Corso di Laurea in Scienza dei Materiali
Laboratorio di Fisica III

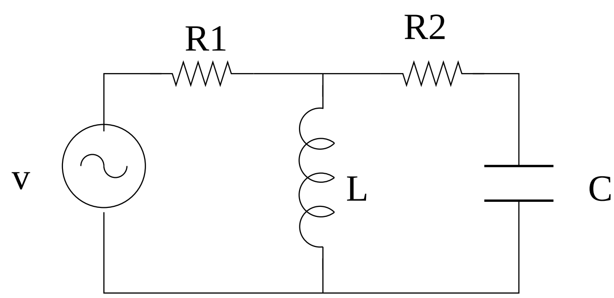
Prova scritta del 26/11/2001

- Il conteggio medio atteso in un certo esperimento é $\mu = 16$. Assumendo che i risultati dell'esperimento siano descritti da una distribuzione di probabilitá poissoniana:

    1. valutare la probabilitá di ottenere 10 conteggi in una prova;
    2. utilizzare la approssimazione gaussiana per stimare la probabilitá di ottenere 10 conteggi e valutare lo scarto percentuale (o errore percentuale) rispetto al valore corretto;
    3. valutare poi, sia utilizzando la distribuzione di probabilitá poissoniana che quella gaussiana, la probabilitá di ottenere 10 conteggi o meno in una prova.
    4. dal confronto tra i valori ottenuti con le due distribuzioni nei punti 2 e 3 commentare la bontá della approssimazione gaussiana.

- Trovare la corrente erogata dal generatore nel circuito riportato in figura, sapendo che:

    - $R_1 = 10\ \Omega \quad R_2 = 15\ \Omega$
    - $L = 10\ nH \quad C = 100\ pF$
    - $v = (10\ sin\ \omega t)V \quad \nu = 500 MHz$



Indicare modulo e sfasamento rispetto alla tensione del generatore.

SOLUZIONI

- 1. La distribuzione di probabilità da utilizzare e' la distribuzione poissoniana:

$$P(x, \mu = 16) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} = \frac{16^x \cdot e^{-16}}{x!} \tag{1}$$

che, per $x = 10$ fornisce: $P(10, 16) = 0.034$

2. dato che la deviazione standard della distribuzione poissoniana suindicata vale $\sigma = 4$, la distribuzione gaussiana che la approssima sarà:

$$P(x, \mu = 16, \sigma = 4) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} = 0.1 \cdot e^{-(x-16)^2/32} \tag{2}$$

essendo la Gaussiana una distribuzione continua, la probabilità di ottenere 10 conteggi dovrà essere calcolata come la probabilità gaussiana cumulativa di ottenere un numero di conteggi compreso tra 9.5 e 10.5; per utilizzare i valori tabulati dell'integrale normale degli errori

$$P(t) = \int_{\mu}^{\mu+t\sigma} f_{\mu,\sigma}(x)dx \tag{3}$$

occorre determinare il valore degli estremi dell'intervallo di integrazione:

$9.5 = \mu + t_1\ \sigma \quad \rightarrow t_1 = (9.5 - \mu)/\sigma = -1.625$

$10.5 = \mu + t_2\ \sigma \quad \rightarrow t_2 = (10.5 - \mu)/\sigma = -1.375$

Allora:

$$\begin{aligned} P(9.5 \leq x \leq 10.5) &= \int_{\mu+t_1\sigma}^{\mu+t_2\sigma} f_{\mu,\sigma}(x)dx = \\ &= \int_{\mu}^{\mu+t_2\sigma} f_{\mu,\sigma}(x)dx - \int_{\mu}^{\mu+t_1\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) = \\ &= 0.4479\% - 0.4155\% = 0.0325 \end{aligned} \tag{4}$$

che corrisponde ad uno scarto del 4.56 % in eccesso rispetto al valore corretto, calcolato prima.

3. Per la distribuzione poissoniana si tratta di calcolare la seguente somma: $\sum_{x=0}^{x=10} P(x, \mu = 16) = \sum_{x=0}^{x=10} \frac{16^x e^{-16}}{x!} = 0.0769$

   Per la distribuzione gaussiana occorrera', in analogia a quanto fatto prima, valutare la probabilita' cumulativa di ottenere tra -0.5 conteggi e 10.5 conteggi, per cui: $t_1 = -4.0$, $t_2 = -1.375$:

$$\begin{aligned} P(-0.5 \leq x \leq 10.5) &= \int_{\mu}^{\mu+t_2\sigma} f_{\mu,\sigma}(x)dx + \int_{\mu}^{\mu+t_1\sigma} f_{\mu,\sigma}(x) = \\ &= 0.49997 - 0.41545 = 0.08452 \end{aligned} \qquad (5)$$

   che corrisponde ad uno scarto del 9.9 % in eccesso rispetto al valore corretto, calcolato prima

- Impedenza del ramo contenente R_2 e C:

  $z_{RC} = R_2 - \frac{j}{\omega C} = (15 - j\ 3.18)\ \Omega$

  Impedenza del ramo con l'induttanza:

  $z_L = j\omega L = j31.42\ \Omega$

  Impedenza del parallelo dei due rami:

  $z_{||} = \frac{z_L \cdot z_{RC}}{z_L + z_{RC}} = (14.48 + j4.15)\ \Omega$

  Impedenza totale: $z_{tot} = R_1 + z_{||} = (24.48 + j4.15)\ \Omega$

  $Z_{tot} = 24.83\ \Omega, \quad \phi_{tot} = atg\frac{4.15}{24.48} = 9.6°$

  La corrente cercata sarà:

  $i = \frac{v}{z_{tot}} = (0.397 - j0.067)\ A$

  $I = 0.41\ A, \quad \phi_I = -\phi_{tot} = -9.6°$