ L_{AB} < 0 \rightarrow V(A) < V(B) \end{array} \right]$

$\Rightarrow \vec{E}$ MUOVE $q > 0$ DA $V_>$ A $V_<$ $=$
 $q < 0$ DA $V_<$ A $V_>$

$\bullet \rightarrow \vec{E} = -\nabla V = -\left[\hat{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial V}{\partial z}\right]$

$\hookrightarrow [E] = \left[\frac{V}{L}\right] : 1 \frac{N}{C} = 1 \frac{V}{m}$

\bullet INSIEME DI CARICHE:
PR. SOVRAPPOSIZIONE

distribuzione di cariche elettriche $\rightarrow E$

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\left(\hat{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial V}{\partial z}\right)$
 $\rightarrow \Delta V = V_A - V_B \neq 0 \Rightarrow \vec{E} \neq 0 \rightarrow \vec{F}_c \rightarrow$ MOTO DI CARICHE)

FLUSSO CONTINUO DI CARICHE: $\vec{E} \neq 0, \Delta V \neq 0$

GENERATORE DI TENSIONE

Analisi dei circuiti in corrente continua (DC)

misure, trasduttori, manipolazione del segnale dei trasduttori → circuito elettrico

componenti attivi e passivi di un circuito

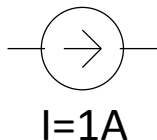
forma ideale dei componenti

Conservazione della carica elettrica: il bilancio delle cariche in un circuito rimane costante, la carica non si crea e non si distrugge (si sposta)

Corrente elettrica: in un punto del circuito e' la quantita' di carica che transita per quel punto nell'unita' di tempo:

$$I = dQ/dt$$

- conseguenza del moto di cariche
- flusso, vettore, I =scalare, modulo del vettore flusso
- S.I.: $1A = 1Q / 1s$ **Ampere**
- direzione data dalla forma del circuito, **verso:** per convenzione quello delle **cariche positive** (solidi: solo e-, liquidi e gas: e- e ioni+)
- diagramma circuitale: corrente \rightarrow freccia con verso di riferimento della corrente positiva (invertire verso se valore calcolato <0)
- **corrente continua** (valore e verso costanti nel tempo) e **corrente alternata** (flusso sinusoidale nel tempo in verso e valore)
- **generatore di corrente:** elemento del circuito che fa scorrere attraverso di se una corrente fissata (costante o variabile con t). **Ideale** (limite concettuale) se eroga la corrente nominale indipendentemente dalla ΔV ai suoi capi (cioe' dal carico collegato)



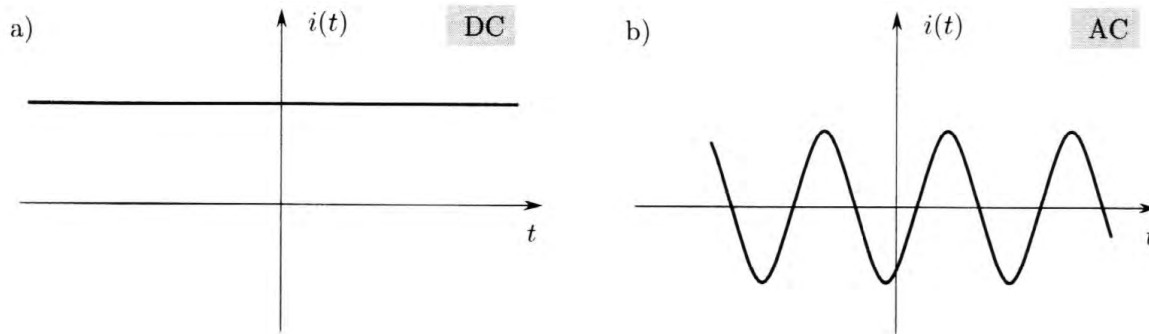


Tabella 1.2 – Valori tipici di corrente

corrente nei circuiti integrati	1 nA ÷ 1 μA
corrente avvertita da un essere umano	1 mA
corrente letale per un essere umano	100 mA
correnti nell'impianto elettrico domestico	1 ÷ 20 A

Tabella 1.3 – Valori tipici di tensione

morsetti di un'antenna radio ricevente	100 nV ÷ 10 μV
tensione tra gli elettrodi di un elettrocardiografo	1 mV
batteria di automobile	12 V
linee di alta tensione	100 kV

In Figura 1.4 è indicato un conduttore metallico in cui scorre una corrente costante. Supponendo $i = 4 \text{ A}$, quanta carica attraversa il conduttore in 1 h? Quanti elettroni?

