Corso di Laurea in Scienza dei Materiali
Laboratorio di Fisica II

Prova scritta del 22/06/2004

1. (a.a. 2002-2003 e 2001-2002)

   Qual'è la probabilità che, in 6 lanci, due dadi diano la somma 9 (a) una volta, (b) almeno due volte ?

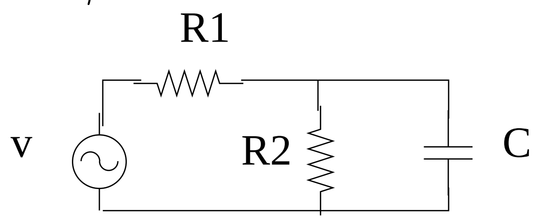
2. (a.a. 2002-2003 e 2003-2004)

   Il vetro della maschera di un palombaro (di spessore idealmente nullo) ha forma di calotta sferica convessa con raggio di curvatura R = 15 cm. Il palombaro guarda nell' acqua (n = 1.33) al di la' del vetro, dove si trova, ad una distanza di 20 cm dal vetro stesso, un corallo di altezza reale y = 12 cm.

   Dove si forma l' immagine del corallo, di che tipo e' (reale o virtuale) e quanto alta appare al palombaro?

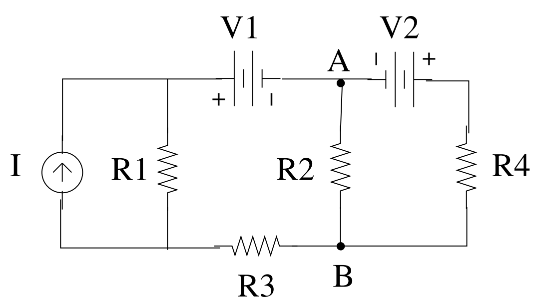
3. (a.a. 2001-2002, 2002-2003 e 2003-2004)

   Calcolare modulo e fase rispetto a v della corrente che fluisce nel resistore R_1, sapendo che la pulsazione del generatore di funzioni vale $\omega = 10^4$ rad/s, la tensione erogata ha ampiezza V = 10 V, $R_1 = 500\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $C = 3\mu F$.



4. (a.a. 2001-2002, 2002-2003 e 2003-2004)

   Trovare la corrente che fluisce in R_2, da A verso B, usando l' analisi di maglia o il teorema di Thevenin. Si tenga conto che $V_1 = 5V$, $V_2 = 2V$, I = 1 A, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 15\Omega$, $R_4 = 50\Omega$.



SOLUZIONI

1. Ciascuno dei sei punteggi che possono essere presentati dal primo dado può essere associato a ciascuno dei sei punteggi del secondo: 36 punteggi diversi possono essere presentati dai due dadi. Di questi 36 punteggi, tutti equiprobabili se i dadi sono buoni, la somma 9 può essere ottenuta in 4 casi: (3,6), (4,5), (5,4), (6,3). Quindi la probabilità che si presenti la somma 9 in un lancio dei due dadi è pari a $p = 4/36 = 1/9$ e perciò $q = 32/36 = 8/9$.

   (a) $P_B(x = 2, n = 6, p = 1/9) = \frac{6!}{2!4!} \frac{1}{9}^2 \frac{8}{9}^4 \ = \ 0.114$

   (b) la probabilità di avere almeno 2 successi può essere calcolata come:

   $P_B(x \geq 2, n = 6, p = 1/9) = 1 - P_B(x = 0, n = 6, p = 1/9) - P_B(x = 1, n = 6, p = 1/9) = 1 - 0.493 - 0.369 = \ 0.138$

2. Il vetro della maschera costituisce un diottro sferico (il diottro non e' ideale: la parete della maschera, essendo di vetro, che possiede un indice di rifrazione differente, agisce a sua volta sulla formazione dell' immagine; tale azione viene annullata dal fatto di considerare nullo lo spessore della parete stessa) che separa due mezzi: l' acqua in cui si trova l' oggetto luminoso (cioe' il corallo che e' luminoso in quanto riflette raggi luminosi provenienti da altre sorgenti) ad una distanza dal diottro s = 20 cm, e l' aria in cui si trova l' osservatore; avremo cosi' $n_1 = 1.33$ e $n_2 = 1$. Il raggio di curvatura del diottro, in base alla convenzione per i segni del diottro, risulta essere positivo: R = + 15 cm (perchè il centro di curvatura si trova dall' altra parte del diottro rispetto all' oggetto) per cui dalla equazione del diottro:

   $$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \tag{1}$$

   si puo' ricavare s', che risulta essere s' =-11.3 cm: cio' vuol dire che l' immagine si forma nello spazio degli oggetti (il segno di s' e' negativo), ed infatti il palombaro vede il corallo in acqua, ma ad una distanza dal diottro, s', inferiore a quella a cui realmente esso si trova, s.

   L' altezza dell' immagine e' fornita dalla formula dell' ingrandimento lineare trasverso per il diottro:

   $$G = \frac{y'}{y} = \frac{-s'n_1}{sn_2} \tag{2}$$

   Si ottiene cosi': $y' = \frac{-n_1 s'}{n_2 s} y = 9.02\ cm$. Il fatto che y' sia positivo indica che l' immagine viene vista diritta, ma poichè $y' < y$, essa sarà rimpicciolita.

