

Test Sperimentali del Modello Standard

3. Test della teoria elettrodebole nel MS a LEP

Dopo la scoperta dei bosoni W e Z e la misura della loro massa a qualche percento agli esperimenti UA1 e UA2, l'idea di misurare con precisione le caratteristiche dei due bosoni come test stringente del Modello Standard divenne quasi una "necessita".

Nel MS le costanti fondamentali sono: e , g , g' , $\sin^2\theta_W$ oppure α_{em} , $\sin^2\theta_W$, M_Z , G_F relate tra loro per cui effettivamente solo 3 sono indipendenti. Tutte le osservabili e le quantita' interessanti da misurare nel MS si possono esprimere in funzione di queste 4 variabili.

Si volevano misurare le seguenti quantita'

- la massa del bosone Z e del bosone W al 0.001–0.01% (rispettivamente)
- $\sin^2\theta_W$ a 5×10^{-4} e verificarne l'"universalita'"
- gli accoppiamenti dei fermioni alla Z (leptoni e quark (b,c)) $\Rightarrow c_V^f, c_A^f$
- il numero di famiglie di leptoni e quark
- cercare il quark top e il bosone di Higgs
- osservare e misurare gli accoppiamenti non abeliani (Triple Gauge Coupling: $WWZ/\gamma, ZZ\gamma$)

Ricordiamo che nel 1989 la situazione per quel che riguarda le particelle fondamentali era la seguente:

$$\begin{pmatrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e & \mu & \tau \\ u & c & t \\ d & s & b \end{pmatrix}$$

dove il ν_τ e il quark top non erano ancora stati osservati.

Il ν_τ fu osservato per la prima volta dall'esperimento DONUT nel 2000, e l'evidenza del quark top si ebbe per la prima volta in modo *indiretto* a LEP nel 1993 e successivamente il quark fu rivelato da CDF (al Tevatron) nel 94 (a 3 sigma) e confermato nel 95 da CDF e D0.

Il modo migliore per studiare con precisione le caratteristiche dei due bosoni di gauge e' di produrli ad un collider elettroni / positroni.

Perche' e^+e^- ?

$$e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow X \quad J^{PC}(\gamma)=1^{--}$$

perfetto per studiare risonanze con i numeri quantici del fotone ($J^{PC}=1^{--}$), conoscendo a priori la loro massa!

$$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f} \quad J(Z)=1, \text{ (PC non definiti)}.$$

La Z viene prodotta in risonanza (secondo una Breit e Wigner) nell'urto elettrone/positrone e non e' accompagnata da altre particelle. Per cui nello stato finale ci saranno solo i prodotti di decadimento della Z.

Al contrario in urti protone/anti-protone

$$p\bar{p} \rightarrow Z + X$$

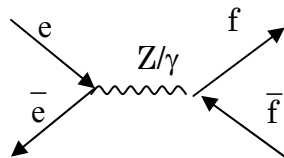
solo due dei quark producono la Z mentre gli altri quark e gluoni interagiscono e producono particelle nello stato finale. La Z e' creata assieme ad altre particelle. In tal caso solo gli stati finali in cui la Z decade leptonicamente sono studiabili con facilità, in quanto si riesce a distinguere il segnale dal fondo. Gli stati finali in cui la Z decade adronicamente sono indistinguibili dal fondo adronico non risonante.

Inoltre in un urto elettrone/positrone l'energia dello stato iniziale $\sqrt{s(e^+e^-)}$ e' nota con precisione (a LEP $\delta(\sqrt{s}) \sim 2MeV$ per $\sqrt{s} = 90GeV$) mentre l'energia dell'urto tra due quark dei protoni $\sqrt{s(q\bar{q})}$ non e' misurabile, ma si conosce solo in media e tramite le funzioni di struttura.

Quindi studiando la produzione di Z in urti elettrone/positrone e variando l'energia nel centro di massa attorno al valore centrale della risonanza: $\sqrt{s} = m_Z \pm 1 \cdot \Gamma_Z \pm 2 \cdot \Gamma_Z$, si riesce a ricostruire con precisione la cosiddetta "line-shape" della risonanza ossia misurare con precisione massa, larghezza totale, larghezze parziali e le altre quantita' menzionate in precedenza.

Riassumendo in un collider elettrone/positrone:

la semplicita' dello stato iniziale si trasmette allo stato finale:



Nel settembre del 1978 ci fu il primo Working Group a Les Houches sul **LEP**: ovvero sul

Large Electron Positron collider.

La proposta seguiva i risultati di Gargamelle e di altri esperimenti con neutrini che misuravano l'angolo di Weinberg ($\sin^2\theta_w=0.23$) da cui si potevano predire i valori delle masse dei bosoni W e Z all'interno del MS. La proposta precedeva pero' gli esperimenti UA1 e UA2, che scoprirono le due particelle nel 1983.

Per studiare la Z, l'energia nel centro di massa necessaria e' ~ 100 GeV, ovvero ogni fascio deve avere ~ 50 GeV. Per studiare le proprieta' del bosone W sono necessari ~ 200 GeV (ovvero ~ 100 GeV per fascio) in quanto in collisioni elettroni/positroni si possono produrre solo coppie di W (vedi piu' avanti).

Il Workshop era dedicato a Bruno Touchek (Roma) ideatore dei primi collider e^+e^- (costrui' ADA a Frascati).

Si studiarono le problematiche legate alla macchina, i canali di fisica possibili e le precisioni raggiungibili sulle caratteristiche della Z e delle coppie di W.

Fu coniato il motto "LEP's do it!".

LEP: abbiamo visto perche' Electron – Positron, ma

perche' Large?

Perche' gli elettroni e i positroni irradiano energia se curvati un un campo magnetico (radiazione di sincrotrone):

La potenza persa per radiazione di sincrotrone e': $\langle W \rangle = \frac{4\pi}{3} \frac{r_e}{(mc^2)^3} \frac{c}{\pi} \frac{E^4}{\rho^2}$ ovvero va come

l'energia della particella accelerata alla 4 potenza e come l'inverso del raggio della macchina al quadrato.

Dopo 1 giro la potenza persa e': $W = \langle W \rangle \cdot \frac{2\pi\rho}{c} = 0.0885 \frac{E^4}{\rho} \text{ GeV m}$

Dunque a LEP-100 GeV $\rightarrow W \sim 30 \text{ MeV}$
a LEP-200 GeV $\rightarrow W \sim 2.3 \text{ GeV}$

La potenza viene persa tramite emissione di fotoni, i quali vengono emessi in avanti con una distribuzione del tipo $\theta \sim \frac{1}{\gamma}$ (dove γ e' il fattore di Lorentz del fotone).

Riassumendo:

1978: LEP proposto come anello di 30 Km ed $E_{\text{max}} = 2 \times 130 \text{ GeV}$

1983: LEP approvato (a seguito della scoperta del W e della Z) ma come anello di 26.67 Km a causa della situazione geologica locale intorno a Ginevra

1983-1989: LEP viene costruito (scavi + macchina + rivelatori) e fu all'epoca il piu' grande lavoro di ingegneria civile europeo.

1989: LEP inizia la presa dati. Il 14 luglio il primo fascio di elettroni fa un giro completo dell'acceleratore. In agosto avviene la prima interazione a 91 GeV di energia nel centro di massa. Dopo poche ore l'esperimento OPAL vede per primo la prima Z!