Soluzione

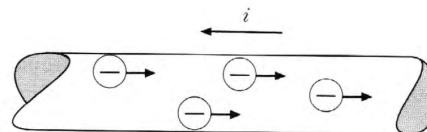
Poiché la corrente è costante si ha $\Delta q = i\Delta t$, ovvero

$$\Delta q = 4 \cdot 3600 = 14400 = 14,4 \cdot 10^3 \text{ C.}$$

La corrente ha un valore positivo; essa indica un flusso di carica positiva diretto nel verso di riferimento. In realtà nel metallo le cariche mobili sono gli elettroni che si muovono nel verso opposto.

Il numero di elettroni che attraversano il conduttore è $6,24 \times 10^{18} \times 14,4 \times 10^3 = 89,856 \times 10^{21}$.

Figura 1.4 La corrente i è positiva. Gli elettroni si muovono nel verso opposto a quello di riferimento.



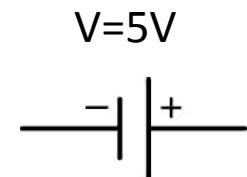
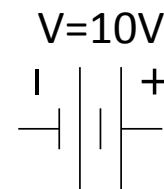
- 1 A = $6.25 \cdot 10^{18} \text{ e-/s}$
- 1 nA = $6.25 \cdot 10^9 \text{ e-/s}$
- 1 μA = $6.25 \cdot 10^{12} \text{ e-/s}$
- 1 mA = $6.25 \cdot 10^{15} \text{ e-/s}$
- carica elettrica "continua"

Tensione elettrica: lavoro (J in S.I.): tensione tra i punti A e B, ΔV , rappresenta il lavoro compiuto da \mathbf{E} per spostare $1C$ da A a B. S.I.: V :

$$1V = 1C / 1s \text{ Volt}$$

- pedici per indicare i punti: V_{AB}
- se il lavoro $\mathcal{L} > 0$ ($Q > 0$), $V_A > V_B$, $V_{AB} > 0$ **caduta di potenziale tra A e B**
- se il lavoro $\mathcal{L} < 0$ ($Q > 0$), $V_A < V_B$, $V_{AB} < 0$ **salita di potenziale tra A e B**
- se valore calcolato > 0 effettivamente $V_A > V_B$
- **tensione continua** (valore e verso costanti nel tempo) e **tensione alternata** (variazione sinusoidale nel tempo in verso e valore)
- **generatore di tensione:** elemento del circuito che produce una tensione fissata tra i suoi morsetti (costante o variabile con t). **Ideale** (limite concettuale) se mantiene la tensione nominale indipendentemente dalla I che eroga (cioe' dal carico collegato)
- potenza: energia prodotta dal generatore o assorbita da un carico nell'unita' di tempo. S.I.: W

$$1W = 1J / 1s = 1V \cdot 1A$$



Resistenza elettrica: legge di Ohm

collisioni con atomi di e- che scorrono in un **conduttore** sotto effetto di **E**; e- perdono energia negli urti, ΔV restituisce energia cinetica persa in collisioni successive; accelerazioni e decelerazioni \rightarrow moto medio ordinato con velocità costante ($v \sim 10^{-3}$ m/s vs 10^5 m/s agitazione termica) o meno a seconda di ΔV .

