5.9 Capacitá

Ad ogni coppia di conduttori é associata una grandezza chiamata **capacitá**, che é una misura della induzione elettrostatica tra i due conduttori. Ponendo una carica Q su uno dei due conduttori si induce una carica uguale e di segno opposto sull'altro e si genera una differenza di potenziale tra i due legata alla carica Q su ciascun conduttore dalla relazione:

$$Q = C \cdot V$$

dove la costante di proporzionalitá C é la capacitá della coppia di conduttori. Se Q si misura in Coulomb (C) e V in Volt (V), C si misura in Farad (F):

$$1F = \frac{1V}{1C}$$

L'elemento circuitale dotato di capacitá si chiama **condensatore** e viene

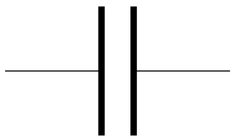

Figura 5.23:

indicato con il simbolo riportato in figura 5.23: esso si compone di una coppia di conduttori, a cui é associata la capacitá, chiamati **armature**. La capacitá di un condensatore dipende dalla sua geometria e dalla costante dielettrica del mezzo frapposto ai conduttori; nel caso di un condensatore formato da due conduttori piani a facce parallele la capacitá é data da:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

dove ϵ_0 é la costante dielettrica del vuoto e vale $\epsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}$ C^2/Nm^2 = 8.854 10^{-12} F/m, ϵ_r é la costante dielettrica relativa del mezzo tra le due armature, S é la superficie di ciascuna armatura, d é la distanza tra le armature.

La relazione $Q = CV$ non é direttamente utilizzabile nell'analisi dei circuiti in quanto compare la carica Q e non la corrente I; é peró facile ottenere una relazione in cui compaia esplicitamente la corrente:

$$I = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt}$$

dove si é assunto che la capacitá C non vari, cioé che la sua derivata rispetto al tempo sia nulla, approssimazione valida nelle normali condizioni di funzionamento dei circuiti elettronici.

Si puó notare che se si applica una differenza di potenziale costante ai capi di una capacitá non si ha passaggio di corrente: $V = \text{cost} \rightarrow I = 0$; invece, se $dV/dt \neq 0$ una corrente "circola" nel condensatore, mediante il meccanismo non banale della *induzione elettromagnetica*, che non corrisponde al trasporto di carica come nel caso di una resistenza. Il condensatore si comporta, per il circuito esterno, come se venisse attraversato da una corrente pari a $I_C = C\frac{dV_C}{dt}$.

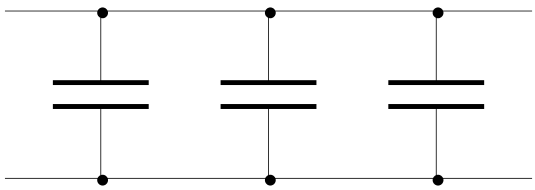

Figura 5.24:

Consideriamo ora la combinazione di capacitá. I condensatori rappresentati in figura 5.24 sono disposti **in parallelo**: le armature superiori sono collegate tra loro metallicamente e, costituendo un conduttore unico, si trovano allo stesso potenziale; analogamente, le armature inferiori sono collegate tra di loro. Se la tensione tra le armature é ΔV, le cariche presenti su ciascuna armatura dei condensatori sono:

$$Q_1 = C_1\Delta V, \quad Q_2 = C_2\Delta V, \ \ldots.. \ Q_n = C_n\Delta V$$

dove C_1, C_2, ..., C_n indicano le capacitá degli n condensatori componenti. La carica complessiva posseduta dalle armature positive é

$$Q = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n = (C_1 + C_2 + ... + C_n)\Delta V$$

mentre le armature negative hanno complessivamente una carica opposta. Pertanto la capacitá equivalente, C_{eq} della batteria di condensatori in parallelo risulta:

$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V} = C_1 + C_2 + ... + C_n$$

La capacitá equivalente di un insieme di condensatori disposti in parallelo é la somma delle capacitá di tutti i condensatori componenti. I raggruppamenti in parallelo vengono usati per realizzare capacitá elevate.

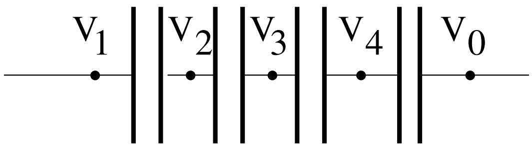

Figura 5.25:

I condensatori rappresentati in figura 5.25 sono collegati **in serie**. Se l'armatura esterna del primo condensatore possiede una carica Q, sulle altre armature (interna–esterna, nell'ordine) si hanno successivamente cariche –Q e Q; di conseguenza le armature di ciascun condensatore hanno cariche opposte. Se C_1, C_2, ..., C_n sono le capacitá dei vari condensatori, si ha:

$$C_1 = \frac{Q}{V_1 - V_2},\ C_2 = \frac{Q}{V_2 - V_3},\ \dots,\ C_n = \frac{Q}{V_n - V_0}$$

e quindi

$$\begin{aligned} V_1 - V_0 &= (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \dots + (V_n - V_0) \\ &= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}\right) \end{aligned}$$

I condensatori in serie possono essere considerati equivalenti ad un unico condensatore di capacitá C_{eq}:

$$C_{eq} = \frac{Q}{V_1 - V_0} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

ovvero

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Se piú condensatori sono disposti in serie, il reciproco della capacitá equivalente del sistema risultante é uguale alla somma dei reciproci delle capacitá di tutti i condensatori.

Se tutti i condensatori in serie sono uguali ($C_1 = C_2 = \dots = C_n$) la batteria ha una capacitá equivalente pari a $1/n$ della capacitá di un solo elemento e la tensione alle armature di ogni condensatore é $1/n$ della tensione applicata.

