# Corso di Laurea in Scienza dei Materiali
# Laboratorio di Fisica III

## Prova scritta del 11/07/2003

- (3 punti)

  Una compagnia di assicurazioni ha effettuato uno studio statistico sugli incidenti automobilistici che avvengono negli spostamenti urbani nelle grandi città, arrivando alla conclusione che ogni volta che il conducente medio usa l'automobile per muoversi ha una probabilità del 97.5% di arrivare a destinazione senza avere provocato incidenti.

  Se il singolo abitante, munito di patente, di una grande città effettua, in media, 60 spostamenti in automobile in un mese nell'area urbana, quale è la probabilità che la compagnia di assicurazioni debba liquidare 3 danni da lui causati nell'arco del mese?

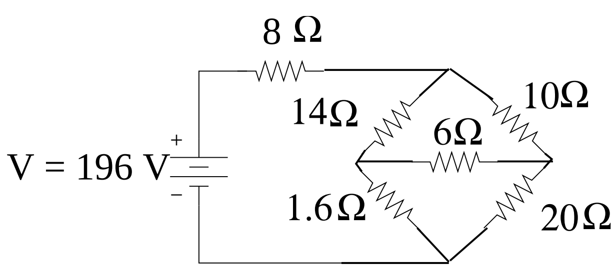
  Quale è la differenza tra i valori calcolati assumendo una distribuzione binomiale di probabilità ed una distribuzione poissoniana? Che cosa se ne deduce?

- (3 punti)

  Una lastra piana di vetro ($n_2 = 1.5$) spessa $d = 3cm$ è a contatto con acqua a sinistra ($n_1 = 1.333$) e con aria a destra ($n_3 = 1.0$). Un oggetto in acqua dista $s = 10cm$ dalla lastra. Determinare dove si trova l'immagine.

- (4 punti)

  Calcolare la corrente $I$ erogata dal generatore di tensione nel circuito a ponte in figura.




  Quale resistore R al posto del resistore da 20 Ω fa bilanciare il ponte del circuito? Quanto vale allora $I$?

**SOLUZIONI**

- La distribuzione di probabilità che meglio descrive il caso in questione è la Binomiale:

$$P(x,n,p) = \frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x} \tag{1}$$

dove:

$n$ è il numero di prove, nel presente caso $n = 60$;

$x$ è il numero di successi in $n$ prove, nel presente caso $x = 3$;

$p$ è la probabilità di successo nella singola prova, nel presente caso $p = 0.025$ (successo = incidente).

Allora

$$P(3, 60, 0.025) = \frac{60!}{3!57!}0.025^3 0.975^{57} = 0.1262 \tag{2}$$

Dato che $x << n$ perchè $p << 1$ si può pensare di descrivere in modo sufficientemente corretto la probabilità voluta anche usando una distribuzione Poissoniana. In questo caso:

$$P(x,\mu) = \frac{\mu^x}{x!}e^{-\mu} \tag{3}$$

dove:

$\mu$ è il valore medio di eventi atteso, in questo caso $\mu = n \cdot p = 1.5$;

$x$ è il numero di eventi, nel presente caso $x = 3$;

$$P(3, 01.5) = \frac{1.5^3}{3!}e^{-1.5} = 0.1255 \tag{4}$$

Lo scarto tra il valore corretto (binomiale) e la stima ottenuta con la distribuzione poissoniana è:

$$\Delta_{\%} = \frac{0.1262 - 0.1255}{0.1262} = 0.0055$$

Si può pertanto concludere che la distribuzione poissoniana fornisce una buona stima della probabilità voluta, il che indica che l'evento cercato può essere considerato come "evento raro".

- La lastra posta a contatto con acqua a sinistra e aria a destra forma una successione di due diottri piani; il primo diottro è rappresentato dalla superficie di separazione acqua–vetro, dato che l'oggetto si trova immerso in acqua. Per tale diottro si può scrivere:

  $$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = 0 \tag{5}$$

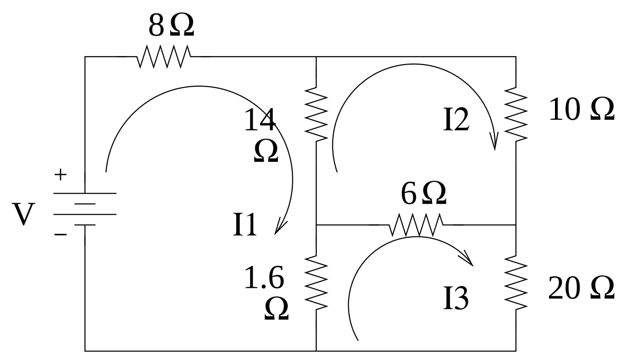
  dove $n_1$ è l'indice di rifrazione dell'acqua e $n_2$ quello del vetro, mentre $s$ vale $s = 10\ cm$. Dalla equazione si ricava: $s' = -11.3\ cm$, cioè l'immagine dell'oggetto, se lo si guardasse stando dentro alla lastra, risulta virtuale (è comunque nello spazio oggetti, nell'acqua a sinistra della lastra!) e risulta più lontana dalla superficie della lastra di quanto l'oggetto non sia in realtà.

  Tale immagine virtuale è l'oggetto per il secondo diottro, quello costituito dalla supeficie di separazione tra la lastra di vetro (indice di rifrazione $n_2$) e l'aria (indice di rifrazione $n_3 = 1$). Applicando un'altra volta l'equazione per il diottro:

  $$\frac{n_2}{s''} + \frac{n_3}{s'''} = 0 \tag{6}$$

  dove $s''$ è la distanza tra l'oggetto del secondo diottro e il diottro stesso, $s'' = d - s' = 14.3\ cm$, si ricava $s''' = -9.5\ cm$. Dunque l'immagine fornita dal doppio diottro è virtuale, ossia posta a sinistra del diottro, nello spazio oggetti, e più vicina alla prima superficie della lastra di quanto non sia l'oggetto stesso.

- Applicando l'analisi di maglia al circuito, che può essere ridisegnato come nella figura sottostante:




si possono scrivere le tre equazioni di maglia:

$$I_1(8+14+1.6)\ \Omega - I_2 14\ \Omega - I_3 1.6\ \Omega = 196\ V \tag{7}$$

$$-I_1 14\ \Omega + I_2(14+10+6)\ \Omega - I_3 6\ \Omega = 0\ V \tag{8}$$

$$-I_1 1.6\ \Omega - I_2 6\ \Omega + I_3(6+20+1.6)\ \Omega = 0\ V \tag{9}$$

che risolte forniscono per la corrente cercata, cioè per $I_1$, $I_1 = 12\ A$.

Per bilanciare il ponte occorre far sì che nella resistenza da 6 Ω non passi alcuna corrente; questo avviene quando vale la seguente relazione tra le resistenze:

$$14\ \Omega \cdot R = 10\ \Omega \cdot 1.6\ \Omega$$

dove $R$ indica il valore della resistenza che bisogna inserire al posto del resistore da 20 Ω; ne risulta $R = 1.14\ \Omega$.

Quando il ponte è bilanciato esso può essere sostituito da un circuito equivalente dato dalla serie del parallelo tra la resistenza da 14 Ω e da 10 Ω con il parallelo tra 1.6 Ω e 1.14 Ω. La resistenza equivalente di tale serie vale perciò $(5.83+0.67)\ \Omega = 6.5\ \Omega$ e posta in serie al resistore da 8 Ω fornisce una resistenza totale pari a 13.5 Ω. La corrente erogata dal generatore sarà allora: $I' = \frac{196\ V}{6.5\ \Omega} = 13.5\ A$.