- resistenza, R: proprietà dei materiali di opporsi (resistere) al moto degli e-; rende necessaria ΔV per mantenere una corrente.
- SI: Ω (ohm)
- conduttori metallici e non, legge di Ohm: $I(A) = V(V)/R(\Omega)$
- maggiore R, minore I a pari ΔV
- $1 A = 1 V / 1 \Omega$
- $I = I(V)$ caratteristica I/V del conduttore, retta passante per l'origine (V, I)
- conduttanza $G = 1/R$
- S.I: S siemens
- $I(A) = V(V)G(S)$
- maggiore G, maggiore I a pari ΔV

Resistività elettrica:

conduttore ohmico, sezione costante S , temperatura costante: $R = \rho l/S$

l (m), S (m²), ρ resistività (Ω m); $G = \sigma S/l$ σ conduttività (S m⁻¹)

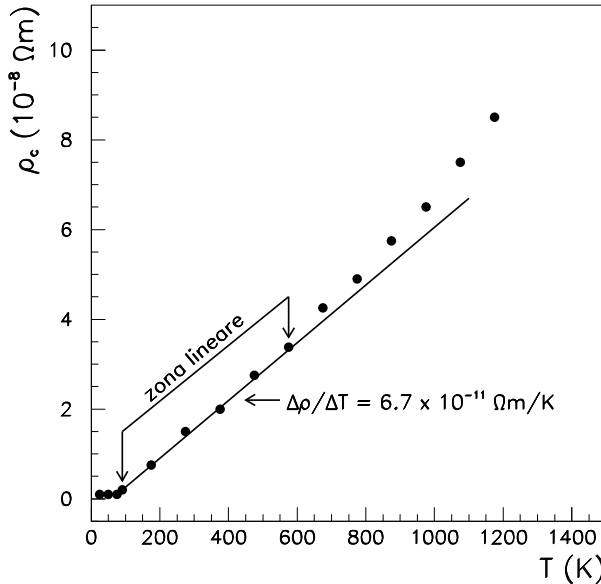
- (buoni) conduttori: $\rho \sim 10^{-8} \Omega$ m (Ag, Cu, Al)
- cattivi conduttori (isolanti): $\rho \sim 10^{10} \Omega$ m (vetro, ceramica, quarzo)
- semiconduttori: Ge, Si

Materiale	Resistività (Ω m a 20° C)	Materiale	Resistività (Ω m a 20° C)
Argento	1.64×10^{-8}	Nichel-Cromo	100×10^{-8}
Rame, ricotto	1.72×10^{-8}	Silicio	2500
Alluminio	2.83×10^{-8}	Carta	10^{10}
Ferro	12.3×10^{-8}	Mica	5×10^{11}
Costantina	49×10^{-8}	Quarzo	10^{17}

<i>Materiale</i>	<i>Resistività (Ωm)</i>	<i>Applicazioni</i>
Argento	$1,6 \times 10^{-8}$	conduttori, contatti
Rame	$1,7 \times 10^{-8}$	cavi, connettori
Oro	$2,3 \times 10^{-8}$	cavi, interruttori
Alluminio	$2,7 \times 10^{-8}$	cavi
Ferriti	1	trasformatori audio
Silicio	$6,4 \times 10^2$	circuiti integrati
Carta	10^{11}	isolante
Vetro	10^{12}	isolante
Polietilene	10^{14}	isolante
Mica	10^{17}	isolante

Effetti della temperatura:

- (buoni) conduttori: ρ cresce \sim linearmente con T



Materiale	α_1 : coefficiente di temperatura ($^{\circ}C^{-1}$ a $20^{\circ}C$)
Tungsteno	0.0045
Rame	0.00393
Alluminio	0.00391
Argento	0.0038
Costantina	0.000008
Carbone	-0.0005

T_0 : temperatura *estrapolata* a resistenza zero, effettiva = 0K

Noti T_0 e $R_1(T_1)$

$$R_2 = \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} R_1$$

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha_1 (T_2 - T_1)]$$

coefficiente termico della resistenza a T_1 (K^{-1})