5.9.1 Circuiti RC: transitori

Consideriamo il circuito in figura 5.26. Quando il tasto é aperto non si ha

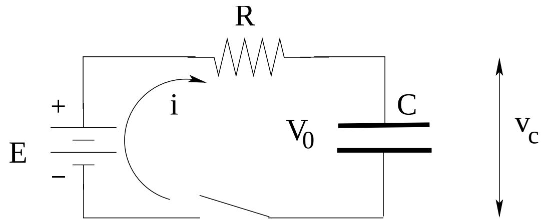

Figura 5.26:

passaggio di corrente dato che si é in condizioni di *circuito aperto*. La chiusura del tasto cambia bruscamente le condizioni del circuito, causando fenomeni di tipo transitorio al cui esaurimento fa seguito un regime di correnti e tensioni di tipo stazionario.

Consideriamo come istante iniziale, t=0, l'istante in cui viene chiuso il tasto. Prima della chiusura, cioé per t<0, i=0. Supponiamo che il condensatore sia carico, che esista cioé una tensione V_0 tra le sue armature; puó essere, come caso particolare $V_0 = 0$. Dopo la chiusura del tasto, ad ogni istante, per la LTK la somma della cadute di potenziale sulla resistenza R e sul condensatore C deve uguagliare la tensione del generatore E:

$$E = IR + V_C$$

dove V_C indica la d.d.p. ai capi del condensatore; poiché per un condensatore la corrente é legata alla d.d.p. dalla relazione $I_C = CdV_C/dt$ e nel caso del circuito considerato tale corrente é anche quella che fluisce attraverso la resistenza R, dato che R e C sono disposti in serie, si avrá:

$$E = RC\ dV_C/dt + V_C$$

equazione differenziale del primo ordine che puó essere risolta con il metodo di separazione delle variabili:

$$(E - V_C)dt = RC\ dV_C \quad \text{da cui} \quad \frac{dV_C}{V_C - E} = -\frac{dt}{RC}$$

Integrando:

$$log\ (V_C - E) = -\frac{t}{\tau} + A$$

avendo posto τ=RC ed essendo A una costante di integrazione determinata dalle condizioni iniziali. Avendo definito t=0 l'istante di chiusura dell'interruttore ed essendo la corrente nulla prima di tale istante, dovrá essere anche $V_C(0) = V_0$. Per la relazione $I_C = CdV_C/dt$, infatti, la funzione $V_C(t)$ non puó subire una discontinuitá passando dall'istante che immediatamente precede a quello che immediatamente segue la chiusura del tasto: se la tensione ai capi del condensatore passasse bruscamente da zero ad un valore $V_C(0) \neq 0$, dV_C/dt e quindi I sarebbe infinita. Possiamo esprimere con altre parole questo fatto dicendo che la tensione ai capi di una capacitá é una funzione continua: il limite destro e il limite sinistro per t che tende a zero coincidono:

$$lim_{t\to 0^+} V(t) = lim_{t\to 0^-} V(t)$$

La capacitá si oppone cioé alla variazione brusca di potenziale. Questo risultato é piú generale: **se in un circuito qualsiasi la d.d.p. ai capi di una capacitá C, prima della chiusura del tasto é V_0, essa é mantenuta al valore V_0 anche nell'istante immediatamente successivo alla chiusura del tasto**.

Imponendo dunque che per t=0 sia $V_C(0) = V_0$, per la costante di integrazione si ottiene:

$$A = log(V_0 - E)$$

e perció:

$$V_C(t) = E - (E - V_0)e^{-t/\tau}$$

o, se $V_0 = 0$:

$$V_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$$

L'andamento della tensione tra le armature del condensatore, partendo da V_0, cresce esponenzialmente e tende asintoticamente al valore E, che é il limite di V_C per t tendente ad infinito; in figura 5.27 é riportato tale andamento.

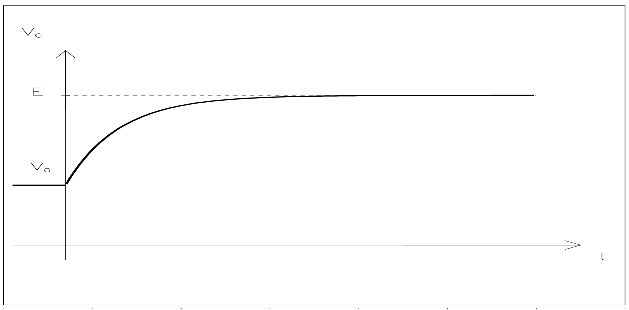

Figura 5.27:

La rapiditá con cui cresce la funzione V_C dipende dal valore di τ: dopo un tempo t=τ, chiamato **costante di tempo**, la d.d.p. raggiunge il valore:

$$V_C(\tau) = E - (E - V_0)1/e \simeq E - (E - V_0)/3$$

avendo approssimato e a 3, cioé circa i 2/3 della differenza tra il valore iniziale V_0 ed il valore asintotico E; $V_C(\tau) \simeq 2/3\ E$ per $V_0 = 0$. Dopo un tempo uguale a 4 o 5 volte τ, V_C ha praticamente raggiunto il valore E e rimane costante; a questo punto si é esaurito il transitorio e si é raggiunto il regime stazionario.

