Corso di Laurea in Scienza dei Materiali
Laboratorio di Fisica III

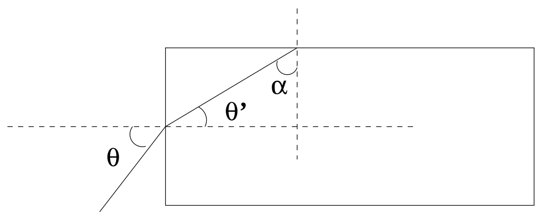
Prova scritta del 20/05/2003

- (3 punti)

  Una moneta viene lanciata 500 volte. Trovare la probabilità che il numero di teste non differisca da 250 per più di 10.

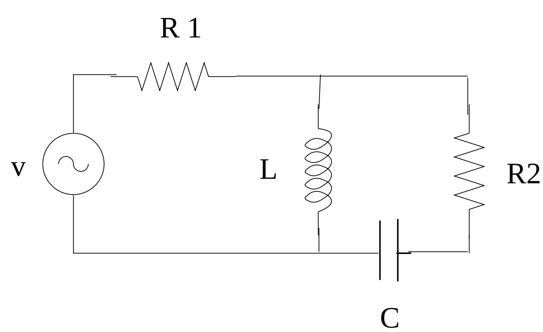
- (3 punti)

  Un sottile fascio di luce incide come indicato in figura su una faccia di una lastra di plexiglas ($n = 1.48$). Si vuole che la luce arrivi all'altro estremo della lastra dopo essersi riflessa totalmente più volte sulle pareti della stessa. Calcolare per quali angoli di incidenza θ ciò avviene.



- (4 punti)

  Nel circuito riportato un figura $L = 5 \cdot 10^{-5}$ H, $R_1 = 6\ \Omega$, $C = 3 \cdot 10^{-5}$ F, $R_2 = 10\ \Omega$; il generatore di tensione alternata fornisce una ampiezza di 2 V ed opera con una pulsazione $\omega = 10^4$ rad/s. Trovare in modulo e fase la corrente che percorre la resistenza R_2 (suggerimento: applicare il teorema di Thevenin).



SOLUZIONI

- Il valor medio di successi (teste) nelle 500 prove è: $\mu = np = 250$; la deviazione standard della distribuzione del numero di successi in ogni prova è: $\sigma = \sqrt{npq} = 11.2$. Siccome il numero di prove effettuate è molto elevato si può approssimare la distribuzione binomiale, che descrive correttamente la distribuzione del numero di successi, con una distribuzione gaussiana con lo stesso valor medio e la stessa deviazione standard.

  Si richiede allora di valutare quale sia la probabilità che il numero di successi sia compreso tra 240 e 260, ovvero tra 239.5 e 260.5, dato che si considerano dati discreti come continui.

  $239.5 = \mu + t_1\ \sigma \quad \rightarrow t_1 = (240 - \mu)/\sigma = -0.94$

  $260.5 = \mu + t_2\ \sigma \quad \rightarrow t_2 = (260 - \mu)/\sigma = 0.94$

$$\begin{aligned} P(239.5 \leq x \leq 260.5) &= \int_{\mu+t_1\sigma}^{\mu+t_2\sigma} f_{\mu,\sigma}(x)dx = \\ &= \int_{\mu}^{\mu+t_2\sigma} f_{\mu,\sigma}(x)dx + \int_{\mu}^{\mu+t_1\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) = \\ &= 2\int_{\mu}^{\mu+t_1\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) = \ 0.6528 \end{aligned}$$

- Il raggio luminoso proviene dall'aria (n_1=1) ed incide sulla prima faccia della lastra di plexiglas. L'angolo di incidenza ϑ e quello di rifrazione ϑ' sono legati dalla legge di Snell:

$$n_1\ sin\vartheta = n\ sin\vartheta' \tag{1}$$

  L'angolo di incidenza del raggio rifratto sulla superficie laterale della lastra di plexiglas è $\alpha = 90° - \vartheta'$. Per avere riflessione totale di tale raggio occorre che sia:

$$sin\alpha > \frac{1}{n} \tag{2}$$

  Ma

$$sin\alpha = cos\vartheta' = \sqrt{1 - sin^2\vartheta'} = \sqrt{1 - \frac{sin^2\vartheta}{n^2}} > \frac{1}{n} \tag{3}$$

ovvero:

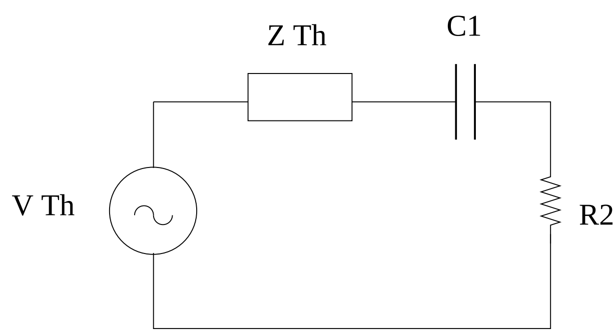
$$1 - \frac{sin^2\vartheta}{n^2} > \frac{1}{n^2} \qquad (4)$$

$$\frac{sin^2\vartheta}{n^2} < 1 - \frac{1}{n^2} \qquad (5)$$

$$sin\vartheta < \sqrt{n^2 - 1} \qquad (6)$$

condizione che è sempre verificata.

- Applichiamo il teorema di Thevenin, considerando come circuito "esterno" il ramo che contiene la capacità C_1 in serie alla resistenza R_2; in questo modo il circuito si riduce a quello in figura.



La tensione di Thevenin equivalente è data da:

$$v_{Th} = \frac{v\ j\omega L}{R_1 + j\omega L} = \frac{v\ j\omega L(R_1 - j\omega L)}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = (0.014 + j0.166)V \qquad (7)$$

La impedenza di Thevenin equivalente è data da:

$$z_{Th} = \frac{R_1\ j\omega L}{R_1 + j\omega L} = \frac{(R_1\ j\omega L)(R_1 - j\omega L)}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = (0.04 + j0.50)\Omega \qquad (8)$$

La tensione ai capi di R_2 sara' allora, per la regola della partizione di tensione, data da:

$$v_{R2} = \frac{v_{Th} R_2}{z_{Th} + R_2 - \frac{j}{\omega C}} = (-3 \cdot 10^{-3} + j1.57 \cdot 10^{-2})V \qquad (9)$$

Il modulo di tale tensione vale: $V_{R2} = 1.6 \cdot 10^{-2} V$, la fase vale: $\varphi = atg \frac{1.57}{-0.3} = -1.38\ rad\ =\ -79.11°$.

v_{R2} è in ritardo di quasi 80° rispetto a v.