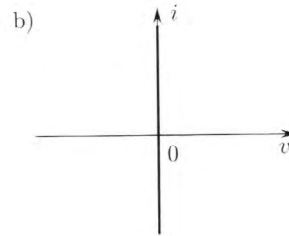
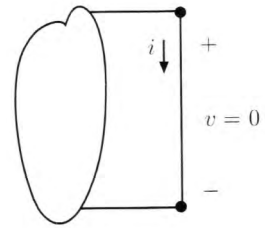
Hg, Sn, Pb: valore critico (4.17 K per Hg, 3.72 K per Sn, 7.26 K per Pb) al di sotto del quale cade di 10^{-12} rispetto a 273 K: superconduttività'

- **resistore**: elemento di circuito con resistenza, legge di Ohm (*resistore lineare*)

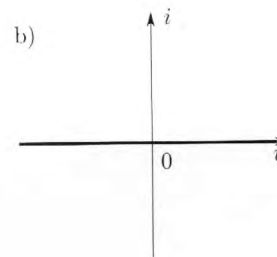
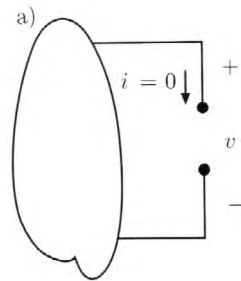


- $P = V I = V^2/R = I^2 R$
- l'energia viene dissipata sotto forma di calore (effetto Joule). Limitazione di potenza per un resistore
- valore nominale della resistenza, tolleranza.
- **circuito aperto (CA)**: resistenza infinita, $I=0$ per qualsiasi ΔV
- **corto circuito (CC)**: resistenza nulla, $\Delta V=0$ per qualsiasi I (vedi dopo)
- **diagramma circuitale**: rappresentazione schematica del circuito
- **bipolo**: elemento con due terminali
- **ramo**: componente singolo, componenti attraversati dalla stessa I
- **nodo**: punto di collegamento di ≥ 2 rami (elementi, saldatura). Comprende i fili connessi (punti allo stesso potenziale). CC tra due nodi \rightarrow nodi allo stesso V
- **anello**: qualunque insieme di rami che formano un cammino chiuso
- **maglia**: anello che non comprende componenti al suo interno (sequenza chiusa di nodi)

corto circuito

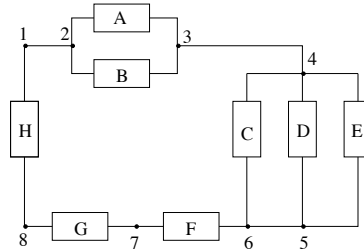


circuito aperto



Applicazione 1

1. Trovare il numero dei nodi e dei rami nel circuito in figura.



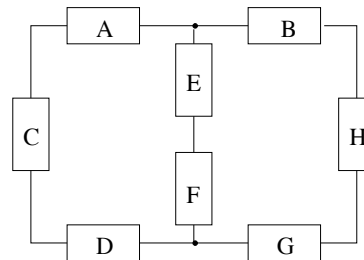
elementi di tipologia
non specificata (R, C, L),
ma tutti dello stesso tipo

I punti 1 e 2 costituiscono un unico nodo; lo stesso per i punti 3 e 4, 5 e 6, compresi sempre i fili di giunzione. Il punto 7 e i due fili ai suoi lati sono un altro nodo; lo stesso per il punto 8 e i relativi fili. Abbiamo dunque cinque nodi. Ogni componente, da A ad H, è un ramo: otto rami in tutto.

2. Nella stessa figura, quali sono i componenti in serie e quali in parallelo?

I componenti F, G, H sono in serie perchè conducono la stessa corrente; A e B, collegati su entrambi i terminali, risentono della stessa tensione e sono in parallelo. Lo stesso vale per C, D, E: sono in parallelo anche loro. Il gruppo in parallelo A, B è poi in serie con quello ugualmente in parallelo di C, D, E; entrambi i gruppi infine sono in serie con F, G, H.

3. Identificare anelli e maglie nel circuito in figura. Specificare anche quali componenti sono in serie e quali in parallelo.