L'andamento della corrente é invece riportato in figura 5.28:

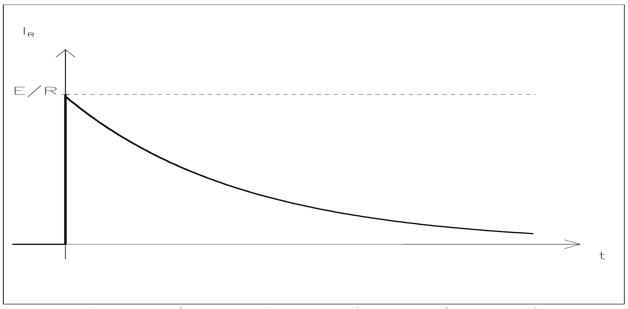

Figura 5.28:

$$I_C = C\frac{dV_C}{dt} = \frac{E - V_0}{R}e^{-t/\tau}$$

ovvero $I_C = E/R\ e^{-t/\tau}$ per $V_0 = 0$, e pertanto la tensione ai capi della resistenza V_R sará:

$$V_R = IR = (E - V_0)e^{-t/\tau} \quad \text{ovvero} \quad V_R = Ee^{-t/\tau}$$

All'istante di chiusura del tasto la corrente sale bruscamente al massimo valore E/R perché il condensatore non cambia tensione e la discontinuitá E dovuta all'inserimento del generatore deve essere equilibrata da una uguale tensione sulla resistenza. Il condensatore si comporta come un corto circuito:

Poi il condensatore si carica fino a raggiungere la tensione del generatore. A questo punto deve essere $V_R = 0$ e quindi I=0 (circuito aperto).

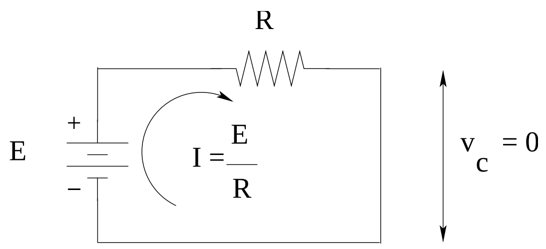

Figura 5.29:

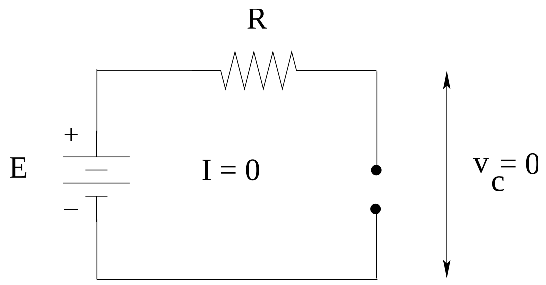

Figura 5.30:

5.9.2 Scarica di un condensatore

Si faccia riferimento alla figura 5.31; alla chiusura dell'interruttore:

$$V_C \ + \ RI = 0$$

con $I = CdV_C/dt$

$$V_C \ + \ RC \ \frac{dV_C}{dt} = 0$$

$$\frac{dV_C}{V_C} = -\frac{dt}{\tau}$$

$$log \ V_C = -\frac{t}{\tau} + A$$

dove A é una costante che deve essere determinata a partire dalla condizione iniziale: per t=0 V_C=V_0 che implica $logV_0 = A$ e perció:

$$V_C = V_0 e^{-t/\tau}$$

ed anche

$$I = C\frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}$$

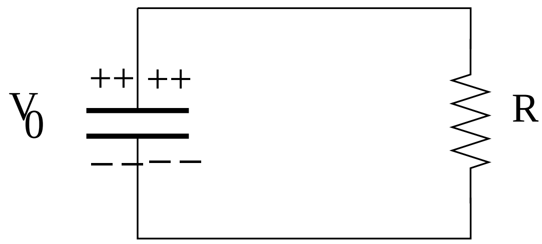

Figura 5.31:

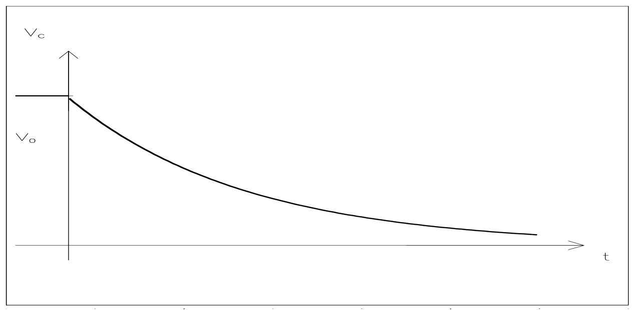

Figura 5.32:

Graficamente
(il verso della corrente é quello opposto a quello corrispondente alla carica del condensatore).

5.10 Induttanza

Ad ogni segmento di **circuito chiuso** é associata una grandezza chiamata **induttanza** o **coefficiente di autoinduzione**, che misura la diversa efficacia di diversi circuiti a concatenare un campo magnetico alla corrente che li attraversa (*induzione elettromagnetica*), come la capacitá misura la induzione elettrostatica. L'efficacia é descritta dalla relazione:

$$\Phi_B = LI$$

dove Φ_B indica il flusso del vettore induzione magnetica $\mathbf{B}$ concatenato con il circuito ed i la corrente che percorre il circuito; l'induttanza L é funzione della geometria del circuito, cosí come il flusso Φ_B. Se Φ_B si misura in *weber*

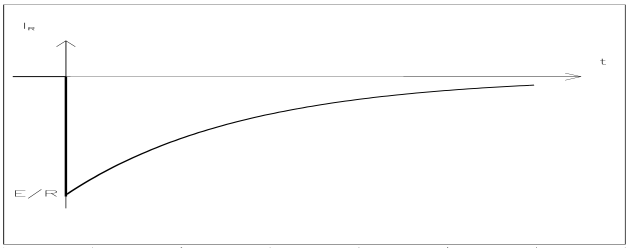

Figura 5.33:

(W) ed I in A, L si misura in Henry (H):

$$1H = \frac{1Wb}{1A}$$

Il simbolo circuitale dell'induttanza associata ad un circuito é riportato in figura 5.34.

