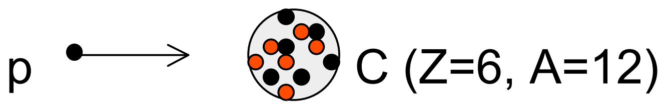
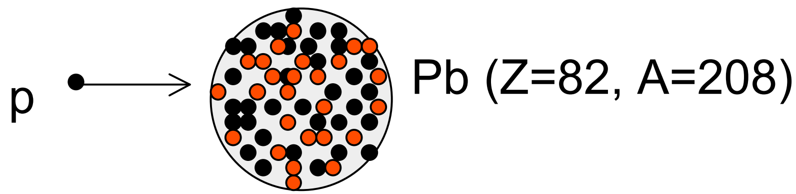
Geometria delle collisioni nucleo-nucleo

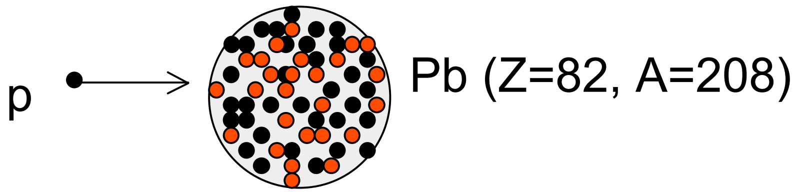
Collisioni multiple

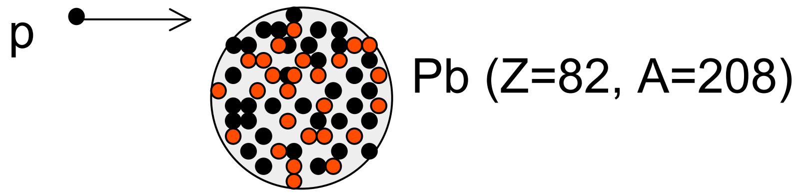
- Obiettivo: descrivere l'interazione nucleo-nucleo in termini di collisioni "elementari" tra nucleoni
  - ⇨ Collisione pp : ci sono 2 nucleoni coinvolti (il proiettile e il bersaglio) che collidono una sola volta tra di loro
    - ✓ ***Numero di collisioni = 1*** ***Nucleoni coinvolti (partecipanti) = 2***
  - ⇨ Collisione pA: ci sono più di due nucleoni coinvolti: il proiettile (p) che fa diverse collisioni con i nucleoni (p e n) del bersaglio (A)
    - ✓ ***Il numero di collisioni aumenta con la grandezza del nucleo bersaglio***





- ✓ ***E anche con il "parametro di impatto"***



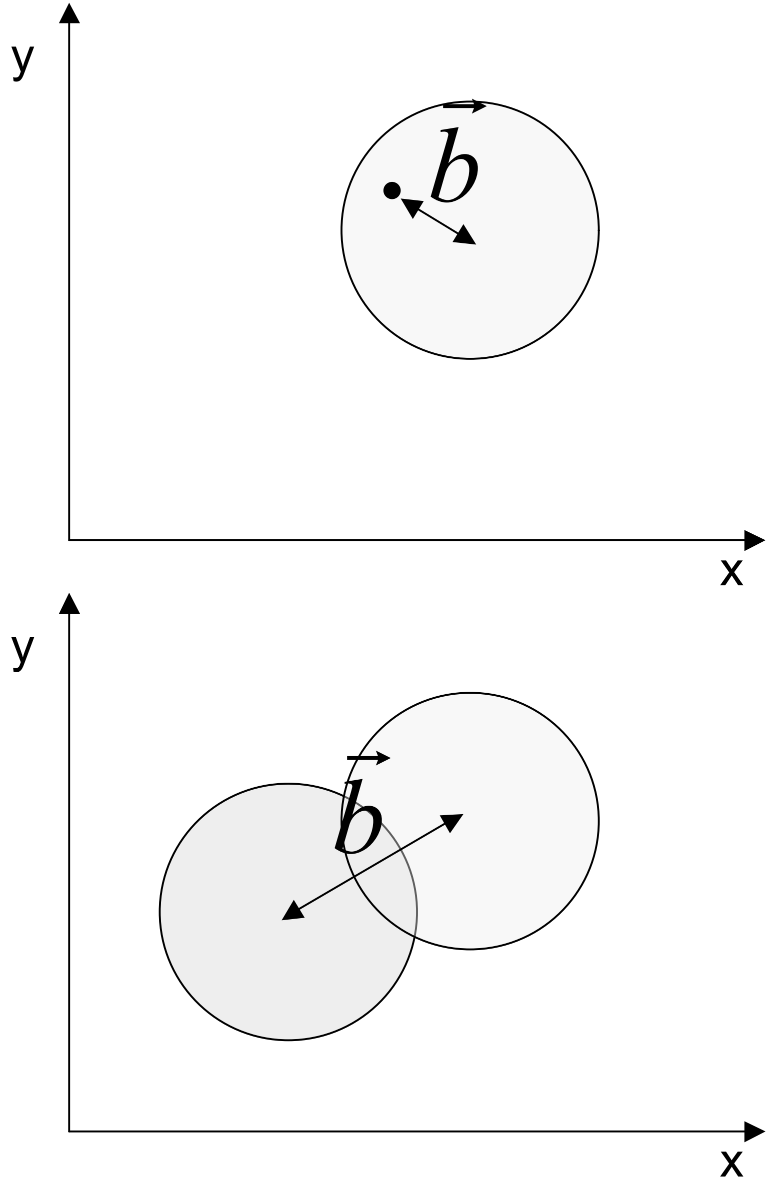


- ✓ ***Numero di collisioni = N*** ***Nucleoni coinvolti (partecipanti) = 1+N***

Parametro di impatto

- In collisioni pA: vettore nel piano trasverso definito dal proiettile (puntiforme) e il centro del nucleo bersaglio
  - = distanza di massimo avvicinamento tra il protone proiettile e il centro del nucleo bersaglio

- In collisioni AA: vettore nel piano trasverso definito dai centri dei due nuclei

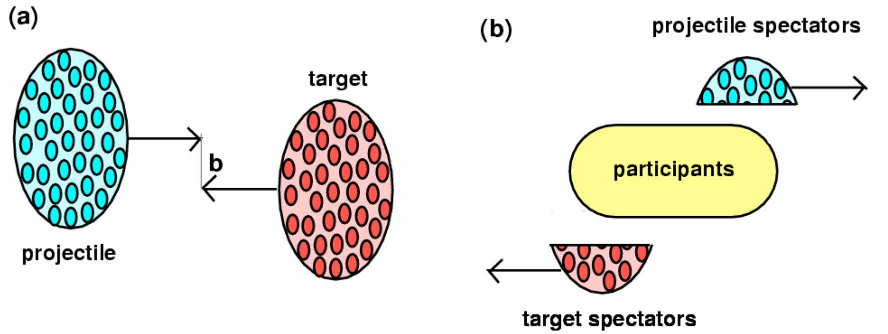


Collisioni nucleo-nucleo

- Il *parametro di impatto* (b) determina la "centralità" della collisione

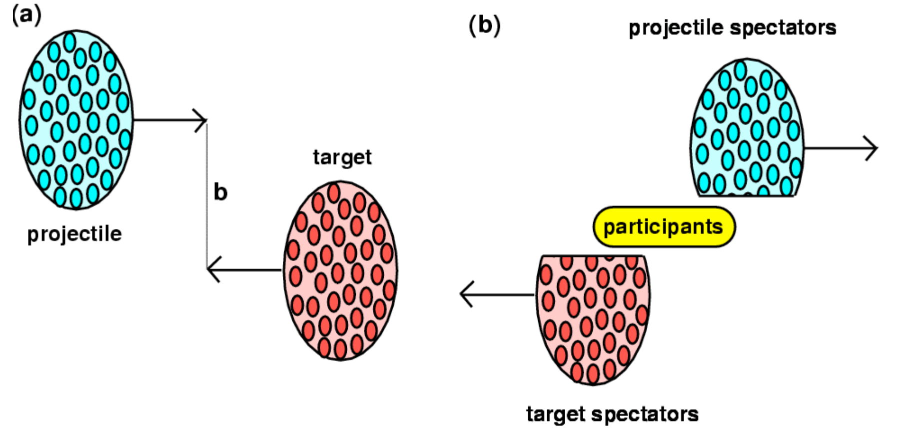
⇨COLLISIONI CON PICCOLO PARAMETRO DI IMPATTO (**CENTRALI**)

- ✓ *Molti nucleoni coinvolti nell'interazione*
- ✓ *Molte collisioni tra nucleoni*
- ✓ *Grande volume di interazione*
- ✓ *Molte particelle prodotte*



⇨COLLISIONI CON GRANDE PARAMETRO DI IMPATTO (**PERIFERICHE**)

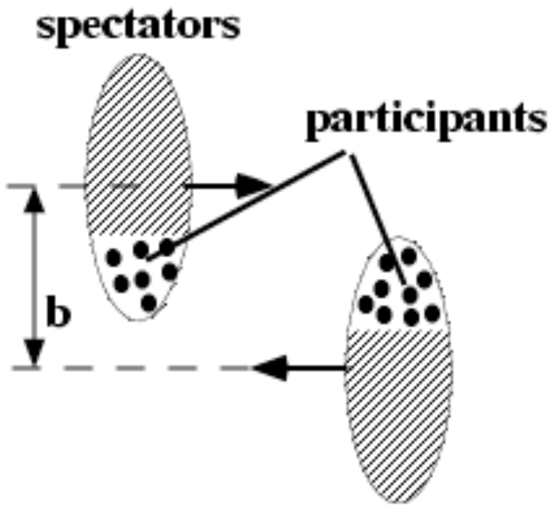
- ✓ *Pochi nucleoni coinvolti nell'interazione*
- ✓ *Poche collisioni tra nucleoni*
- ✓ *Piccolo volume di interazione*
- ✓ *Poche particelle prodotte*



Modello di Glauber

Modello di Glauber

- Modello semi-classico per la geometria della collisione tra due nuclei con parametro di impatto b
- Interazione tra nuclei espressa come sovrapposizione incoerente di interazioni tra i nucleoni che costituiscono il nucleo
  - ⇨ Si può descrivere la collisione nucleo-nucleo con il calcolo delle probabilità
    - ✓ ***La collisione di due nuclei è una sequenza di eventi (=collisioni tra nucleoni) indipendenti***
- Permette un calcolo quantitativo di:
  - ⇨ Probabilità di interazione
  - ⇨ Numero di collisioni elementari nucleone-nucleone (N_{coll})
  - ⇨ Numero di nucleoni partecipanti (N_{part})
    - ✓ ***Si definiscono partecipanti i nucleoni nel volume di "overlap" dei due nuclei che collidono***
    - ✓ ***Chiamati anche "Wounded nucleons"***
  - ⇨ Numero di nucleoni spettatori
    - ✓ ***Sono quelli che non partecipano***
  - ⇨ Dimensioni della regione di overlap
  - ⇨ …



Modello di Glauber: assunzioni di base ("Optical limit")

- I nucleoni all'interno dei nuclei sono considerati puntiformi
  - ⇨ Dimensione del nucleone << dimensione del nucleo
- I nucleoni all'interno dei nuclei sono considerati indipendenti
  - ⇨ Nell'interazione tra un nucleone del nucleo proiettile e un nucleone del nucleo bersaglio si trascura l'effetto degli altri nucleoni che compongono i nuclei collidenti
  - ⇨ Buona appprossimazione ad alte energie in cui la lunghezza d'onda di DeBroglie dei nucleoni del nucleo proiettile è molto minore della tipica distanza tra due nucleoni all'interno del nucleo bersaglio (tipicamente di ≈1.2 fm)
    - ✓ *Ad esempio alle energie SPS (p_{BEAM} = 160 GeV/c)*

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{pc} \approx \frac{197\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}}{160\mathrm{GeV}} \approx 10^{-3}\,\mathrm{fm}$$

Modello di Glauber: assunzioni di base ("Optical limit")

- Il nucleo (e quindi i nucleoni che lo costituiscono) viaggia in linea retta e non viene deflesso nell'interazione
  - ⇨ Buona approssimazione ad alte energie
    - ✓ ***Ad alte energie l'impulso trasverso scambiato nella collisione è trascurabile rispetto alla componente longitudinale***
  - ⇨ A basse energie i nuclei sono deflessi rispetto alla traiettoria lineare per via della repulsione coulombiana
    - ✓ ***In questi casi si può usare un "Coulomb modified Glauber model" che tiene in conto della deflessione coulombiana.***
- I protoni e i neutroni sono indistinguibili

Modello di Glauber: altre approssimazioni

- La sezione d'urto per una collisione elementare nucleone-nucleone è la stessa per tutto il passaggio di un nucleone attraverso il nucleo bersaglio.
  - ⇨ Un nucleone dopo la prima interazione passa in uno stato eccitato ("baryon-like object") e quindi nelle successive collisioni potrebbe interagire con una diversa sezione d'urto
  - ⇨ Motivo dell'approssimazione: ad alta energia tempo tra due collisioni << tempo di formazione delle particelle prodotte nella collisione

