MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

Esercizi, set # 2 - 20 ottobre 2009 - consegna e correzione 27 ottobre

1. Verificare che una rotazione di 2π attorno all'asse $\vec{n}$ corrisponde alla matrice $-\mathbb{1}$ nelle rappresentazioni $(\frac{1}{2}, 0)$ e $(0, \frac{1}{2})$ di $L_+^\uparrow$. E nella rappresentazione $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$?

2. Verificare che la trasformazione $A = e^{\pm\vec{\eta}\cdot\frac{\vec{\sigma}}{2}}$ corrisponde a un boost lungo l'asse $\vec{n} = \vec{\eta}/\eta$ usando $X = x^\mu\,\sigma_\mu$ e $X' = AXA^\dagger$. Cosa cambia col segno $\pm$?

3. Dimostrare che, se $\psi_{R,L}$ e $\xi_{R,L}$ sono spinori di Weyl destrorsi (sinistrorsi) e $\bar{\sigma}_\mu = (\mathbb{1}, -\vec{\sigma})$, $\xi_R^\dagger \bar{\sigma}^\mu \psi_R$ e $\xi_L^\dagger \sigma^\mu \psi_L$ sono quadrivettori controvarianti, a differenza di $\xi_R^\dagger \sigma^\mu \psi_R$ e $\xi_L^\dagger \bar{\sigma}^\mu \psi_L$. (Considerare boost infinitesimi lungo x e spiegare perchè le rotazioni seguono dall'es. 6 del set 1).

4. Dimostrare che $\mathrm{tr}\,\gamma^0 = 0$.

5. Mostrare che dalla definizione di γ^5 segue $\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$.

6. Trovare γ^5 in rappresentazione di Dirac.

7. Usando il risultato del punto precedente, cercare la matrice unitaria che connette la rappresentazione di Dirac e la rappresentazione chirale delle γ^μ (usare la fantasia).

8. Calcolare $\mathrm{tr}\gamma_\mu\gamma^\mu$, $\mathrm{tr}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_5$, $\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_\mu$, $\not{p}\not{p}$.

9. Ridurre il prodotto $\gamma^0\gamma^5\gamma^1\gamma^5$ a una delle $\Gamma^a = \{1, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu\gamma^5, \gamma^5\}$.

10. Data una rappresentazione γ^μ delle matrici di Dirac, mostrare che γ'^μ tale che $\gamma'^0 = -\gamma^0$, $\gamma'^1 = \gamma^1$, $\gamma'^2 = -\gamma^2$, $\gamma'^3 = \gamma^3$, è ancora una rappresentazione delle matrici di Dirac.