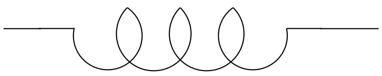

Figura 5.34:

Anche in questo caso la relazione tra Φ_B e I non é direttamente ció che serve perché non compare la differenza di potenziale ai capi dell'induttanza. La relazione che lega la corrente che attraversa un'induttanza con la differenza di potenziale generata ai capi dell'induttanza stessa dalla variazione del flusso del vettore induzione magnetica concatenato al circuito é data dalla legge di Faraday:

$$V_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Quando il flusso magnetico concatenato con un circuito chiuso varia con il tempo, si genera nel circuito una d.d.p. indotta uguale, istante per istante, alla derivata del flusso cambiata di segno. Il segno – che compare nella formula sta ad indicare che la f.e.m. indotta genera una corrente che, a sua volta, genera un flusso di induzione magnetica concatenato al circuito che tende a compensare la variazione di flusso che la ha prodotta.

Si deve osservare che, nei circuiti considerati in genere il valore della induttanza non é una funzione del tempo. Dalla legge di Faraday si puó allora ricavare che se la corrente I che attraversa il circuito é costante, $I =$ cost, la tensione ai capi dell'induttanza é nulla, V_L=0, mentre, se la corrente I varia nel tempo, essa genera una d.d.p. ai capi dell'induttanza attraverso il meccanismo non banale della induzione elettromagnetica.

5.10.1 Composizione di induttanze

Cosí come avviene per le resistenze e i condensatori, anche le induttanze vengono spesso collegate in serie o in parallelo; in quest'ultimo caso la situazione é complicata da due fatti:

1. non é possibile realizzare induttanze "pure" cioé praticamente prive di resistenza ohmica, quindi nei calcoli si devono considerare anche le resistenze associate;

2. in generale, nel calcolo del coefficiente di autoinduzione risultante si dovrá tenere conto anche della induzione magnetica mutua tra le induttanze: si introdurrá un coefficiente di mutua induzione, **M** che sará piú o meno grande secondoché il campo magnetico generato da un elemento induttivo risulti concatenato in maggiore o minore misura all'altro elemento:
$$\Phi_1(B) = L_1 I_1 + M I_2$$
dove Φ_1 é il flusso concatenato all'elemento (o circuito) 1, L_1 é l'induttanza dell'elemento o circuito 1, I_1 é la corrente che attraversa l'elemento 1 ed I_2 é la corrente che attraversa l'elemento 2; in tal modo la d.d.p. indotta nell'elemento 1 risulterá data dalla somma di due termini:
$$E_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

Induttanze in serie. Siano L_1 e L_2 i due coefficienti di autoinduzione e R_1 e R_2 le resistenze ohmiche associate: lo schema usato per rappresentare il circuito in questione é quello della figura 5.35.

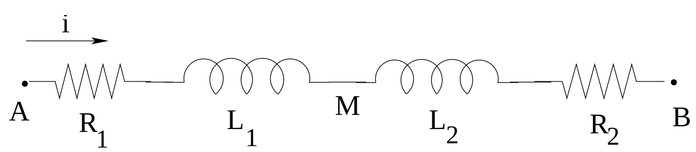

Figura 5.35:

Se il circuito é percorso da una corrente continua di intensitá I, la d.d.p. tra i punti estremi A e B é:

$$\Delta V = V_A - V_B = (R_1 + R_2)I$$

nel caso in cui l'intensitá di corrente varia nel tempo, la d.d.p. si ricava dall'equazione:

$$\Delta V + E_1 + E_2 = (R_1 + R_2)I$$

dove E_1 e E_2 sono le f.e.m. indotte nelle due induttanze:

$$\Delta V = (R_1 + R_2)I + \left(L_1\frac{dI}{dt} + M\frac{dI}{dt}\right) + \left(L_2\frac{dI}{dt} + M\frac{dI}{dt}\right) =$$

$$(R_1 + R_2)I + (L_1 + 2M + L_2)\frac{dI}{dt}$$

quindi il circuito considerato é equivalente ad un solo elemento induttivo con coefficiente di autoinduzione $L_1 + 2M + L_2$ e resistenza ohmica complessiva $R_1 + R_2$.

Induttanze in parallelo. La situazione nel caso di due induttanze in parallelo, figura 5.36, é piú complicata. La d.d.p. tra i nodi A e B

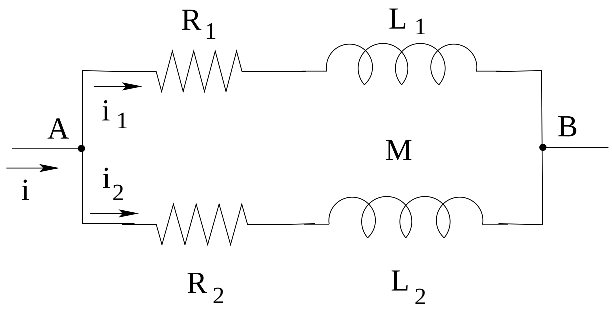

Figura 5.36:

puó scriversi sia nella forma:

$$\Delta V = R_1 I_1 + L_1\frac{dI_1}{dt} + M\frac{dI_2}{dt}$$

sia nella forma

$$\Delta V = R_2 I_2 + L_2\frac{dI_2}{dt} + M\frac{dI_1}{dt}$$

Risolvendo rispetto a dI_1/dt e dI_2/dt, si ricava:

$$(L_1L_2 - M^2)\frac{dI_1}{dt} = L_2(\Delta V - R_1 I_1) - M(\Delta V - R_2 I_2) = (L_2 - M)\Delta V - (L_2 R_1 I_1 - M R_2 I_2)$$

$$(L_1L_2 - M^2)\frac{dI_2}{dt} = (L_1 - M)\Delta V - (L_1R_2I_2 - MR_1I_1)$$

e, sommando membro a membro, si ottiene:

$$(L_1 - 2M + L_2)\Delta V = (L_1L_2 - M^2)\frac{dI}{dt} + (L_2 - M)R_1I_1 + (L_1 - M)R_2I_2$$

dove si é posto $I = I_1 + I_2$. Solo nei casi molto particolari per i quali é soddisfatta la relazione $(L_1 - M)/(L_2 - M) = R_1/R_2$ l'ultimo termine al secondo membro di queste equazioni puó scriversi nella forma $(L_1 - 2M + L_2)RI$ con R indipendente da I_1 e I_2 (e allora le due induttanze equivalgono a un solo elemento induttivo di resistenza R e autoinduttanza $(L_1L_2 - M^2)/(L_1 - 2M + L_2)$). In generale, invece, due induttanze in parallelo non possono considerarsi equivalenti ad un solo elemento induttivo.