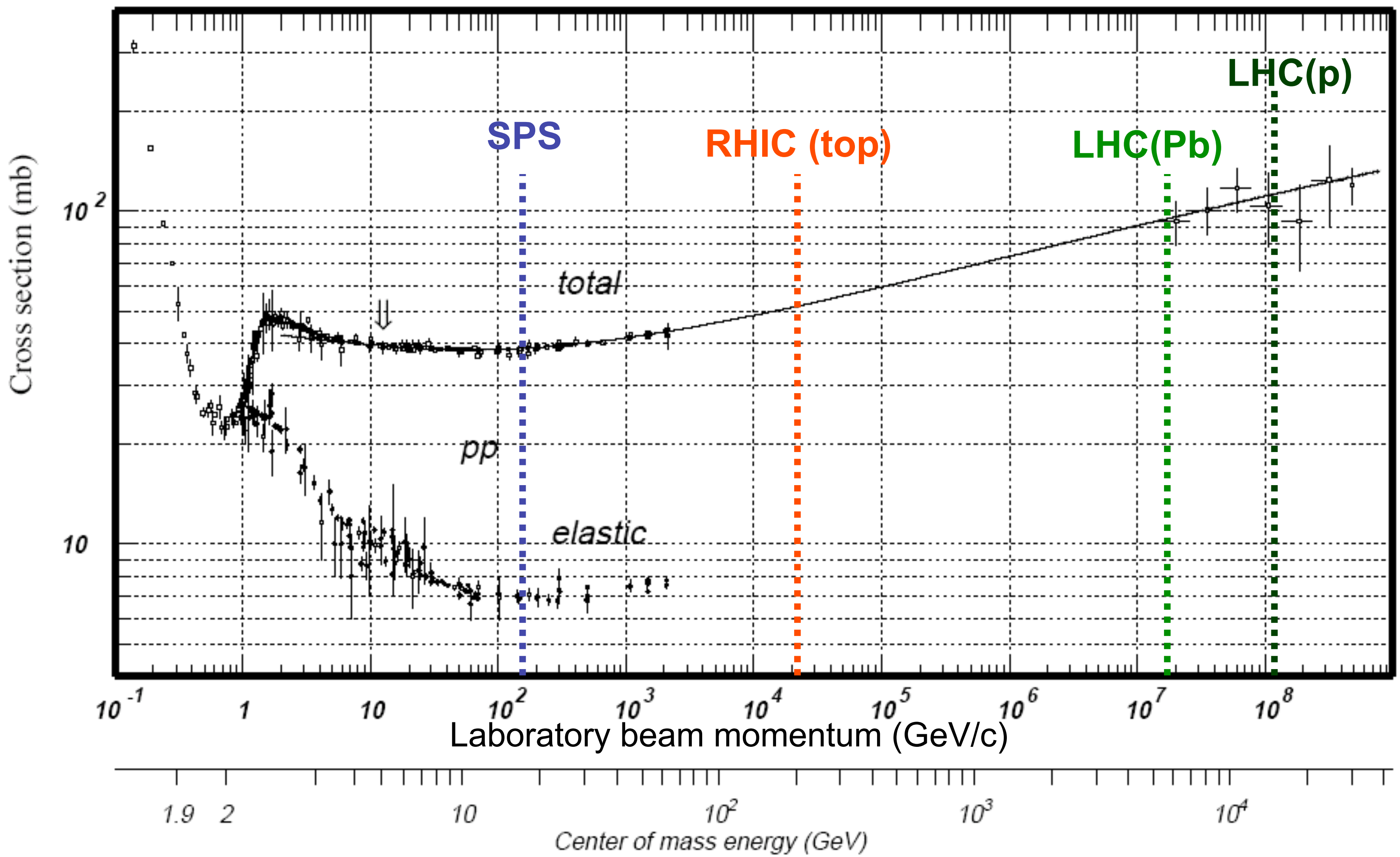
$$\tau_{Coll} \approx \frac{D_{NN}}{\beta\gamma c} \approx \frac{1.2\ \mathrm{fm}}{\gamma c} \to \text{proiettile a 160GeV/c , bersaglio fisso} \to \frac{1.2\ \mathrm{fm}}{160c} = 0.0075\mathrm{fm/c}$$

$$\tau_{Form} \approx \frac{\hbar}{m_T} \approx \frac{\hbar}{\sqrt{m^2 + p_T^2}} \to \textit{pione da } 500\ MeV/c \to \frac{197\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}}{\sqrt{140^2 + 500^2}\mathrm{MeV}} = 0.38\mathrm{fm}/c$$

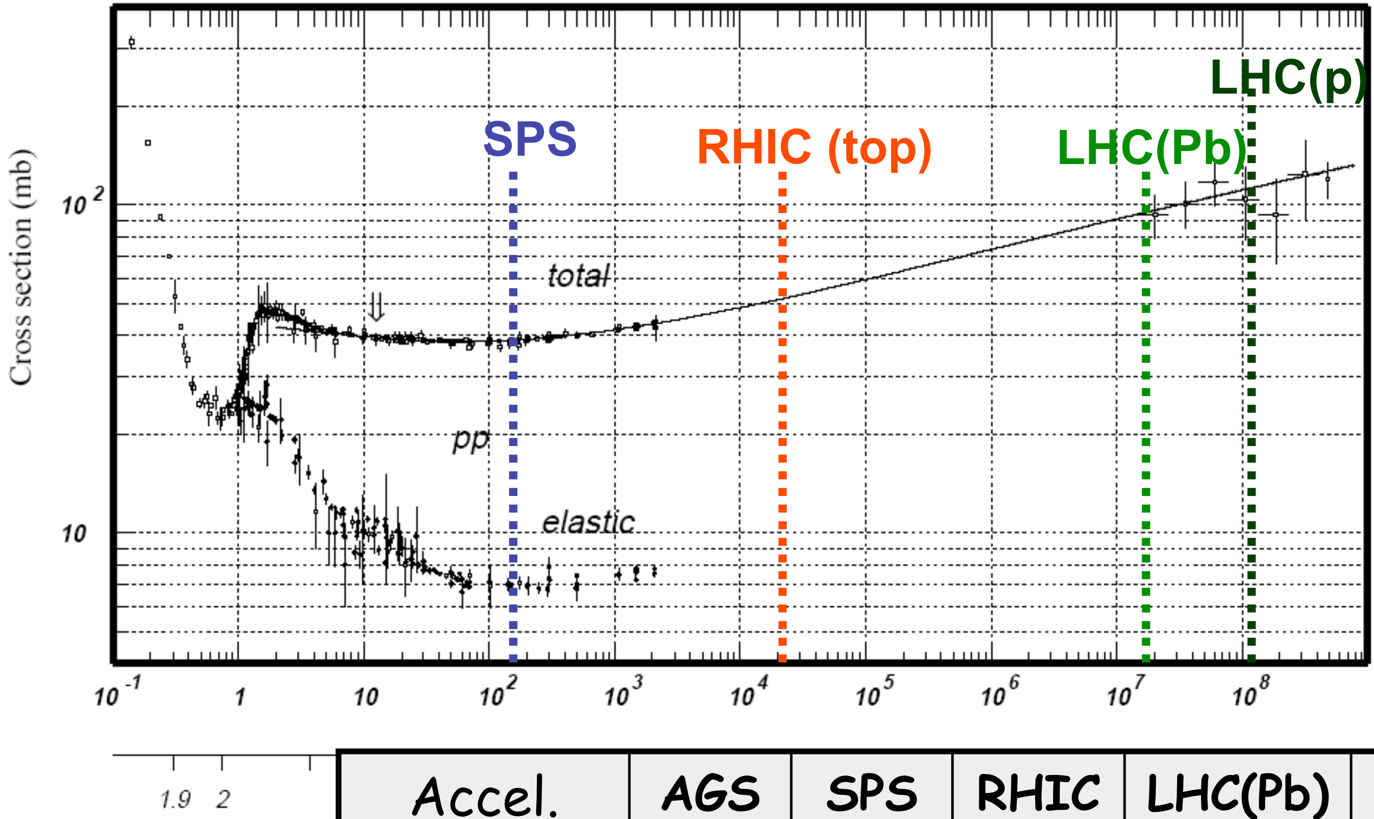
Physical input

- Sezione d'urto nucleone-nucleone
  - ⇨ Dipende dall'energia ($\sqrt{s}$) della collisione
  - ⇨ La sezione d'urto ha diverse componenti:
    - ✓ ***Elastica***
    - ✓ ***Inelastica***
    - ✓ ***Diffrattiva***
  - ⇨ Nei calcoli della geometria di collisioni nucleo-nucleo con il modello di Glauber si usa normalmente la componente inelastica (σ_{inel}) e si trascurano le collisioni elastiche e diffrattive
    - ✓ ***nelle collisioni elastiche e diffrattive la perdita di energia del nucleone è piccola e quindi può essere trascurata.***
- Distribuzione della densità di nucleoni all'interno del nucleo
  - ⇨ Da misure di scattering deep-inelastico

Sezione d'urto (I)



Sezione d'urto (II)



Accel.	AGS	SPS	RHIC	LHC(Pb)	LHC(p)
$\sqrt{s}$ (GeV)	3-5	17	200	5500	14000
σ_{total} (mb)	40	40	50	90	100
σ_{inel} (mb)	21	33	42	60	79

Densità di nucleoni nel nucleo

densità di nucleoni a centro del nucleo

- 2-parameter Fermi (Woods-Saxon)

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-r_0)/\delta}}$$

"skin depth"

raggio nucleare

- 3-parameter Fermi

$$\rho(r) = \left(1 + W\frac{r^2}{r_o^2}\right)\frac{\rho_0}{1 + e^{(r-r_0)/\delta}}$$

deformazione rispetto alla Woods-Saxon

- 3-parameter Gauss

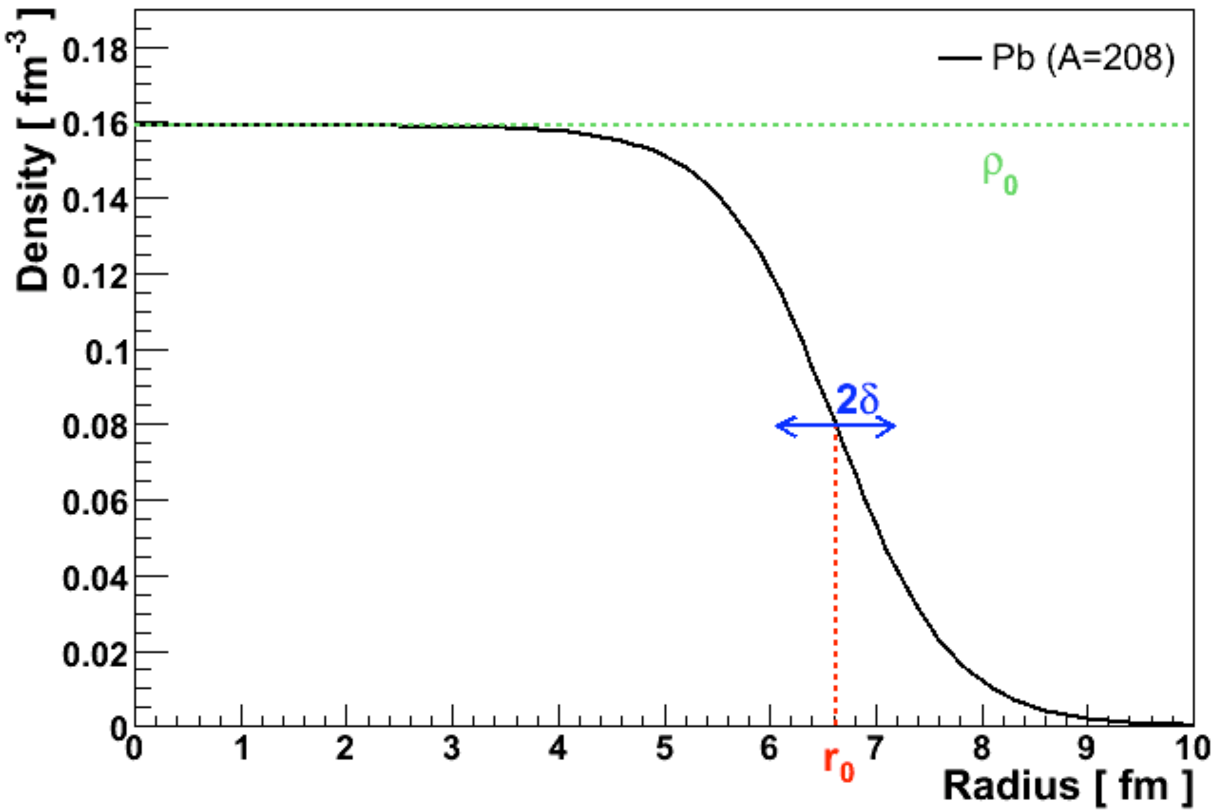
$$\rho(r) = \left(1 + W\frac{r^2}{r_o^2}\right)\frac{\rho_0}{1 + e^{(r^2-r_0^2)/\delta^2}}$$

- ...

