

# MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

*Esercizi, set # 5 - 19 novembre 2009 - consegna e correzione 27 novembre*

1. Trovare le equazioni del moto per il campo reale  $\varphi$  con  $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 + \lambda\varphi^3$ .  
Che dimensione ha  $\lambda$ ?
2. Trovare le equazioni del moto per il campo  $\phi$  complesso con  $\mathcal{L} = D_\mu\phi(D^\mu\phi)^* - m^2|\phi|^2$   
dove  $D_\mu$  è la derivata covariante.
3. Mostrare che una trasformazione di gauge globale lascia la Lagrangiana di Dirac  $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - m)\psi$  invariata e calcolare la corrente di Noether associata a questa simmetria.  
Che interpretazione fisica ha?
4. Si consideri un tripletto di campi scalari reali  $\phi_i$  con  $i = 1, 2, 3$  con Lagrangiana  $\mathcal{L} = \sum_i \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_i)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi_i^2$ . Rispetto a quali trasformazioni continue dei campi (*interne*) è invariante  $\mathcal{L}$ ? Calcolare la o le relative correnti di Noether.
5. Abbiamo già calcolato la quadridivergenza di  $j_5^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$  per spinori  $\psi$  che soddisfano l'equazione libera di Dirac. Quando è conservata? A che simmetria della Lagrangiana di Dirac corrisponde la corrente conservata  $j_5^\mu$ ? (ispirarsi al caso delle trasformazioni globali di gauge).
6. verificare che la carica conservata legata a trasformazioni di gauge di un campo di Klein-Gordon complesso è

$$Q = \int d^3p (|b(\vec{p})|^2 - |a(\vec{p})|^2)$$

dove  $a(\vec{p})$  e  $b(\vec{p})$  sono i modi in cui si può decomporre una soluzione arbitraria del campo.