3. L' impedenza equivalente del circuito vale:

$$
\begin{aligned}
z_{eq} &= R_1 + \frac{R_2(-\frac{j}{\omega C})}{R_2 - \frac{j}{\omega C}} = R_1 + \frac{R_2 - jR_2^2\omega C}{R_2^2\omega^2 C^2 + 1} = \\
&= \left(500 + \frac{200 - j1200}{37}\right)\Omega = (505.41 - j32.43)\Omega \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Allora il modulo di tale impedenza vale: $Z_{eq} = 506.444\Omega$ e $tg\phi_{eq} = \frac{-32.43}{505.41}$ da cui $\phi_{eq} = -0.064$ rad = -3.67°.

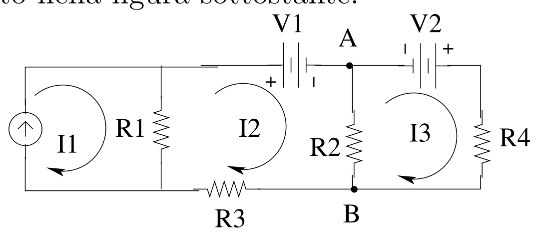
Per la legge di Ohm generalizzata, la corrente sarà data da:

$$
i = \frac{v}{z_{eq}} = \frac{V}{Z_{eq}e^{j\phi_{eq}}} = \frac{V}{Z_{eq}}e^{-j\phi_{eq}} = (0.0198e^{j0.064})A \qquad (4)
$$

4. Il circuito proposto può essere risolto con diversi metodi; ne vengono qui proposti tre.

METODO 1

Siccome la corrente I fornita dal generatore di corrente circola in una sola delle maglie, si può applicare direttamente l' analisi di maglia tenendo presente che la corrente della prima maglia è già nota, $I_1 = I$, come indicato nella figura sottostante:



Si ottengono le seguenti equazioni di maglia:

$$
I_1 = 1A \qquad (5)
$$

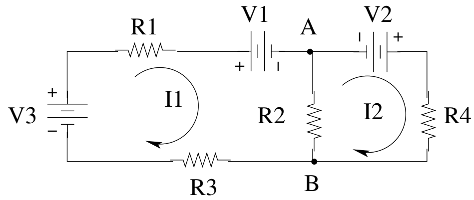
$$
-I_1R_1 + I_2(R_1 + R_2 + R_3) - I_3R_2 = -V_1 \qquad (6)
$$

$$
0 - I_2R_2 + I_3(R_2 + R_4) = V_2 \qquad (7)
$$

che risolte forniscono: $I_1 = 1A$, $I_2 = 0.142A$, $I_3 = 0.069A$. Allora, attraverso R_2 fluisce I_2 da A verso B e I_3 da B verso A, per cui, in totale, si avrà $I(R_2) = I_2 - I_3 = 0.073\ A$ da A verso B.

METODO 2

Convertendo il generatore di corrente con la resistenza R_1 in parallelo in un generatore di tensione con una resistenza in serie, si ottiene il seguente circuito:



V3 = R1 * I = 10 V

che e' formato da due maglie, per le quali le LTK forniscono:

$$I_1(10 + 20 + 15)\Omega - I_2 20\Omega = 5V \tag{8}$$

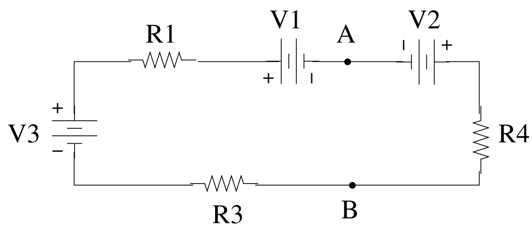
$$-I_1 20\Omega + I_2(20 + 50)\Omega = 2V \tag{9}$$

che, risolte, forniscono $I_1 = 0.142\ A$ e $I_2 = 0.069\ A$.

Allora, attraverso R_2 fluisce I_1 da A verso B e I_2 da B verso A, per cui, in totale, si avrà $I = I_1 - I_2 = 0.073\ A$ da A verso B.

METODO 3

Dopo aver convertito il generatore di corrente con la resistenza R_1 in parallelo in un generatore di tensione con una resistenza in serie, si può applicare il teorema di Thevenin, considerando come circuito esterno la sola resistenza R_2; "tagliando" il circuito ai capi di R_2 si ottiene il seguente circuito:

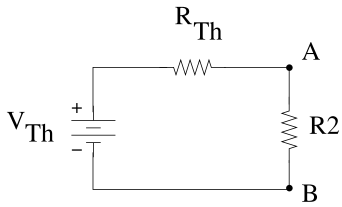


del quale occorre trovare l' equivalente di Thevenin rispetto ai punti A e B. Nell' unica maglia rimasta circola una corrente: $I = (V_1 + V_2 + V_3)/(R_1 + R_3 + R_4) = 7V/75\Omega = 0.093A$.

La tensione equivalente di Thevenin tra i punti A e B sarà data, allora, muovendosi, per esempio, da A verso B lungo il ramo di destra, da: $V_{Th} = V_A - V_B = -V_2 + R_4 \cdot I = -2V + 50 \cdot 0.093V = 2.67V$.

La resistenza equivalente di Thevenin, tra i punti A e B, è data dal parallelo tra R_4 e la serie di R_1 ed R_3: $R_{Th} = \frac{(R_1+R_3)\cdot R_4}{(R_1+R_3)+R_4} = 16.7\Omega$.

Si arriva cosi' al semplice circuito:



dal quale e' immediato ricavare che la corrente che fluisce attraverso R_2 da A verso B è: $I_{AB} = \frac{V_{Th}}{R_{Th}+R_2} = 0.073A$.