Esempi di densità di nucleoni (I)

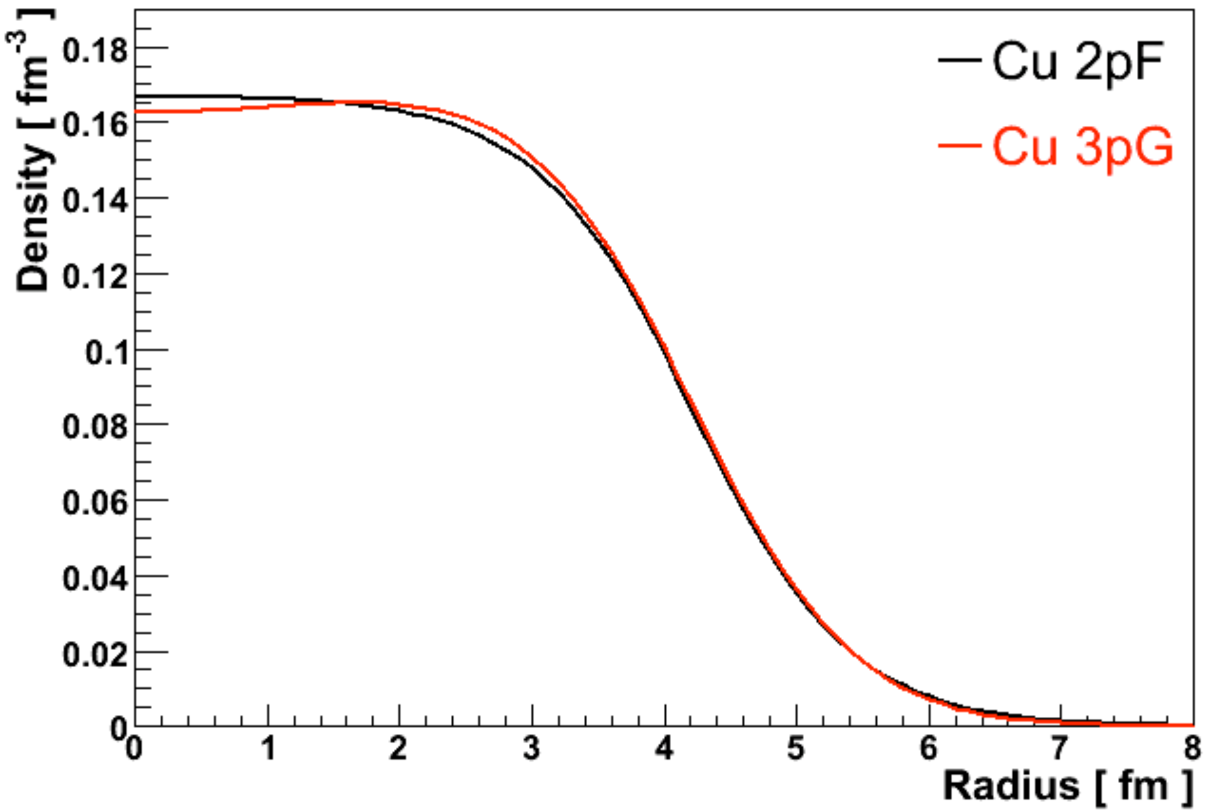
- Nucleo di Pb (Z=82, A=208)
  - ⇨ parametrizzazione 2pF
  - ⇨ $r_0 = 6.624$ fm
  - ⇨ $\delta = 0.549$ fm
  - ⇨ $\rho_0 = 0.159$ fm^{-3}

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-r_0)/\delta}}$$



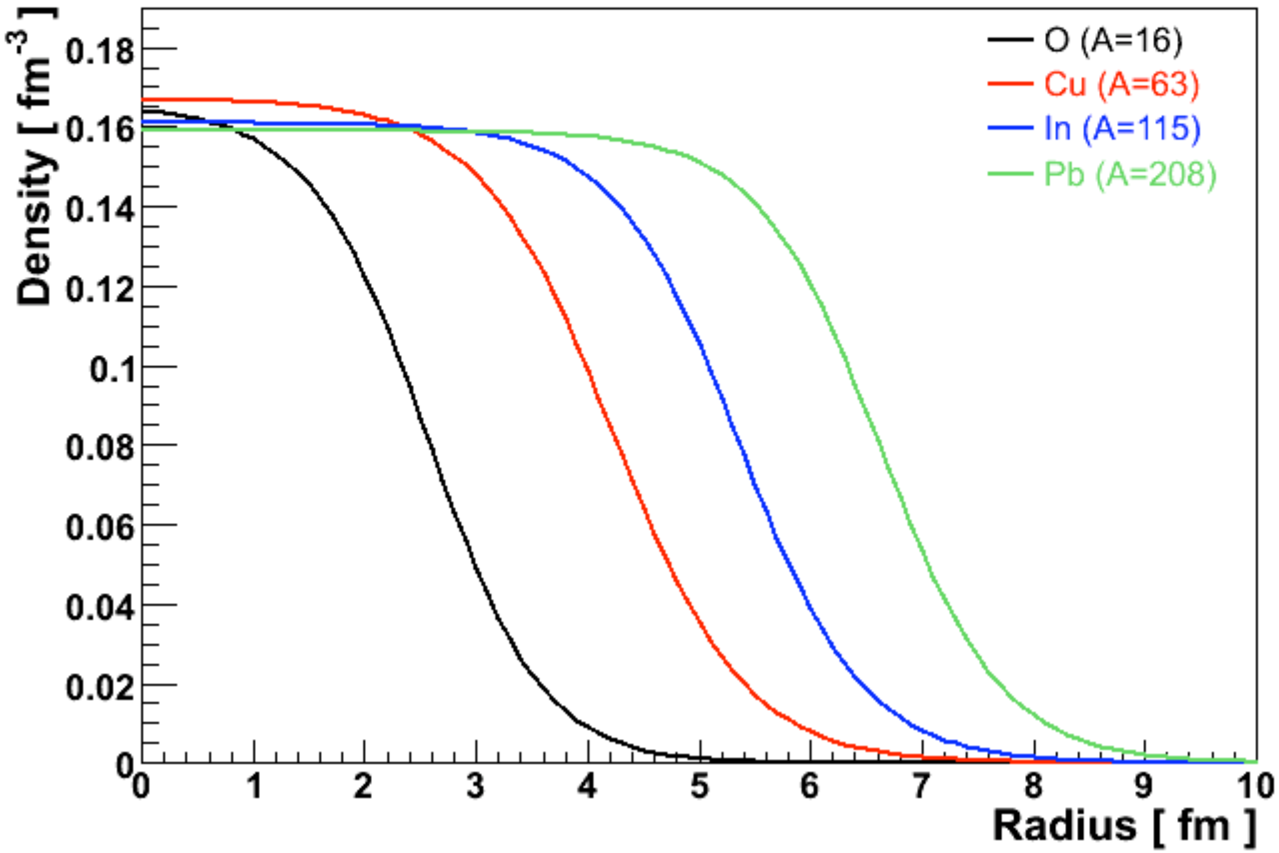
Esempi di densità di nucleoni (II)

- Nucleo di Cu (Z=29, A=63)
  - ⇨ 2 parametrizzazioni:
    - ✓ ***2pF***
    - ✓ ***3pG***



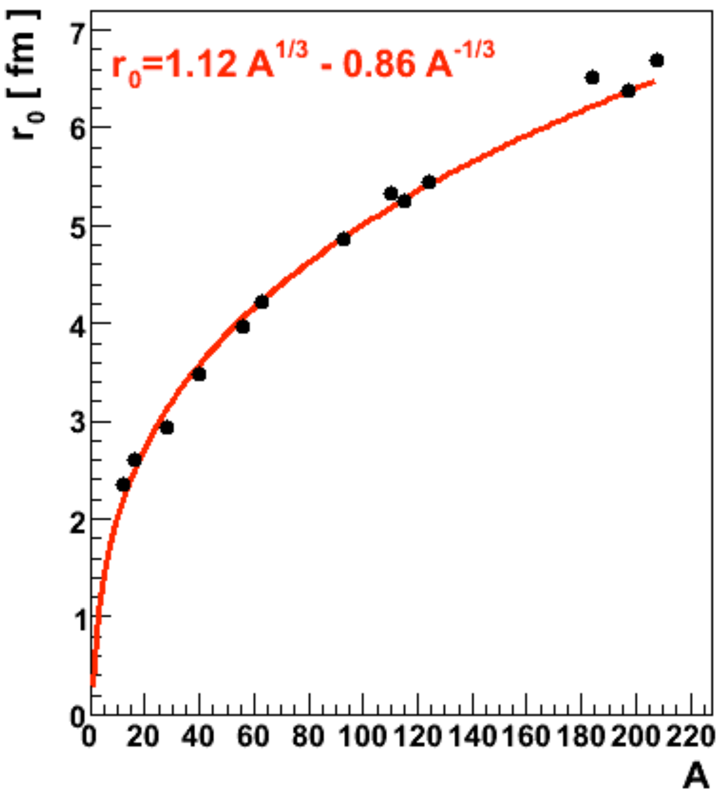
Esempi di densità di nucleoni (III)

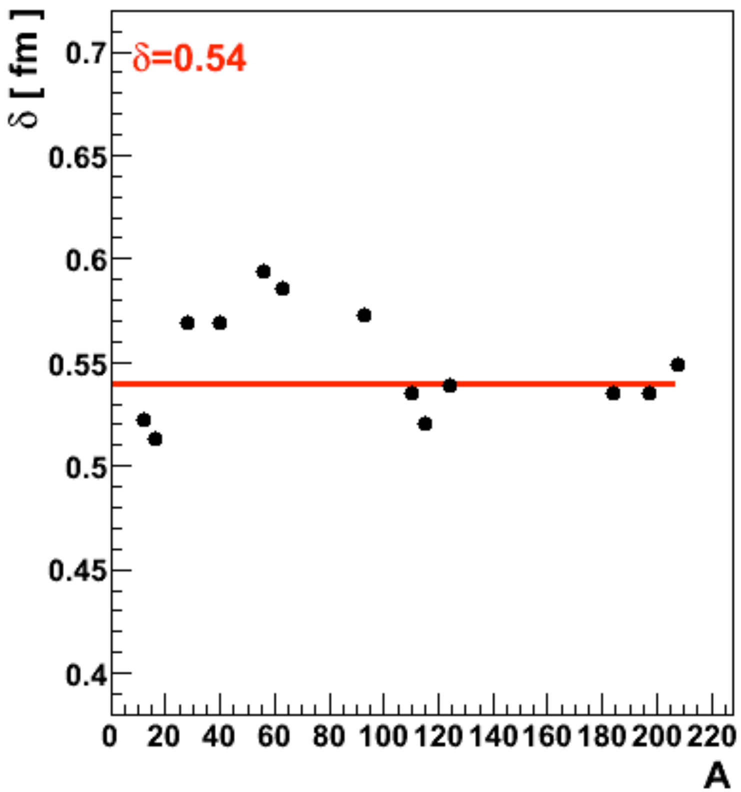
- 4 diversi nuclei, da uno leggero (O) a uno pesante (Pb)



Parametri delle densità nucleari

- Punti (in nero) presi dai parametri dei fit alle misure di scattering deep inelastico
  - DeJager et al, At. Data and Nucl. Data Tables (1979)
- Semplice parametrizzazione in funzione del numero di massa A (Curve in rosso)





