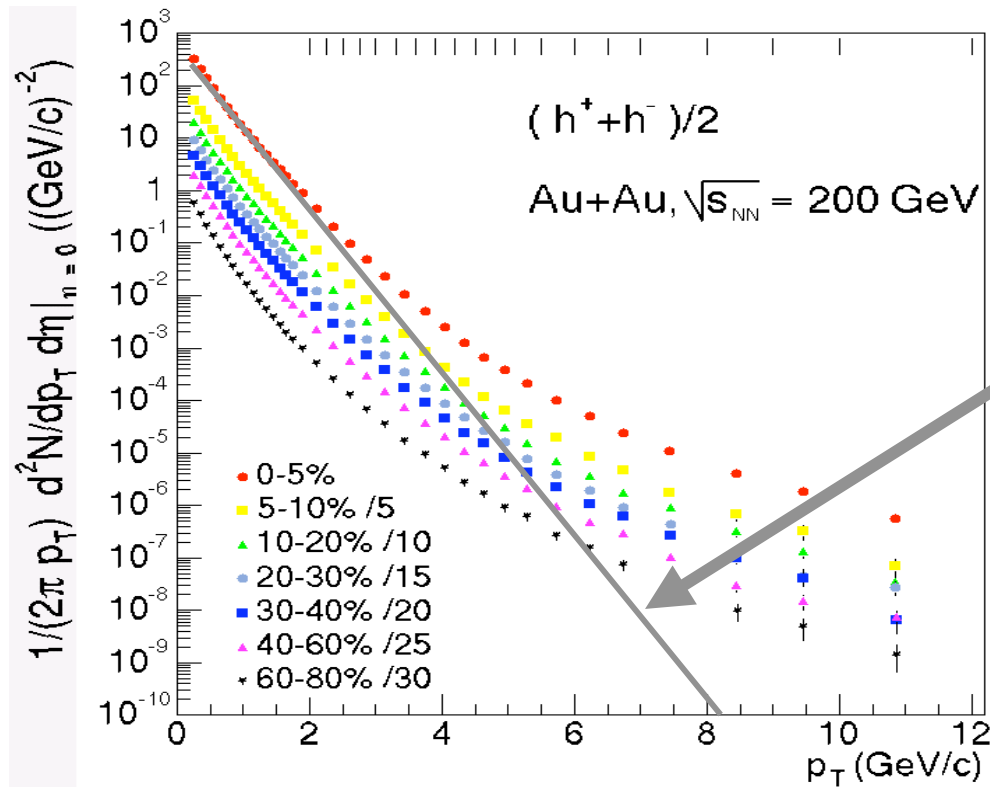


***Moti collettivi (flow) in
collisioni di ioni pesanti***

Distribuzioni di p_T

- Le distribuzioni in impulso trasverso (p_T) delle particelle prodotte nella collisione permettono di estrarre importanti informazioni sul sistema creato nella collisione



- A basso p_T ($< \approx 1$ GeV/c):
 - I meccanismi di produzione delle particelle sono soft
 - Le distribuzioni $dN/p_T dp_T$ hanno un andamento esponenziale decrescente alla Boltzmann praticamente indipendente dall'energia \sqrt{s}
- Ad alto p_T ($\gg 1$ GeV/c):
 - I meccanismi di produzione delle particelle sono hard
 - Le distribuzioni $dN/p_T dp_T$ si distaccano dall'andamento esponenziale e seguono una "legge di potenza"

p_T e m_T

- Dalla definizione di massa trasversa si ha:

$$\frac{dm_T}{dp_T} = \frac{d}{dp_T} \sqrt{m^2 + p_T^2} = \frac{p_T}{\sqrt{m^2 + p_T^2}} = \frac{p_T}{m_T} \Rightarrow m_T dm_T = p_T dp_T$$

- E quindi:

$$\frac{dN}{m_T dm_T} = \frac{dN}{p_T dp_T}$$

- Gli spettri in p_T vengono comunemente espressi in termini di massa trasversa

⇒ m_T è l'energia della particella nel piano trasverso

o di $m_T - m$

⇒ che è l'energia cinetica nel piano trasverso (E_T^{KIN})

m_T scaling in pp

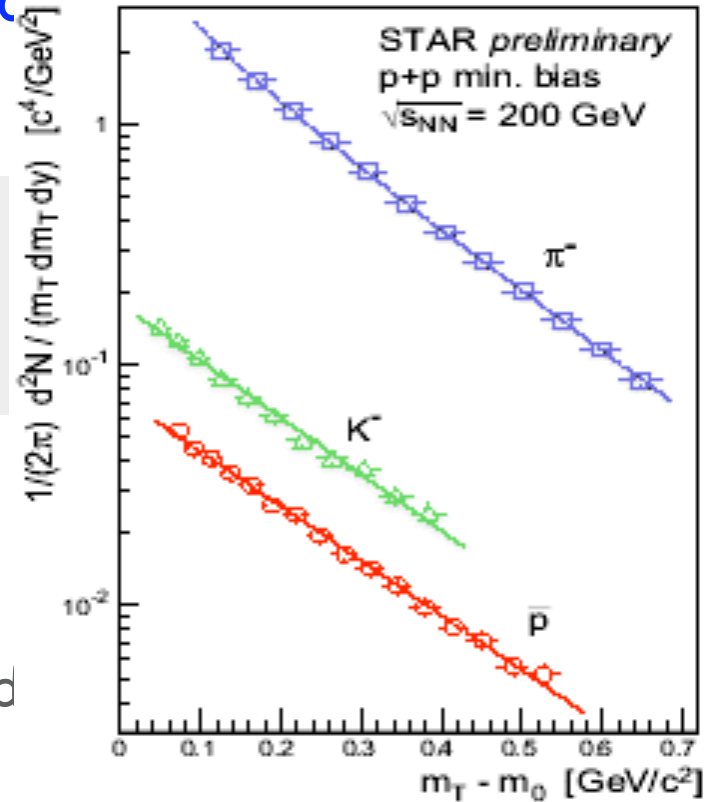
- Le distribuzioni in massa trasversa ($dN/m_T dm_T$) per particelle di basso momento hanno un andamento di tipo esponenziale

$$\frac{dN}{m_T dm_T} \propto e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} \Rightarrow \frac{dN}{dm_T} \propto m_T e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}}$$

- Lo spettro $dN/m_T dm_T$ in collisioni pp è identico per tutti gli adroni (m_T scaling)

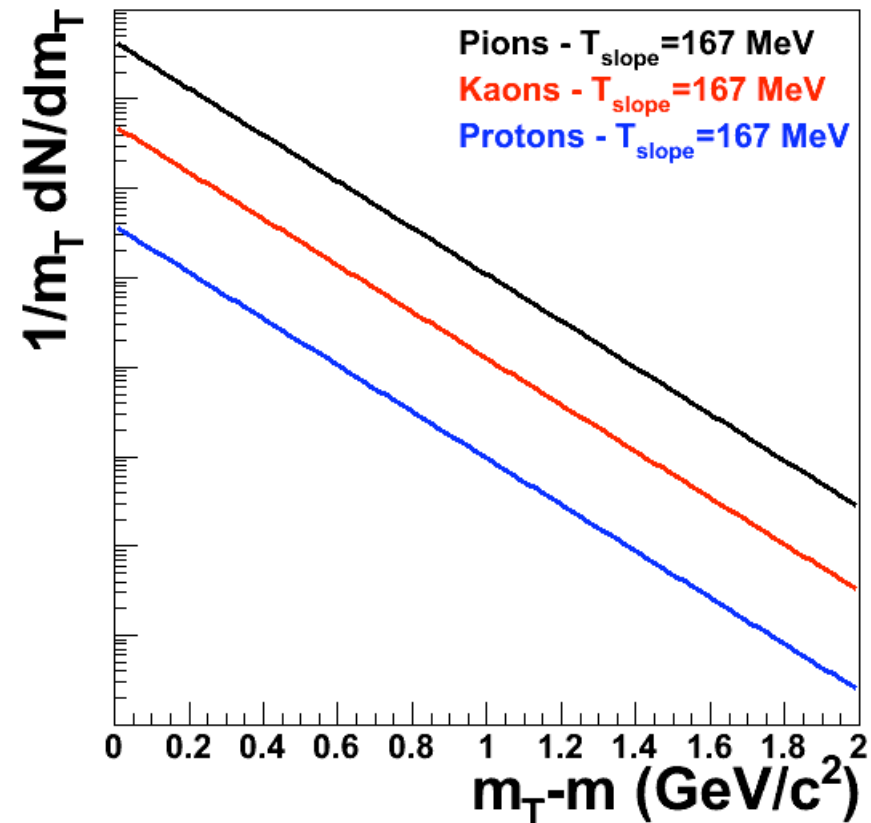
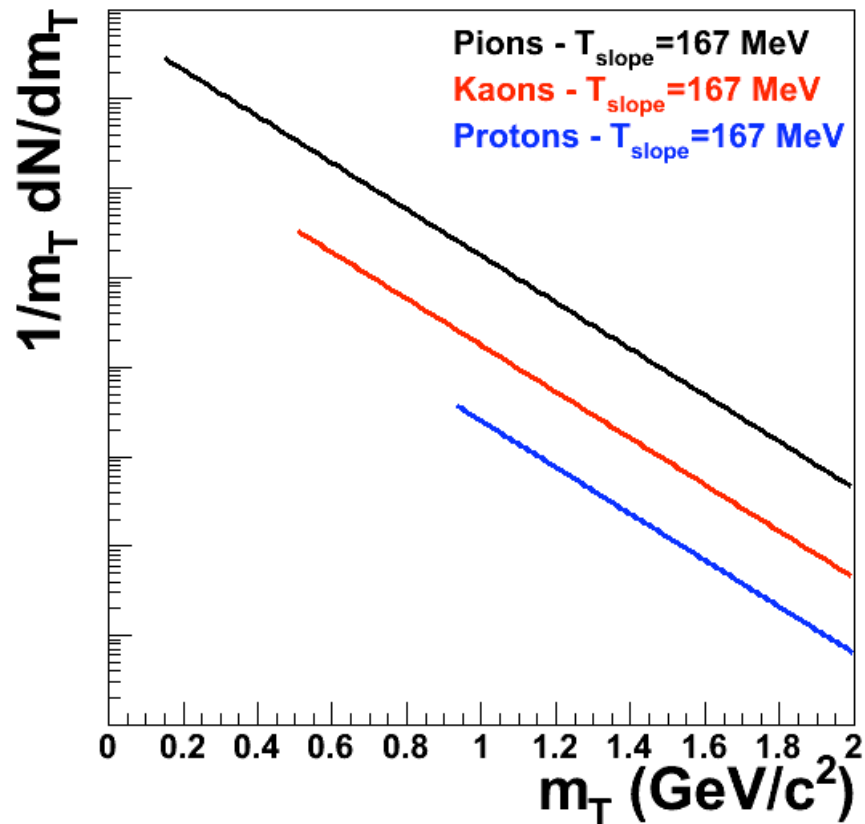
⇒ Il coefficiente T_{slope} assume il valore di ≈ 167 MeV per tutte le particelle

- Interpretazione: gli spettri sono spettri termici alla Boltzmann e T_{slope} rappresenta la temperatura a cui avviene l'emissione delle particelle, cioè la temperatura del sistema al momento del thermal freeze-out (T_{f0})



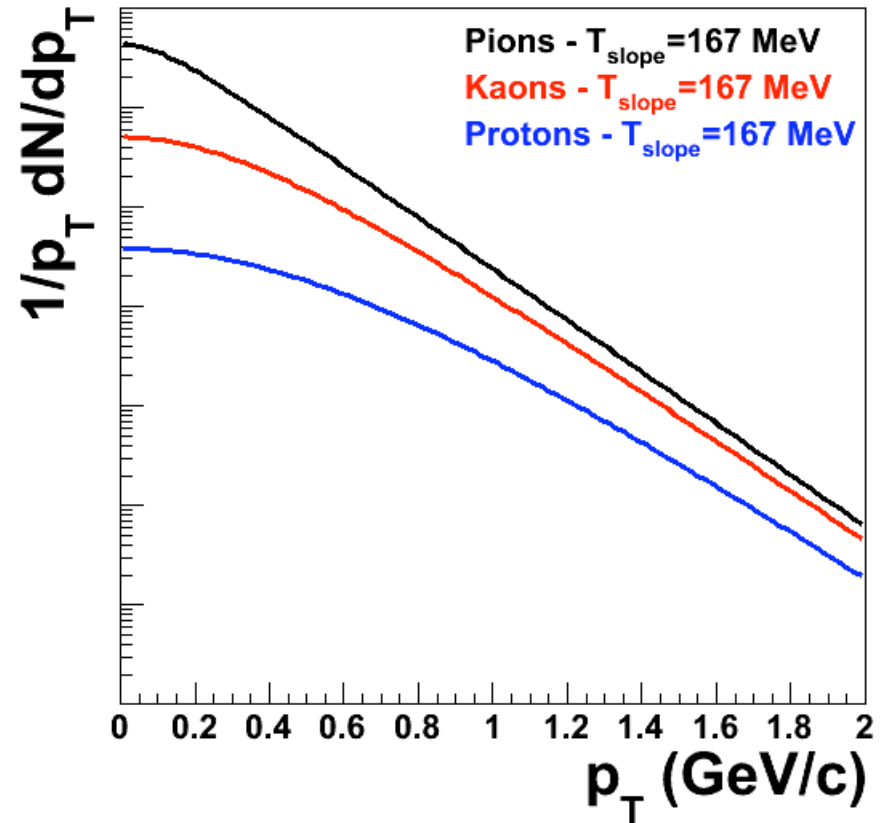
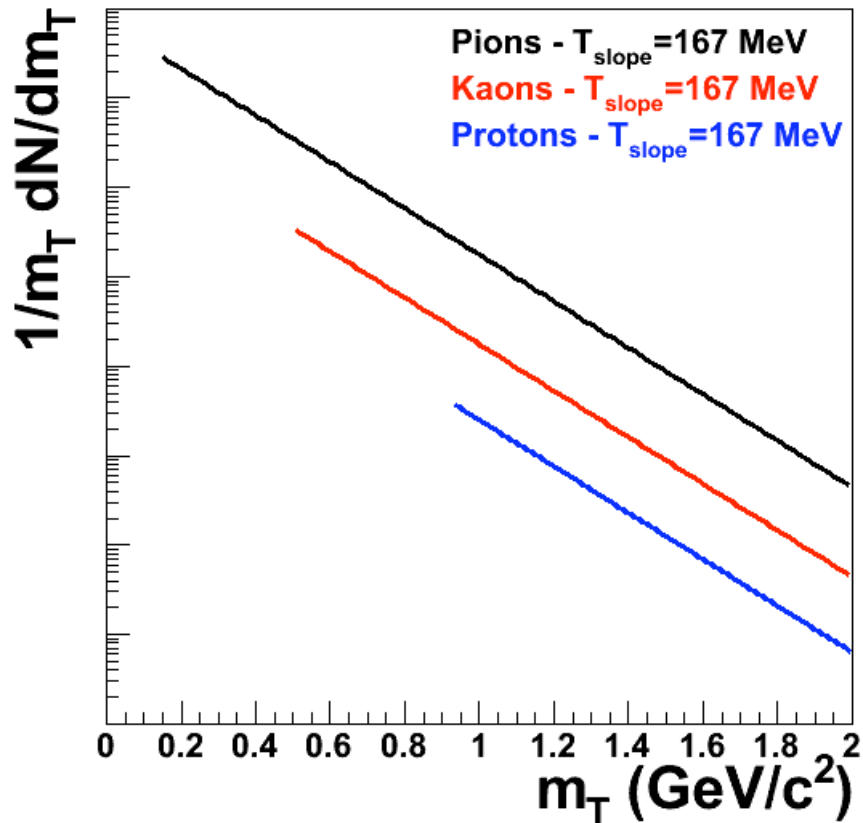
Spettri in m_T e E_T^{KIN}

- La massa trasversa m_T non può assumere valori minori della massa m della particella
- L'energia cinetica trasversa $m_T - m$ invece parte da zero



Spettri in p_T e in m_T

$$\frac{dN}{p_T dp_T} = \frac{dN}{m_T dm_T} \propto e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} = e^{-\frac{\sqrt{m^2 + p_T^2}}{T_{slope}}}$$