Abbiamo tre anelli: uno dei componenti A, E, F, D, C; uno dei componenti B, H, F, G, E; un terzo di A, B, H, G, D, C. I primi due sono anche maglie, il terzo non lo è perchè i componenti E, F sono al suo interno. A, C, D sono in serie in quanto percorsi dalla stessa corrente. Per la stessa ragione sono in serie anche E ed F nonchè B, H, G. Non ci sono componenti in parallelo.

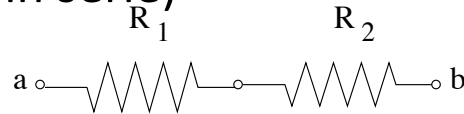
ma ci sono rami
in parallelo ..!

Composizione di resistori

varie combinazioni di elementi della stessa tipologia in un circuito

componente equivalente: se sostituito alla combinazione di componenti dello stesso tipo lascia invariati I e V nel resto del circuito

A) componenti collegati in serie: quando sono attraversati dalla stessa corrente (resistori o resistenze in serie)



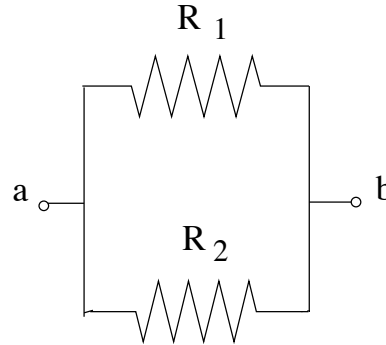
si applichi V_{ab} tra i terminali a e b (generatore): si stabilisce una corrente nella combinazione e in ciascun resistore. Ohm: $V_1 = i R_1$, $V_2 = i R_2$. $V_1 + V_2 = V_{ab}$. Sostituendo R_1 e R_2 con la R_{eq} , scorre la stessa i : $V = i R_{eq}$.

$$i R_{eq} = i R_1 + i R_2 \rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2, \mathbf{R_{eq} = \Sigma R_i}$$

R_{eq} e' sempre piu' grande della piu' grande resistenza della serie \rightarrow resistori in serie producono una corrente piu' piccola a parita' di V applicata.

regola del partitore di tensione: $V_x = V R_x / R_{eq}$ (V_x = caduta, V = salita di potenziale) (solo R in serie, no altri elementi in parallelo)

B) componenti collegati in parallelo: quando tra gli estremi di tutti e' applicata la stessa ΔV (resistori o resistenze in parallelo)



si applichi V_{ab} tra i terminali a e b (generatore): per ogni resistore $\Delta V = V_{ab}$.

Ohm: $i_1 = V_{ab} / R_1$, $i_2 = V_{ab} / R_2$.

Corrente totale suddivisa tra I due resistori: $i = i_1 + i_2$. Sostituendo la R_{eq} : $i = V_{ab} / R_{eq}$

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_n \frac{1}{R_n}$$

R_{eq} e' sempre piu' piccola della piu' piccola resistenza della serie \rightarrow resistori in parallelo producono una corrente piu' grande a parita' di V applicata perche' offrono piu' cammini paralleli.

componenti collegati in parallelo:

nel caso di due resistori:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

se $R_1 = R_2 = R$ $R_{eq} = R / 2$. Il risultato NON si generalizza al caso di ≥ 3 resistori !!

Nel caso di resistori in serie si sommano le resistenze, nel caso di conduttori in parallelo si sommano le conduttanze:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

regola del partitore di corrente

$$i_X = \frac{G_X}{G_T} i$$

(solo R/G in parallelo,
no altri elementi in serie)

(i_X = corrente uscente dal nodo, i = corrente entrante nel nodo)

Analogia con la regola del partitore di tensione ($V \rightarrow i$ e $R \rightarrow G$)

Per due resistori:

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

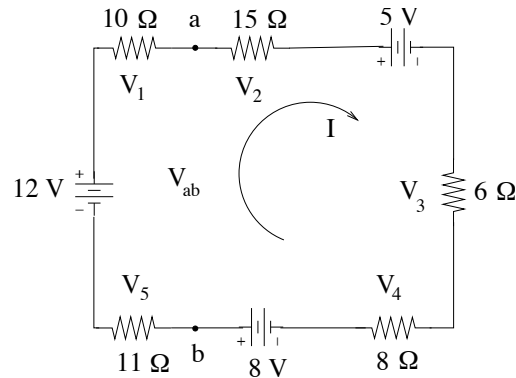
Il risultato NON si generalizza al caso di ≥ 3 resistori !!