Geometria dei nuclei collidenti

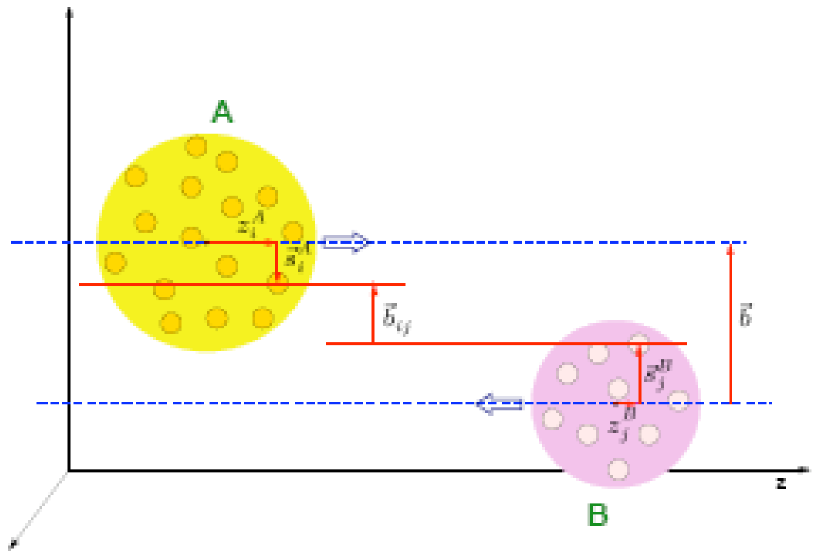
Configurazione nucleare

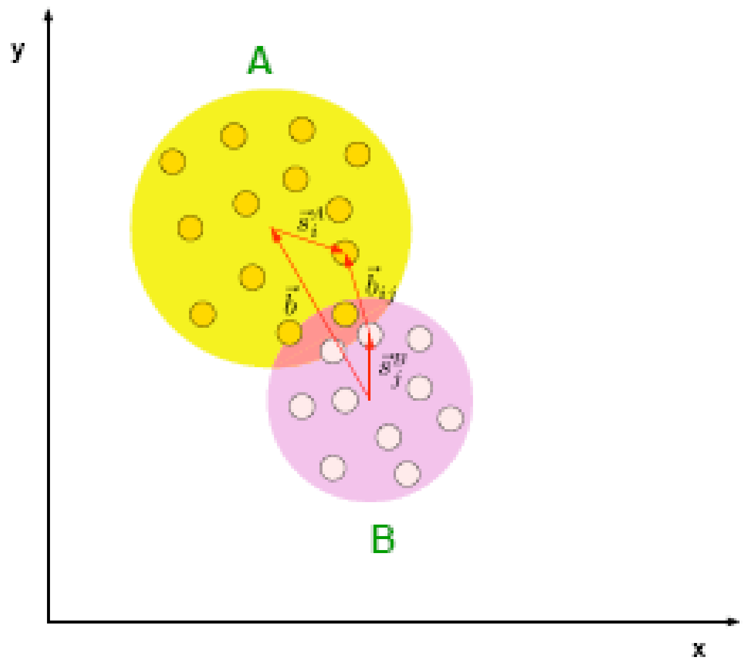
- Una configurazione nucleare è definita dalle coordinate dei nucleoni che costituiscono il nucleo
  - Ad esempio per il nucleo A

$$\left\{(x_1^A, y_1^A, z_1^A), \ldots, (x_i^A, y_i^A, z_i^A), \ldots, (x_A^A, y_A^A, z_A^A)\right\} \Rightarrow \left\{(\vec{s}_i^{\,A}, z_i^A)\right\}$$

con:

$$\vec{s}_i^{\,A} = (x_i^A, y_i^A)$$



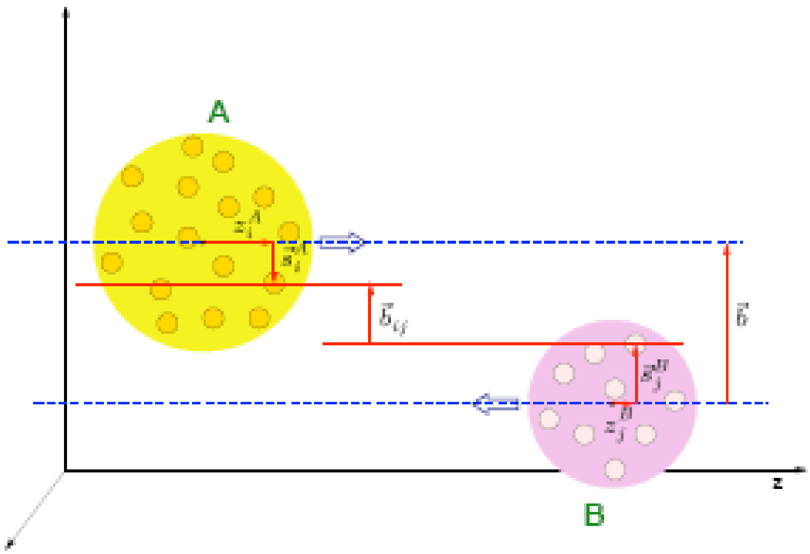


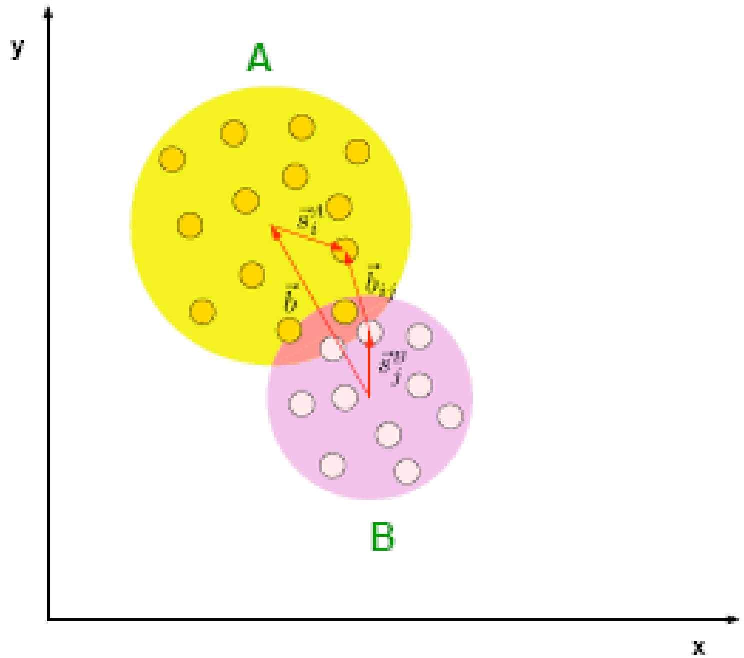
Configurazione nucleare

- La probabilità di avere un nucleone nell'elemento di volume d^2sdz in posizione (s,z) del nucleo A è data da:

$$\rho_A(\vec{s}_i^{\,A}, z_i^A)\,d^2s_A\,dz_A$$

⇨ dove $\rho_A(s_i^A, z_i^A)$ è la densità di nucleoni all'interno del nucleo A





Nuclear thickness function

- Si usa l'approssimazione che i nucleoni viaggiano in linea retta
  - ⇨ Le coordinate $\{s_i^A\}$ non cambiano dopo le collisioni
  - ⇨ La coordinata lungo l'asse del fascio z_i^A non è rilevante
- In questa approssimazione la configurazione nucleare è definita solo dalle coordinate $\{s_i^A\}$ sul piano trasverso e si può definire la "nuclear thickness function" :

$$T_A(\vec{s}_A) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz_A \rho_A(\vec{s}_i^{\,A}, z_i^A)$$

  - ⇨ che rappresenta la probabilità di trovare un nucleone nel nucleo A alla coordinata trasversa $\mathbf{s}_A$
  - ⇨ La nuclear thickness function è normalizzata in modo che:

$$\int d^2 s T_A(\vec{s}_A) = 1$$

Normalizzazione della nuclear thickness function

- Perché rappresenti una probabilità la nuclear thickness function deve essere normalizzata in modo che:

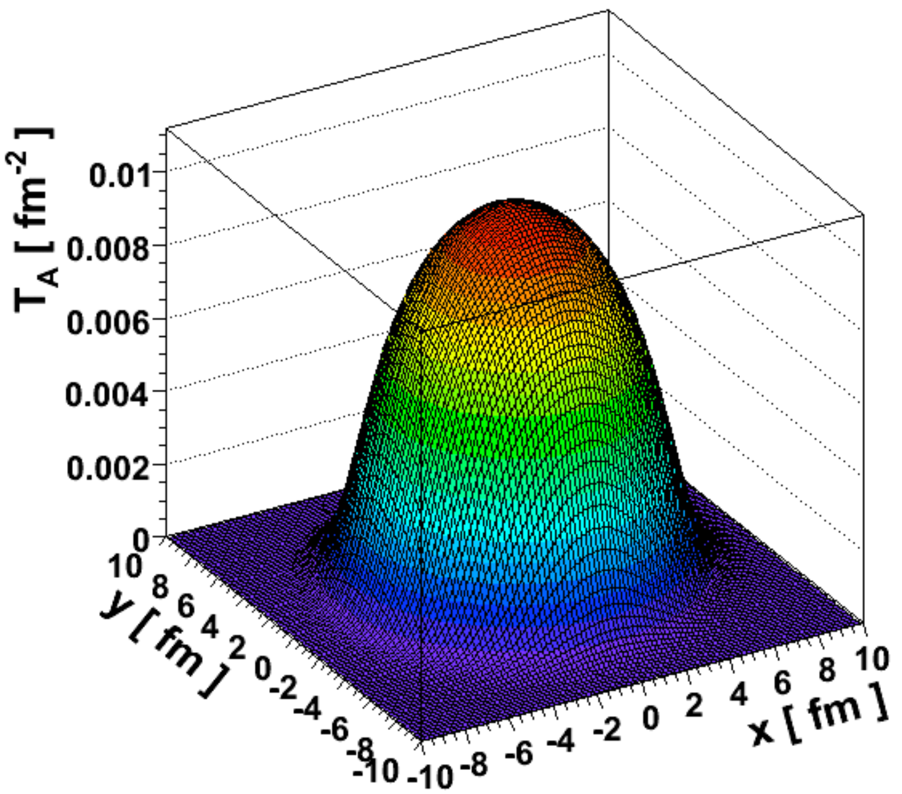
$$\int d^2 s T_A(\vec{s}_A) = \int d^2 s dz_A \rho_A(\vec{s}_A, z_A) = 1$$

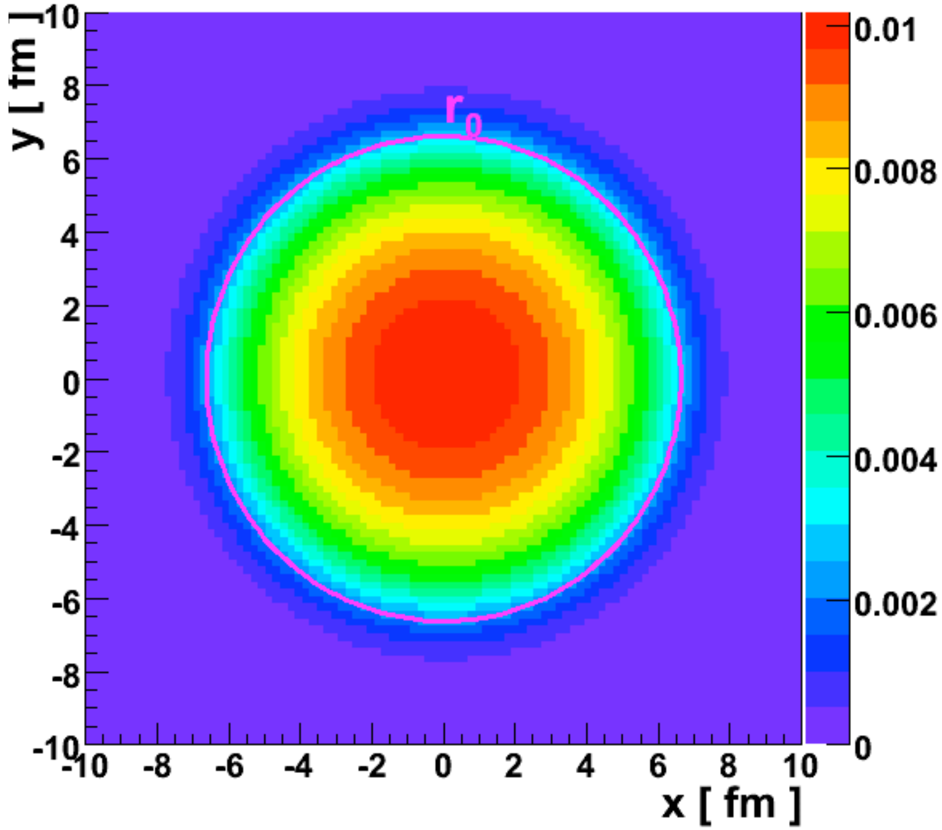
⇨Poiché l'integrale delle densità di nucleoni all'interno del nucleo ρ (r) mostrate in precedenza sono normalizzati al numero di nucleoni A, le densità nucleari devono essere definite come

$$\rho_A(\vec{s}_i^{\,A}, z_i^A) = \frac{1}{A}\rho(r)$$

Grafici di T_A (I)