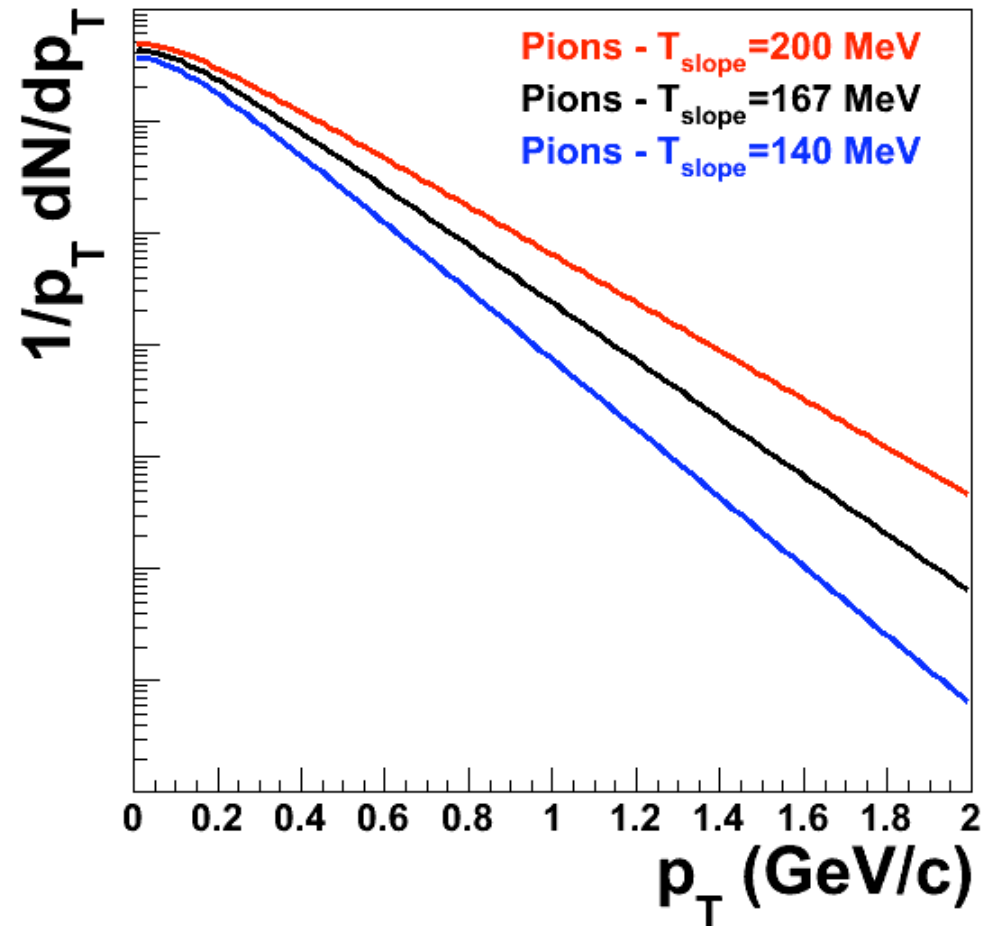


Valor medio di m_T

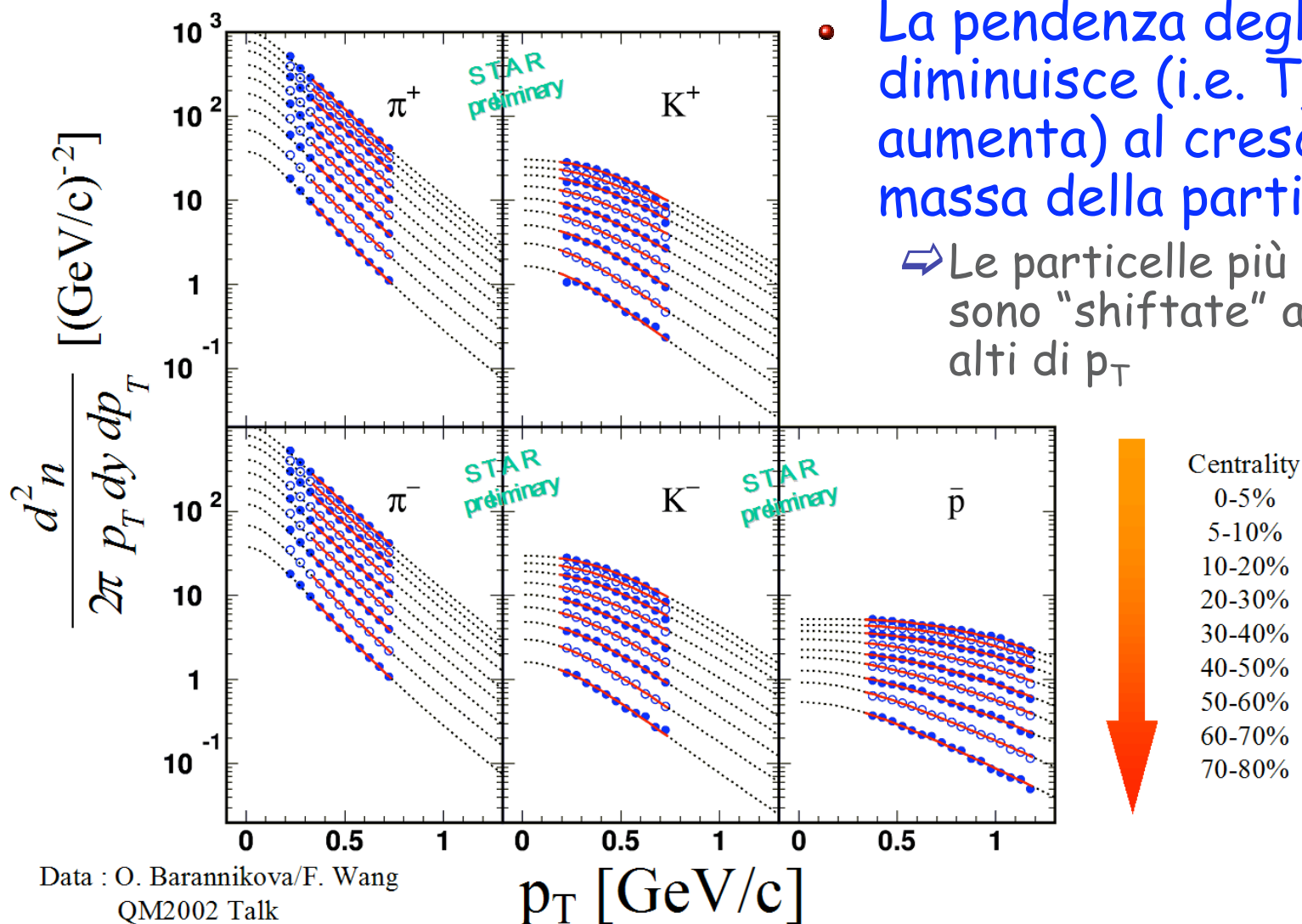
$$\begin{aligned}\langle m_T \rangle &= \frac{\int m_T \frac{dN}{dm_T} dm_T}{\int \frac{dN}{dm_T} dm_T} = \frac{\int m_T^2 e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} dm_T}{\int m_T e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} dm_T} = \frac{-T_{slope} \int m_T^2 de^{-\frac{m_T}{T_{slope}}}}{\int m_T e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} dm_T} = \\ &= \frac{T_{slope} \left\{ m_T^2 e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} \Big|_0^\infty + 2 \int m_T e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} dm_T \right\}}{\int m_T e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} dm_T} = \frac{2T_{slope} \int m_T^2 de^{-\frac{m_T}{T_{slope}}}}{\int m_T e^{-\frac{m_T}{T_{slope}}} dm_T} = 2T_{slope}\end{aligned}$$

Spettri in p_T al variare di T_{slope}

- Al crescere di T_{slope} :
 - ⇒ diminuisce la pendenza dello spettro in p_T
 - ⇒ Lo spettro diventa più "hard"
 - ⇒ Aumenta il valor medio di m_T e di p_T



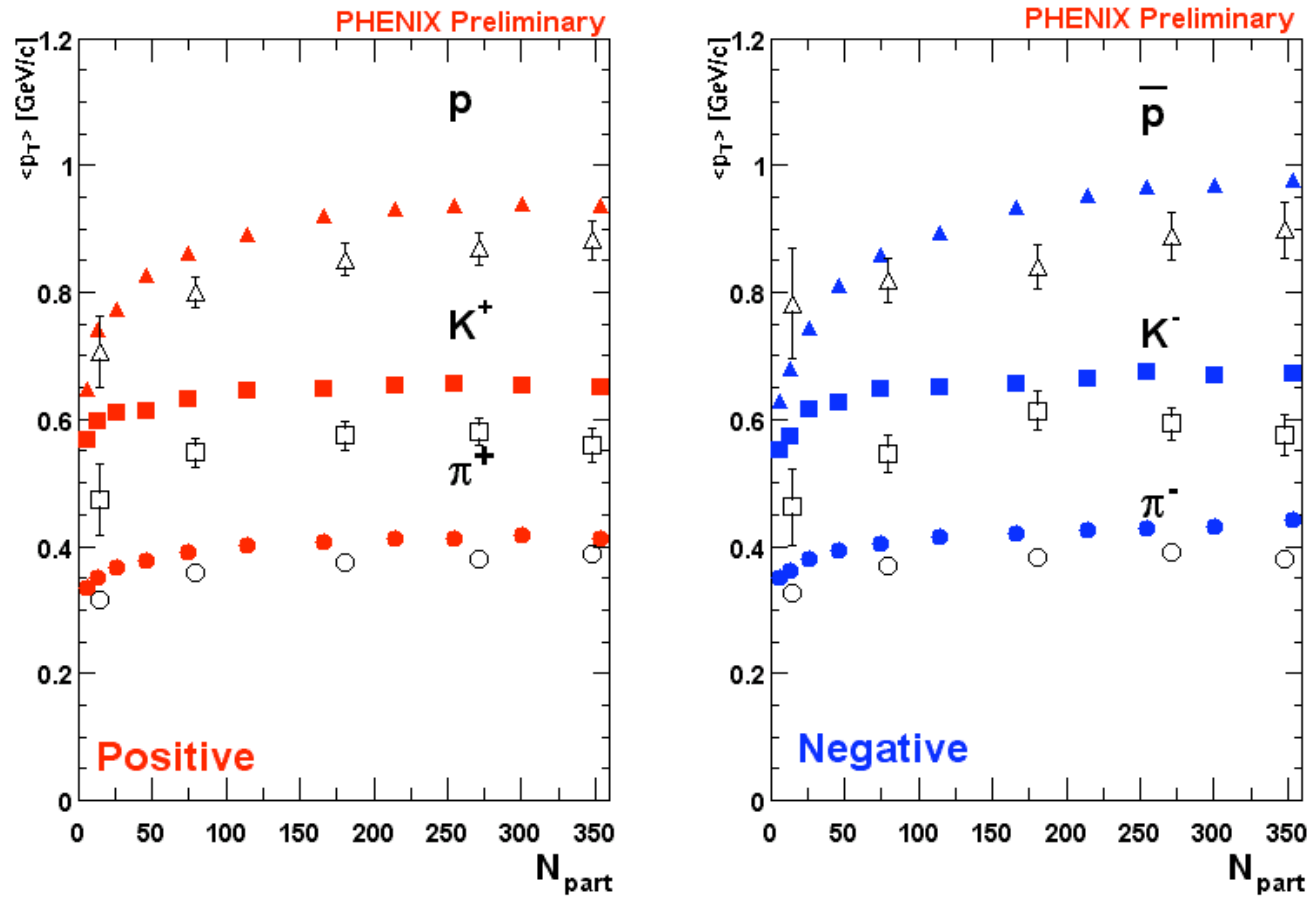
Rottura dell' m_T scaling in AA (1)



• La pendenza degli spettri diminuisce (i.e. T_{slope} aumenta) al crescere della massa della particella

⇒ Le particelle più pesanti sono "shiftate" a valori più alti di p_T

Rottura dell' m_T scaling in AA (2)



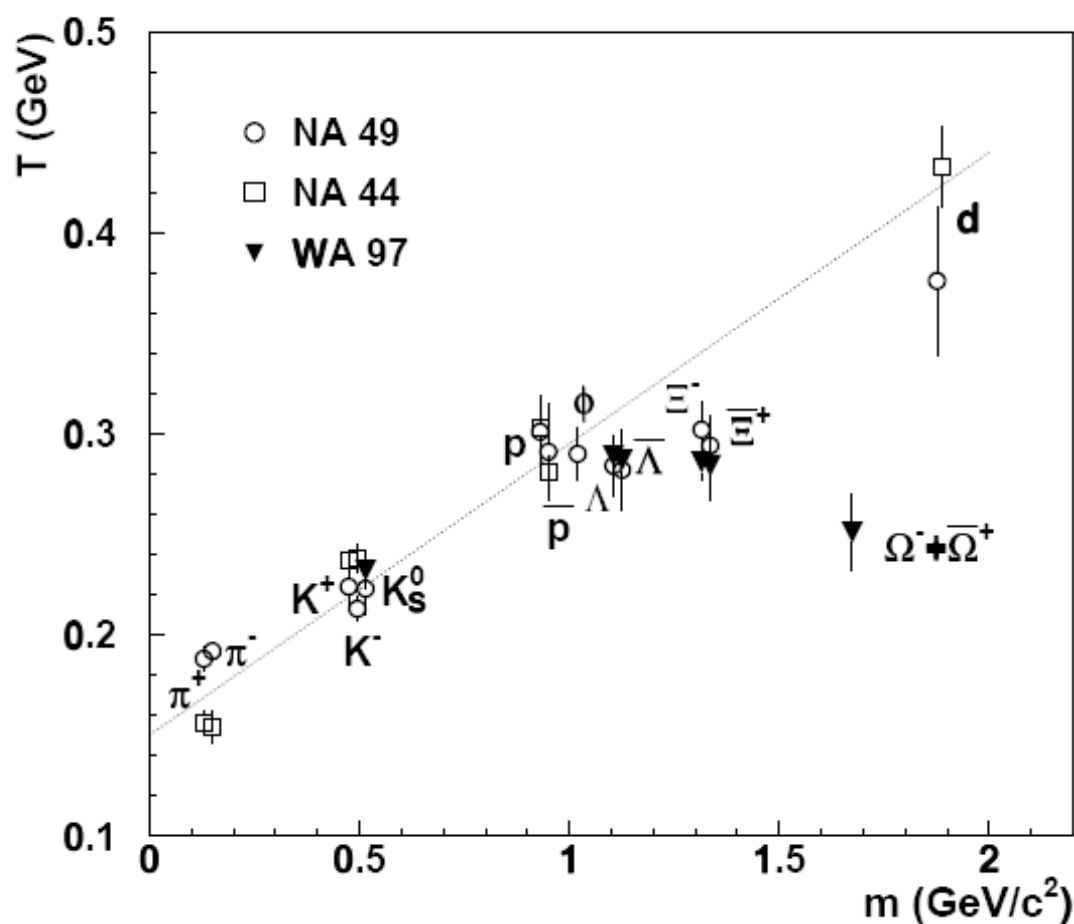
- Il valor medio di p_T aumenta con la massa della particella
⇒ Conseguenza dell'aumento di T_{slope} con la massa della particella
- Per ogni particella $\langle p_T \rangle$ aumenta con la centralità

Rottura dell' m_T scaling in AA (3)

- T_{slope} dipende linearmente dalla massa della particella
- Interpretazione: c'è un moto collettivo di tutte le particelle sovrapposto al moto di agitazione termica nel piano trasverso con velocità v_{\perp} per cui:

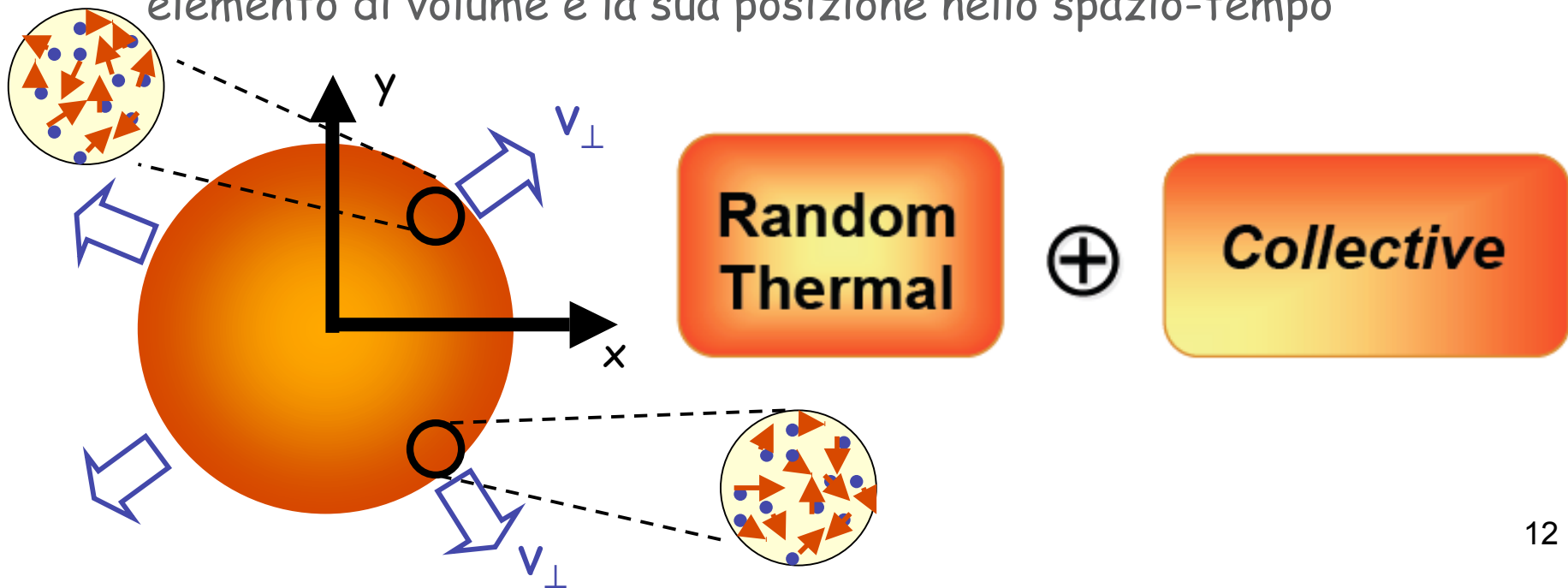
$$T_{slope} = T_{fo} + \frac{1}{2} m v_{\perp}^2$$

- Questa espansione collettiva nel piano trasverso viene chiamata **radial flow**

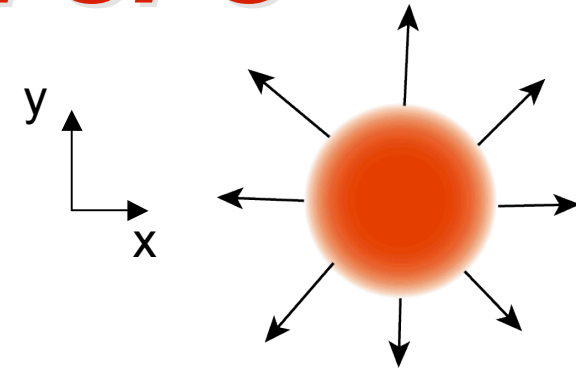
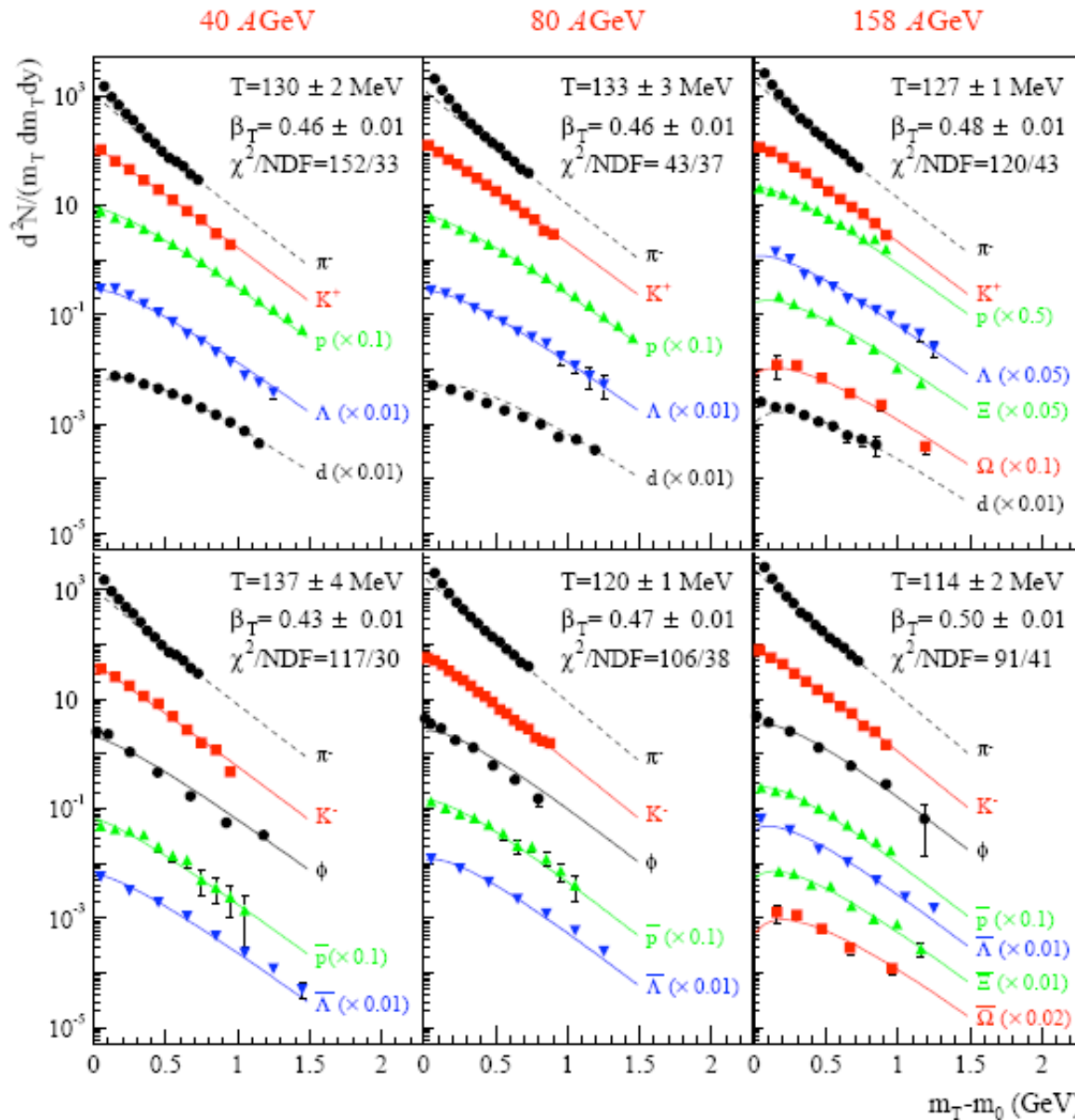


Flow in collisions di ioni pesanti

- Flow = moto collettivo delle particelle sovrapposto al moto di agitazione termica
 - ⇒ Il moto collettivo è dovuto alle alte pressioni che si generano quando si comprime e si riscalda la materia nucleare
 - ⇒ La velocità di flusso di un elemento di volume del sistema è data dalla somma delle velocità delle particelle contenute in esso
 - ⇒ Il flusso collettivo è una **correlazione** tra la velocità v di un elemento di volume e la sua posizione nello spazio-tempo

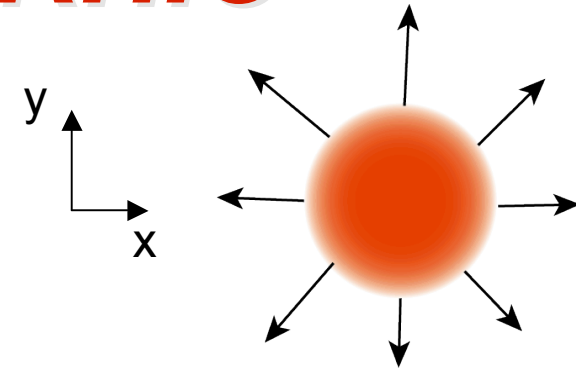
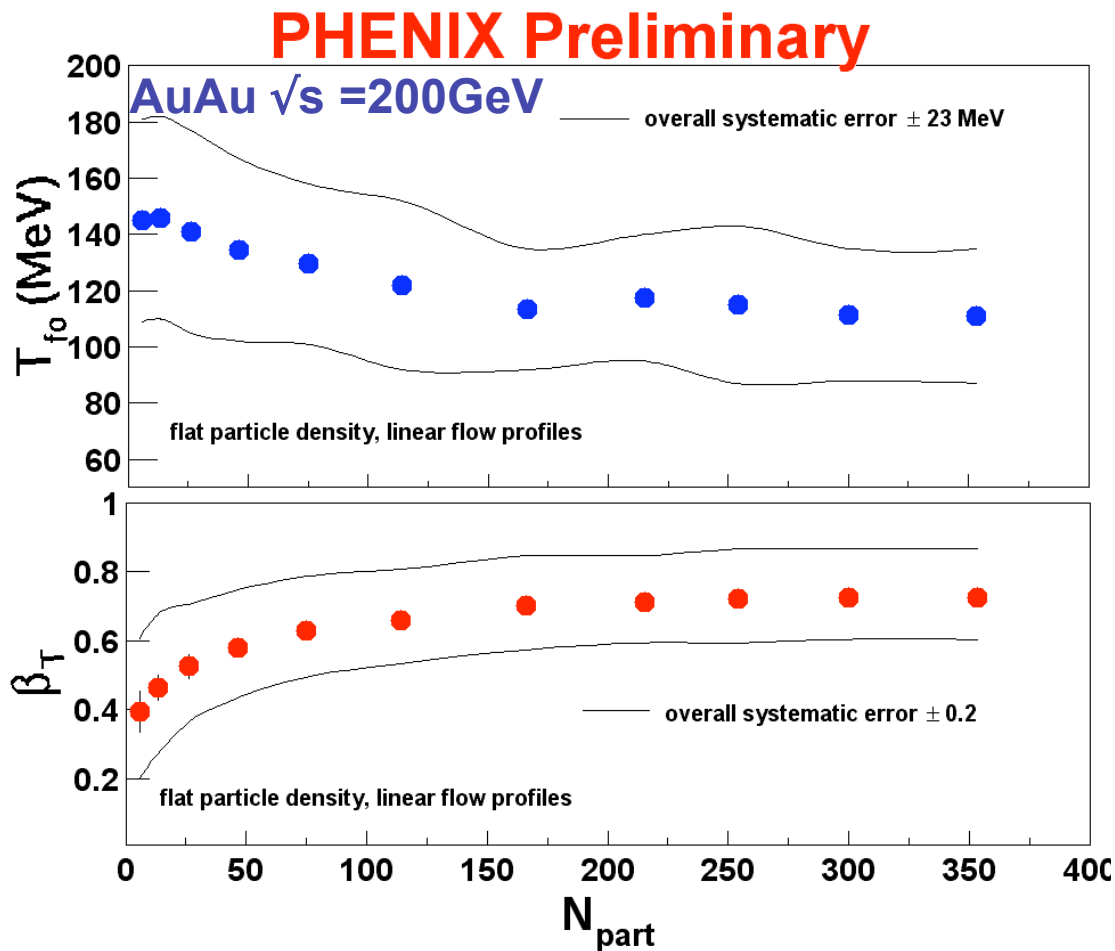


Radial Flow all'SPS



- Il radial flow rompe l' "m_T scaling" a bassi p_T
- Un fit agli spettri di particelle identificate permette di separare la componente termica dal moto collettivo
- In collisioni centrali alla massima energia dell'SPS ($\sqrt{s} = 17$ GeV):
 - $\Rightarrow T_{fo} \approx 120$ MeV
 - $\Rightarrow \beta_{\perp} = 0.50$

Radial Flow a RHIC



- Il radial flow rompe l' "m_T scaling" a bassi p_T
- Un fit agli spettri di particelle identificate permette di separare la componente termica dal moto collettivo
- In collisioni AuAu centrali alla massima energia di RHIC ($\sqrt{s}=200\text{ GeV}$):
 - ⇒ $T_{fo} \approx 110 \pm 23\text{ MeV}$
 - ⇒ $\beta_{\perp} = 0.7 \pm 0.2$

Evoluzione dinamica del sistema

- I fit agli spettri in p_T indicano che:
 - ⇒ la fireball creata in una collisione di ioni attraversa il freeze-out termico a una temperatura di 110-130 MeV
 - ⇒ Nell'istante del freeze-out si trova in uno stato di rapida espansione radiale collettiva, con una velocità dell'ordine di 0.5-0.7 volte la velocità della luce
- **ATTENZIONE:** i valori di T_{fo} e b_{\perp} sono i risultati di un fit agli spettri e non è a priori garantito che i loro valori abbiano senso dal punto di vista fisico
 - ⇒ Per capire se i valori di temperatura di freeze-out e di velocità di flusso radiale hanno un significato fisico, bisogna verificare che siano riprodotti da modelli teorici basati sull'evoluzione dinamica del sistema → FLUIDODINAMICA

Fluidodinamica

Fluidodinamica

- Come la termodinamica, la fluidodinamica cerca di spiegare un sistema usando variabili macroscopiche (temperatura, pressione ...) legate a variabili microscopiche
- Parametri microscopici del fluido:
 - ⇒ Libero cammino medio tra due collisioni (λ)
 - ⇒ Velocità media di agitazione termica delle particelle (v_{THERM})
- Parametri macroscopici del fluido:
 - ⇒ Dimensione del sistema (L)
 - ⇒ Velocità del fluido (v_{FLUID})
 - ⇒ Pressione (p)
 - ⇒ Densità del fluido (ρ)
 - ⇒ Velocità del suono nel fluido: $c_s = \sqrt{dp/d\rho}$
 - ⇒ Viscosità: $\eta \sim \lambda v_{\text{THERM}}$

Caratteristiche del fluido (1)

- Numero di Knudsen

$$Kn = \frac{\lambda}{L}$$

← Libero cammino medio

← Dimensioni del sistema

⇒ $Kn > 1$: Le particelle del fluido sono non interagenti

✓ *“Free-streaming” – “Ballistic limit”* → **GAS PERFETTO**

⇒ $Kn \ll 1$: Le particelle del fluido sono fortemente interagenti

✓ *Liquido*

- Il numero di Knudsen è legato al raggiungimento dell'equilibrio termodinamico

⇒ Un sistema fortemente interagente, cioè con libero cammino medio λ piccolo rispetto alle dimensioni L del sistema (e quindi $Kn \ll 1$) raggiunge l'equilibrio termodinamico più velocemente

Caratteristiche del fluido (2)

- Numero di Mach

$$Ma = \frac{v_{FLUID}}{c_S}$$

← Velocità del fluido

← Velocità del suono nel fluido

⇒ $Ma < 1$: Regime subsonico

⇒ $Ma > 1$: Regime supersonico

- Il numero di Mach è legato alla compressibilità del fluido

⇒ Un fluido incompressibile ($\Delta\rho/\rho \approx 0$) e stazionario (per cui vale l'equazione di Bernoulli) ha un numero di Mach $Ma \approx 0$:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \Delta p = \frac{1}{\rho} \frac{1}{c_S^2} \frac{1}{2} \rho v^2 \propto Ma^2$$

Caratteristiche del fluido (3)

- Numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho L v_{FLUID}}{\eta}$$

Velocità del fluido

Viscosità

⇒ $Re \gg 1$: Fluido ideale (non viscoso)

⇒ $Re \ll 1$: Fluido viscoso

- Per la viscosità η vale la relazione $\eta \propto \rho \lambda c_s$ da cui si ricava

$$Re = \frac{\rho L v_{FLUID}}{\rho \lambda c_s} = \frac{Ma}{Kn}$$

⇒ Nel caso di un fluido compressibile ($Ma \gg 1$): il fatto che il fluido sia termalizzato ($Kn \ll 1$) significa che è ideale ($Re \gg 1$)

⇒ La viscosità rappresenta un allontanamento dall'equilibrio

Fluidodinamica in collisioni di ioni

- Dopo la collisione si crea un gas denso di particelle
- A un certo istante τ_{equ} il libero cammino medio λ è minore della dimensione del sistema
 - ⇒ $Kn \ll 1$ → si può usare la fluidodinamica per un liquido ideale
- Il fluido si espande, la densità diminuisce e quindi aumenta il libero cammino medio λ e aumenta la dimensione del sistema
- A un certo istante τ_{fo} il libero cammino medio λ diventa dello stesso ordine di grandezza della dimensione del sistema
 - ⇒ $Kn \approx 1$ → non si può più assumere il liquido ideale
 - ⇒ Questo istante viene chiamato Freeze-out termico (o cinetico) ed è caratterizzato dalla temperatura di freeze-out T_{fo}

Equazioni della fluidodinamica

- Le equazioni della fluidodinamica sono le leggi di conservazione dell'energia e della quantità di moto
- Nel caso di collisioni di ioni andranno scritte per il caso di un fluido
 - ⇒ In moto non stazionario (cioè la velocità in un punto non è costante nel tempo)
 - ⇒ Compressibile (la velocità del fluido \gg della velocità del suono nel fluido)
 - ⇒ Relativistico (la velocità collettiva è dell'ordine di $0.5c$)
 - ⇒ Ideale, cioè non viscoso
 - ✓ *Quest'ultima assunzione serve ad avere equazioni risolvibili*
- Un fluido di questo tipo è descritto dalle equazioni di Eulero e dalla legge di conservazione della massa che ricaveremo nel caso non relativistico