5.10.2 Circuiti RL: transitori

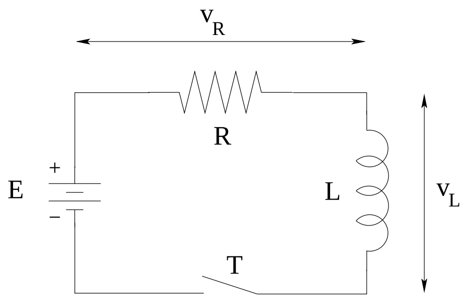

Figura 5.37:

Prima della chiusura del tasto $I = 0$; alla chiusura il generatore tende a far circolare corrente in R e in L. Ai capi dei due elementi si sviluppa una tensione rispettivamente $V_R = IR$ e $V_L = LdI/dt$, la cui somma, istante per istante, deve equilibrare equilibrare (legge delle tensioni di Kirchhoff) la tensione E:

$$E = V_R + V_L$$

cioé:

$$E - RI - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Risolvendo l'equazione differenziale con il metodo di separazione delle variabili si ottiene:

$$\left(I - \frac{E}{R}\right)dt = -\frac{L}{R}dI \qquad -\frac{R}{L}dt = \frac{dI}{I - \frac{E}{R}}$$

o considerando che:

$$d\left(I-\frac{E}{R}\right)=dI$$

$$-\frac{R}{L}dt=\frac{d\left(I-\frac{E}{R}\right)}{I-\frac{E}{R}}$$

e, integrando:

$$-\frac{R}{L}t=log\left(I-\frac{E}{R}\right)+A$$

in cui A é una costante determinata dalle costanti iniziali. Per t=0 deve essere $I(0)=0$: questa volta é funzione continua la corrente , perché $V_L=LdI/dt$. Si trova perció:

$$A=-log\left(-\frac{E}{R}\right)$$

Sostituendo:

$$-\frac{R}{L}t=log\left(I-\frac{E}{R}\right)-log\left(-\frac{E}{R}\right)$$

$$-\frac{R}{L}t=log\frac{I-\frac{E}{R}}{\frac{E}{R}}$$

cioé

$$e^{-\frac{R}{L}t}=-\frac{I-\frac{E}{R}}{\frac{E}{R}}$$

da cui:

$$I=\frac{E}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

Graficamente l'andamento della corrente é rappresentato dalla differenza tra il valore costante E/R ed un esponenziale decrescente. Partendo da zero la

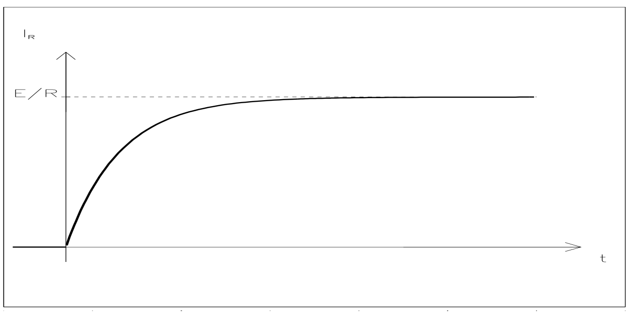

Figura 5.38:

corrente cresce esponenzialmente e tende asintoticamente al valore E/R, che é il limite di I per t tendente ad infinito. Come visto anche nel caso della tensione ai capi di un condensatore, la rapiditá con cui cresce la funzione I dipende dal valore di τ. Dopo un tempo $t = \tau$ la corrente raggiunge il valore:

$$I(t) = E/R\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = E/R(1 - 1/e) \simeq 2/3E/R$$

avendo approssimato e a tre, cioé i due terzi circa del valore massimo. Dopo un tempo uguale a 4 o 5 volte τ, i ha praticamente raggiunto il valore E/R e rimane costante. A questo punto si é esaurito il transitorio e si é raggiunto il regime stazionario. In figura 5.39 é indicato qualitativamente l'andamento corrispondente a diversi valori di τ.

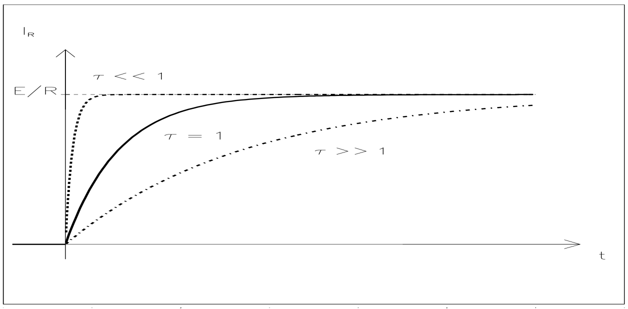

Figura 5.39:

La tensione V_R ha un andamento del tutto simile. Infatti:

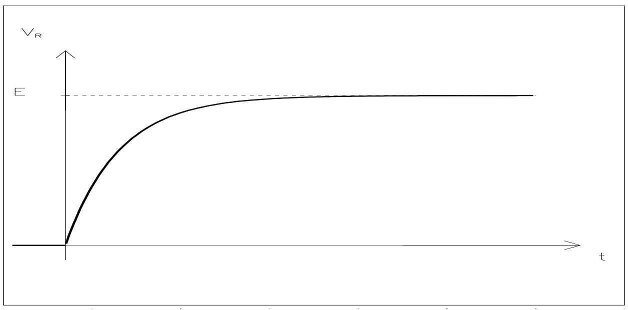

Figura 5.40:

$$V_R = RI = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

La tensione sulla resistenza cresce esponenzialmente da zero al valore massimo E (tensione del generatore) con costante di tempo $\tau = L/R$. Ad ogni istante la somma $V_R + V_L$ deve uguagliare il valore costante E; quindi:

$$V_L = E - V_R = Ee^{-t/\tau}$$

d'accordo con il valore calcolato da $V_L = LdI/dt$. Alla chiusura del tasto V_L

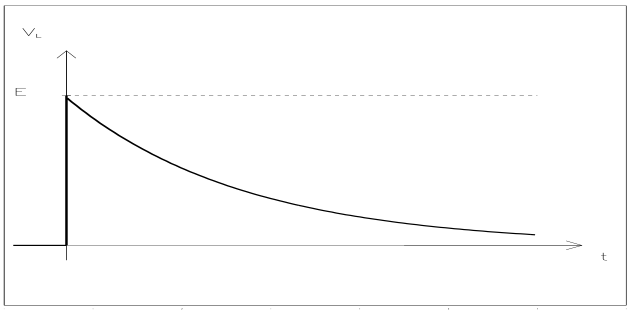

Figura 5.41:

passa bruscamente da zero a E e poi decresce esponenzialmente con costante di tempo τ verso zero.

Raggiunte le condizioni stazionarie (dI/dt = 0), l'induttanza L non influisce sulle tensioni e correnti: la corrente che passa nel circuito é quella che si avrebbe se L fosse sostituita da un corto circuito.

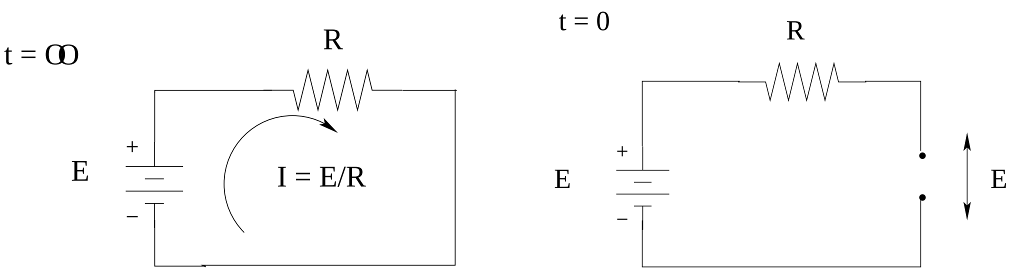

Figura 5.42:

All'inizio del transitorio, invece, la situazione puó essere cosí riassunta: l'induttanza tende a mantenere costante la corrente che era nulla; a corrente nulla corrisponde caduta di tensione nulla sulla resistenza: allora la tensione E deve essere bilanciata tutta da V_L. É come se L fosse sostituita da un circuito aperto

5.11 Semiconduttori e diodi

Livelli quantici di un atomo. Gli elettroni sono disposti nei vari livelli, a ciascuno dei quali corrisponde una determinata energia.

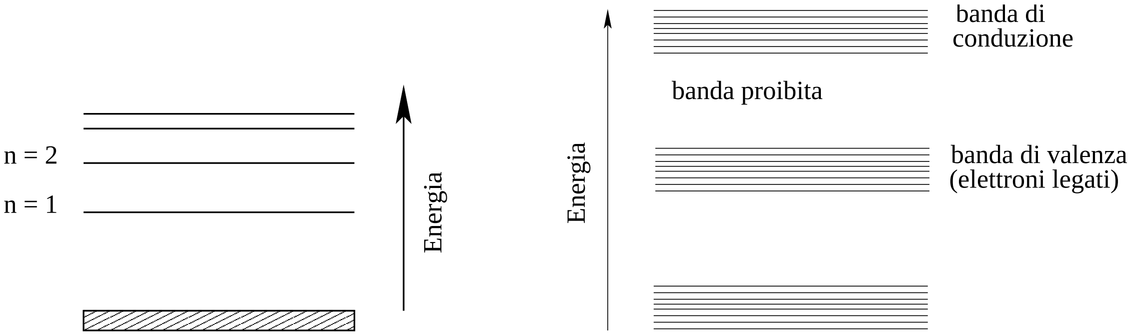

Figura 5.43:

Livelli di un cristallo. Quando gli atomi sono disposti in modo ordinato in una struttura cristallina, le forze interatomiche, responsabili della stabilitá della struttura cristallina, fanno addensare i livelli in "bande". Gli elettroni nella *banda di conduzione* sono liberi di muoversi sotto la spinta di un campo elettrico. Quelli della *banda di valenza* sono *legati.* Possono passare alla banda di conduzione se viene fornita loro l'energia sufficiente a superare la *banda proibita.* La larghezza della banda proibita stabilisce il comportamento elettrico dei vari materiali:

- **conduttore**: banda proibita di larghezza praticamente nulla. Con facilitá elettroni passano, a temperatura ambiente, nella banda di conduzione;

- **isolante**: distanza elevata tra banda di valenza e banda di conduzione ($\geq$ 5 eV). Praticamente tutti gli elettroni rimangono nella banda di valenza.

- **semiconduttore**: situazione intermedia, con una certa quantitá di elettroni nella banda di valenza (banda proibita $\simeq$ eV). É questo il caso di elementi come il silicio ed il germanio.

La corrente elettrica é quindi dovuta al movimento di elettroni liberi della banda di conduzione, sotto l'azione di un campo elettrico applicato. Nel caso dei semiconduttori, quando un elettrone passa dalla banda di valenza a quella di conduzione, lascia l'atomo privo di una carica negativa e quindi dotato di carica positiva. É possibile che un elettrone di un atomo vicino si sposti, per esempio sotto l'effetto di un campo elettrico esterno, e vada a prendere il posto del precedente, lasciando a sua volta una "lacuna". Questo effetto si presenta come movimento di una lacuna (carica positiva) dal primo atomo al secondo. Contribuiscono quindi alla corrente elettrica lacune che si spostano (conduzione per lacuna) pur rimanendo nella banda di valenza.