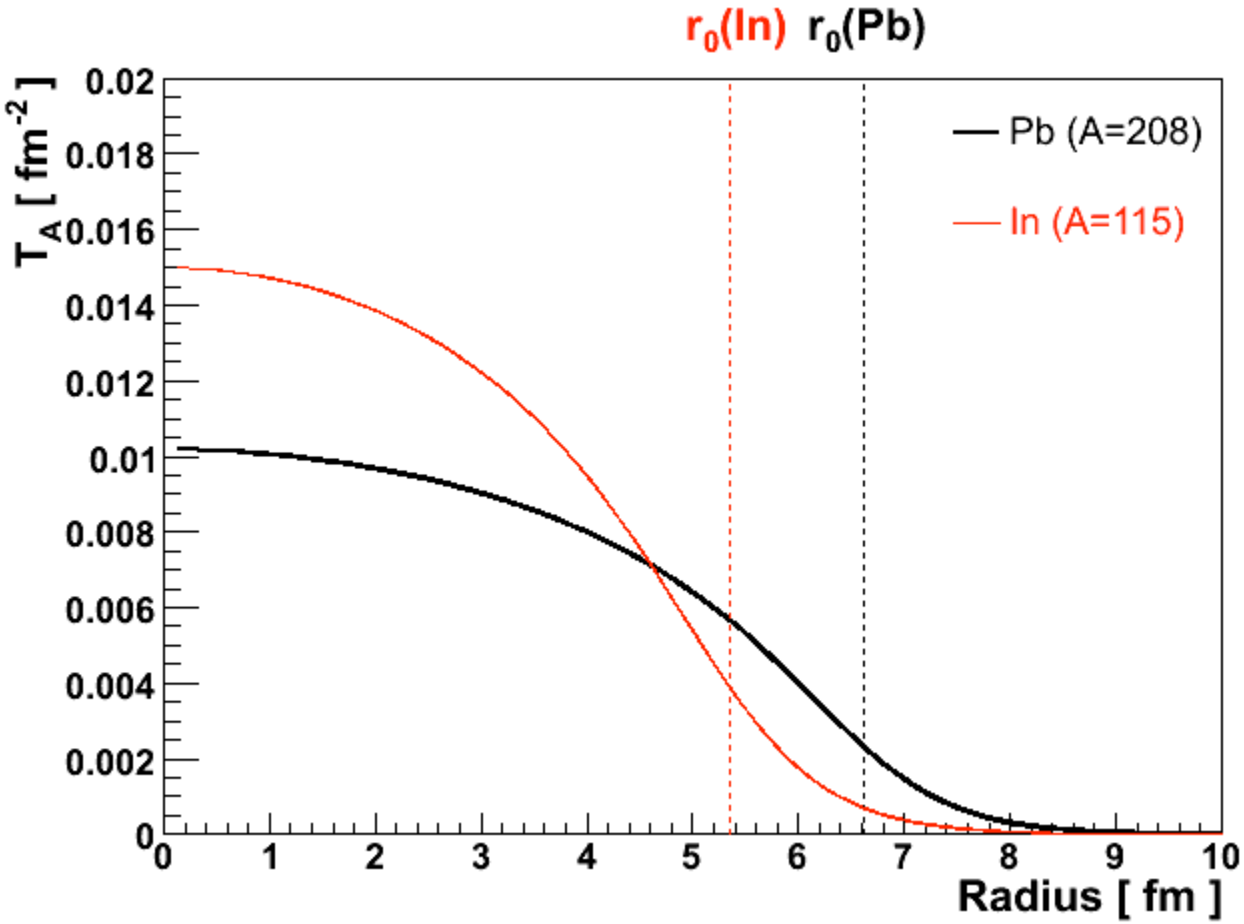
- $T_A(x,y)$ per il nucleo di Pb
  - ⇨ Data la simmetria sferica del nucleo, $T_A(x,y)$ dipende solo dal raggio r





Grafici di T_A (II)

- $T_A(x,y)=T_A(r)$ per In e Pb
  - ⇨ T_A è normalizzato in modo che $\int d^2s T_A(s)=1$



Coordinate sul nucleo bersaglio

- La nuclear thickness function del nucleo B è:

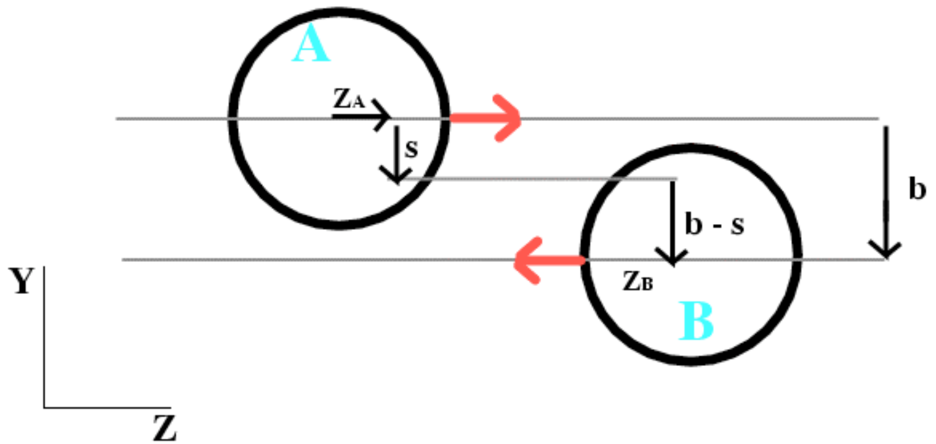
$$T_B(\vec{s}_B) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz_B \rho_B(\vec{s}_i^{\,B}, z_i^B)$$

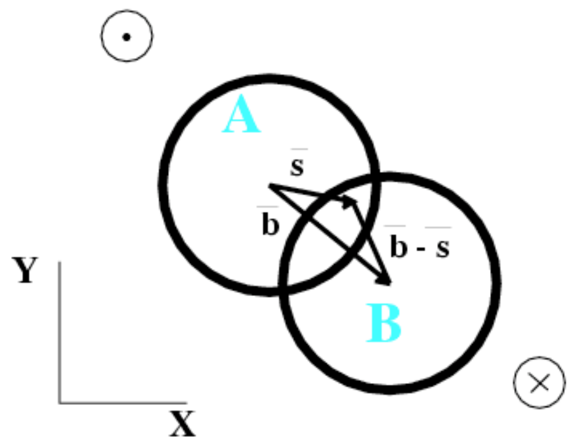
- Nel sistema di coordinate centrato sul centro del nucleo A si ha:

$$\vec{s}_A = \vec{s} \qquad \vec{s}_B = \vec{b} - \vec{s}$$

da cui

$$T_B(\vec{b} - \vec{s}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz_B \rho_B(\vec{b} - \vec{s}, z_i^B)$$



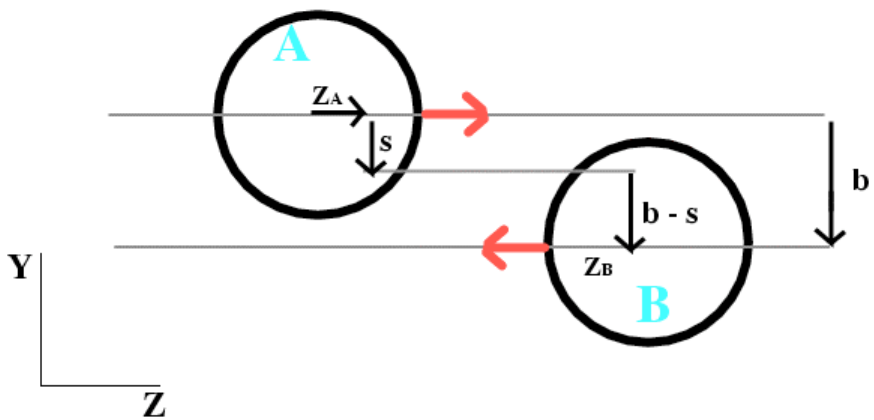


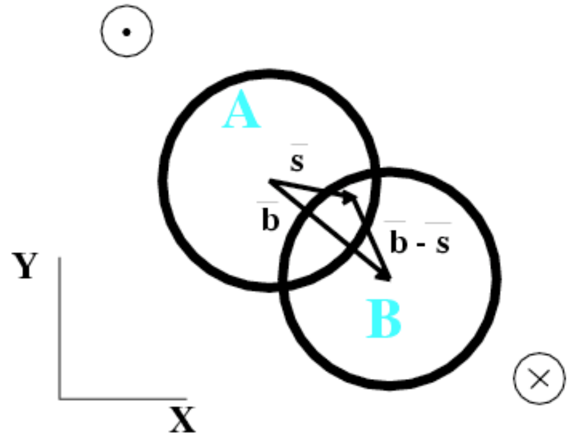
Probabilità di interazione

Probabilità di una collisione nucleone-nucleone (I)

- La probabilità che in un elemento di area trasversa d^2s (con coordinate **s** rispetto al nucleo A e **b-s** rispetto al nucleo B) avvenga una collisione nucleone-nucleone e' data dal prodotto di:
  - ⇨ probabilità di avere un nucleone del nucleo A nell'area d^2s
  - ⇨ probabilità di avere un nucleone del nucleo B nell' area d^2s
  - ⇨ sezione d'urto per una collisione inelastica nucleone-nucleone

$$dP = d^2s \cdot T_A(\vec{s}) \cdot T_B(\vec{b} - \vec{s}_B) \cdot \sigma_{inel}$$





Probabilità di una collisione nucleone-nucleone (II)

- La probabilità che in una collisione di due nuclei *A* e B a parametro di impatto *b* avvenga una collisione tra due nucleoni e' data da:

$$P_1(b) = \int dP = \sigma_{inel} \int d^2 s T_A(\vec{s}) T_B(\vec{b} - \vec{s}) = \sigma_{inel} T_{AB}(\vec{b})$$

- Dove si è introdotta la ***nuclear overlap function***:

$$T_{AB}(\vec{b}) = \int d^2 s T_A(\vec{s}, z) T_B(\vec{b} - \vec{s}, z)$$

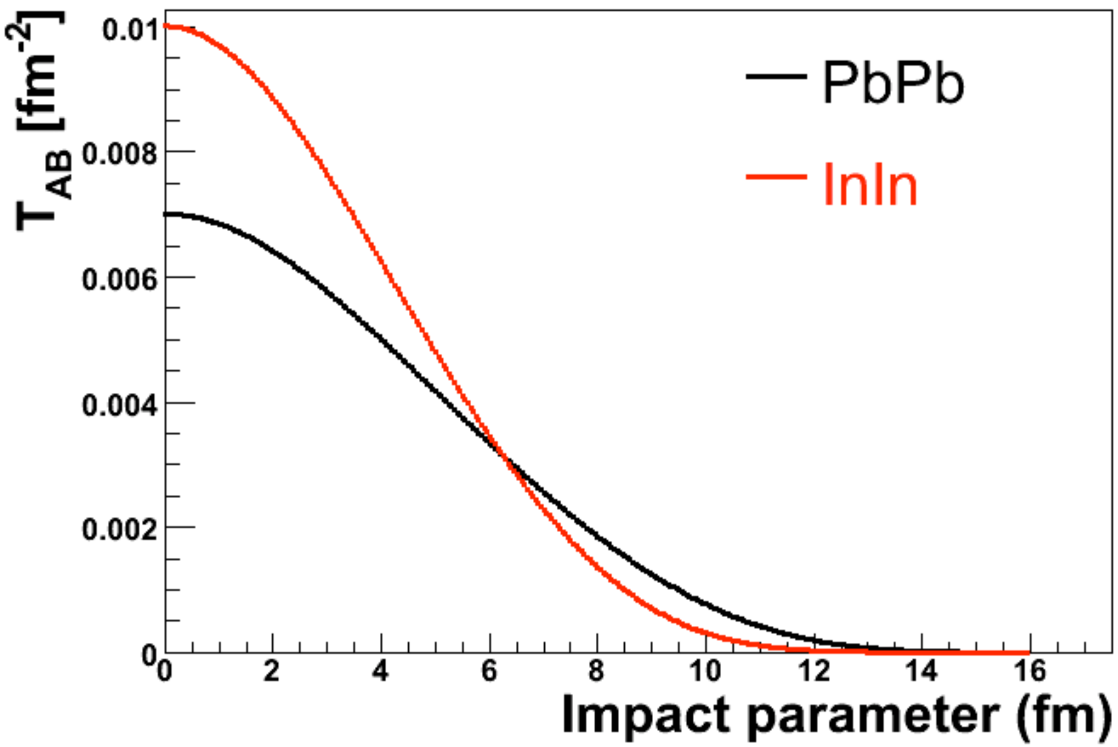
  - ⇨ in cui $T_A(\mathbf{s})T_B(\mathbf{b}-\mathbf{s})d^2s$ rappresenta la probabilità di avere un nucleone del nucleo proiettile *A* e un nucleone del nucleo bersaglio B nella stessa unità di area d^2s sul piano trasverso
  - ⇨ $T_{AB}(\mathbf{b})$ ha le dimensioni dell'inverso di un'area (es. fm^{-2})

Grafici di $T_{AB}(b)$

- Se i nuclei non sono deformati, la nuclear overlap function dipende solo dal modulo del parametro di impatto e non dalla sua direzione

$$T_{AB}(\vec{b}) = T_{AB}(b)$$

- $T_A(b)$ per collisioni InIn e PbPb
  - ⇨ T_{AB} è normalizzato in modo che $\int d^2b\, T_{AB}(b) = 2\pi \int b\, db\, T_{AB}(b) = 1$



