MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

Esercizi, set # 2 - 23 ottobre 2008 - consegna e correzione 29 ottobre

1. Dimostrare che $\mathrm{tr}\,\gamma^0 = 0$.

2. Mostrare che dalla definizione di γ^5 segue $\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$.

3. Trovare γ^5 in rappresentazione di Dirac.

4. Trovare la matrice unitaria che connette la rappresentazione di Dirac e la rappresentazione chirale delle γ^μ.

5. Calcolare $\mathrm{tr}\gamma_\mu\gamma^\mu$, $\mathrm{tr}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_5$, $\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_\mu$, $\not{p}\not{p}$.

6. Verificare, usando trasformazioni di Lorentz infinitesime, che le matrici γ^μ si trasformano come quadrivettori per TL, cioè che
$$S(\Lambda)^{-1}\gamma^\mu S(\Lambda) = \Lambda^\mu_\nu \gamma^\nu.$$

7. Ridurre il prodotto $\gamma^0\gamma^5\gamma^1\gamma^5$ a una delle $\Gamma^a = \{1, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu\gamma^5, \gamma^5\}$.

8. Data una rappresentazione γ^μ delle matrici di Dirac, mostrare che γ'^μ tale che $\gamma'^0 = -\gamma^0$, $\gamma'^1 = \gamma^1$, $\gamma'^2 = -\gamma^2$, $\gamma'^3 = \gamma^3$, è ancora una rappresentazione delle matrici di Dirac.

9. Operare un boost sullo spinore libero di Dirac $\psi(x) = \begin{pmatrix} \phi_L(x) \\ \phi_R(x) \end{pmatrix}$ che lo porti dal sistema di riferimento di riposo a quello di momento $p^\mu = (E, \vec{p})$ (si usino $\cosh\frac{\eta}{2} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}}$ e $\sinh\frac{\eta}{2} = \sqrt{\frac{\gamma-1}{2}}$, con $\gamma = E/m$). Posto $\phi_L = \phi_R$ nel sistema di riposo dove $\vec{p} = 0$, si trovino quindi la relazione tra $\phi_L(\vec{p})$ e $\phi_R(\vec{p})$ e la sua inversa nel sistema boostato. Verificare che in rappresentazione chirale l'equazione di Dirac per autostati del quadrimpulso $\psi(x) = e^{-ip\cdot x}\psi(\vec{p})$ fornisce esattamente le stesse relazioni tra $\phi_L(\vec{p})$ e $\phi_R(\vec{p})$.