Impuritá nei cristalli: drogaggio. Silico e germanio hanno quattro

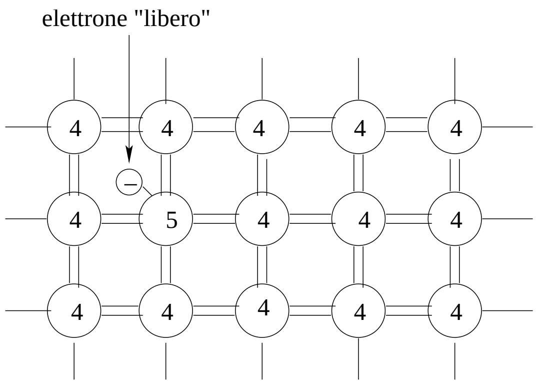

Figura 5.44:

elettroni di valenza. Se si inseriscono nel reticolo atomi con cinque elettroni di valenza (drogaggio del semiconduttore), come As, P, St, l'elettrone in piú é relativamente libero. In questo caso l'impuritá si dice "donatore" ed il cristallo drogato risultante é di tipo n. La situazione é indicata in figura1.46: l'elettrone del donatore é vicinissimo alla banda di conduzione (il suo livello é al di sotto della banda di conduzione di circa 0.05 eV) e quindi risulta praticamente libero. Sono disponibili per la conduzione piú elettroni che lacune (le lacune sono nella banda di valenza ed il livello lasciato libero dall'elettrone del donatore non rappresenta una lacuna): prevale la corrente dovuta agli elettroni.

Nel caso in cui si inseriscano impuritá che possiedono solo tre elettroni di valenza, come per B, Al, Ga, la situazione é simmetrica: l' aggiunta dell'impurezza produce un livello accessibile nella banda proibita appena al di sopra della banda di valenza (circa 0.05 eV al di sopra) che si comporta come una lacuna: sono perció disponibili per la conduzione piú lacuna che elettroni (infatti il livello accessibile in piú non é associato ad un elettrone nella banda di conduzione): prevale la corrente dovuta alle lacune. Impuritá di questo tipo sono dette "accettori" ed il cristallo drogato risultante é di tipo p.

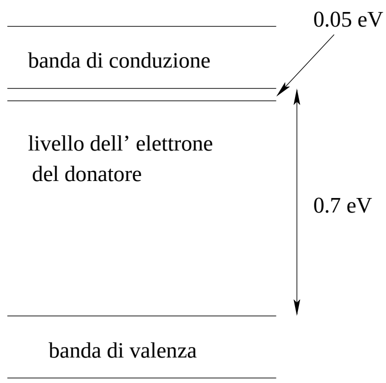

Figura 5.45:

La temperatura ha un effetto notevole sul comportamento di un cristallo di semiconduttore drogato. Possiamo distinguere 4 situazioni fondamentali:

- **Zero assoluto.** Condizione di minima energia: tutti gli elettroni sono legati, sia quelli di valenza, sia quelli dei donatori nei cristalli di tipo n, sia quelli corrispondenti a lacune nei cristalli di tipo p. La corrente elettrica é assente.

- **Tra lo zero assoluto e temperatura ambiente** si liberano elettroni e lacune delle impuritá, superando il piccolo intervallo energetico che li separa dalle rispettive bande di conduzione e di valenza.

- **Temperatura ambiente.** Tutti gli atomi delle impuritá sono ionizzati, con formazione di coppie elettrone–lacuna. Alcuni legami di valenza si rompono, ma prevale ancora la corrente dovuta alle impuritá.

- **Temperatura superiore a quella ambiente.** Diventa importante la corrente dovuta alla ionizzazione degli atomi del cristallo che, al crescere della temperatura, finisce per prevalere su quella delle impuritá. A un certo punto é come se si avesse a che fare con un cristallo puro, non drogato.

5.11.1 Giunzioni p–n

Consideriamo la giunzione di un cristallo con impuritá di tipo p e di un cristallo con impuritá di tipo n. Se le due parti fossero separate, sarebbero elettricamente neutre entrambe. Messe a contatto, gli elettroni in eccesso del

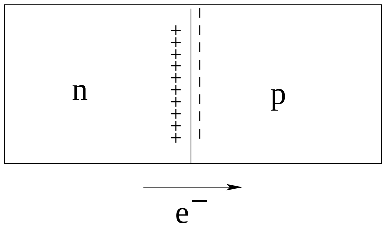

Figura 5.46:

cristallo di tipo n tendono a diffondere nel cristallo di tipo p. Le lacune tendono a passare da p a n (in realtá anche questo secondo effetto corrisponde al passaggio di elettroni da n a p, ma nella banda di valenza). Si produce perció un parziale *svuotamento* di cariche libere in un sottile strato a cavallo della giunzione, detto *zona di svuotamento*. La migrazione di elettroni carica negativamente p (e positivamente n). Si stabilisce perció un campo elettrico, e quindi una tensione, alla giunzione. Questa tensione si chiama **barriera di potenziale della giunzione**, perché si oppone alla migrazione di ulteriori elettroni. La condizione di equilibrio in tal modo raggiunta tra elettroni che diffondono da n a p sotto l'effetto di un gradiente di concentrazione ed elettroni che derivano da p a n sotto l'effetto del campo elettrico della giunzione, puó venire alterata applicando una tensione esterna. Una tensione positiva