11 anni di costruzione

12 anni di presa dati

~350 x 4 articoli di fisica !

Contemporaneamente (o piu' precisamente con 2 anni di anticipo rispetto a LEP) in California a SLAC venne proposto e costruito un acceleratore lineare di elettroni e positroni: SLC (Stanford Linear Collider). Gli elettroni e i positroni venivano accelerati da un acceleratore lineare fino a $E_{\text{max}} \sim 50 \text{ GeV}$ e solo all'ultimo venivano curvati per collidere frontalmente (vedi figura 1). Attorno al punto di collisione fu costruito il rivelatore SLD (Stanford Linear Detector).

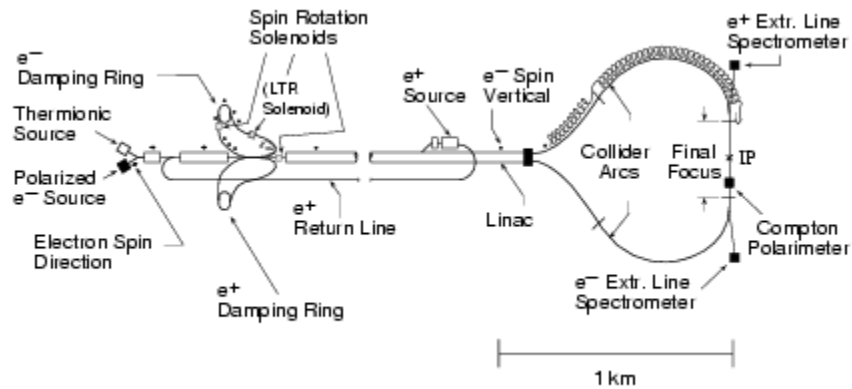


Fig.1

La differenza tra le due macchine acceleratrici (LEP e SLC) e' essenzialmente che a LEP i fasci non erano polarizzati, che si potevano raggiungere energie massime circa il doppio di SLC (ovvero ~200 GeV per studiare le proprieta' dei bosoni W) e che l'enfasi fu posta sulla luminosita', ovvero LEP si concentro' a produrre piu' statistica possibile. Al contrario a SLC la luminosita' fu sempre molto piu' bassa (SLD prese ~15 volte meno Z di uno degli esperimenti di LEP) ma i fasci di elettroni erano polarizzati. SLC raggiunse il 70% di polarizzazione degli elettroni negli ultimi 3 anni di presa dati. Come vedremo piu' avanti, avere i fasci polarizzati compensa ampiamente la mancanza di statistica in molte misure. Inoltre il "beam-spot" a SLC (ovvero la zona dove i fasci interagiscono) e' di 1-2 ordini di grandezza piu' piccola di quella di LEP. Mentre a SLC il beam-spot nel piano trasverso e' di $5 \times 5 \mu\text{m}$, a LEP e' di $150 \times 10 \mu\text{m}$. Anche questo fattore e' determinante per alcune misure, specialmente quelle che comportano la ricostruzione di vertici secondari (vedi piu' avanti) e permise a SLD di ottenere risultati di elevata precisione anche con poca statistica.

A LEP si avevano 4 rivelatori (ALEPH, DELPHI, L3 e OPAL) attorno ai 4 punti di interazione, come mostrato in figura 2.

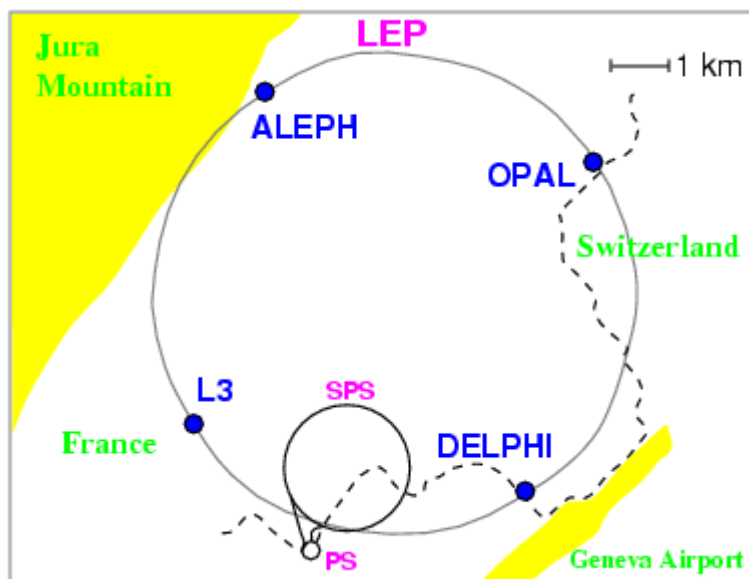
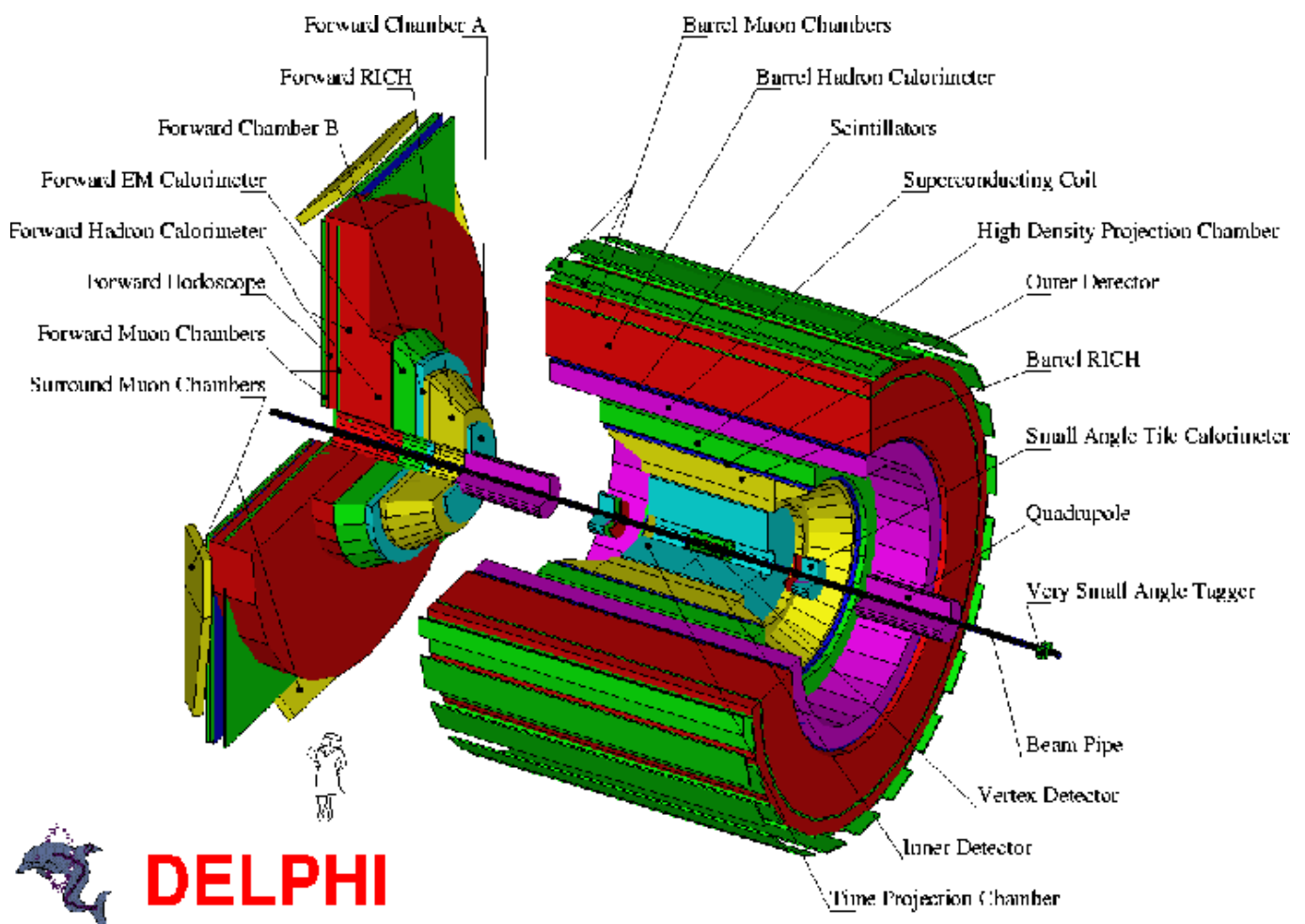