Equazione di continuità

- Conservazione della massa

⇒ La variazione nel tempo dt della massa del fluido all'interno di un volume V è:

$$\frac{dm}{dt} = \iiint \frac{d\rho}{dt} dV$$

⇒ Se non ci sono pozzi o sorgenti, questa deve essere uguale al flusso di massa che entra/ esce dalla superficie esterna del volume V

$$\Phi_M = -\iint \rho \vec{v} d\vec{S} = -\iiint \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV$$

dove il segno - è dovuto al fatto che $d\vec{S}$ è diretto verso l'esterno e quindi se la velocità \vec{v} è diretta verso l'esterno (flusso uscente) la massa nel volume V diminuisce (dm/dt negativo)

⇒ Quindi:

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

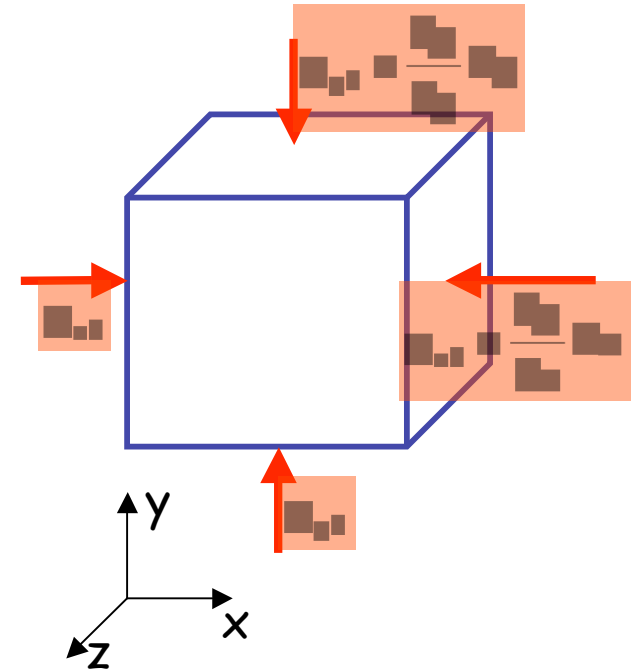
Equazioni del moto di Eulero (1)

- Forza di pressione esercitata su un elemento di fluido $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$:

$$F_x = p_{x0} \Delta y \Delta z - \left(p_{x0} + \frac{dp}{dx} \Delta x \right) \Delta y \Delta z = - \frac{dp}{dx} \Delta V$$

$$F_y = p_{y0} \Delta x \Delta z - \left(p_{y0} + \frac{dp}{dy} \Delta y \right) \Delta x \Delta z = - \frac{dp}{dy} \Delta V$$

$$F_z = p_{z0} \Delta x \Delta y - \left(p_{z0} + \frac{dp}{dz} \Delta z \right) \Delta x \Delta y = - \frac{dp}{dz} \Delta V$$



- La forza di pressione per unità di volume sarà quindi:

$$f_p = -\nabla p$$

Equazioni del moto di Eulero (2)

- Se le uniche altre forze che agiscono sul fluido sono quelle gravitazionali, si può scrivere la legge di Newton $F=ma$ come:

$$-\nabla p + \rho g = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt}$$

Forza di pressione Forza di gravità Derivata della velocità rispetto al tempo

⇒ dove D/Dt rappresenta la derivata totale della velocità (che dipende da t , x , y e z rispetto al tempo e vale:

$$\begin{aligned} \frac{D\vec{v}}{Dt} &= \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \\ &= \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \\ &= \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \end{aligned}$$

Equazioni del moto di Eulero (3)

- Le equazioni di Eulero sono quindi:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + g$$

⇒ Sono 3 equazioni non lineari alle derivate parziali che rappresentano la conservazione del momento

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z \end{aligned}$$

- In caso di fluido stazionario e incompressibile le equazioni di Eulero si riducono a quella di Bernoulli
- In caso di fluido viscoso le equazioni sono quelle (più complicate) di Navier-Stokes

Fluidodinamica relativistica

- In caso di fluido in moto con velocità relativistiche, le equazioni di conservazione del momento e dell'energia si scrivono in forma tensoriale come:

$$\partial_{\mu} T^{\mu\nu} = 0$$

con

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^{\mu}u^{\nu} - pg^{\mu\nu}$$

- A queste si aggiunge una equazione di continuità che rappresenta la conservazione del numero barionico:

$$\partial_{\mu} j_B^{\mu} = 0$$

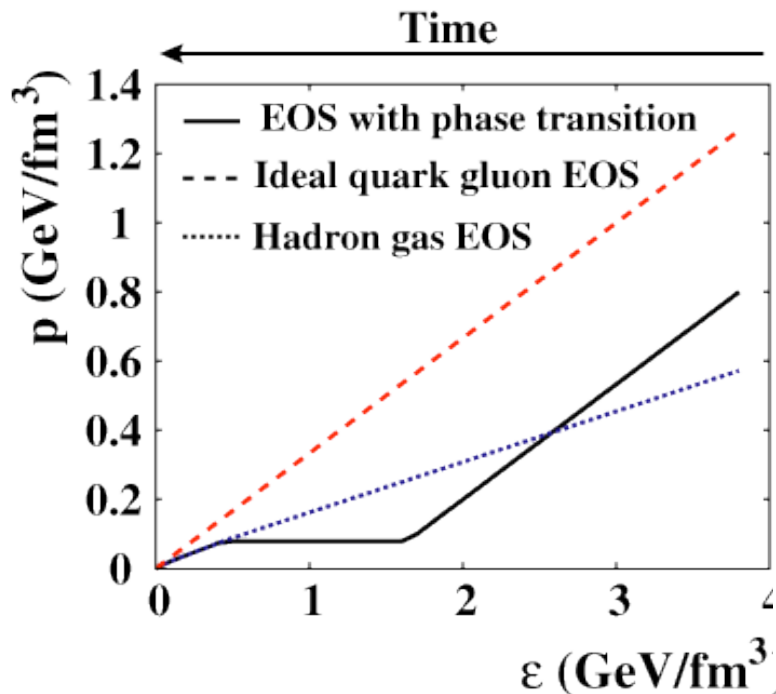
con

$$j^{\mu} = n_B u^{\mu}$$

- Sono quindi 5 equazioni differenziali alle derivate parziali con 6 incognite (ε , p , n_B e le 3 componenti della velocità)

Equazione di stato

- Per chiudere il sistema delle 5 equazioni di conservazione di energia, impulso e numero barionico serve un'ulteriore relazione
- Si deve quindi usare un'equazione di stato per la materia nucleare che metta in relazione la pressione e la densità di energia del sistema



- Transizione di fase del prim'ordine

- Per $T < T_c$:

⇒ equazione di stato di un gas di adroni non interagenti

⇒ velocità del suono: $c_s^2 = dp/d\epsilon \approx 0.15$

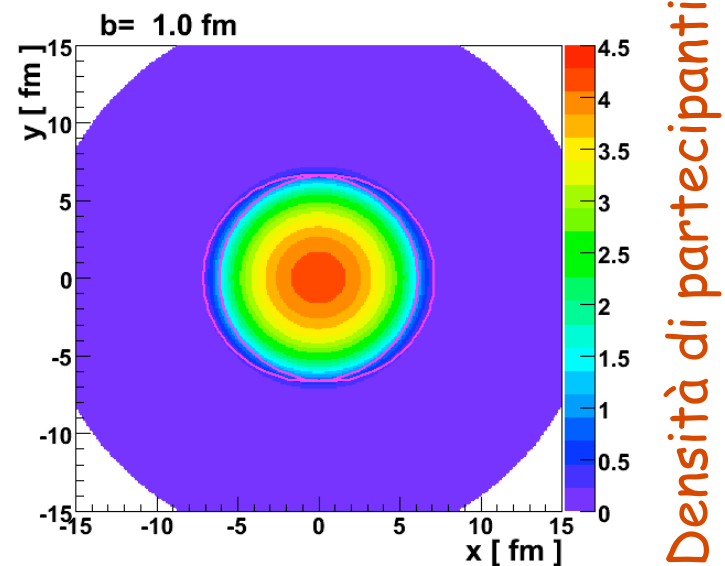
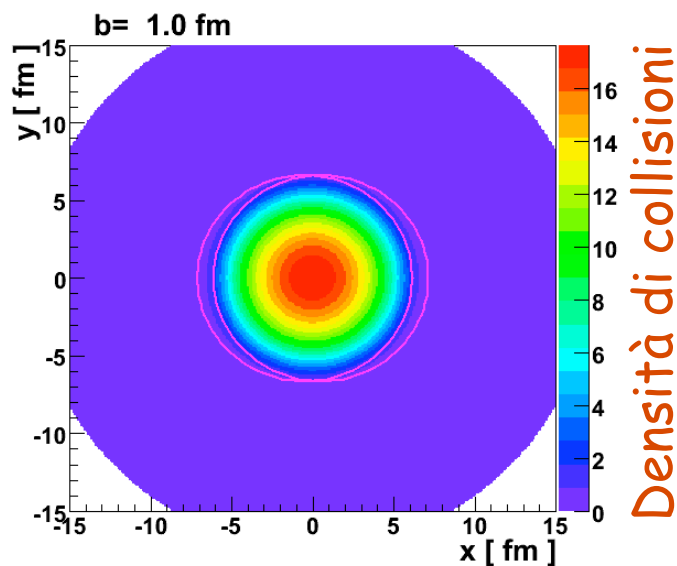
- Per $T > T_c$:

⇒ equazione di stato di un gas di quark e gluoni non interagenti a massa nulla con bag-pressure B ($\epsilon = 3p + 4B$)

⇒ velocità del suono: $c_s^2 = dp/d\epsilon = 1/3$

Condizioni iniziali

- Nelle prime fasi dell'evoluzione della fireball il sistema non è in equilibrio, quindi non si può applicare la fluidodinamica
- Bisogna quindi iniziare l'evoluzione fluidodinamica a un tempo τ_{equ} a partire dallo stato del sistema (= distribuzioni spaziali di energia e entropia) al tempo τ_{equ}
- La modellizzazione delle condizioni iniziali può essere fatta con:
 - ⇒ Codici Monte Carlo che descrivono le cascate partoniche (UrQMD, AMPT)
 - ⇒ Ricavare la densità di energia e di entropia dalle densità di partecipanti e collisioni calcolate con il modello di Glauber

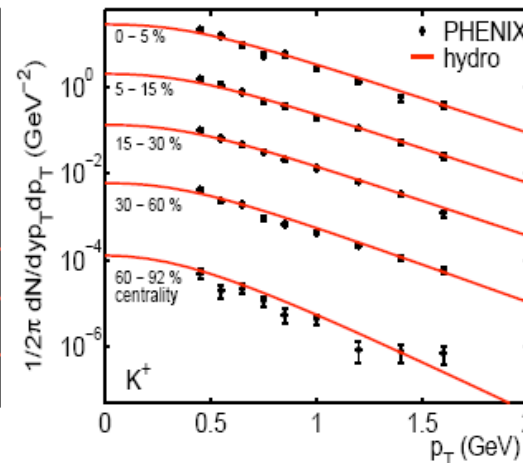
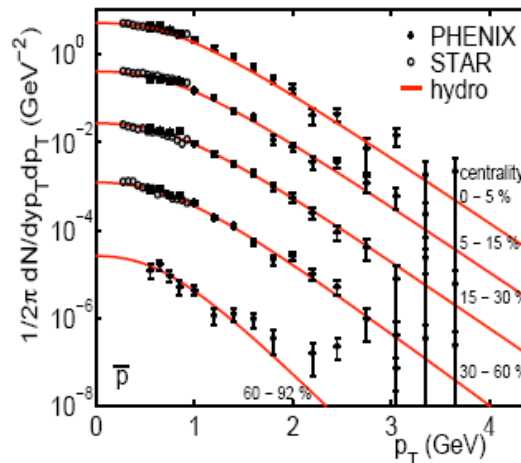
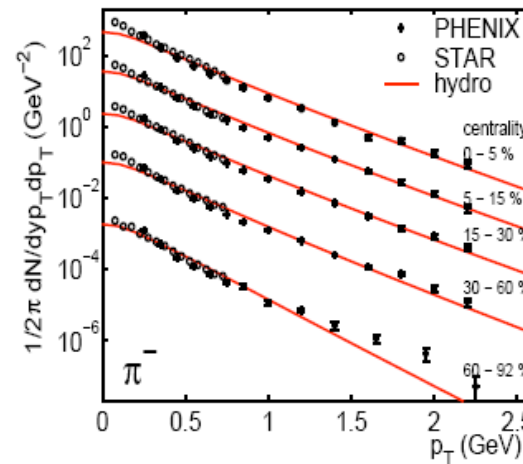
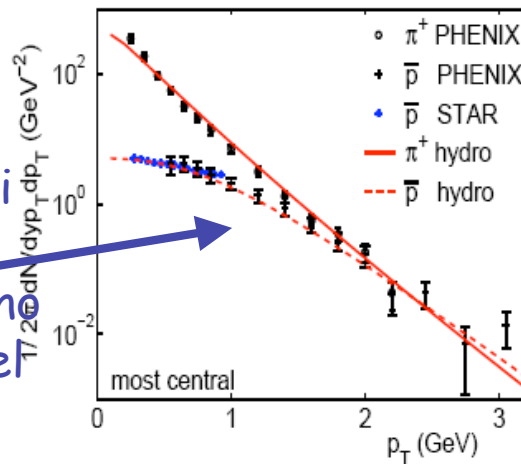


Freeze-out termico

- L'evoluzione idrodinamica termina quando il libero cammino medio delle particelle diventa dell'ordine delle dimensioni del sistema e quindi il sistema non è in grado di mantenersi in equilibrio termodinamico
- Il termine dell'evoluzione idrodinamica viene normalmente descritto secondo le prescrizioni di Cooper-Frye
 - ⇒ Si postula una transizione immediata di tutte le particelle all'interno di un elemento di fluido da una situazione di equilibrio termico (libero cammino medio = zero) a una di espansione libera (libero cammino medio $\rightarrow \infty$)
 - ⇒ La densità di energia al momento del freeze-out è uno dei parametri dei modelli idrodinamici che viene ottimizzato per riprodurre i dati sperimentali

Fluidodinamica e radial flow (1)

Gli spettri di pioni e protoni in eventi centrali fissano i parametri del modello



Tutti gli altri spettri sono calcolati senza altri parametri liberi

- I parametri liberi della fluidodinamica sono fissati per riprodurre gli spettri in p_T di pioni e antiprotoni per collisioni centrali
- Una volta che i parametri sono stati fissati per pioni e protoni in collisioni centrali, le distribuzioni in p_T alle altre centralità e per gli altri adroni sono calcolati senza inserire altri parametri.