Applicazione 2

- In un circuito serie una corrente esce dal terminale positivo di un generatore da 180 V e percorre due resistori, uno dei quali ha un valore di 30Ω mentre l'altro è sotto una tensione di 45 V. Trovare la corrente e la resistenza incognita.

Il resistore da 30Ω risente di una tensione di $180 - 45 = 135 \text{ V}$ ed è quindi attraversato da una corrente di $135/30 = 4.5 \text{ A}$. L'altra resistenza vale $45/4.5 = 10 \Omega$.

- Trovare corrente e tensioni incognite nel circuito in figura.



La resistenza totale è uguale alla somma delle resistenze: $10+15+5+8+11 = 50 \Omega$. La f.e.m. totale che deriva dai generatori di tensione in direzione di I vale $12-5+8 = 15 \text{ V}$. La corrente I è uguale a questa tensione divisa per la resistenza totale: $I = 15/50 = 0.3 \text{ A}$. Per la legge di Ohm $V_1 = 0.3 \times 10 = 3 \text{ V}$; $V_2 = 0.3 \times 15 = 4.5 \text{ V}$; $V_3 = 0.3 \times 6 = 1.8 \text{ V}$; $V_4 = 0.3 \times 8 = 2.4 \text{ V}$; $V_5 = 0.3 \times 11 = 3.3 \text{ V}$;

- Trovare la tensione V_{ab} nel circuito precedente.

V_{ab} è la caduta di tensione tra il nodo a e il b pari a sua volta alla somma delle cadute di tensione ai capi dei componenti inseriti tra a e b , a destra o a sinistra del nodo a . Ci conviene scegliere il cammino di destra perchè è proprio questa la direzione della corrente $I=0.3 \text{ A}$ trovata nella soluzione del quesito precedente. Abbiamo così

$$V_{ab} = (0.3 \times 15) + 5 + (0.3 \times 6) + (0.3 \times 8) - 8 = 5.7V$$

Noteremo che la caduta IR è sempre positiva in direzione di I .

provare anche lungo
il cammino di sinistra!

Applicazione 3

1. Un generatore da 90 V è in serie a cinque resistori aventi resistenze 4, 5, 6, 7, 8 Ω . Trovare la tensione ai capi del resistore da 6 Ω .

Con la formula di partizione della tensione vediamo che in un circuito in serie il voltaggio ai capi di un resistore è uguale al prodotto della resistenza di quest'ultimo per la tensione applicata, diviso per la resistenza complessiva.

Allora:

$$V_6 = \frac{6}{4 + 5 + 6 + 7 + 8} \times 90 = 18V$$

2. Trovare con il metodo della partizione della tensione il valore delle tensioni V_4 e V_5 nel circuito dell'applicazione precedente.

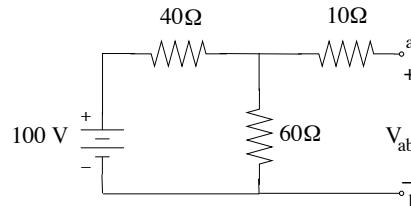
La tensione totale ai capi dei resistori è uguale alla somma delle f.e.m. provenienti dai generatori di tensione, prese se possibile in senso orario: $12 - 5 + 8 = 15$ V. La polarità di questa tensione netta sarà tale da produrre un flusso di corrente in senso orario. Nella somma 5 V è negativo perchè è una caduta di tensione; le f.e.m. sono aggiunte come positive. Vista in altro modo, la polarità del generatore da 5 V si oppone a quelle dei generatori da 12 e 8 V. La formula di partizione della tensione V_4 dovrà avere segno positivo, visto che V_4 è una caduta in senso orario; si oppone alla polarità della tensione netta applicata:

$$V_4 \times \frac{8}{10 + 15 + 6 + 8 + 11} \times 15 = \frac{8}{50} \times 15 = 2.4V$$