Probabilità di n collisioni nucleone-nucleone

- La probabilità che in una collisione di due nuclei A e B a parametro di impatto *b* avvengano n collisioni nucleone-nucleone e' data dalla legge binomiale:

$$P_n(b) = \binom{AB}{n} \boxed{\left[\sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^n} \boxed{\left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB-n}}$$

Numero di combinazioni che consentono di avere n interazioni su AB "incontri" tra nucleoni dei due nuclei

Probabilità di avere n collisioni tra nucleoni

Probabilità di avere AB-n nucleoni che non intergiscono

Probabilità di interazione nucleo-nucleo

- I due nuclei subiscono una collisione inelastica se c'è stata almeno una collisione inelastica tra due dei nucleoni che li costituiscono

$$p_{AB}(b) = \sum_{n=1}^{AB} P_n(b) = 1 - P_0(b)$$

⇨ dove $P_0(b)$ è la probabilità che non avvenga nessuna collisione inelastica tra due nucleoni. Ed è data da:

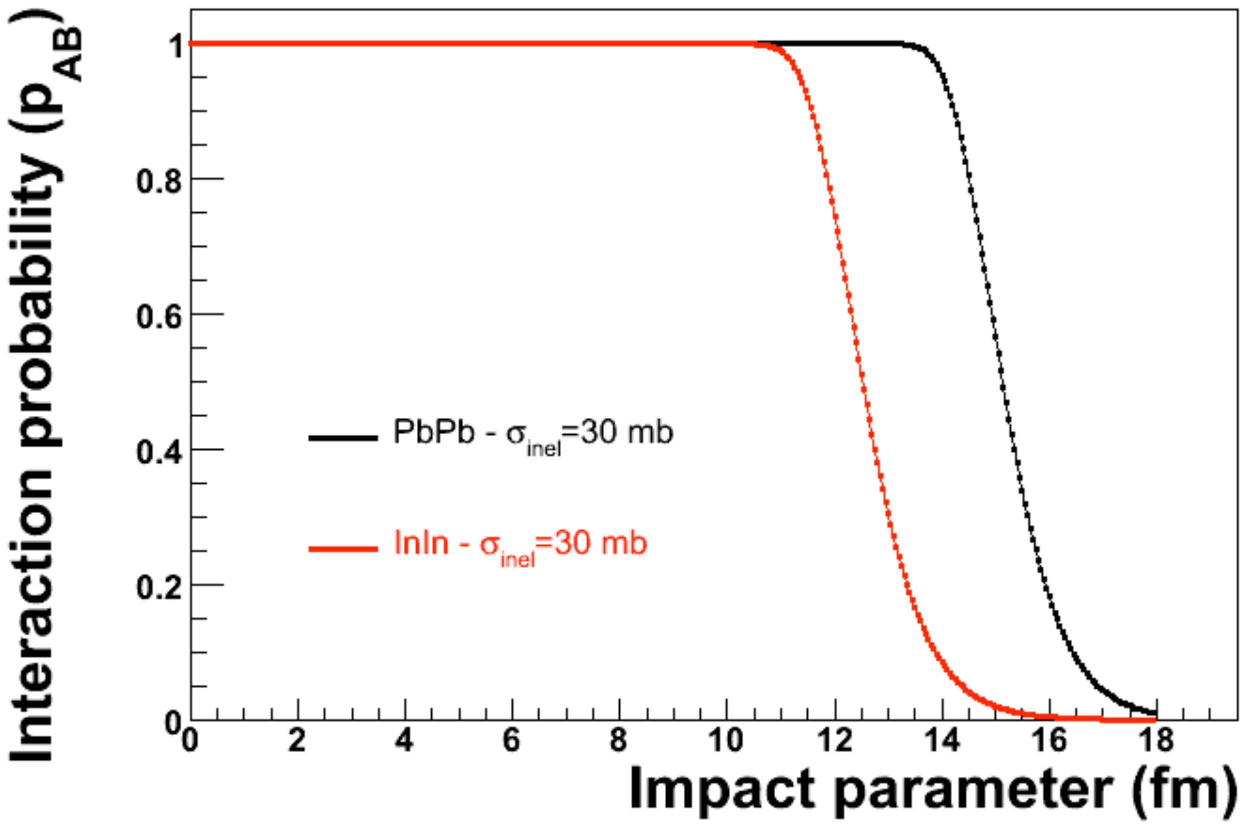
$$P_0(b) = \binom{AB}{0} \left[\sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^0 \left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB-0} = \left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB}$$

⇨ Quindi:

$$p_{AB}(b) = 1 - \left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB}$$

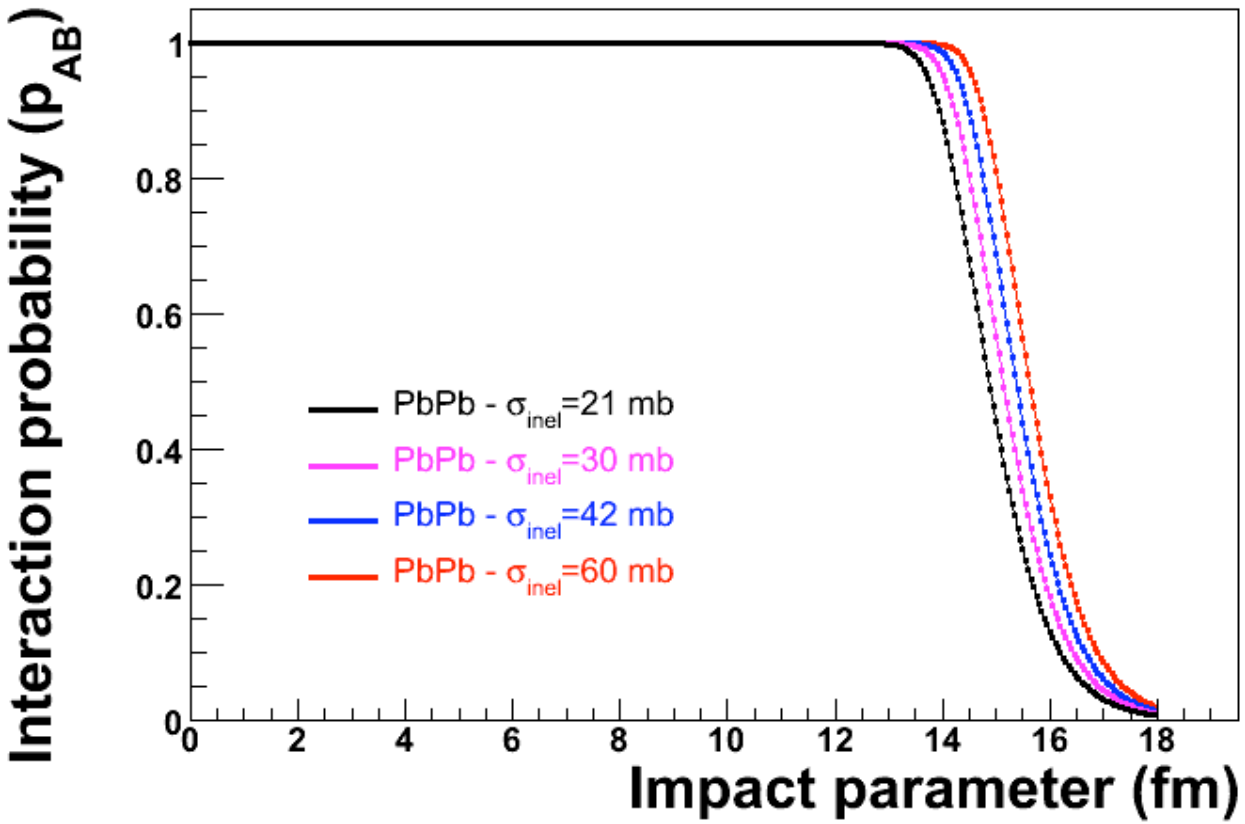
Grafici di p_{AB} vs. b (I)

- La probabilità di interazione dei due nuclei
  - ⇨ è =1 per b<≈2R
  - ⇨ Diminuisce per b>2R, quando solo le code delle Woods-Saxon si sovrappongono



Grafici di p_{AB} vs. b (II)

- Per σ_{inel}>20 mb, la dipendenza dalla sezione d'urto nucleone-nucleone si manifesta solo per b>2R, quando solo le code delle Woods-Saxon si sovrappongono



Accel.	$\sqrt{s}$ (GeV)	σ_{total} (mb)	σ_{inel} (mb)
AGS	3-5	40	21
SPS	17	40	33
RHIC	200	50	42
LHC(Pb)	5500	90	60
LHC(p)	14000	100	79

Sezione d'urto inelastica per collisioni nucleo-nucleo

- La sezione d'urto totale per una collisione inelastica tra due nuclei A e B è data da:

$$\sigma_{AB}^{tot} = \int d^2 b p_{AB}(b) = \int d^2 b \left\{1 - \left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB}\right\} =$$
$$= 2\pi \int_0^\infty b db \left\{1 - \left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB}\right\}$$

- La sezione d'urto per eventi con parametro di impatto $b<b_c$ è data da:

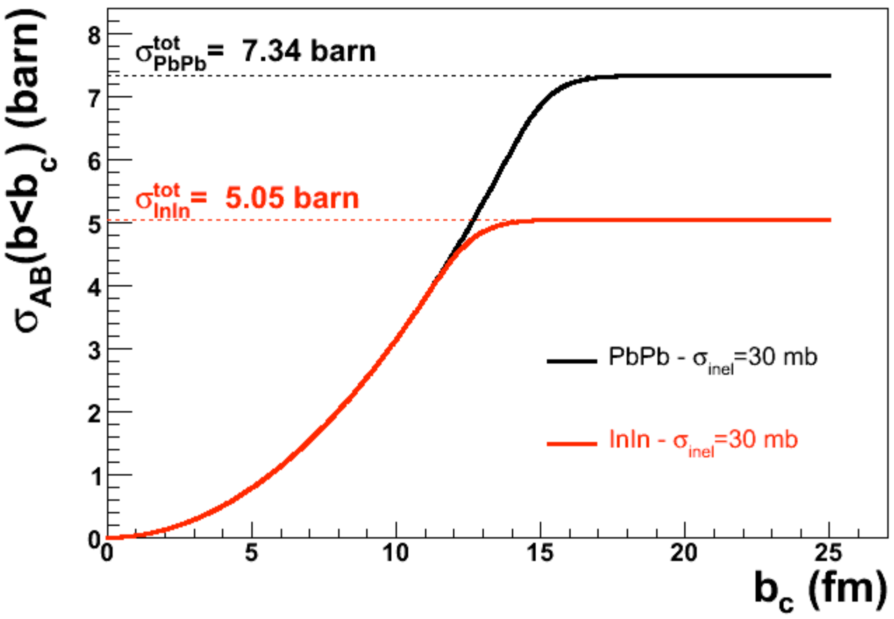
$$\sigma_{AB}(b < b_c) = 2\pi \int_0^{b_c} b db \left\{1 - \left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB}\right\}$$

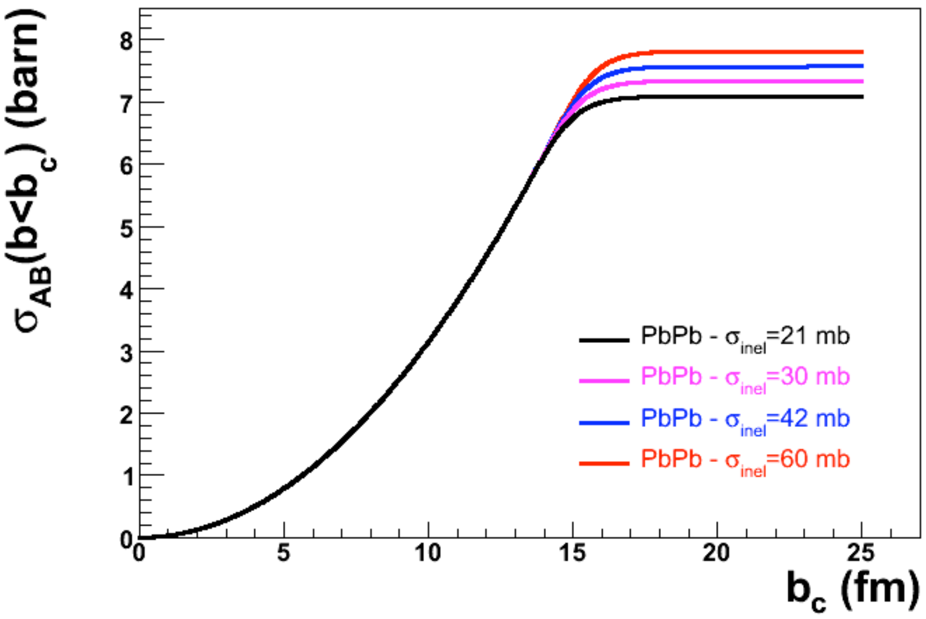
Grafici di σ_{AB} vs. b_c

- La sezione d'urto totale dipende:
  - ⇨ dalla dimensione dei nuclei collidenti
    - ✓ *Può essere approssimata come:*

$$\sigma_{AB}^{tot} = \sigma_0 (A^{1/3} + B^{1/3} - \delta)^2 \quad \text{con} \quad \sigma_0 \approx 65 - 70\,\text{mb}\,, \quad \delta \approx 1.3$$