Fluidodinamica e radial flow (2)

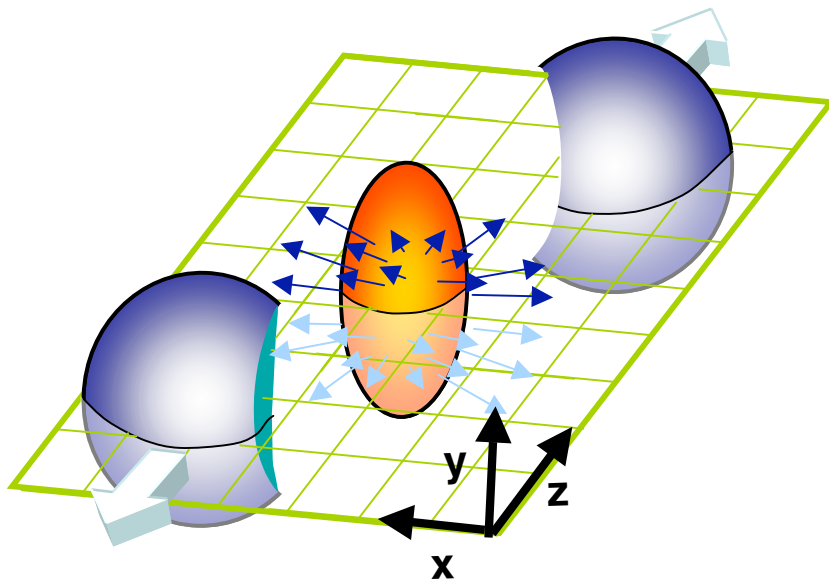
	SPS	RHIC 1	RHIC 2
$\sqrt{s_{NN}}$ (GeV)	17	130	200
s_{eq} (fm ⁻³)	43	95	110
T_{eq} (MeV)	257	340	360
τ_{eq} (fm/c)	0.8	0.6	0.6

- I parametri inseriti nell'evoluzione fluidodinamica dipendono dall'energia della collisione
- Ad esempio per collisioni AuAu a $\sqrt{s}=130$ GeV
 - $\Rightarrow \tau_{equ} = 0.6$ fm/c $\Rightarrow T_{equ} = 340$ MeV $\Rightarrow \varepsilon_{equ} = 25$ GeV/fm³
 - $\Rightarrow s_{equ} = 95$ fm⁻³
 - $\Rightarrow \varepsilon_{fo} = 0.075$ GeV/fm³ $\Rightarrow T_{fo} = 130$ MeV
- Il tempo per equilibrare il sistema diminuisce al crescere di \sqrt{s}

Altri tipi di moto collettivo

Anisotropic transverse flow

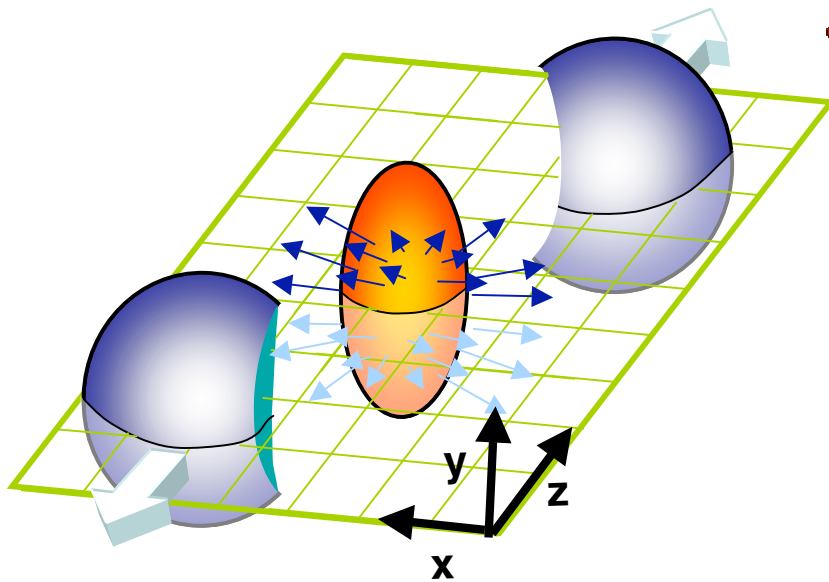
- Correlazione tra le velocità delle particelle prodotte e il parametro di impatto
- In collisioni con $b \neq 0$ (non centrali) si crea una fireball con un'anisotropia geometrica
 - ⇒ La regione di overlap ha una forma ellissoidale



- Dal punto di vista macroscopico:
 - ⇒ I gradienti di pressione (e quindi le forze che spingono le particelle) nel piano trasverso sono anisotropi (= dipendenti da φ)
 - ✓ *Il gradiente di pressione è maggiore nel piano x,z (lungo il parametro di impatto) che lungo y*
 - ⇒ La velocità del fluido dipende da φ
 - ⇒ La distribuzione azimutale delle particelle rivelate sarà anisotropa

Anisotropic transverse flow

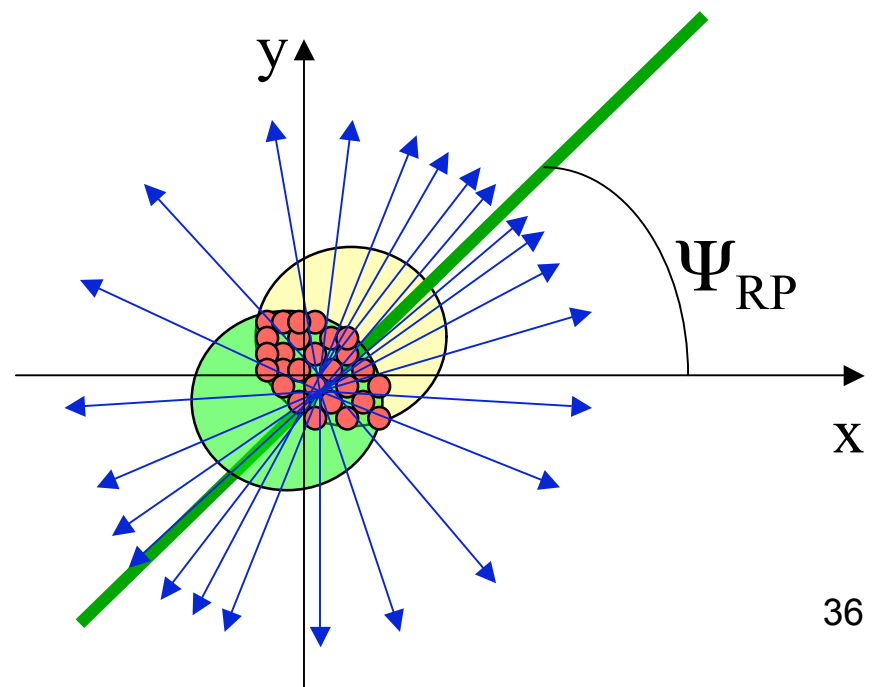
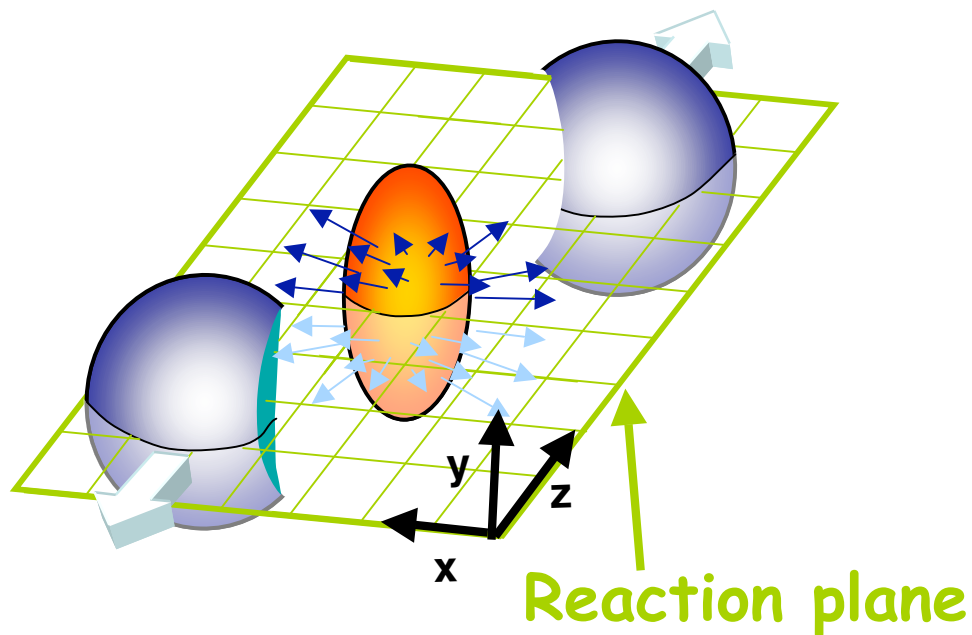
- Correlazione tra le velocità delle particelle prodotte e il parametro di impatto
- In collisioni con $b \neq 0$ (non centrali) si crea una fireball con un'anisotropia geometrica
 - ⇒ La regione di overlap ha una forma ellissoidale



- Dal punto di vista microscopico:
 - ⇒ Le interazioni tra le particelle prodotte (se sufficientemente forti) possono convertire questa anisotropia geometrica iniziale in un'anisotropia nella distribuzione dei momenti delle particelle che può essere misurata

Piano della reazione

- L'anisotropic transverse flow è quindi una correlazione della direzione (= momento) delle particelle prodotte dal parametro di impatto della collisione
 - ⇒ Il piano definito dal parametro di impatto e dalla direzione del fascio si chiama piano della reazione
 - ⇒ L'angolo azimutale del vettore parametro di impatto nel piano trasverso si indica con Ψ_{RP}



Anisotropic transverse flow

- Si parte dalle distribuzioni azimutali delle particelle rispetto al piano della reazione ($\varphi - \Psi_{RP}$)
- Si usa uno sviluppo in serie di Fourier :

$$\frac{dN}{d(\varphi - \Psi_{RP})} = \frac{N_0}{2\pi} \left(1 + 2v_1 \cos(\varphi - \Psi_{RP}) + 2v_2 \cos(2(\varphi - \Psi_{RP})) + \dots \right)$$

- ⇒ I termini con i seni non sono presenti perché la distribuzione di particelle deve essere simmetrica (pari) rispetto a Ψ_{RP}
- ⇒ I coefficienti delle varie armoniche (v_1, v_2, \dots) descrivono le differenze rispetto a una distribuzione isotropa
- ⇒ Dalle proprietà delle serie di Fourier si ricava che:

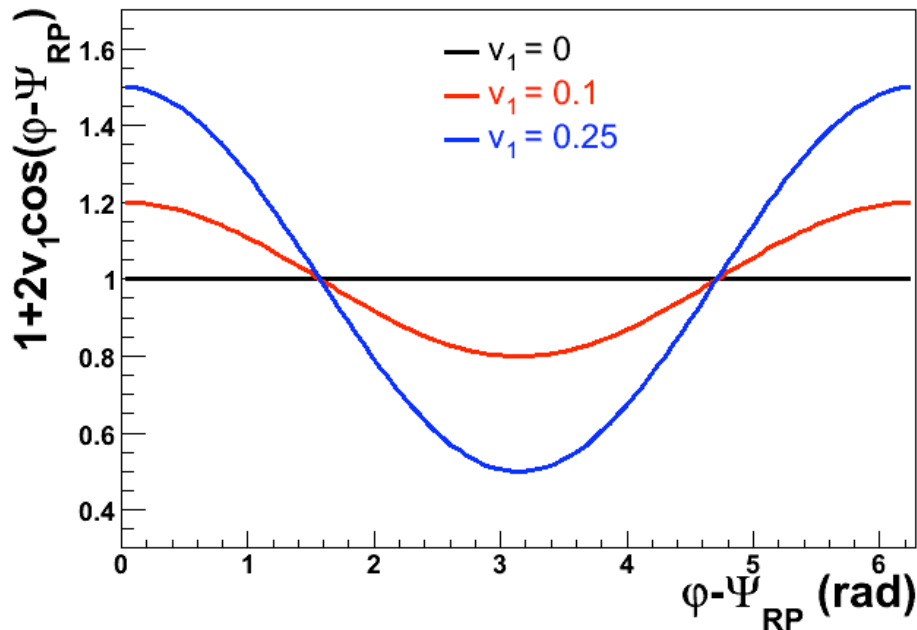
$$v_n = \langle \cos[n(\varphi - \Psi_{RP})] \rangle$$

Coefficiente v_1 : Directed flow

$$\frac{dN}{d(\varphi - \Psi_{RP})} = \frac{N_0}{2\pi} (1 + 2v_1 \cos(\varphi - \Psi_{RP}) + 2v_2 \cos(2(\varphi - \Psi_{RP})) + \dots)$$

Directed flow

$$v_1 = \langle \cos(\varphi - \Psi_{RP}) \rangle$$



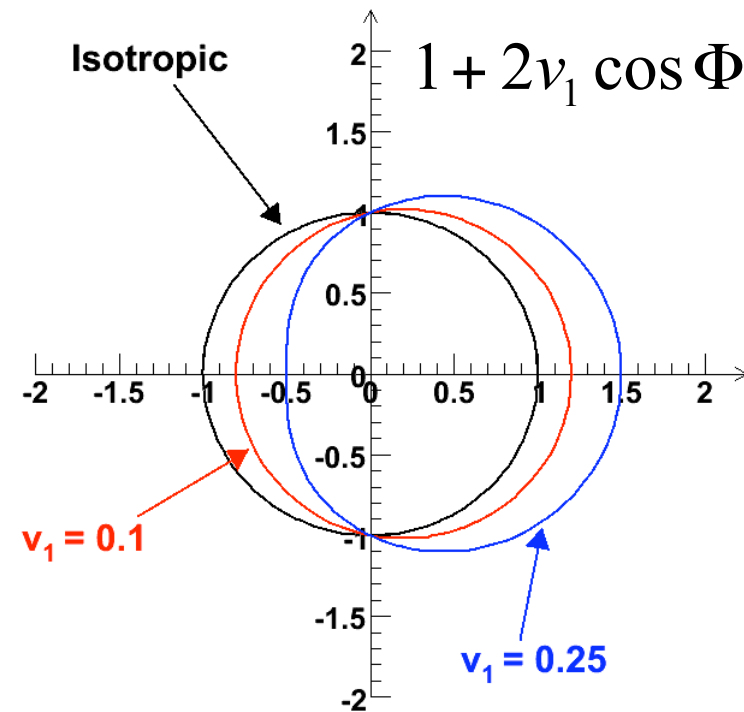
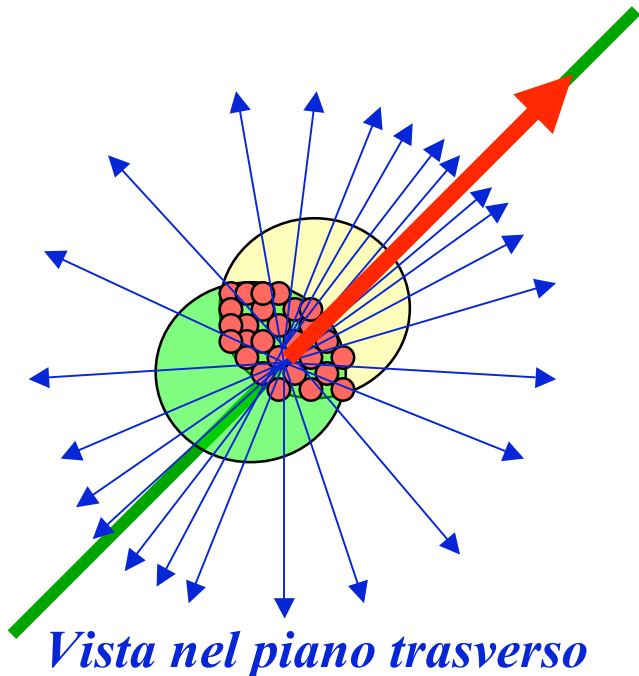
- Se $v_1 \neq 0$ c'è una differenza tra il numero di particelle dirette parallelamente (0°) e anti-parallelamente (180°) al parametro di impatto
- Il directed flow rappresenta quindi una direzione preferenziale di emissione delle particelle

Coefficiente v_1 : Directed flow

$$\frac{dN}{d(\varphi - \Psi_{RP})} = \frac{N_0}{2\pi} (1 + 2v_1 \cos(\varphi - \Psi_{RP}) + 2v_2 \cos(2(\varphi - \Psi_{RP})) + \dots)$$

Directed flow

$$v_1 = \langle \cos(\varphi - \Psi_{RP}) \rangle$$



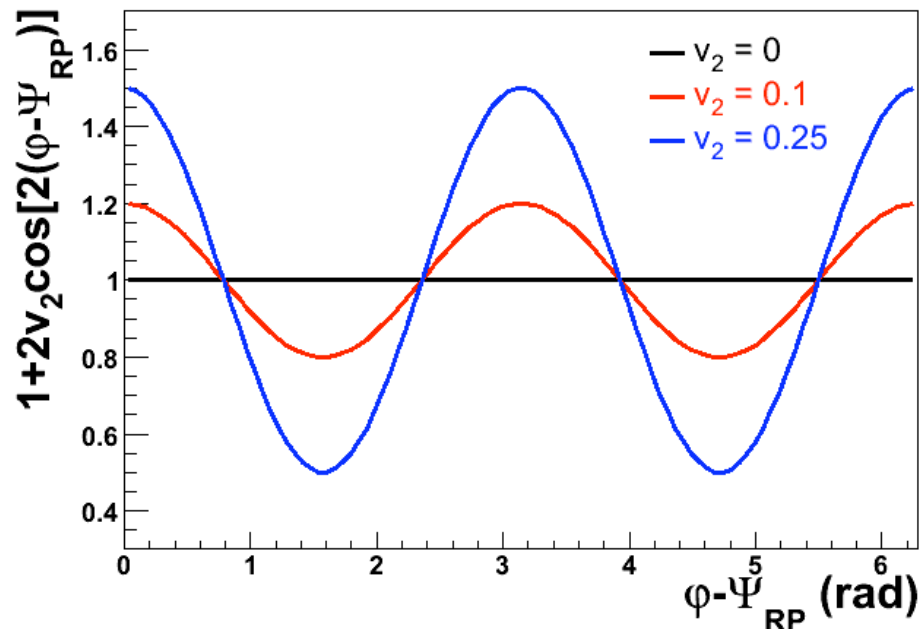
- Il directed flow rappresenta una traslazione della sorgente delle particelle nel piano trasverso

