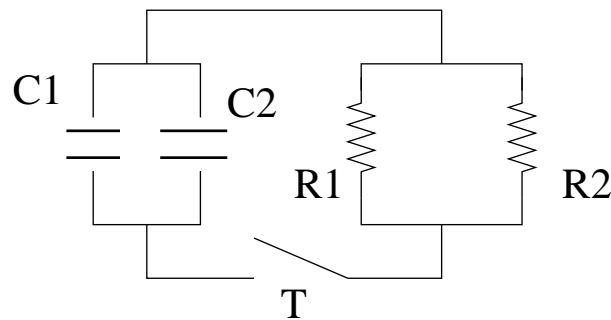


Corso di Laurea in Scienza dei Materiali
Laboratorio di Fisica III

Prova scritta del 27/09/2002

- Le induttanze utilizzate per realizzare un particolare circuito vengono vendute in partite di 3000 pezzi ciascuna. Sapendo che il procedimento di produzione delle induttanze è tale da garantire una percentuale di pezzi fallati pari a 0.2%, valutare la probabilità di trovare 10 induttanze non funzionanti in un partita.
- Nel circuito riportato i due condensatori in parallelo hanno una capacità $C_1 = 1\mu F$ e $C_2 = 480nF$, mentre i resistori hanno resistenza $R_1 = 1k\Omega$ e $R_2 = 200\Omega$.



La carica totale sulle armature dei condensatori, con l'interruttore T aperto, vale $Q_{0tot} = 500 pC$.

Valutare:

1. lo schema del circuito equivalente;
2. la costante di tempo τ del circuito equivalente;
3. la dipendenza dal tempo della carica totale dopo la chiusura dell'interruttore T;
4. la carica sulle armature di ciascun condensatore prima della chiusura di T, Q_{01} e Q_{02} ;
5. considerando la chiusura dell'interruttore T come istante iniziale $t = 0$, trovare gli istanti t_{09} e t_{01} nei quali la carica totale risulta rispettivamente il 90% e il 10% del valore iniziale. Calcolare il tempo necessario perchè si produca tale scarica parziale.

6. (*facoltativo*) le cariche sulle armature di ciascun condensatore agli istanti t_0 e t_01 ;
7. (*facoltativo*) dire se, come conseguenza dell'aver messo in parallelo i due condensatori, essi si scarichino più rapidamente o più lentamente di quanto farebbero se fossero inseriti singolarmente nel circuito e possedessero la stessa carica iniziale singola Q_{01} o Q_{02} .

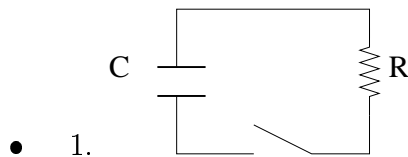
SOLUZIONI

- La distribuzione di probabilità corretta sarebbe la binomiale

$$P(x = 10, n = 3000, p = 0.002) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{3000!}{10!2990!} 0.002^{10} 0.998^{2990} \quad (1)$$

che non è però facilmente calcolabile, ma può essere approssimata dalla poissoniana con valor medio $\mu = 3000 \cdot 0.002 = 6$

$$P(x = 10, \mu = 6) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} = \frac{6^{10} e^{-6}}{10!} = 0.0413 \quad (2)$$



dove $C = C_1 + C_2 = 1.48 \mu F$ e $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 166.7 \Omega$

2. $\tau = RC = 246.7 \cdot 10^{-6} s$

3. sapendo che $V(t) = V_0 e^{-t/\tau}$, si ha $Q = CV = CV_0 e^{-t/\tau} = 500 e^{-t/2.467 \cdot 10^{-4}} pC$

4. sapendo che la tensione ai capi delle due capacità è la stessa ed anche quanto vale la carica totale, si può scrivere il sistema:

$$\frac{Q_{01}}{C_1} = \frac{Q_{02}}{C_2}$$

$$Q_{01} + Q_{02} = Q_{0tot}$$

che risolto fornisce: $Q_{01} = 337,84 pC$ e $Q_{02} = 162,16 pC$

- 5.

$$Q(t_{09}) = Q_0 e^{-t_{09}/\tau} = 0.9 Q_0 \rightarrow \frac{t_{09}}{\tau} = -\ln 0.9$$

da cui $t_{09} = 25.992 \mu s$

$$Q(t_{01}) = Q_0 e^{-t_{01}/\tau} = 0.1 Q_0 \rightarrow \frac{t_{01}}{\tau} = -\ln 0.1$$

da cui $t_{01} = 568.05 \mu s$

$$\Delta t = t_{01} - t_{09} = 542.06 \mu s$$

6. a t_{09} $Q_{09} = 0.9 \cdot Q_{0tot} = 450 pC$, che, sostituito a Q_{0tot} nel sistema precedente, fornisce $Q_1 = 0.9 \cdot Q_{01} = 304,1 pC$ e $Q_2 = 0.9 \cdot Q_{02} = 145.9 pC$
a t_{01} $Q_{01} = 0.1 \cdot Q_{0tot} = 50 pC$, che, sostituito a Q_{0tot} nel sistema precedente, fornisce $Q_1 = 0.1 \cdot Q_{01} = 33.8 pC$ e $Q_2 = 0.1 \cdot Q_{02} = 16.2 pC$
7. con i due condensatori in parallelo: $\tau = RC = 246.7 \cdot 10^{-6} s$,
 $Q_1 = 337.8e^{-t/2.467 \cdot 10^{-4}} pC$, $Q_2 = 162.2e^{-t/2.467 \cdot 10^{-4}} pC$;
con solo C_1 : $\tau_1 = RC_1 = 166.7 \cdot 10^{-6} s$, $Q_1 = 337.8e^{-t/1.667 \cdot 10^{-4}} pC$;
con solo C_2 : $\tau_2 = RC_2 = 80.02 \cdot 10^{-6} s$, $Q_2 = 162.2e^{-t/0.800 \cdot 10^{-4}} pC$;
essendo le costanti singole più piccole di quella del sistema con i due condensatori in parallelo, la decrescita esponenziale della carica dei singoli condensatori sarebbe più veloce.