Fig.2

I 4 rivelatori a LEP e SLD furono costruiti tutti con gli stessi concetti di base:

- campo magnetico di 1–1.5 Tesla
- rivelatori al silicio per ricostruzione del vertice primario dell'interazione e per dei vertici secondari, ovvero per identificare i leptoni τ ed i quark b e c e misurarne la loro vita media
- tracciatore a gas per misura l'impulso delle particelle e identificarne alcune (p , π , k) con la misura di dE/dx
- RICH (rivelatore di luce Cherenkov) per identificare particelle (solo DELPHI)
- calorimetro elettro-magnetico (a cristalli L3 e OPAL, a gas ALEPH e DELPHI)
- calorimetro adronico (in genere tubi di Iarocci e ferro)
- camere a muoni (a gas): solo i muoni attraversano tutto il materiale/rivelatore al minimo (MIP).

Ad esempio nella figura qua sotto si mostra l'apparato sperimentale di DELPHI.



Formule principali per la fisica a LEP-100 e SLC.

I diagrammi di Feynman dominanti all'energia del centro di massa di $\sim m_Z$ in urti tra elettroni/positroni sono:



Fig.3

Inoltre per il caso particolare in cui i due fermioni nello stato finale sono un elettrone e un positrone si hanno in aggiunta i seguenti diagrammi:

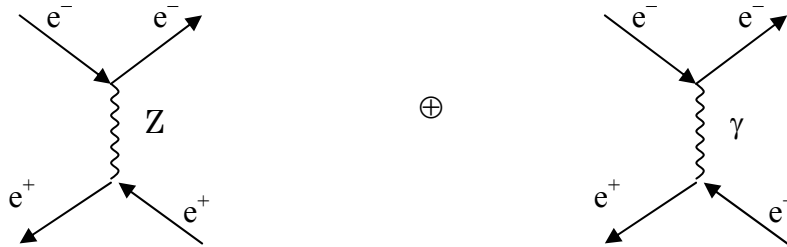


Fig.4

Questi ultimi diagrammi sono nel canale cosiddetto "t" (t-channel), mentre i primi due sono in "s-channel". Il processo corrispondente a questi due ultimi diagrammi è comunemente chiamato "scattering Bhabha".

Di seguito si calcoleranno le sezioni d'urto, la larghezza totale e quelle parziali e le asimmetrie per il processo $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$.



L'energia e l'impulso si conservano: $p_1 + p_2 = p_3 + p_4 = q$. Dove q è il quadrimpulso trasferito, ovvero del bosone Z .

L'elemento di matrice del processo ha la seguente espressione:

$$M_{if} = -g_Z^2 [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) v(p_3)] \times \left(\frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_Z^2}}{q^2 - M_Z^2} \right) \times [\bar{v}(p_2) \gamma_\nu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) u(p_1)]$$

Il secondo termine del propagatore da contributo nullo \rightarrow

$$\frac{q_\mu q_\nu}{M^2} \times [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) v(p_3)] = 0$$

Questo perché alle energie di LEP le masse dei fermioni e dei quark possono essere considerate nulle, $m_f \approx 0$, in quanto $m_f \ll m_Z$. Di conseguenza si ha:

dato che $q_\mu = p_3 + p_4$

e ognuna delle particelle soddisfa l'equazione di Dirac:

$$(\gamma^\mu p_{3\mu} - m)u = 0 \quad \text{e} \quad (\gamma^\mu p_{4\mu} - m)u = 0$$

visto che le masse dei fermioni sono poste a zero valgono le seguenti relazioni:

$$\gamma^\mu p_{3\mu} = 0 \quad \text{e} \quad \gamma^\mu p_{4\mu} = 0$$

Ne consegue che:

$$M_{if} = - \frac{g_Z^2}{4(q^2 - M_Z^2)} [\bar{u}(p_4)\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5)v(p_3)] \times [\bar{v}(p_2)\gamma_\nu (c_V^e - c_A^e \gamma^5)u(p_1)]$$

$$\begin{aligned} \langle |M_{if}|^2 \rangle &= \frac{1}{2s_1 + 1} \frac{1}{2s_2 + 1} \sum_{spin=3,4} |M|^2 = \\ &= \left[\frac{g_Z^2}{8(q^2 - M_Z^2)} \right]^2 Tr\{\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5)\gamma^\mu p_{3\mu}\gamma^\nu (c_V^f - c_A^f \gamma^5)\gamma^\nu p_{4\nu}\} \\ &\quad \times Tr\{\gamma_\mu (c_V^e - c_A^e \gamma^5)\gamma_\mu p_{1\mu}\gamma_\nu (c_V^e - c_A^e \gamma^5)\gamma^\nu p_{2\nu}\} \end{aligned}$$

Le prima traccia è:

$$(c_V^2 + c_A^2)[p_3^\mu p_4^\nu + p_3^\nu p_4^\mu - g^{\mu\nu}(p_3 \cdot p_4)] - 2ic_V c_A \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} p_{3\lambda} p_{4\sigma}$$

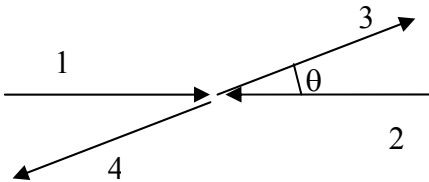
e analogamente la seconda, cosicché si ottiene:

$$\begin{aligned} \langle |M|^2 \rangle &= \frac{1}{2} \left[\frac{g_Z^2}{q^2 - M_Z^2} \right]^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2] [(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] \\ &\quad \times [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \\ &\quad + 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \} \end{aligned}$$

Nel sistema del centro di massa si riduce a:

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{1}{2} \left[\frac{g_Z^2 E^2}{(2E)^2 - M_Z^2} \right]^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2] [(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] (1 + \cos^2 \theta) + 8c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \}$$

dove E è l'energia di ogni particella e θ è l'angolo di scattering, e considerate le seguenti relazioni:



$$\begin{array}{l} p_1 = p_2, \quad p_3 = p_4 \\ \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \quad \vec{p}_3 = -\vec{p}_4 \end{array}$$

$$p_1 \cdot p_3 = \frac{1}{2}[(p_1 + p_3)^2 - p_1^2 - p_3^2] = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_3^2 + 2p_1p_3 \cos \theta - m_1^2 - m_3^2) = E(1 + \cos \theta)$$

$$p_1 \cdot p_4 = \frac{1}{2}[(p_1 + p_4)^2 - p_1^2 - p_4^2] = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_4^2 + 2p_1p_4 \cos(180 - \theta) - m_1^2 - m_4^2) = E(1 - \cos \theta)$$

$$(1 + \cos \theta)^2 + (1 - \cos \theta)^2 = 1 + \cos^2 \theta$$

$$(1 + \cos \theta)^2 - (1 - \cos \theta)^2 = 4 \cos \theta$$

La sezione d'urto differenziale e':

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{g_Z^2 E^2}{16\pi[(2E)^2 - M_Z^2]} \right)^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2](1 + \cos^2 \theta) + 8c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \}$$

se si definiscono le asimmetrie:

$$A_e = \frac{2c_V^e c_A^e}{(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2}$$

$$A_f = \frac{2c_V^f c_A^f}{(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2}$$

si puo' riscrivere la sezione d'urto differenziale in tal modo:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{g_Z^2 E^2}{16\pi[(2E)^2 - M_Z^2]} \right)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2](1 + \cos^2 \theta + 2A_e A_f \cos \theta)$$

La sezione d'urto totale e' data dall'espressione:

$$\sigma = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{g_Z^2 E^2}{4[(2E)^2 - M_Z^2]} \right)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2]$$

questa espressione e' singolare per $2E=Mc^2$. Sappiamo pero' che le particelle non stabili hanno una larghezza finita $\Gamma = 1/\tau_Z$. Dunque in realta' la formula va riscritta sostituendo

$$\frac{1}{q^2 - M_Z^2} \rightarrow \frac{1}{q^2 - M_Z^2 + iM_Z \Gamma_Z}$$

ottenendo di conseguenza:

$$\sigma = \frac{(cg_Z^2 E)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2]}{48\pi [(2E)^2 - M_Z^2]^2 + (M_Z \Gamma_Z)^2}$$

La larghezza parziale di decadimento e' data da:

$$\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{1}{2M_Z} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} (2\pi)^4 \delta^4(q - p_3 - p_4) |M|^2$$

$$\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{N_c^f M_Z \alpha}{3} [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2]$$

Inoltre si definisce l'asimmetria Avanti - Indietro (Forward - Backward) al picco (ovvero per $\sqrt{s} = M_Z$ e solo per scambio di Z) come:

$$A_{FB}^f = \frac{N_F - N_B}{N_F + N_B} = \frac{\int_0^1 \frac{d\sigma^f}{d\cos\theta} d\cos\theta - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma^f}{d\cos\theta} d\cos\theta}{\int_0^1 \frac{d\sigma^f}{d\cos\theta} d\cos\theta + \int_{-1}^0 \frac{d\sigma^f}{d\cos\theta} d\cos\theta} = \frac{3}{4} A_e A_f$$

Possiamo riscrivere la formula precedente sulla sezione d'urto differenziale in funzione della asimmetria Forward – Backward come:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} \propto 1 + \cos^2\theta + \frac{8}{3} A_{FB} \cos\theta$$

Da queste formule di sezioni d'urto totali, larghezze parziali e sezioni d'urto parziali e asimmetrie si deduce che per misurare le costanti di accoppiamento dei fermioni al bosone Z: c_V^f e c_A^f dobbiamo misurare:

le larghezze parziali: $\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) \propto (c_V^f)^2 + (c_A^f)^2$

e le asimmetrie: $A_{FB}^f \propto c_V^f \cdot c_A^f$

Osservazione:

$$\sigma_\gamma = \frac{\hbar c g_e^2}{48\pi} \frac{Q_f^2}{E^2} \quad \text{per solo scambio di fotone}$$

Se calcoliamo il rapporto delle sezioni d'urto per solo scambio di Z e per solo scambio di fotone:

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \left\{ \frac{1}{2} - 2 \sin^2 \theta_w + 4 \sin^4 \theta_w \right\} \times \frac{E^4}{(2E)^2 - (M_Z c^2)^2 + (\hbar M_Z c^2 \Gamma_Z)^2}$$

per $\sin^2\theta_w \cong 0.22$ il termine in parentesi graffa e' uguale a 2

Di conseguenza:

$$\text{per } (2E) \ll M_Z c^2 \Rightarrow \frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \approx 2 \cdot \left(\frac{E}{M_Z c^2} \right)^4$$

Lo scambio di fotone domina per energie $(2E) \ll M_Z c^2$

Ad esempio a $\sqrt{s} \approx 40 GeV$ il contributo per scambio di Z e' solo 1% della σ_γ :

$$\sigma_Z \sim 0.01 \cdot \sigma_\gamma$$

$$\text{Per } (2E) = M_Z c^2 \Rightarrow \frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \approx \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{M_Z c^2}{\hbar \Gamma_Z} \right) \sim 200 \quad \text{se } \hbar \Gamma_Z = 2.5 GeV : \quad \sigma_Z \sim 200 \cdot \sigma_\gamma$$

Come e' illustrato in figura 3: la linea continua nera rappresenta il calcolo teorico e i vari punti con barre d'errore le misure sperimentali. Si nota la "Breit e Wigner" della risonanza

Z, a basse energie il contributo del solo fotone e ad energie maggiori della massa del bosone Z la sezione d'urto e' essenzialmente dovuta per meta' al fotone e per meta' alla Z (piu' loro interferenza).

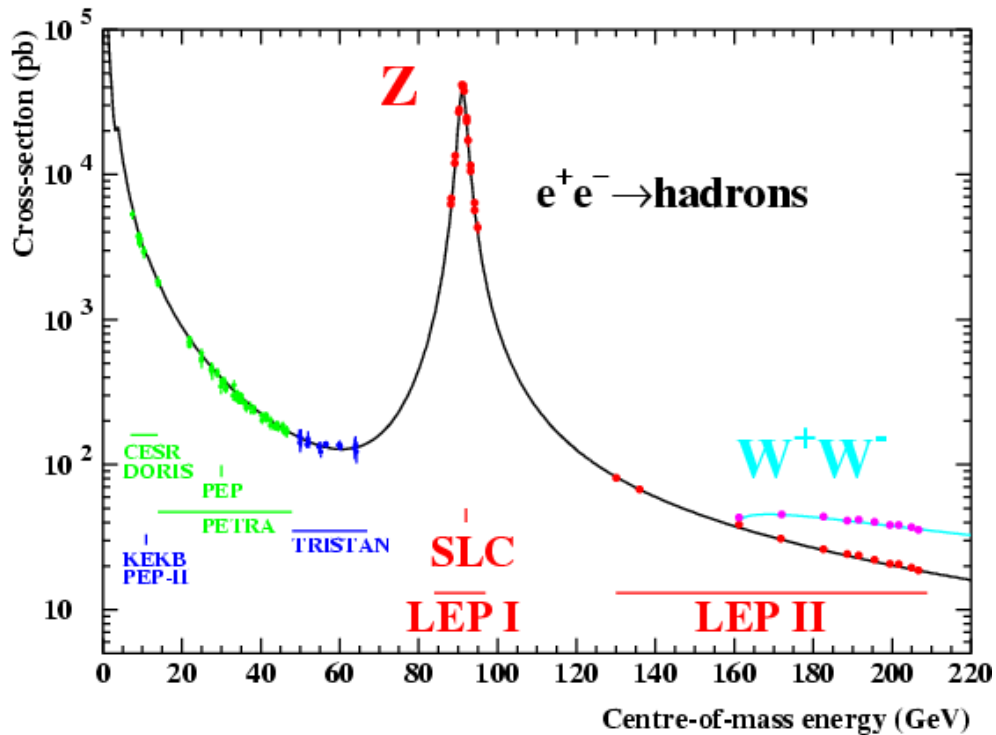


Fig.5

LEP+SLD: lo studio della “line – shape” del bosone Z.