Coefficiente v_2 : Elliptic flow

$$\frac{dN}{d(\varphi - \Psi_{RP})} = \frac{N_0}{2\pi} (1 + 2v_1 \cos(\varphi - \Psi_{RP}) + 2v_2 \cos(2(\varphi - \Psi_{RP})) + \dots)$$

Elliptic flow

$$v_2 = \langle \cos[2(\varphi - \Psi_{RP})] \rangle$$



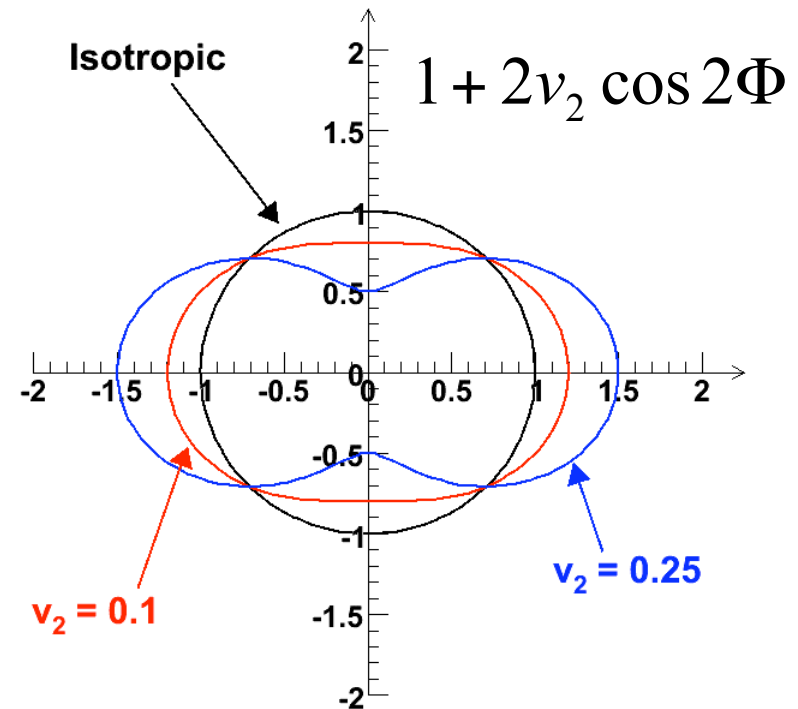
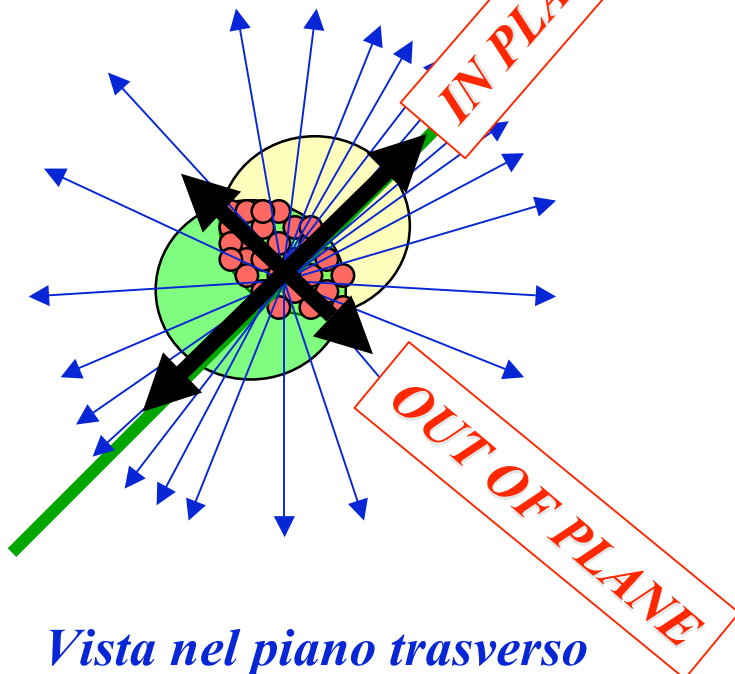
- Se $v_2 \neq 0$ c'è una differenza tra il numero di particelle dirette parallele (0° e 180°) e perpendicolari (90° e 270°) al parametro di impatto
- E' l'effetto che ci si aspetta dalla differenza tra i gradienti di pressione paralleli e ortogonali al parametro di impatto

Coefficiente v_2 : Elliptic flow

$$\frac{dN}{d(\varphi - \Psi_{RP})} = \frac{N_0}{2\pi} \left(1 + 2v_1 \cos(\varphi - \Psi_{RP}) + 2v_2 \cos(2(\varphi - \Psi_{RP})) + \dots \right)$$

Elliptic flow

$$v_2 = \langle \cos[2(\varphi - \Psi_{RP})] \rangle$$



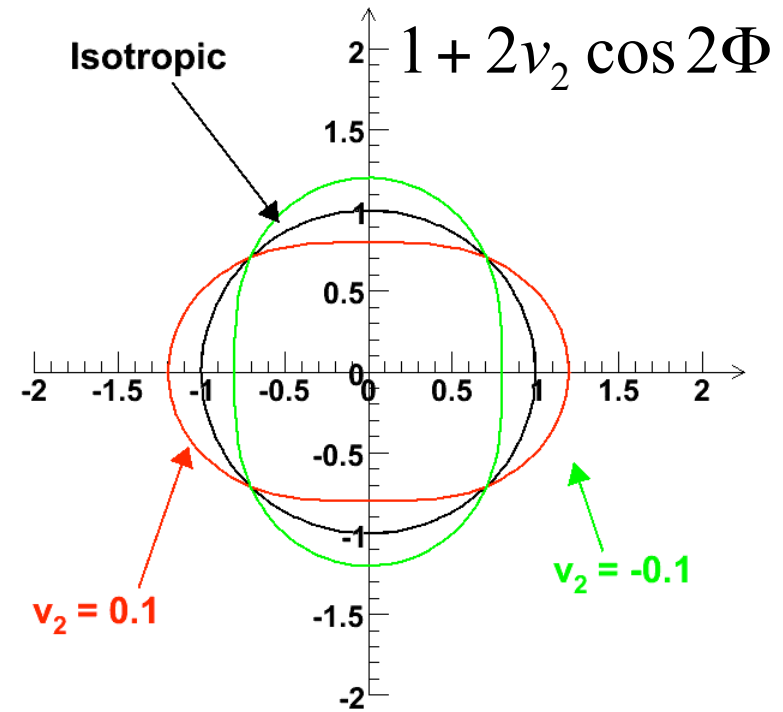
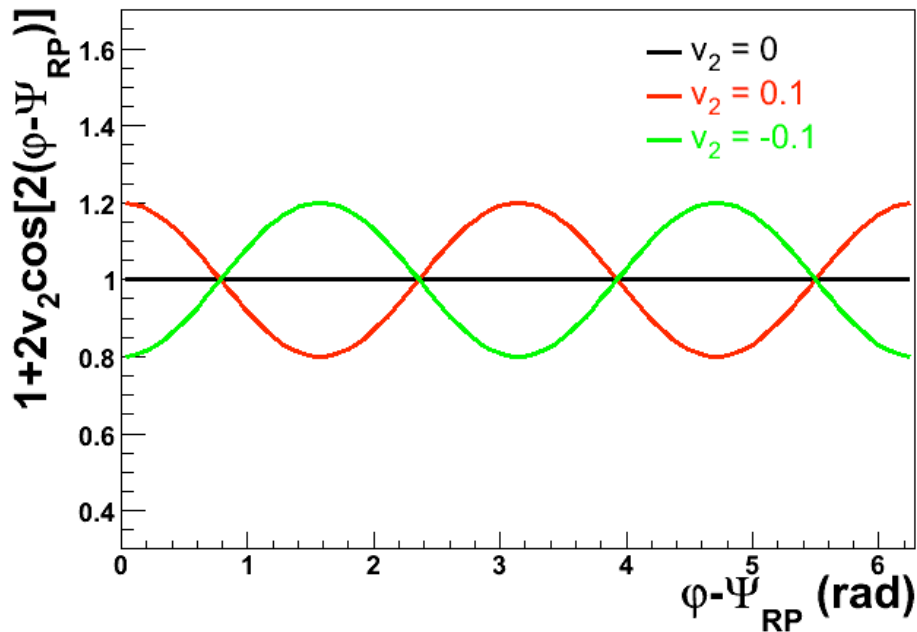
- L'elliptic flow rappresenta una deformazione \approx ellittica della distribuzione delle particelle nel piano trasverso

In plane vs. out of plane

$$\frac{dN}{d(\varphi - \Psi_{RP})} = \frac{N_0}{2\pi} (1 + 2v_1 \cos(\varphi - \Psi_{RP}) + 2v_2 \cos(2(\varphi - \Psi_{RP})) + \dots)$$

Elliptic flow

$$v_2 = \langle \cos[2(\varphi - \Psi_{RP})] \rangle$$



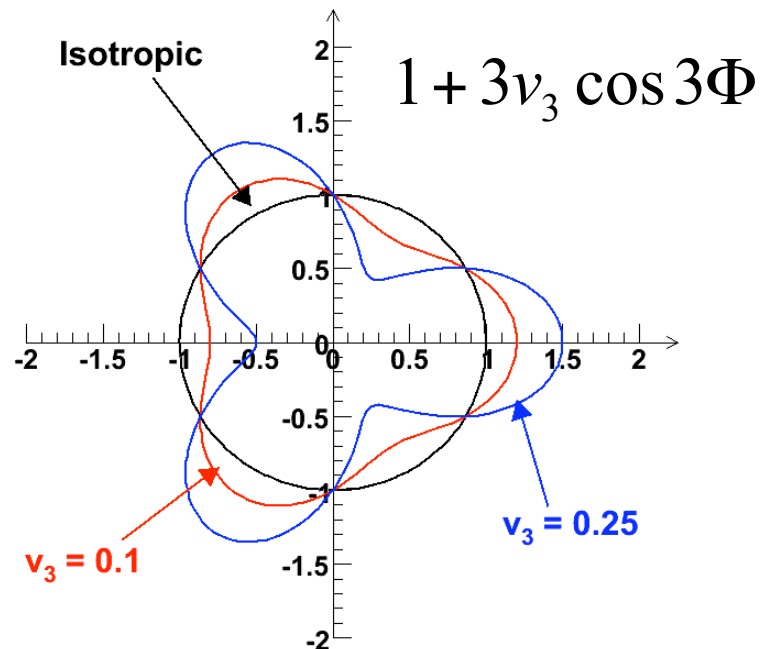
- $v_2 > 0 \rightarrow$ flow in-plane
- $v_2 < 0 \rightarrow$ flow out-of-plane

Armoniche superiori

$$\frac{dN}{d(\varphi - \Psi_{RP})} = \frac{N_0}{2\pi} \left(1 + 2v_1 \cos(\varphi - \Psi_{RP}) + 2v_2 \cos(2(\varphi - \Psi_{RP})) + \dots \right)$$

- Terza armonica: v_3

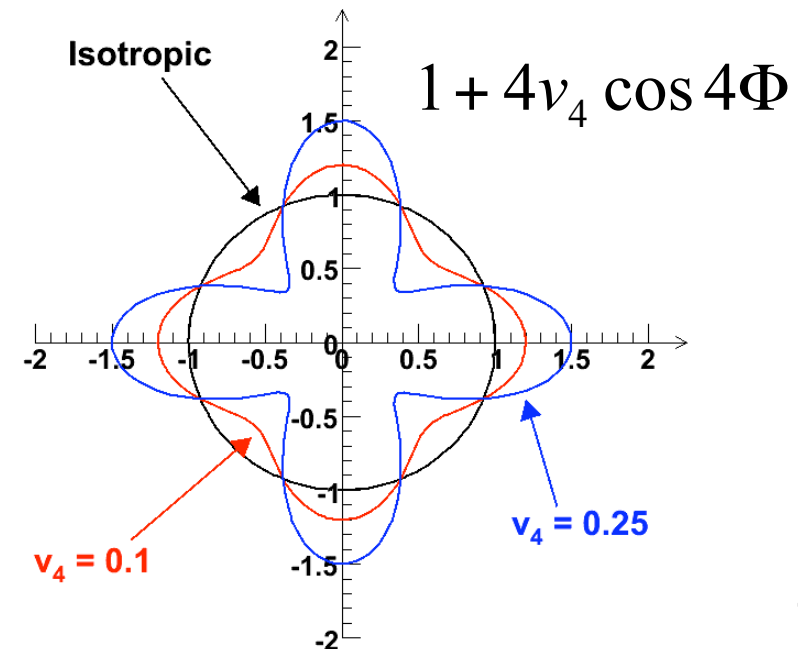
⇒ Per collisioni di nuclei uguali deve essere $v_3 = 0$ (e così tutte le altre armoniche dispari) per ragioni di simmetria rispetto a y



- Quarta armonica: v_4

⇒ Per grandi valori di v_2 deve essere $\neq 0$ per riprodurre la geometria della regione di overlap.

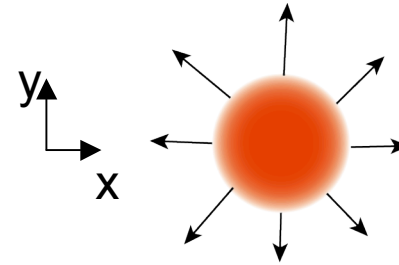
⇒ In caso di fluido ideale $v_4 = 0.5 v_2^2$



Tipi di flow in collisioni nucleari

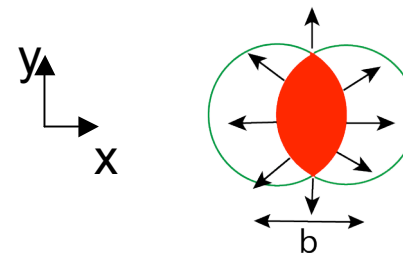
- Radial flow = flusso isotropo (i.e. indipendente dall'angolo azimutale φ) nel piano trasverso

- ⇒ Dovuto alla differenza di pressione tra l'interno e l'esterno della fireball
- ⇒ Unico tipo di moto collettivo per $b=0$
- ⇒ Osservabili sperimentali: p_T (m_T) spectra



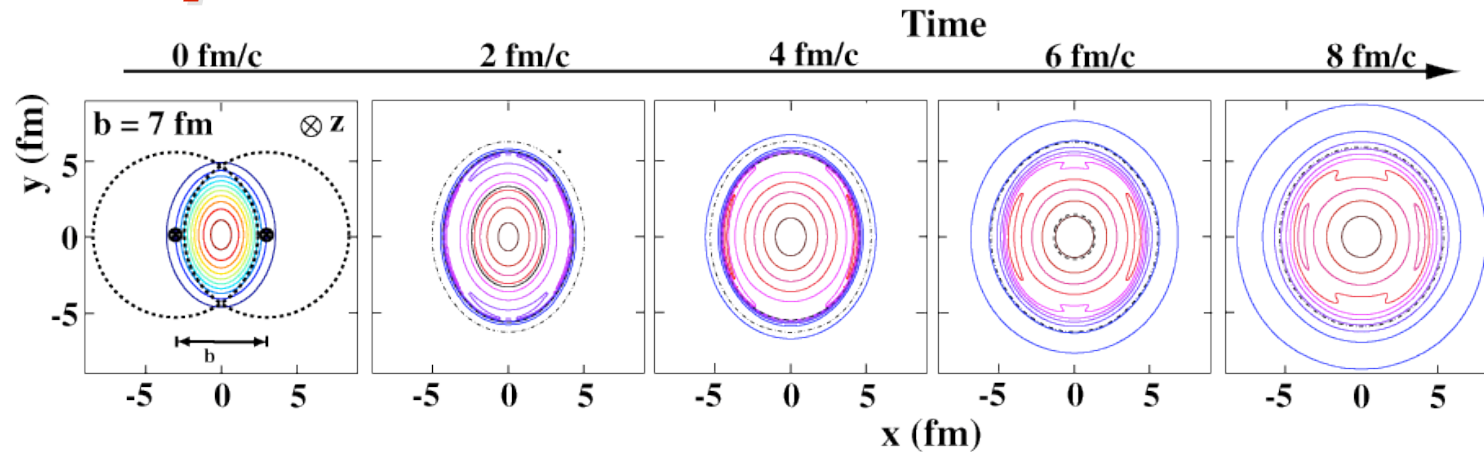
- Anisotropic transverse flow = dipendenza della velocità di flusso dall'angolo azimutale φ , tipica di collisioni con $b \neq 0$

- ⇒ Dovuti ai gradienti di pressione che si generano in seguito all'anisotropia geometrica della fireball
- ⇒ Osservabili sperimentali: distribuzioni azimutali delle particelle rispetto al piano di reazione, coefficienti di Fourier v_1 , v_2 , ...