  - ⇨ dalla sezione d'urto inelastica nucleone-nucleone σ_{inel}
    - ✓ *Essenzialmente per effetto delle code della Woods-Saxon*





Numero di collisioni nucleone-nucleone

Numero di collisioni vs. b

- Il numero medio di collisioni in una collisione tra due nuclei A e B con parametro di impatto b si ottiene usando la proprietà della media della distribuzione binomiale:

$$\mu = Np$$

  - ⇨ *dove N è il numero di "prove" e p la probabilità di successo*
  - ⇨ *Nel nostro caso:*

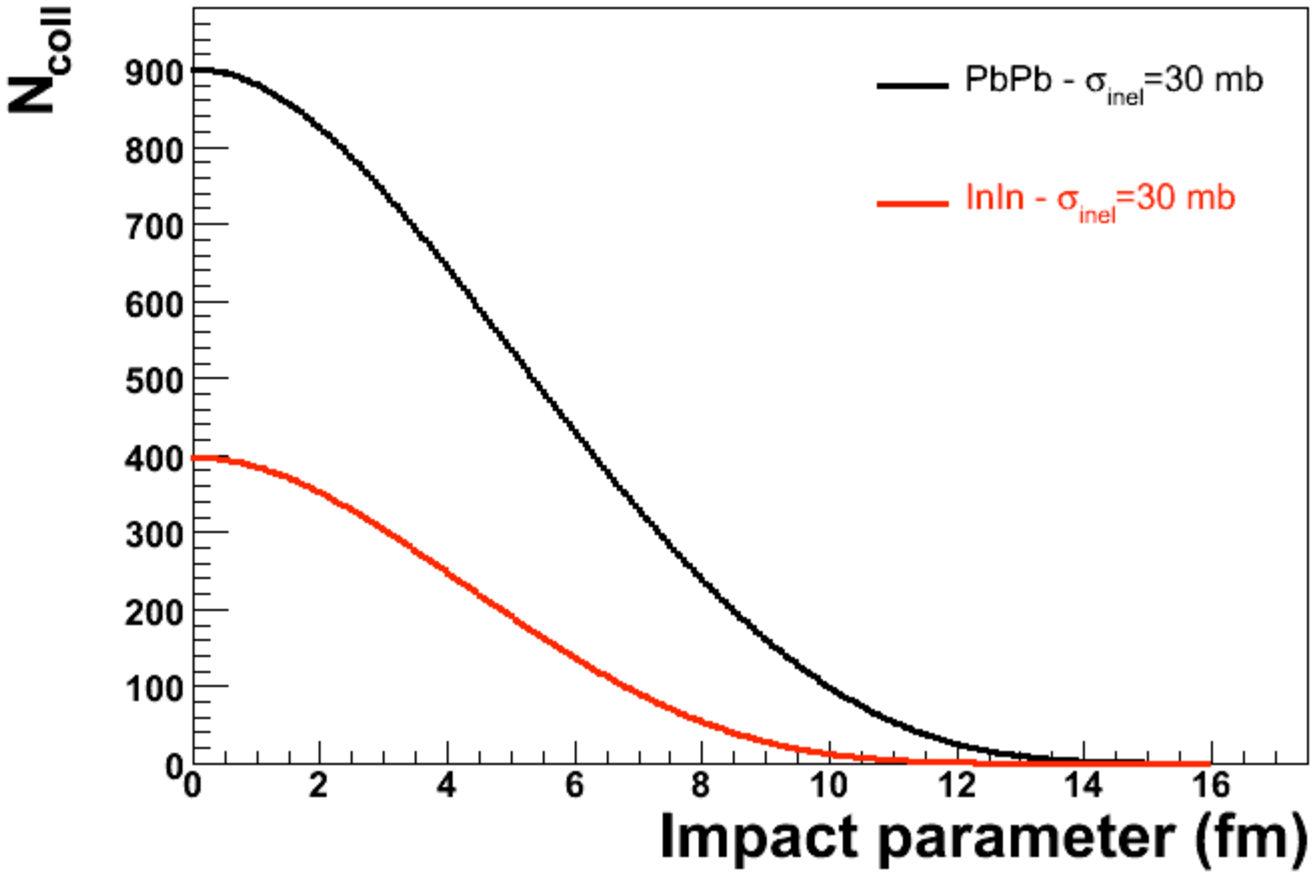
$$P_n(b) = \binom{AB}{n} \left[\sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^n \left[1 - \sigma_{inel} T_{AB}(b)\right]^{AB-n}$$

  - ⇨ *da cui:*

$$N_{coll}(b) = AB\sigma_{inel} T_{AB}(b)$$

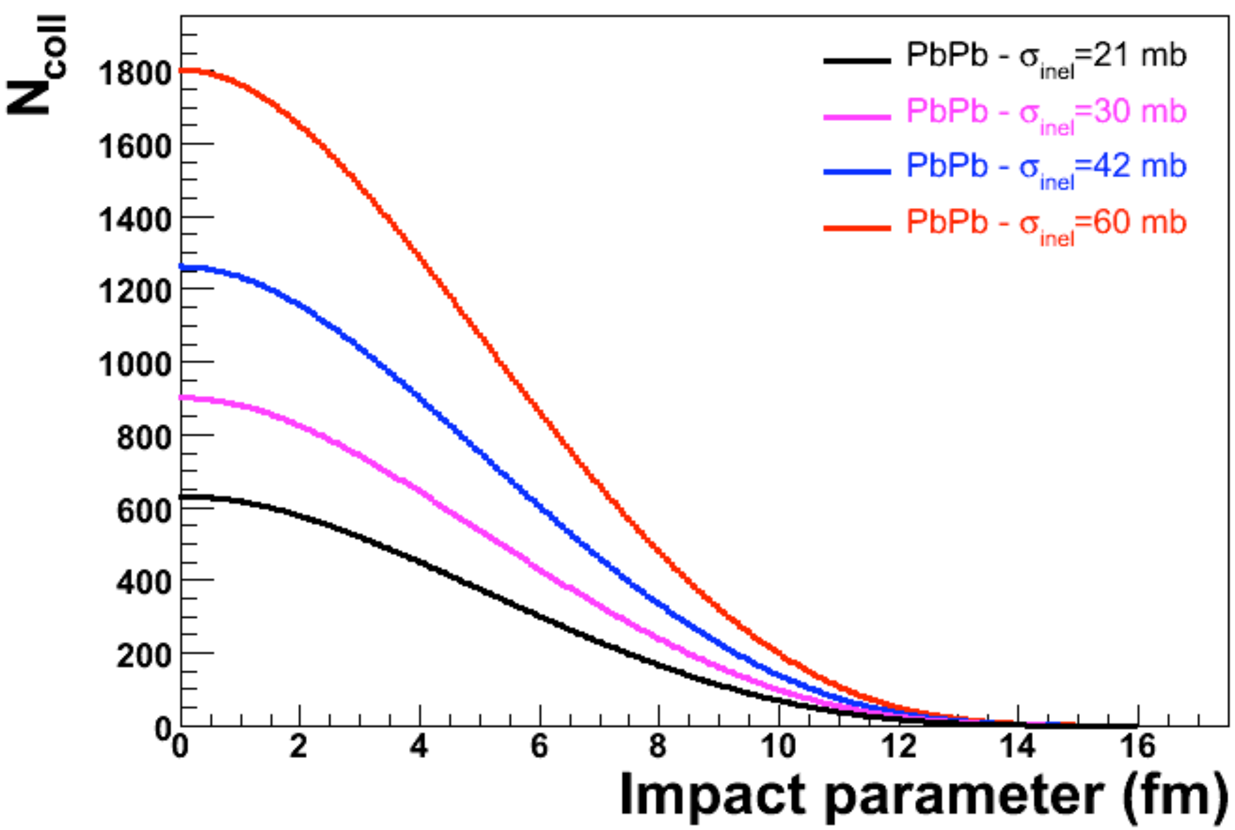
Grafici di N_{coll} vs. b (I)

- N_{coll} grande per collisioni centrali ($b \approx 0$)
- $N_{coll} \rightarrow 0$ per collisioni periferiche ($b \approx 2R$)
- A parità di parametro di impatto, N_{coll} cresce al crescere della dimensione dei nuclei collidenti ($N_{coll} \propto AB$, $N_{coll} \ll AB$)



Grafici di N_{coll} vs. b (II)

- A parità di parametro di impatto e di dimensione dei nuclei collidenti, N_{coll} cresce al crescere della sezione d'urto σ_{inel} ($N_{coll} \propto \sigma_{inel}$)



Accel.	$\sqrt{s}$ (GeV)	σ_{total} (mb)	σ_{inel} (mb)
AGS	3-5	40	21
SPS	17	40	33
RHIC	200	50	42
LHC(Pb)	5500	90	60
LHC(p)	14000	100	79

Fluttuazioni sul numero di collisioni vs. b

- La formula:

$$N_{coll}(b) = AB\sigma_{inel}T_{AB}(b)$$

dà il numero medio di collisioni elementari in una collisione tra due nuclei A e B con parametro di impatto b

- Questo valore è soggetto a fluttuazioni statistiche
  - ⇨ *la deviazione standard di una distribuzione binomiale è data da:*

$$\sigma = \sqrt{Npq} = \sqrt{Np(1-p)}$$

  - ⇨ *Nel nostro caso:*

$$\sigma_{Ncoll}(b) = \sqrt{AB\sigma_{inel}T_{AB}(b)\left[1-\sigma_{inel}T_{AB}(b)\right]}$$

Numero di nucleoni partecipanti e spettatori

Interazione di un nucleone (I)

- La probabilità di interazione tra un nucleone del nucleo proiettile A con coordinata **s** sul piano traverso con uno dei B nucleoni del bersaglio è:

$$p = \sigma_{inel} T_B(\vec{b} - \vec{s})$$

  ⇨ T_B(**b**-**s**) è la probabilità di avere un nucleone nel nucleo B alla coordinata trasversa **b**-**s** (misurata rispetto al centro del nucleo B)

- La probabilità che non interagisca è:

$$q = 1 - p = 1 - \sigma_{inel} T_B(\vec{b} - \vec{s})$$

- La probabilità che un nucleone del nucleo proiettile A non interagisca con nessuno dei B nucleoni del nucleo bersaglio è data da:

$$Q_{nB}(b, \vec{s}) = q^B = \left[1 - T_B(\vec{b} - \vec{s})\sigma_{inel}\right]^B$$

Interazione di un nucleone (II)

- La probabilità che un nucleone del nucleo proiettile A con coordinata **s** sul piano traverso interagisca con almeno uno dei B nucleoni del bersaglio è:

$$P_{nB}(b,\vec{s}) = 1 - Q_{nB}(b,\vec{s}) = 1 - \left[1 - T_B(\vec{b}-\vec{s})\sigma_{inel}\right]^B$$

  - ⇨ p_{nB} rappresenta la probabilità di interazione nucleone-nucleo
  - ⇨ Analoga a quella nucleo-nucleo $p_{AB}(b)=1-[1-\sigma_{inel}T_{AB}(b)]^{AB}$ con $A=1$

- Integrando sulle possibili posizioni del nucleone n all'interno del nucleo A:

$$P_{nB}(b) = \int d^2s P_{nB}(b,\vec{s}) = \int d^2s T_A(\vec{s}) \left\{1 - \left[1 - T_B(\vec{b}-\vec{s})\sigma_{inel}\right]^B\right\}$$

  - ⇨ T_A(**s**) è la probabilità di trovare un nucleone del nucleo A nel punto di coordinata trasversa **s**.
  - ⇨ P_{nB}(b) è la probabilità che il nucleone n del nucleo A interagisca con uno qualunque dei nucleoni del nucleo B, cioè che il nucleone n sia un nucleone partecipante

Numero di partecipanti (I)

- La probabilità di avere α nucleoni partecipanti nel nucleo A è quindi data dalla legge binomiale:

$$P_\alpha(b) = \binom{A}{\alpha} \left[P_{nB}(b)\right]^\alpha \left[1 - P_{nB}(b)\right]^{A-\alpha}$$

- Il numero medio di partecipanti del nucleo A sarà quindi:

$$\langle\alpha\rangle = AP_{nB}(b) = A\int d^2s\,T_A(\vec{s})\left\{1 - \left[1 - T_B(\vec{b}-\vec{s})\sigma_{inel}\right]^B\right\}$$