Al variare dell'energia del centro di massa si misura la sezione d'urto totale e si estraggono la massa del bosone e la sua larghezza totale: M_Z, Γ_Z (come ad esempio illustrato in figura 6: le misure rappresentate dai punti attorno al picco del bosone Z).

Studiando la “line-shape” per stati finali ben definiti, si possono misurare le larghezza parziali $\Gamma_e, \Gamma_\mu, \Gamma_\tau, \Gamma_{had}$ e in particolare anche Γ_b, Γ_c . Inoltre misurando la sezione d'urto differenziale $d\sigma / d \cos \theta$ si misura l'asimmetria A_{FB} avanti-indietro per ogni leptone (e, μ, τ) e per i quark b e c.

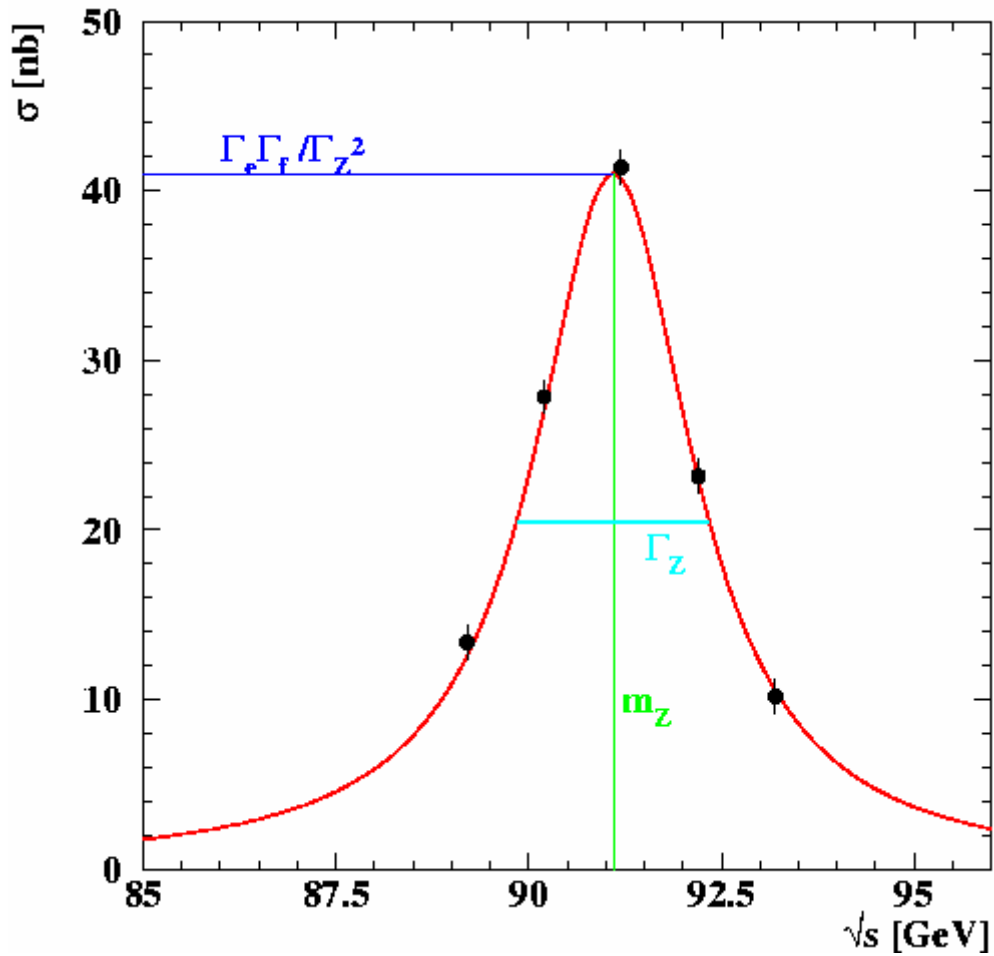


Fig.6.

Le correzioni radiative di QED:

I due diagrammi di Feynman principali nell'urto elettrone/positrone all'energie intorno alla massa del bosone Z sono quello per scambio di un fotone e per scambio di una Z mostrati in figura 3.

Bisogna però considerare che ognuno dei fermioni può emettere un fotone, per cui si aggiungono ai diagrammi di figura 3 questi altri 6 diagrammi:

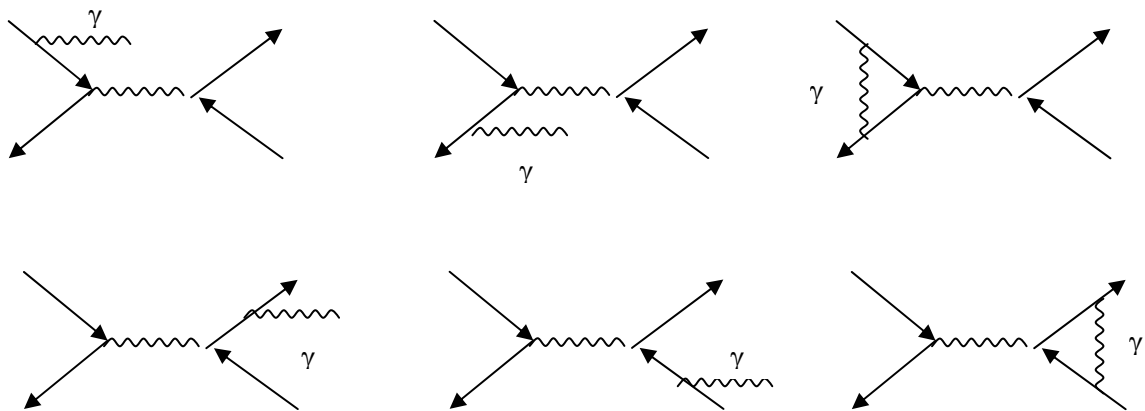


Fig.7

La Breit e Wigner della Z viene modificata dalle correzioni di QED come mostrato in figura 8: La linea blu e' la sezione d'urto di Born (simmetrica rispetto a M_Z) mentre la linea rossa e' quello che ci si aspetta sperimentalmente, ovvero dove le correzioni di QED sono state correttamente tenute in conto.

