Corso di Laurea in Scienza dei Materiali
Laboratorio di Fisica III

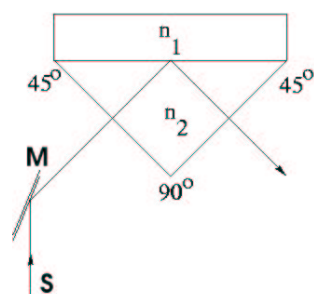
Prova scritta del 28/07/2003

- (3 punti)

  Un certo tipo di macchinetta mangiasoldi ha tre finestre, in ciascuna delle quali compare un simbolo su dieci ugualmente probabili, tra i quali anche il simbolo dell'euro. La macchinetta funziona in modo da fornire una vincita solo se esce il simbolo dell'euro e l'entitá della vincita é diversa a seconda che escano 1, 2 o 3 di tali simboli. Calcolare la probabilitá che, ad ogni giocata, escano 1, 2, 3 simboli dell'euro.

- (3 punti)

  Nel sistema ottico mostrato in figura il fascio emesso dalla sorgente S e riflesso dallo specchio piano M incide ortogonalmente sulla faccia del prisma; si vuole che la riflessione sulla base del prisma sia totale, sapendo che $n_1 = 1.33$. Calcolare il valore minimo che deve avere l'indice di rifrazione n_2 del prisma.

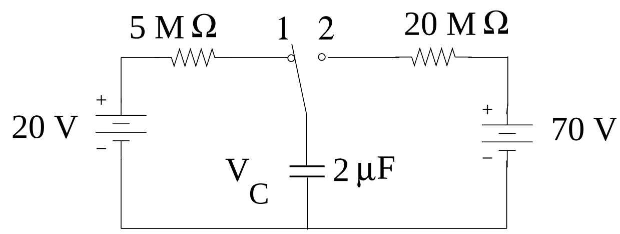
  

  Facoltativo: calcolare il valore dell'angolo α di inclinazione dello specchio.

- (4 punti)

  Dopo averlo tenuto molto tempo nella posizione 1, il commutatore del circuito riportato in figura viene fatto scattare nella posizione 2 al tempo t=0, tenuto così per 30 s e quindi riportato alla posizione iniziale.

  1. Quanto vale la tensione ai capi del condensatore all'istante t=0?
  2. Quanto varrebbe la tensione ai capi del condensatore ad un tempo infinito, se il commutatore non venisse riportato nella posizione 1 dopo 30 s?



3. Trovare l'equazione di $V_C(t)$ per $0 < t < 30$ s.
4. Trovare l'equazione di $V_C(t)$ per $t > 30$ s.
5. Riportare in un grafico l'andamento di $V_C(t)$.

SOLUZIONI

- La distribuzione di probabilità da utilizzare e' la distribuzione binomiale:

$$P(x, n, p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \tag{1}$$

dove:

n è il numero di prove, nel presente caso $n = 3$ (tre finestre = 3 prove);

x è il numero di successi in n prove;

p è la probabilità di successo nella singola prova, nel presente caso $p = 0.1$.

Perciò:

$$P(1, 3, 0.1) = \frac{3}{1!2!} 0.1^1 0.9^2 = 0.243 \tag{2}$$

$$P(2, 3, 0.1) = \frac{3}{2!1!} 0.1^2 0.9^1 = 0.027 \tag{3}$$

$$P(3, 3, 0.1) = \frac{3}{3!0!} 0.1^3 0.9^0 = 0.001 \tag{4}$$

- Il raggio luminoso che incide ortogonalmente sulla faccia del prisma prosegue non deviato, perciò esso arriva ad incidere sulla base del prisma, che forma un angolo di 45° con la faccia del prisma, con un angolo di 45° e perciò forma un uguale angolo con la direzione normale alla base nel punto di incidenza. Si vuole che quest'ultimo angolo di 45° sia maggiore nell'angolo limite, in modo da avere riflessione totale, cioè si vuole che:

$$sin(45°) \geq \frac{n_1}{n_2} \tag{5}$$

per cui, in soglia:

$$sin(45°) = \frac{n_1}{n_2} \quad \rightarrow \quad n_2 = \frac{n_1}{sin(45°)} = 1.88 \tag{6}$$

  – Facoltativo: il fascio è deviato di $2\alpha = 45°$, perciò $\alpha = 22.5°$.

- 1. $V_C(t = 0) = 20\ V$;

2. $V_C(t \to \infty) = 70\ V$;

3. per $t > 0$:
$V_C(t) = 20\ V + (70 - 20)\ V(1 - e^{-t/\tau_2}) = 70\ V - 50\ V\ e^{-t/\tau_2}$
siccome $\tau_2 = R_2 \cdot C = 20M\Omega\ 2\mu F = 40\ s$,
$V_C(t) = 70\ V - 50\ V\ e^{-t \cdot 0.025}$

4. per $t = 30\ s$:
$V_C(30) = 70\ V - 50\ V\ e^{-30 \cdot 0.025} = 46.4\ V$
per $t > 30\ s$:
$\tau_1 = R_1 \cdot C = 5M\Omega\ 2\mu F = 10\ s$ e
$V_C(t) = 20\ V - (20 - 46.4)\ Ve^{-(t-30) \cdot 0.1}$