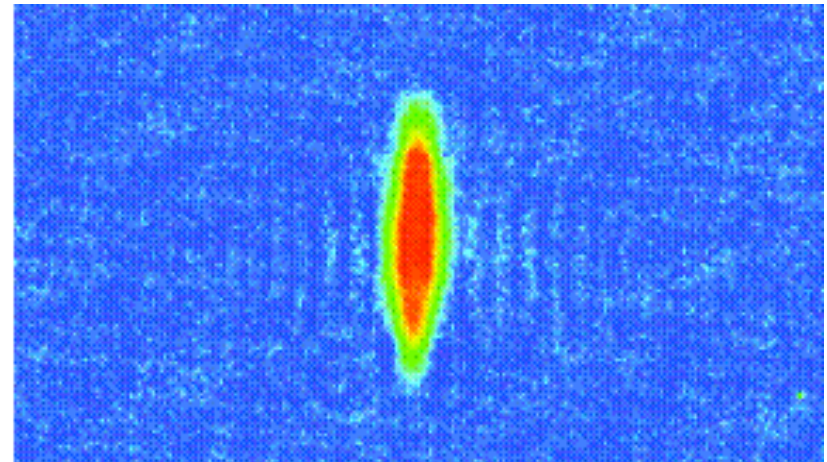


Importanza dell'elliptic flow

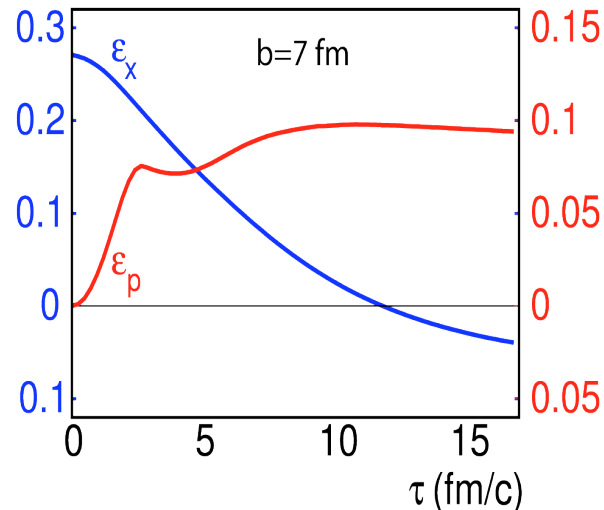
Elliptic flow - caratteristiche (1)



- L'anisotropia geometrica che è all'origine dell'elliptic flow si attenua con l'evoluzione del sistema
 - ⇒ Anche in caso di espansione libera (sistema non interagente) l'eccentricità della fireball diminuisce con l'aumentare della dimensione del sistema
- I gradienti di pressione che sono all'origine dell'elliptic flow sono più forti nei primi istanti dopo la collisione
- L'elliptic flow è quindi particolarmente sensibile all'equazione di stato (i.e. velocità del suono) del sistema nei primi istanti della collisione



Elliptic flow - caratteristiche (1)



- L'anisotropia geometrica (ϵ_x = deformazione ellittica della fireball) diminuisce con il tempo
- L'anisotropia dei momenti (ϵ_p , che è quella che si misura):
 - ⇒ Si sviluppa velocemente nei primi istanti della collisione ($\tau < 2-3$ fm/c), quando il sistema è nello stato di QGP
 - ✓ *Effetto dell'equazione di stato del QGP che ha alta velocità del suono c_s ("hard equation of state")*
 - ⇒ Rimane costante durante la transizione di fase ($2 < \tau < 5$ fm/c) che nell'equazione di stato usata nei modelli fluidodinamici è del prim'ordine
 - ✓ *Effetto del "softening" dell'equazione di stato durante la transizione di fase ($c_s = 0$)*
 - ⇒ Aumenta ancora leggermente nella fase di gas adronico ($\tau > 5$ fm/c)
 - ✓ *In questa fase la velocità del suono è più bassa ($c_s^2 \approx 0.15$)*

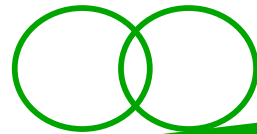
***Elliptic flow: risultati
sperimentali***

v_2 vs. centralità a RHIC (1)

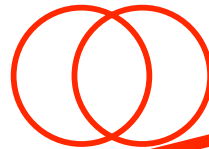
L'elliptic flow che si osserva dipende da:

- **Eccentricità della regione di overlap**
⇒ Diminuisce al crescere della centralità
- **Quantità di interazioni subite dalle particelle**
⇒ Aumenta al crescere della densità di particelle (e quindi della centralità)

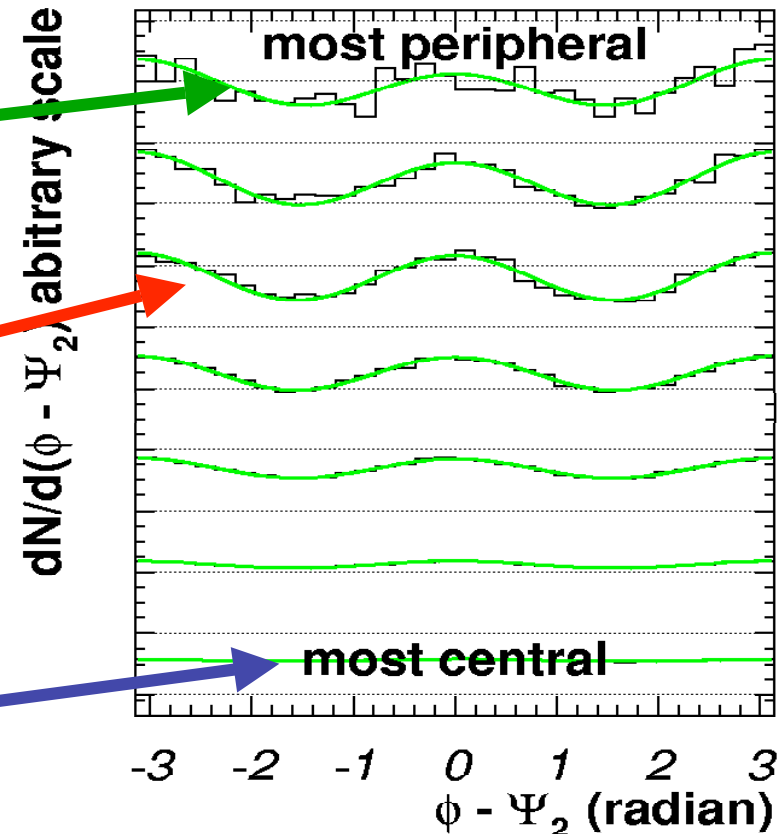
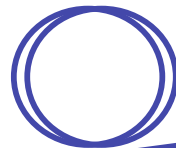
Collisioni molto periferiche:
eccentricità grande, poche re-interazioni
→ v_2 piccolo



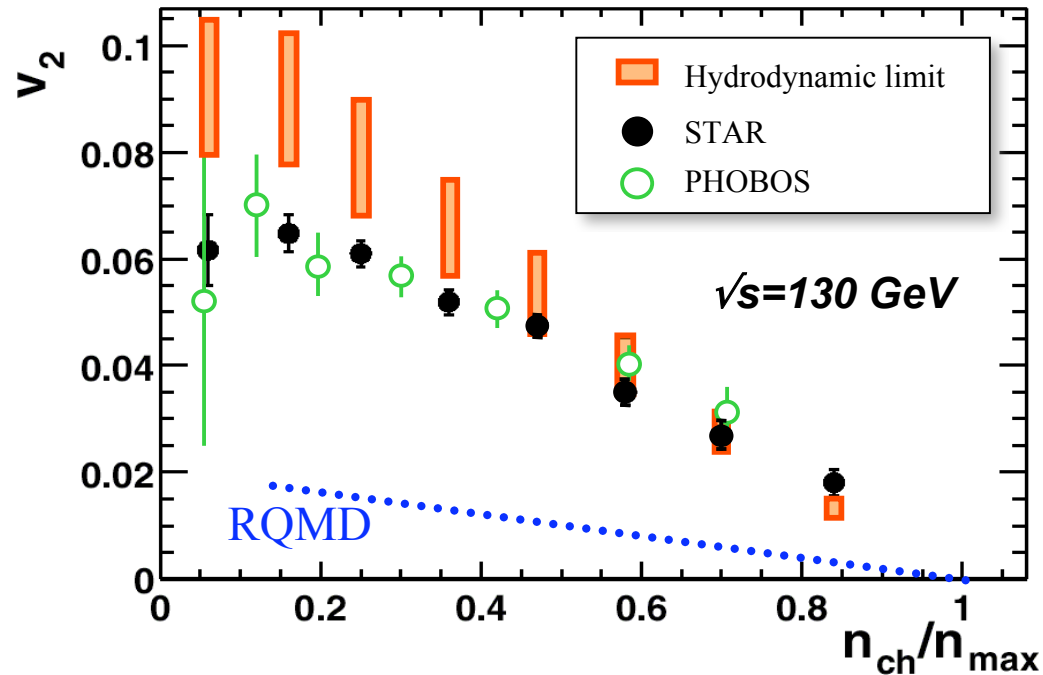
Collisioni semiperiferiche:
ci sono eccentricità e re-interazioni
→ v_2 grande



Collisioni centrali:
eccentricità ≈ 0
→ distribuzione \approx isotropa ($v_2 \approx 0$)

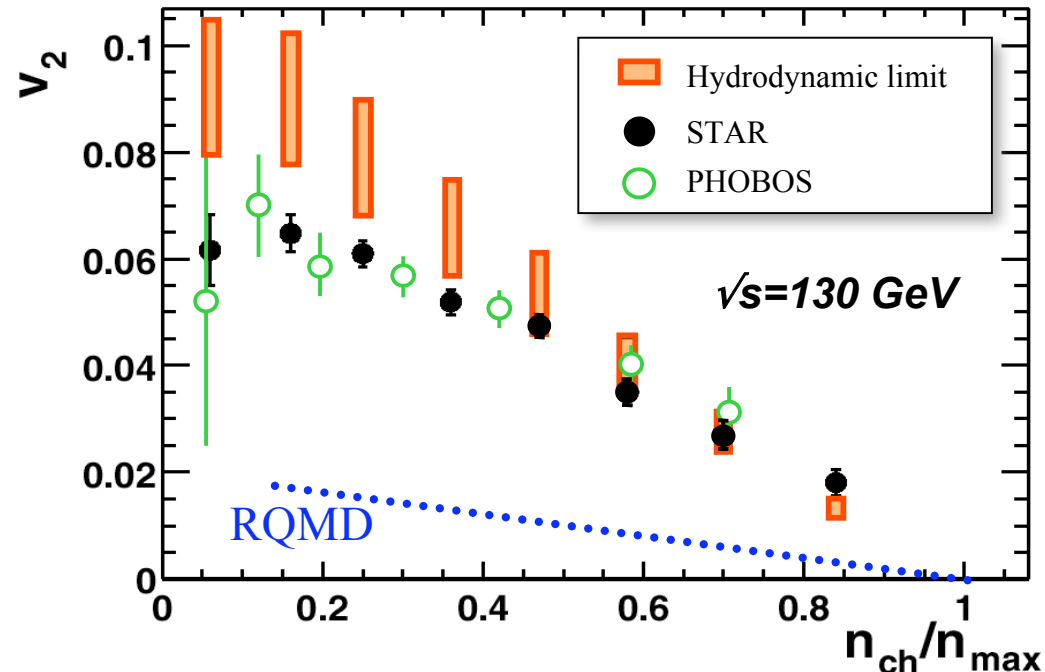


v_2 vs. centralità a RHIC (2)



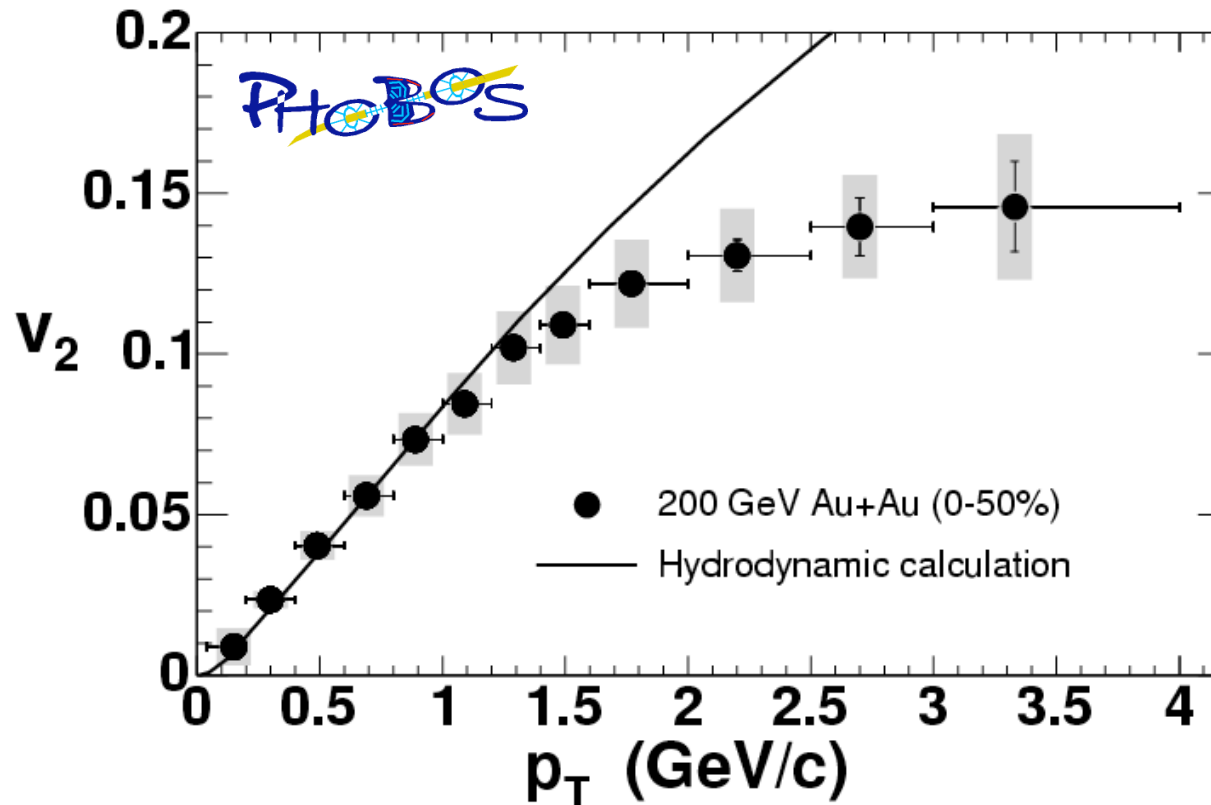
- I valori di v_2 misurati sono ben descritti dalla fluidodinamica ideale (i.e. viscosità = 0) per collisioni centrali e semi-centrali usando i parametri estratti dagli spettri in p_T
- I modelli (e.g. RQMD) basati su una cascata adronica non riproducono l'elliptic flow osservato, che quindi sembra provenire da una fase partonica (= deconfinata)

v_2 vs. centralità a RHIC (3)



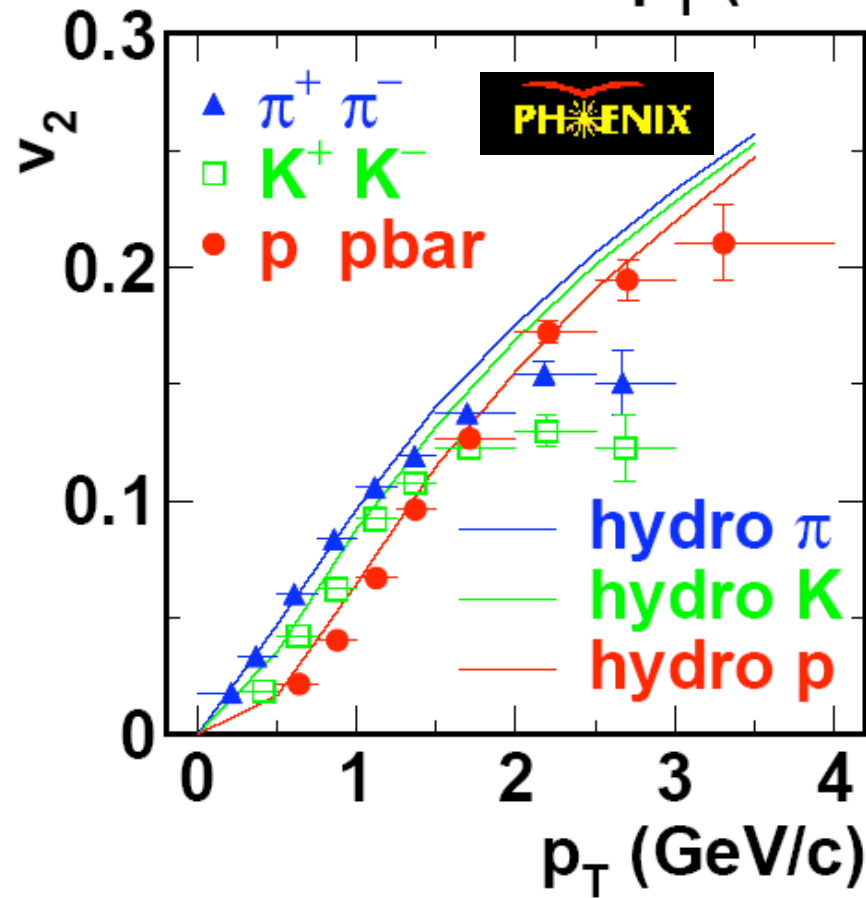
- (Una delle possibili) interpretazioni:
 - ⇒ In collisioni semi-centrali si ha una termalizzazione rapida ($\tau_{equ} \approx 0.6-1$ fm/c) e il sistema creato è un fluido ideale
 - ⇒ Per collisioni più periferiche (fireball più piccola e meno interagente) la termalizzazione è incompleta e/o più lenta
- Ma cosa succederebbe con una diversa (più realistica) equazione di stato e un fluido viscoso?