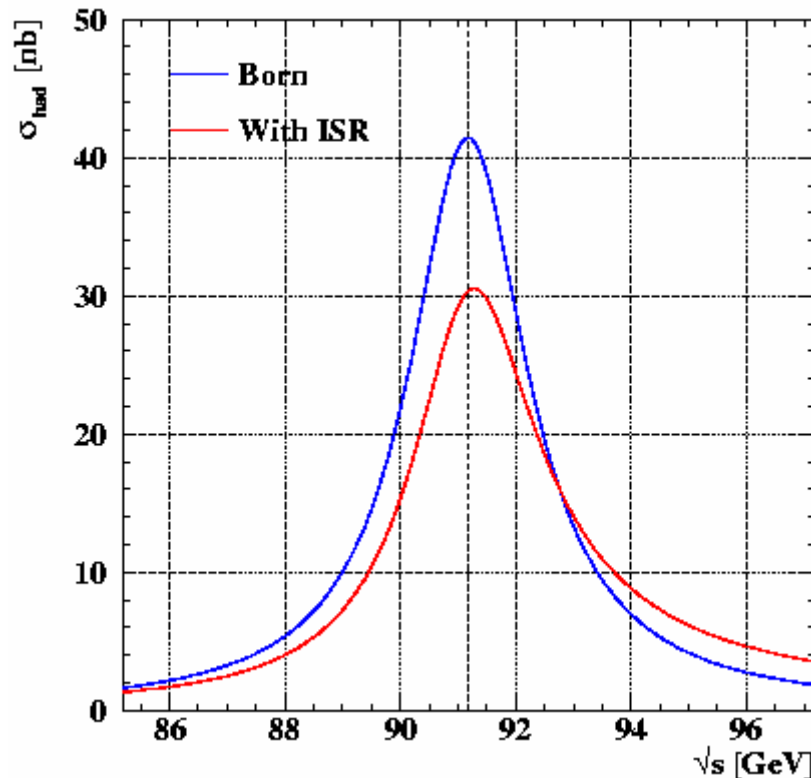


Fig.8

Oltre alle correzioni di QED, per gli stati finali con quark vanno considerate le correzioni di QCD, ovvero emissione di gluoni da parte dei quark dello stato finale e scambio di un gluone tra quark (vedi lezioni di E.Migliore).

Correzioni radiative elettrodeboli:

Le correzioni radiative elettrodeboli sono importantissime non solo per ottenere risultati di precisione, ma anche per ottenere informazioni su quello che non si produce direttamente a LEP.

I diagrammi fondamentali di scambio di un fotone o di una Z e quelli che vedremo piu' avanti con i W, sono accompagnati al secondo ordine da diagrammi in cui i propagatori sono modificati dalle correzioni radiative elettrodeboli dovute a loop bosonici e fermionici, come mostrato in figura 9.

Ricordiamo che i primissimi calcoli di correzioni radiative deboli sono stati fatti dal Prof. Giampiero Passarino (Torino).

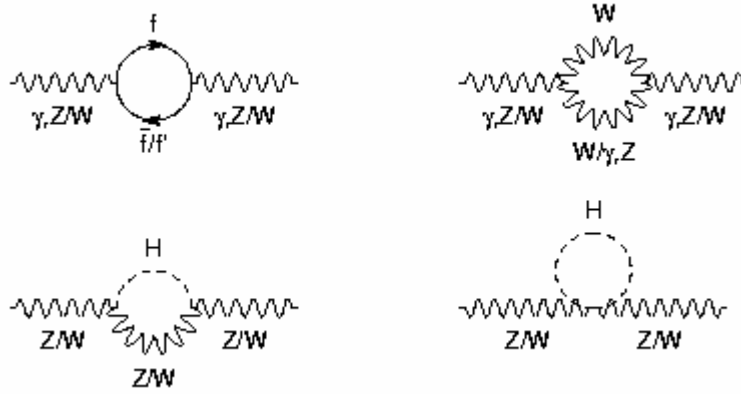


Fig.9

Come vedremo piu' avanti nella parte dedicate alla fisica a LEP-200, e' importante notare come solo alcuni di questi diagrammi sono possibili, ovvero come sia importante la distinzione tra "virgola" e "slash (/)" nella figura 9. Sono permessi i vertici:

$\gamma f \bar{f}$, $Z f \bar{f}$, $W f \bar{f}'$ (diagramma in alto a sinistra) γWW , ZWW (diagramma alto destra) e non WWW , ZZW , $Z\gamma W$, $\gamma\gamma W$, e infine sono permessi ZZH , WWH , ma non ZWH .

A causa delle correzioni radiative elettro-deboli le espressioni che relano tra loro le costanti fondamentali del MS cambiano.

Al "tree-level" la relazione tra le costanti fondamentali sono:

$$G_F = \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}M_W^2 \sin^2 \theta_W} \quad \text{relazione tra le costanti elettromagnetiche e deboli}$$

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} \quad \text{rapporto accoppiamento CC e NC e struttura campo di Higgs}$$

e

$$c_A = \sqrt{\rho} I_3$$

$$c_V = \sqrt{\rho} (I_3 - 2Q \sin^2 \theta_W)$$

Le correzioni radiative ai propagatori modificano queste relazioni che vengono riscritte usando dei parametri "effettivi", come:

$$\bar{\rho} = 1 + \Delta\rho$$

$$\sin^2 \theta_{eff} = (1 + \Delta k) \sin^2 \theta_W$$

$$g_V = \sqrt{\bar{\rho}} (I_3 - 2Q \sin^2 \theta_{eff})$$

$$g_A = \sqrt{\bar{\rho}} I_3$$

$$G_F = \frac{\pi\alpha_{em}}{\sqrt{2}M_W^2 \sin^2 \theta_W} \cdot \frac{1}{1 - \Delta r}$$

dove

$$\Delta\rho = f(\sin^2 \theta_W, G_F, m_t^2, \log m_H)$$

$$\Delta k = f(\sin^2 \theta_W, G_F, m_t^2, \log m_H)$$

$$\Delta r = \Delta\alpha_{em} + \Delta r_{top} + \Delta r_H$$

$$\sim m_{top}^2 \quad \sim \log m_H$$

Ovvero le correzioni radiative dipendono dal quadrato della massa del quark top e dal logaritmo della massa dell'Higgs, di conseguenza si ha una forte dipendenza dalla massa del top, ma una debole dalla massa dell'Higgs.

Confrontando le misure sperimentali delle variabili di precisione con le previsioni del Modello Standard si puo' determinare in modo indiretto la massa del top, e mettere limiti non troppo stretti alla massa dell'Higgs.

Le *variabili di precisione* sono definite come quelle osservabili fisiche che al "tree-level" dipendono solo da $\alpha_{em}, G_F, M_Z, \sin^2 \theta_W$.

La sezione d'urto per il processo $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ sara' data dalla somma della sezione d'urto per scambio del bosone Z con la sezione d'urto per scambio di fotone e della loro interferenza:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \cos \theta} (e^+e^- \rightarrow f\bar{f}) &= \frac{N_c^f \pi}{2s} \times \underbrace{\{\alpha(s)^2 Q_f^2 (1 + \cos^2 \theta)\}}_{\sigma_\gamma} \\ &\quad - \underbrace{\{\alpha(s) Q_f \chi(s) [g_V^e g_V^f (1 + \cos^2 \theta) + 2g_A^e g_A^f \cos \theta]\}}_{\gamma Z \text{ interferenza}} \\ &\quad + \underbrace{\{16\chi(s)^2 [(g_V^e)^2 + (g_A^e)^2][(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2](1 + \cos^2 \theta) + 8g_V^e g_A^e g_V^f g_A^f \cos \theta\}}_{\sigma_Z} \end{aligned}$$

dove la prima parentesi graffa e' la sezione d'urto per solo scambio di fotone, la seconda e' l'interferenza tra fotone e Z e la terza e' per solo scambio di Z.

$$\chi(s) = \frac{G_F M_Z^2}{8\pi\sqrt{2}} \frac{s}{s - M_Z^2 + is\Gamma_Z / M_Z}$$

I termini con $(1 + \cos^2 \theta)$ contribuiscono alla sezione d'urto totale, mentre i termini con $\cos \theta$ contribuiscono alla asimmetria.