La formula di partizione della tensione fornisce:

$$V_5 = -\frac{11}{50} \times 15 = -3.3V$$

3. Trovare la tensione V_{ab} ai capi del circuito aperto in figura.

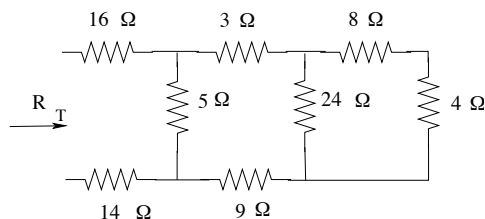


Ai capi del resistore da 10 Ω la tensione è zero: in serie a un circuito aperto, in esso il flusso di corrente è nullo. La tensione V_{ab} allora è uguale alla caduta di tensione, andando dall'alto verso il basso, ai capi del resistore da 60 Ω . Con la partizione della tensione:

$$V_{ab} = \frac{60}{60 + 40} \times 100 = 60V$$

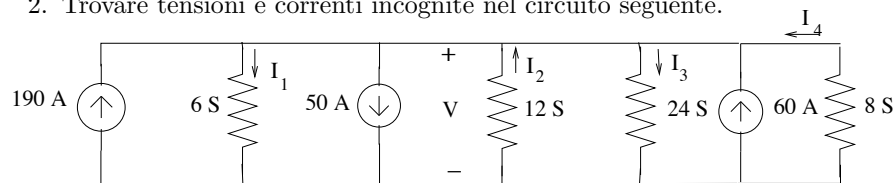
Applicazione 4

1. Trovare la resistenza equivalente R_T per la rete a scala in figura.



Quando si vuol trovare la resistenza equivalente di una rete a scala combinandone le resistenze, bisogna sempre partire dall'estremità opposta rispetto ai segnali di ingresso. A questo punto i resistori in serie da 4 e 8 Ω presentano una resistenza equivalente da 12 Ω . Questa si combina in parallelo con quella da 24 Ω : $(24 \times 12)/(24+12) = 8 \Omega$. Questa a sua volta si somma alle resistenze in serie da 3 e da 9 Ω e si ha la somma: $8+3+9 = 20 \Omega$. Quest'ultima resistenza si aggiunge ai 5 Ω in parallelo: $(20 \times 5)/(20+5) = 4 \Omega$. R_T corrisponde alla somma di quest'ultima resistenza con quelle in serie da 16 e da 14 Ω : $R_T = 4+16+14 = 34 \Omega$.

2. Trovare tensioni e correnti incognite nel circuito seguente.



Sia nella linea superiore che in quella inferiore, i nodi, che sembrerebbero parecchi, si riducono a uno solo perchè tutti i punti in giunzione sono allo stesso potenziale. Abbiamo quindi due nodi ed una tensione V . La conduttanza equivalente dei resistori collegati in parallelo è $G = 6+12+24+8 \text{ S} = 50 \text{ S}$. La corrente complessiva che dai generatori entra nel nodo superiore è di $190-50+60 = 200 \text{ A}$. Possiamo usare questi valori nella formula della legge di Ohm espressa in funzione della conduttanza: $I = GV$ ricavando così la tensione: $V=I/G=200/50=4 \text{ V}$. Essendo questa la tensione ai capi di ogni resistore, le relative correnti sono: $I_1 = 6 \times 4 = 24 \text{ A}$, $I_2 = -12 \times 4 = -48 \text{ A}$, $I_3 = 24 \times 4 = 96 \text{ A}$ e $I_4 = -8 \times 4 = -32 \text{ A}$. I segni negativi sono dovuti ai riferimenti non associati. Naturalmente tutte le correnti escono dal nodo superiore.

L'effetto dei generatori di corrente in parallelo è come quello di un unico generatore, la cui corrente è pari alla somma algebrica delle correnti dei singoli generatori.