V_2 vs. p_T a RHIC



- A basso p_T la fluidodinamica ideale riproduce i dati
- Ad alto p_T i dati si discostano dall'andamento previsto
 - ⇒ Spiegazione naturale: le particelle ad alto p_T sfuggono velocemente dalla fireball senza subire abbastanza re-scattering e termalizzare, quindi la fluidodinamica non è applicabile

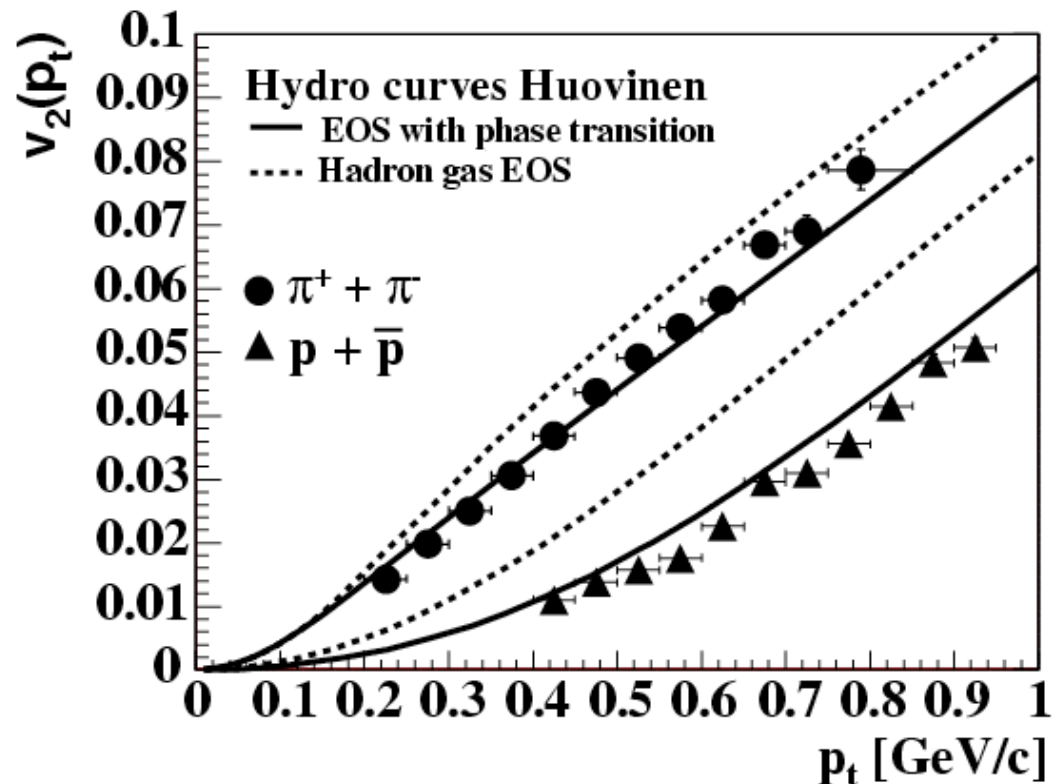
v_2 vs. p_T per particelle identificate



- La fluidodinamica è in grado di riprodurre anche la dipendenza di v_2 dalla massa della particella a basso p_T

Pioni vs. protoni

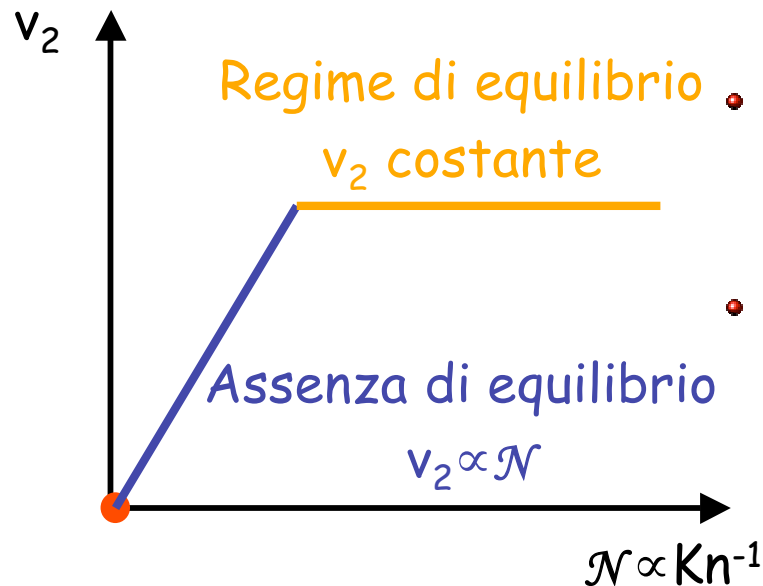
- I pioni (leggeri) sono più sensibili a T_{fo} e β_{\perp}
 - I protoni (e gli adroni pesanti) sono più sensibili all'equazione di stato del fluido
- ⇒ I dati favoriscono chiaramente un'equazione di stato con una fase partonica, una adronica e una transizione di fase



Scenario senza termalizzazione

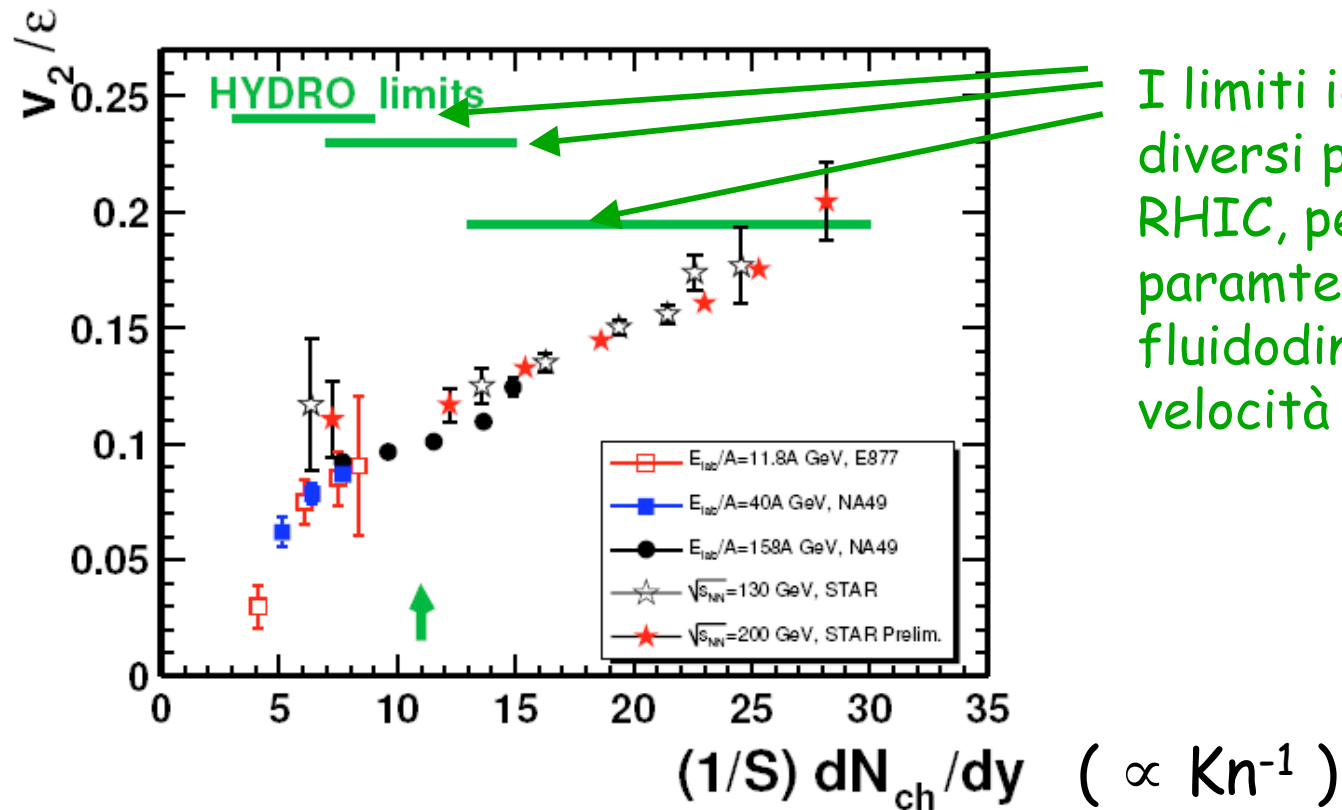
- Dipendenza dell'elliptic flow osservato dal numero medio di collisioni \mathcal{N} subito da ciascuna particella

$$\mathcal{N} \propto \frac{L}{\lambda} = Kn^{-1} \quad \mathcal{N} \propto \text{particle density} \propto \frac{1}{S} \frac{dN}{dy}$$



- In assenza di re-scattering (gas perfetto) non si sviluppa elliptic flow
- Al crescere del numero \mathcal{N} di re-scattering cresce v_2
 - \Rightarrow Low-density-limit ($v_2/\text{eccentricità} \propto Kn^{-1}$)
- Dopo un numero \mathcal{N}_0 di collisioni il sistema termalizza e da questo momento ulteriori collisioni non fanno più aumentare v_2
 - \Rightarrow Limite idrodinamico ($v_2/\text{eccentricità} \propto c_s^2$)

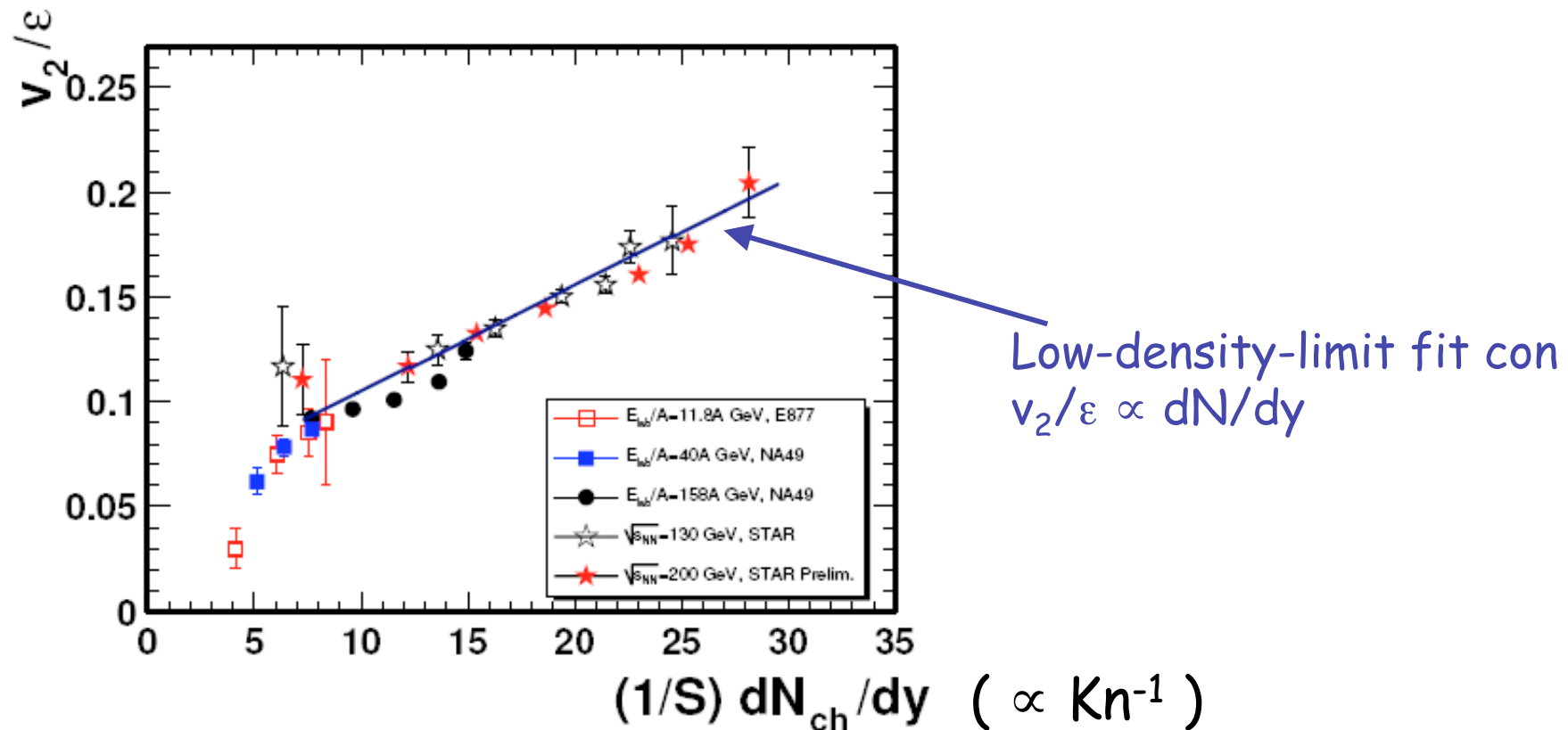
v_2 a diversi valori di \sqrt{s} (1)



I limiti idrodinamici sono diversi per AGS, SPS e RHIC, perchè cambiano i parametri della fluidodinamica e quindi la velocità del suono

- La termalizzazione più lenta a AGS e SPS non consente di raggiungere il limite idrodinamico
- Il limite idrodinamico viene raggiunto alla massima energia di RHIC

v_2 a diversi valori di \sqrt{s} (2)



- L'andamento in funzione di Kn^{-1} è lineare, come previsto nello scenario non termalizzato ("Low-density-limit")
 - ⇒ Non c'è evidenza di saturazione di v_2 al crescere del numero di rescattering

Conclusioni dopo RHIC

- Nelle collisioni AuAu a RHIC con $\sqrt{s}=130-200$ GeV si è osservato:
 - ⇒ Un forte elliptic flow
 - ⇒ L'evoluzione idrodinamica di un fluido ideale riproduce i valori osservati e la dipendenza dalla massa delle particelle dell'elliptic flow adoperando un'equazione di stato con una transizione di fase dal QGP a un gas di adroni
- L'elliptic flow è uno dei "pezzi di puzzle" usati per affermare che in collisioni AuAu a RHIC si forma uno "Strongly interacting QGP" (sQGP)
 - ⇒ La fireball raggiunge rapidamente l'equilibrio termico ($\tau_{\text{equ}} \approx 0.6-1$ fm/c)
 - ✓ *E quindi al momento della termalizzazione ha una temperatura superiore a T_c*
 - ✓ *C'è una fase partonica termalizzata*
 - ⇒ Si osserva un comportamento da liquido perfetto
 - ✓ *libero cammino medio \ll dimensioni del sistema E viscosità=0*
- Ma :
 - ⇒ Ci sono anche indizi che fanno pensare a una termalizzazione incompleta
 - ⇒ Ci sono incertezze teoriche sugli input dati all'evoluzione idrodinamica, ad es. la viscosità, l'equazione di stato e il meccanismo di freeze-out del sistema.