Le asimmetrie Forward Backward al picco della Z (oovero dove domina solo l'ultimo termine della sezione d'urto) sono date da:

$$A_{FB}^f = \frac{3}{4} A_e A_f$$

fuori dal picco invece $A_{FB}^f \propto A_e A_f Q_f \cdot \chi(s)$, ovvero hanno una forte dipendenza dall'energia come mostrato in figura 10 per il caso in cui i fermioni finali sono muoni.

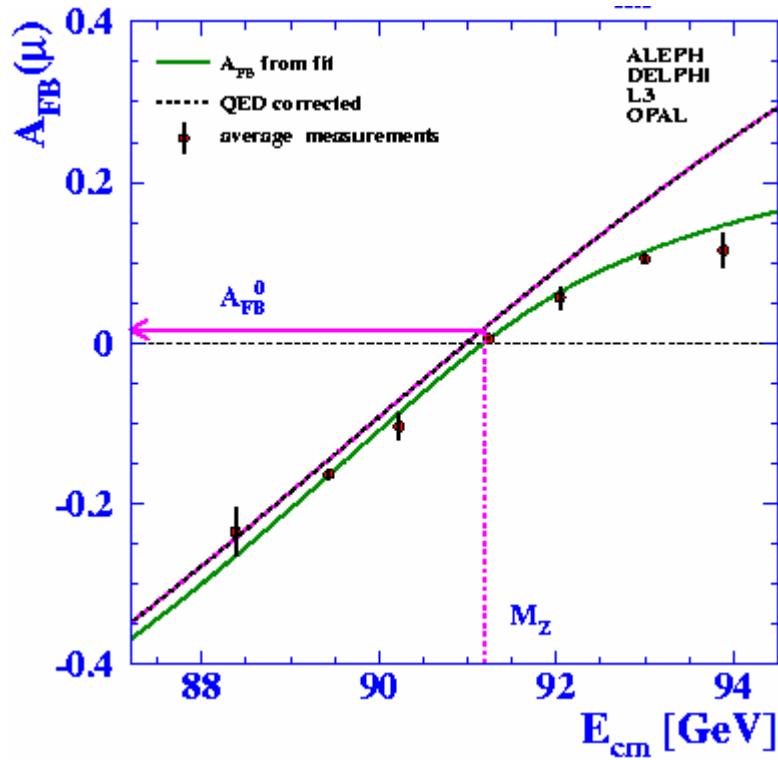


Fig.10

Riassumendo:

le osservabili che si misurano a LEP e che determinano la “line-shape” del bosone Z e che permettono un test del Modello Standard sono le seguenti:

$$\sigma_{f\bar{f}}^Z = \sigma_{f\bar{f}}^{peak} \cdot \frac{s\Gamma_Z^2}{(s - M_Z^2) + s^2\Gamma_Z^2 / M_Z^2}$$

$$\sigma_{f\bar{f}}^{peak} = \frac{1}{1 + \delta_{QCD}} \sigma_{f\bar{f}}^0$$

$$\sigma_{f\bar{f}}^0 = \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}^- \Gamma_{f\bar{f}}^-}{\Gamma_Z^2}$$

$$\Gamma_{had} = \sum_{q \neq t} \Gamma_{qq}^-$$

$$\Gamma_Z = \Gamma_{had} + \Gamma_{e\bar{e}}^- + \Gamma_{\mu\bar{\mu}}^- + \Gamma_{\tau\bar{\tau}}^- + \Gamma_{inv}$$

Ovvero la larghezza totale della Z e' derminata dalle larghezze parziale di tutti gli stati finali in cui puo' decadere (5 quark (il top e' troppo pesante), 3 leptoni e i 3 neutrini – che non si vedono nel rivelatore; piu' altri possibili stati non rivelabili, come piu' semplicemente altre generazioni di neutrini).

Il set di parametri che determinano completamente il bosone Z sono:

- M_Z
- Γ_Z
- $\sigma_h^0 = \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}^- \Gamma_{had}}{\Gamma_Z^2}$
- $R_e^0 = \frac{\Gamma_{had}}{\Gamma_{ee}^-}$, $R_\mu^0 = \frac{\Gamma_{had}}{\Gamma_{\mu\bar{\mu}}^-}$, $R_\tau^0 = \frac{\Gamma_{had}}{\Gamma_{\tau\bar{\tau}}^-}$

In aggiunta si possono considerare anche le larghezze parziali della Z nei quark che si possono identificare a LEP, ovvero:

- $R_b = \frac{\Gamma_{b\bar{b}}}{\Gamma_{had}}, \quad R_c = \frac{\Gamma_{c\bar{c}}}{\Gamma_{had}}$

Inoltre tutto quello che non vediamo lo attribuiamo ai neutrini (nel Modello Standard non esistono altre particelle neutre e non rivelabili)

$$\Gamma_{inv} = N_\nu \cdot \Gamma_{\nu\bar{\nu}}$$

- $R_{inv} = \frac{\Gamma_{inv}}{\Gamma_{ee}^-} = \frac{\Gamma_Z - (\Gamma_{ee}^- + \Gamma_{\mu\mu}^- + \Gamma_{\tau\tau}^- + \Gamma_{had})}{\Gamma_{ee}^-} = \sqrt{\frac{12\pi R_e^0}{\sigma_{ff}^0 M_Z^2}} - R_e^0 - 3$

