

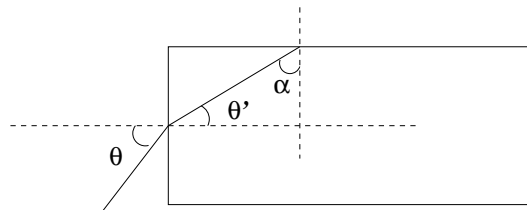
Corso di Laurea in Scienza dei Materiali
Laboratorio di Fisica III
Prova scritta del 24/02/2004

- (3 punti) (4 punti per a.a 2001-2002)

Un dado viene lanciato in aria 600 volte. Trovare la probabilità che il numero di volte in cui esso cade con la faccia 1 verso l'alto non differisca da 100 per più di 12.

- (3 punti)

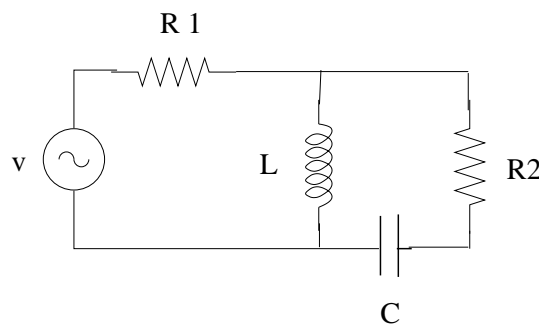
Un sottile fascio di luce incide come indicato in figura su una faccia di una lastra di plexiglas ($n = 1.357$). Si vuole che la luce arrivi all'altro estremo della lastra dopo essersi riflessa totalmente più volte sulle pareti della stessa. Calcolare per quali angoli di incidenza θ ciò avviene.



- (4 punti) (6 punti per a.a 2001-2002)

Nel circuito riportato un figura $L = 1$ mH, $R_1 = R_2 = 10 \Omega$, $C = 1 \mu$ F; il generatore di tensione alternata fornisce una ampiezza di 100 V ed opera con una frequenza $\nu = 1$ kHz. Trovare in modulo e fase la corrente che percorre la resistenza R_1 .

Facoltativo: Trovare in modulo e fase la tensione ai capi del condensatore.



SOLUZIONI

- Il valor medio di successi (faccia 1 verso l'alto) nelle 600 prove è: $\mu = np = 100$; la deviazione standard della distribuzione del numero di successi in ogni prova è: $\sigma = \sqrt{npq} = 9.13$. Siccome il numero di prove effettuate è molto elevato si può approssimare la distribuzione binomiale, che descrive correttamente la distribuzione del numero di successi, con una distribuzione gaussiana con lo stesso valor medio e la stessa deviazione standard.

Si richiede allora di valutare quale sia la probabilità che il numero di successi sia compreso tra 88 e 112, ovvero tra 87.5 e 112.5, dato che si considerano dati discreti come continui.

$$87.5 = \mu + t_1 \sigma \quad \rightarrow t_1 = (87.5 - \mu)/\sigma = -1.37$$

$$112.5 = \mu + t_2 \sigma \quad \rightarrow t_2 = (112.5 - \mu)/\sigma = 1.37$$

$$\begin{aligned} P(87.5 \leq x \leq 112.5) &= \int_{\mu+t_1\sigma}^{\mu+t_2\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) dx = \\ &= \int_{\mu}^{\mu+t_2\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) dx + \int_{\mu}^{\mu+t_1\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) dx = \\ &= 2 \int_{\mu}^{\mu+t_1\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) dx = 0.8294 \end{aligned}$$

- Il raggio luminoso proviene dall'aria ($n_1=1$) ed incide sulla prima faccia della lastra di plexiglas. L'angolo di incidenza ϑ e quello di rifrazione ϑ' sono legati dalla legge di Snell:

$$n_1 \sin\vartheta = n \sin\vartheta' \quad (1)$$

L'angolo di incidenza del raggio rifratto sulla superficie laterale della lastra di plexiglas è $\alpha = 90^\circ - \vartheta'$. Per avere riflessione totale di tale raggio occorre che sia:

$$\sin\alpha > \frac{1}{n} \quad (2)$$

Ma

$$\sin\alpha = \cos\vartheta' = \sqrt{1 - \sin^2\vartheta'} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\vartheta}{n^2}} > \frac{1}{n} \quad (3)$$

ovvero:

$$1 - \frac{\sin^2 \vartheta}{n^2} > \frac{1}{n^2} \quad (4)$$

$$\frac{\sin^2 \vartheta}{n^2} < 1 - \frac{1}{n^2} \quad (5)$$

$$\sin \vartheta < \sqrt{n^2 - 1} = 0.9173 \quad (6)$$

condizione che è verificata per $\vartheta < 1.16 \text{ rad} = 66.53^\circ$.

- Occorre calcolare l'impedenza equivalente del circuito, tenendo presente che la resistenza R_1 è posta in serie alla combinazione in parallelo tra L e la serie di R_2 e C :

$$\begin{aligned} z_{tot} &= R_1 + \frac{j\omega L(R_2 - j/\omega C)}{R_2 + j(\omega L - 1/\omega C)} \\ &= R_1 + \frac{\omega L + jR_2\omega^2 LC}{R_2\omega C + j(\omega^2 LC - 1)} \\ &= 10 \Omega + \frac{(6.28 + j0.395)}{(0.0628 - j0.961)} \Omega = (10.0162 + j6.537) \Omega \end{aligned}$$

$$i = \frac{v}{z_{tot}} = (7.0 - j4.57) A$$

$$I = 8.36 A$$

$$\text{tg}(\phi_I) = \frac{-4.57}{7.0} \rightarrow \phi_I = -0.578 \text{ rad} = -33.14^\circ$$

Facoltativo

Siccome L è in parallelo alla serie di R_2 e C , si avrà: $v_L = v_{R_2} + v_C$, ma anche $v_L = v \cdot \frac{z_{(R_2+C)||L}}{z_{tot}}$, dove $z_{(R_2+C)} = z_{tot} - R_1 = (0.0162 + j6.537) \Omega$. Allora:

$$v_L = v \cdot \frac{z_{(R_2+C)||L}}{z_{tot}} = v \cdot \frac{(0.0162 + j6.537)}{(10.0162 + j6.537)} = (-29.76 + j45.83) V$$

Ora $v_L = v_{R2+C} = v_{R2} + v_C$, per cui, per la regola della partizione di tensione:

$$\begin{aligned} v_C &= v_L \cdot \frac{z_C}{(z_R + z_C)} = \frac{-j/\omega C}{R_2 - j/\omega C} = v_L \cdot \frac{-j}{R_2\omega C - j} = v_L \cdot \frac{1 - jR_2\omega C}{1 + (R_2\omega C)^2} \\ &= (-29.76 + j45.83)(0.996 - j0.0625) \text{ V} = (-26.78 + j47.51) \text{ V} \end{aligned}$$

$$V_C = 54.45 \text{ V}$$

$$\text{tg}(\phi_C) = \frac{-47.51}{26.78} \rightarrow \phi_C = -1.058 \text{ rad} = -60.6^\circ$$