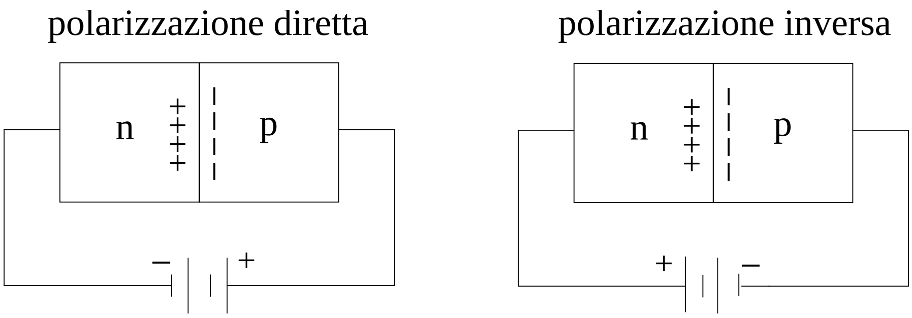

Figura 5.47:

applicata a p (**polarizzazione diretta della giunzione**) provocherá passaggio di corrente attraverso la giunzione: il generatore fornisce gli elettroni che da n passano a p. Una tensione inversa aumenta invece la barriera di potenziale (**polarizzazione inversa della giunzione**). Nel primo caso la giunzione offre bassissima resistenza al passaggio di corrente; nel secondo caso una resistenza molto alta. La caratteristica $I - V$ della giunzione é riportata in figura 5.48. Appare evidente che la giunzione é un *conduttore non*

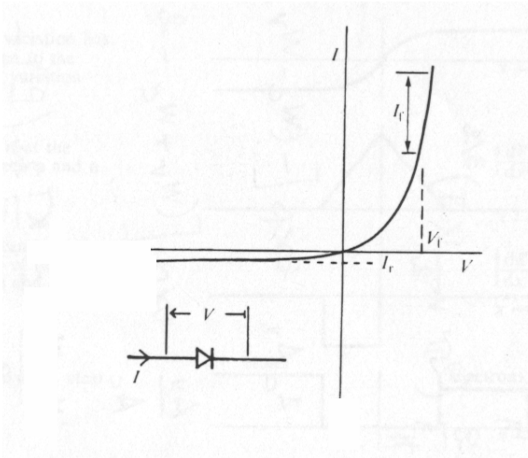

Figura 5.48:

ohmico, dato che per essa non esiste una relazione di proporzionalitá diretta tra la tensione applicata ai capi e la corrente che fluisce, bensí una relazione di tipo esponenziale:

$$I(V) = I_0 \left(e^{\frac{q_e V}{\eta K_B T}} - 1 \right)$$

che prende il nome di equazione di Schockley, dove q_e é la carica dell'elettrone, V la tensione applicata, K_B é la costante di Boltzmann, $K_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, ed η é un fattore che dipende dal materiale semiconduttore e vale 1 per il Ge, 2 per il Si. $-I_0$ é a corrente che attraversa la giunzione quando essa é polarizzata inversamente, viene detta *corrente di polarizzazione inversa* ed é dell'ordine del μA; la corrente che attraversa la giunzione quando é polarizzata direttamente, invece, risulta dell'ordine del mA.

Il cristallo cosí disposto prende il nome di **diodo** e viene rappresentato dal simbolo di figura 5.49.

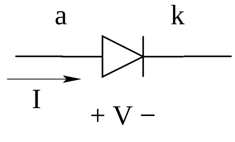

Figura 5.49:

Tipi particolari di diodi sono i LED e le celle solari. Nei LED (Light Emitting Diodes) raggiunti valori di corrente sufficientemente grandi, per cui il numero di elettroni di conduzione nel lato p della giunzione risulta elevato, diventa molto probabile la ricombinazione tra elettroni e lacune; l'energia rilasciata nella ricombinazione, che é dell'ordine della larghezza della banda proibita, viene emessa sotto forma di fotoni con lunghezze d'onda comprese nella porzione visibile dello spettro elettromagnetico. Il materiale semiconduttore é generalmente un composto binario o ternario contenente del Ga, come GaP o $GaAs_xP_{x-1}$, con impurezze di Zn, O, o N in varia concentrazione: a seconda della concentrazione del drogante il colore la luce emessa varia dal rosso al verde.

La cella fotoelettrica, invece, é costituita da un diodo a giunzione $p-n$ di grande area, le cui proprietá sono ottimizzate per l'assorbimento della luce solare e la raccolta dei fotoelettroni e delle lacune risultanti: l'esposizione alla luce causa, con molta efficienza, il passaggio di elettroni dalla banda di valenza a quella di conduzione. Il lato che viene esposto alla luce é quello p della giunzione, gli elettroni vengono eccitati dalla luce nella banda di conduzione e di qui tendono a migrare verso il lato n della giunzione: si crea quindi un flusso di elettroni dal lato p al lato n e quindi una corrente elettrica dal lato n al lato p. Questa direzione della corrente corrisponde alla situazione di polarizzazione inversa, in cui tuttavia, la corrente non é piccolissima, perché favorita dalla eccitazione dovuta alla luce: la corrente, infatti, é proporzionale all'illuminamento e non dipende dalla tensione applicata alla cella. Nel scegliere il materiale semiconduttore migliore per realizzare la giunzione é necessario considerare la larghezza della banda proibita. Dato che solo i fotoni con energia maggiore della larghezza della banda possono produrre coppie elettrone–buca, é vantaggioso usare un materiale con una banda proibita piccola così che una frazione maggiore di fotoni incidenti possano contribuire alla fotocorrente; d'altro canto, al crescere della larghezza della banda proibita cresce anche la tensione fornita dal generatore, sicché una elevata efficienza di conversione tra potenza solare ed elettrica é legata all'uso di materiali con larghezze di banda dell'ordine di 1.2–1.8 eV: sia il Si che il GaAs sono adatti sotto questo aspetto e la maggior parte delle celle solari é fatta di Si.