$$R_{inv} = N_\nu \left[\frac{\Gamma_{\nu\bar{\nu}}}{\Gamma_{ee}^-} \right]$$

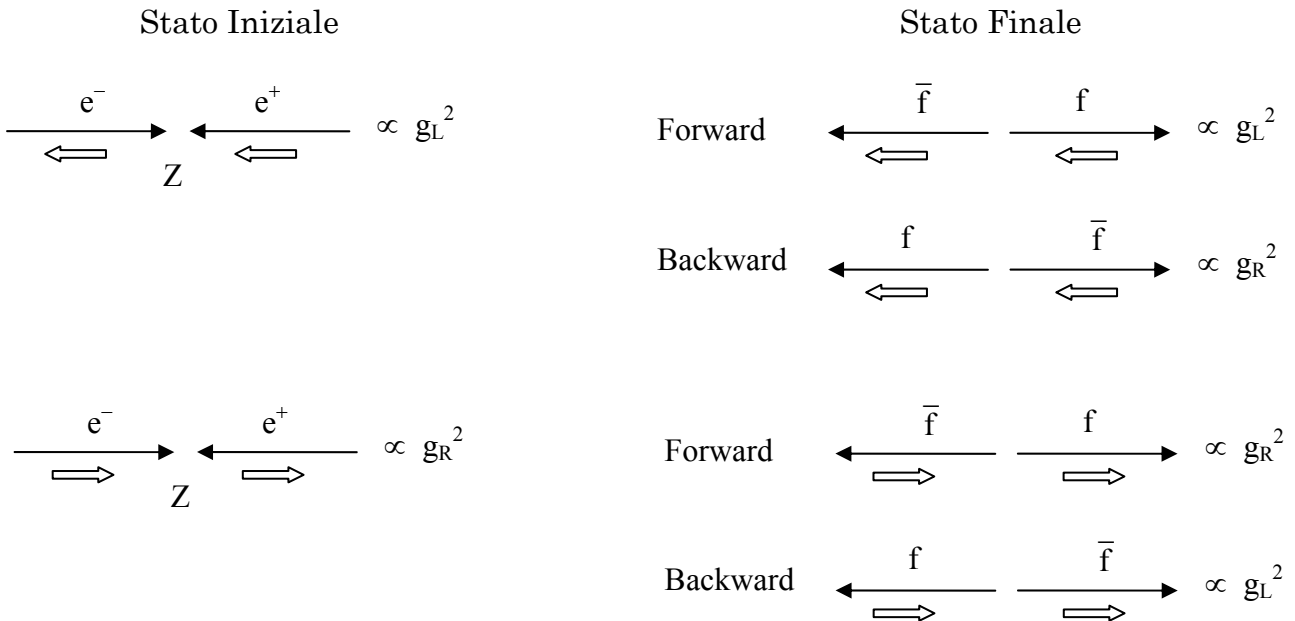
e le asimmetrie Forward-Backward:

- $A_{FB}^{0e}, \quad A_{FB}^{0\mu}, \quad A_{FB}^{0\tau}$

Le Asimmetrie

Definiamo cosa effettivamente sono le asimmetrie e cosa misurano. Vediamo anche come si differenziano LEP e SLC, ovvero cosa comporta la polarizzazione dei fasci di elettroni.

Ci si riferisce all'elettrone per lo stato Iniziale, e al fermione per lo stato Finale, ovvero alle particelle (e non alle antiparticelle).



Si ha una asimmetria nelle sezioni d'urto perche' $g_L \neq g_R$, ovvero perche' V-A: il fermione preferisce avere spin opposto alla direzione del moto (Left-handed) e al limite di massa nulla e' il solo stato possibile.

Ricordiamo che:

$$g_A = g_L - g_R$$

$$g_V = g_L + g_R$$

$$A_f = \frac{g_L^2 - g_R^2}{g_L^2 + g_R^2} = 2 \frac{c_V^f c_A^f}{(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2} = 2 \frac{c_V^f / c_A^f}{1 + (c_V^f)^2 / (c_A^f)^2}$$

Definiamo le variabili che caratterizzano le possibili asimmetrie:

- σ_{LR} = differenza tra σ per fermione entrante Left e fermione entrante Right
- σ_{pol} = differenza tra σ per fermione uscente Left e fermione uscente Right
- σ_{FB} = differenza tra σ per fermione uscente in avanti e fermione uscente in indietro

Le asimmetrie saranno date da:

$$A_{LR} = \sigma_{LR} / \sigma_{tot} = A_e$$

$$A_{FB} = \sigma_{FB} / \sigma_{tot} = \frac{3}{4} A_e A_f$$

$$A_{Pol} = \sigma_{Pol} / \sigma_{tot} = A_f$$

$$A_{FBLR} = A_{LR}(F) - A_{LR}(B) = \frac{3}{4} A_f$$

A SLC gli elettroni sono polarizzati (al 70% circa) per cui si possono misurare direttamente tutte le A_f dei fermioni identificabili (e, μ , τ , c, b). Ovvero si possono misurare tutte e quattro le asimmetrie.

A LEP gli elettroni non sono polarizzati e dunque si possono misurare direttamente solo A_e ed A_τ (in quanto del leptone tau si puo' misurare la polarizzazione tramite i suoi decadimenti) e i prodotti $A_e \times A_f$ via la misura di A_{FB} per tutti i fermioni identificabili (e, μ , τ , c, b).

Dalle relazioni:

$$A_f = 2 \frac{c_V^f / c_A^f}{1 + (c_V^f)^2 / (c_A^f)^2}$$

$$c_V^f = I_3 - 2Q_f \sin^2 \theta_{eff}$$

$$c_A^f = I_3$$

$$\text{sign}(I_3) = \text{sign}(Q_f), \quad |I_3| = 1/2$$

$$\Rightarrow c_V^f / c_A^f = 1 - 4 |Q_f| \sin^2 \theta_{eff}$$

si possono stimare le sensibilita' ottenibili sulla misura del angolo di Weiberg $\sin^2 \theta_{eff}$ in funzione delle asimmetrie A_{FB} e A_f . Ovvero stimare quale delle varie asimmetrie permette la stima piu' precisa dell'angolo di Weinberg.

	A_f	$\delta A_f / \delta \sin^2 \theta_{eff}$	A_{FB}	$\delta A_{FB} / \delta \sin^2 \theta_{eff}$
ν	1	0	--	0
e	0.16	~8	0.016	~1.8
u	0.69	~4	0.08	~4.4
d	0.94	~1.2	0.11	~5.7

Dalla tabella si nota come la maggior sensibilità si ha dalla misura di A_e e dalla misura di $A_{FB}(b)$ (da qui l'importanza di identificare il quark b !). Dunque le misure più precise di $\sin^2\theta_{eff}$ si avranno a SLD con la misura di A_e ossia di A_{LR} , mentre a LEP con la misura di $A_{FB}(b)$.

Misure a LEP

Nella seguenti tabelle sono indicate le energie del centro di massa e le luminosità raccolte a LEP e a SLD.

LEP		
Anno	Ecm (GeV)	Lum (pb ⁻¹)
1989	88.2÷94.2	1.7
1990	88.2÷94.2	8.6
1991	88.5÷93.7	18.9
1992	91.3	28.6
1993	89.4,91.2,93	40.0
1994	91.2	64.5
1995	89.4,91.3,93	39.8

A LEP in totale si raccolsero più di 17 Milioni di Z, ovvero più di 4 Milioni di Z per esperimento e circa 4 x200 misure.

SLC		
Anno	<P _e >	Lum (pb ⁻¹)
1992	0.244	0.2
1993	0.630	1.2
1994/5	0.7723	2.2
1996	0.7616	1.3
1997	0.7292	8.0

Dove la seconda colonna indica il grado di polarizzazione del fascio di elettroni. A SLD si raccolsero in totale circa 540K eventi.

Essenzialmente per determinare la "line-shape" del bosone Z si misurano sezioni d'urto al variare dell'energia del centro di massa e per dati stati finali:

$$\sigma = (N_{dati} - N_{fondo}) / \epsilon \times \text{Luminosita}' \quad \text{vs} \quad E_{cm}$$

Il che sperimentalmente significa

- contare gli eventi del tipo interessato (N_{dati}), determinare le efficienze ϵ dell'apparato per la rivelazione di tali eventi e determinare gli eventi di fondo (N_{fondo})
- misurare la Luminosità
- misurare l'energia dei fasci.

Per raggiungere precisioni di frazioni del per-mille sui parametri del bosone Z, bisogna raggiungere tali precisioni sia sullo stato iniziale e^+e^- (E_{cm} e Luminosità) sia sullo stato finale ff .