- Ripetendo il ragionamento per il nucleo bersaglio si ha che il numero medio di partecipanti del nucleo B è:

$$\langle\beta\rangle = BP_{nA}(b) = B\int d^2s\,T_B(\vec{b}-\vec{s})\left\{1 - \left[1 - T_A(\vec{s})\sigma_{inel}\right]^A\right\}$$

Numero di partecipanti (II)

- Il numero medio di nucleoni partecipanti in collisioni con parametro di impatto *b* è dato da

$$N_{part}(b) = \langle \alpha \rangle + \langle \beta \rangle =$$

$$= \int d^2s \left\{ \overbrace{A T_A(\vec{s}) \left[1 - \left(1 - T_B(\vec{b}-\vec{s})\sigma_{inel} \right)^B \right]}^{\text{Contributo del nucleo proiettile}} + \overbrace{B T_B(\vec{b}-\vec{s}) \left[1 - \left(1 - T_A(\vec{s})\sigma_{inel} \right)^A \right]}^{\text{Contributo del nucleo bersaglio}} \right\}$$

Numero di nucleoni nel nucleo proiettile

Probabilità di avere un nucleone in posizione **s** nel nucleo proiettile

Probabilità che il nucleone del nucleo proiettile A interagisca con almeno uno dei nucleoni del nucleo B

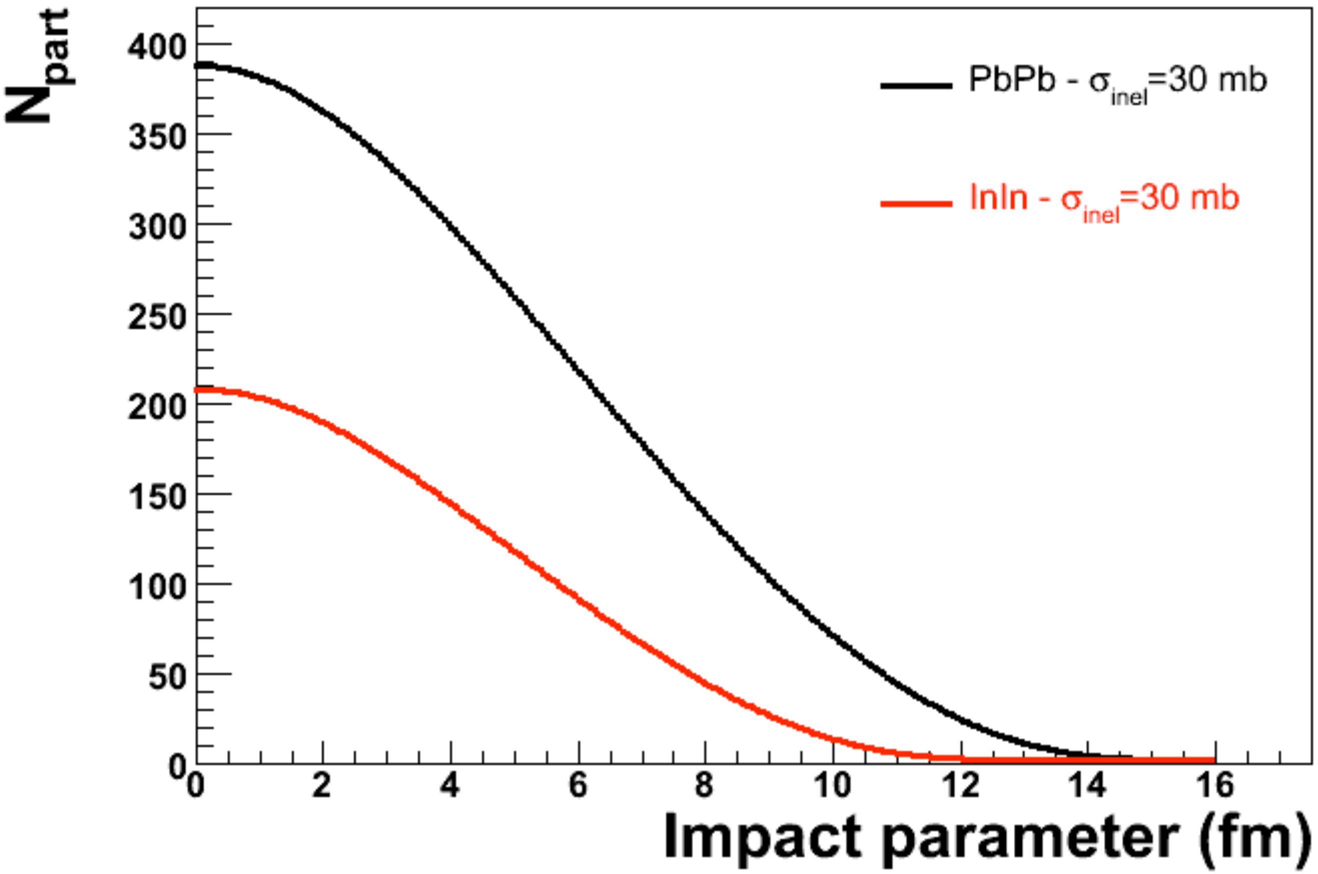
Numero di nucleoni nel nucleo bersaglio

Probabilità di avere un nucleone in posizione **b-s** nel nucleo bersaglio

Probabilità che il nucleone del nucleo bersaglio B interagisca con almeno uno dei nucleoni del nucleo *A*

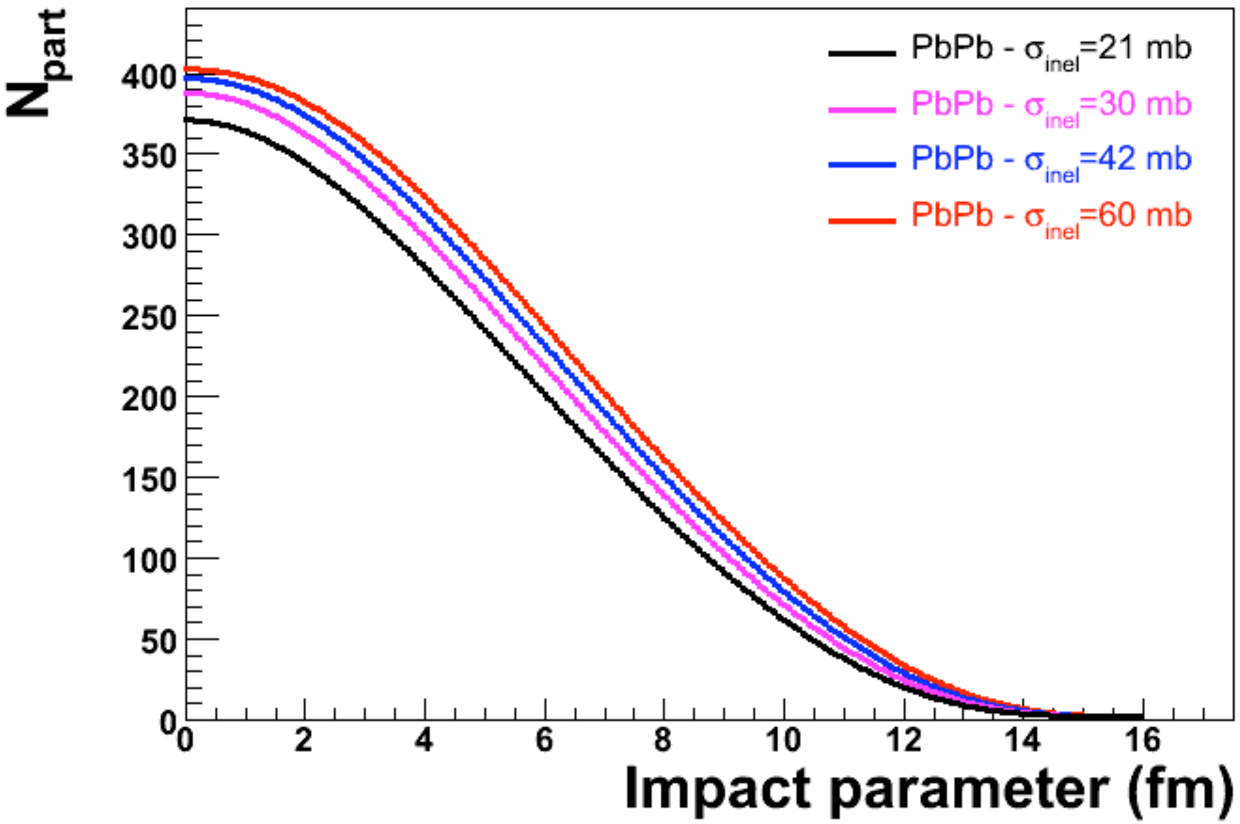
Grafici di N_{part} vs. b (I)

- N_{part} grande ($<\approx$ A+B) per collisioni centrali (B≈0)
- $N_{part} \rightarrow 0$ per collisioni periferiche (B≈2R)
- A parità di parametro di impatto, N_{part} cresce al crescere della dimensione dei nuclei collidenti ($N_{part} \propto A$)



Grafici di N_{part} vs. b (II)

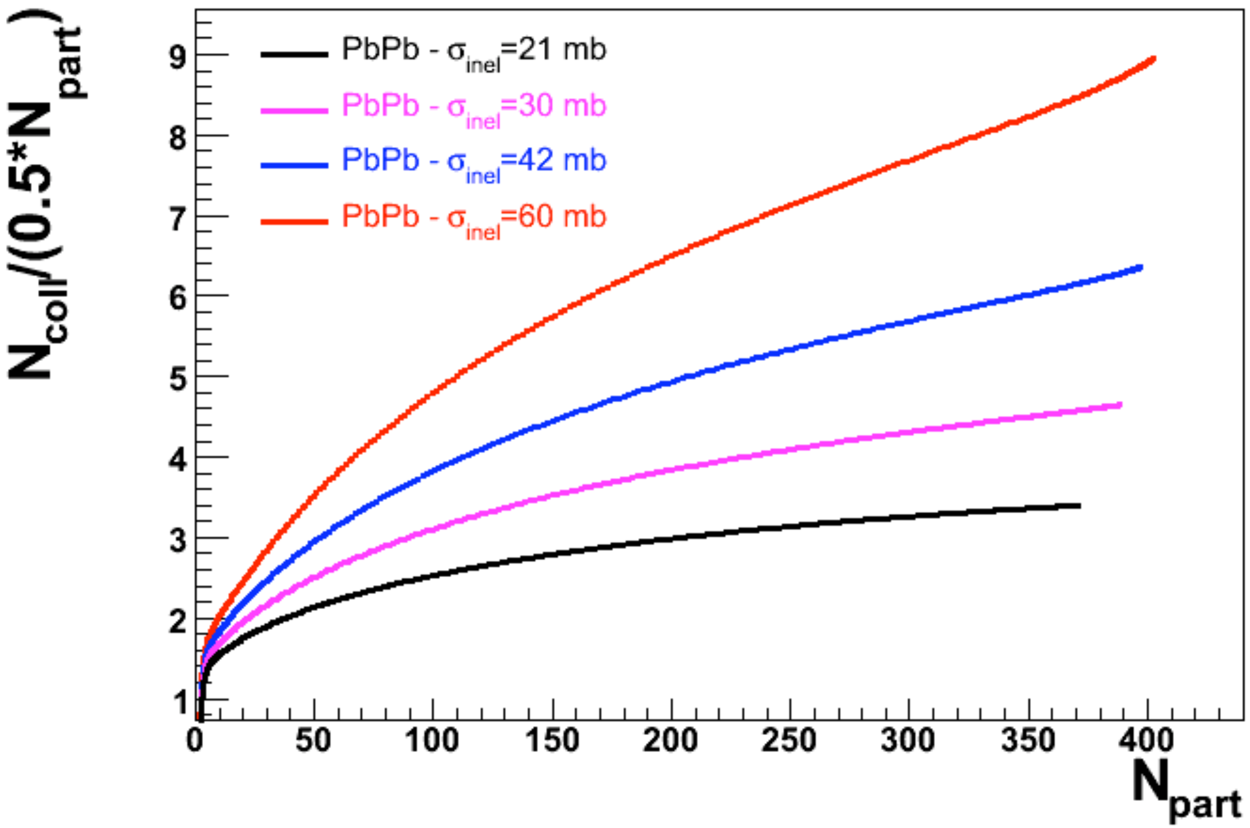
- Rispetto a N_{coll}, la dipendenza dalla sezione d'urto σ_{inel} è meno forte
  - ⇨ Per σ_{inel}>30 mb praticamente tutti i nucleoni della regione di overlap interagiscono almeno una volta e quindi "partecipano"



Accel.	$\sqrt{s}$ (GeV)	σ_{total} (mb)	σ_{inel} (mb)
AGS	3-5	40	21
SPS	17	40	33
RHIC	200	50	42
LHC(Pb)	5500	90	60
LHC(p)	14000	100	79

Numero di collisioni per partecipante

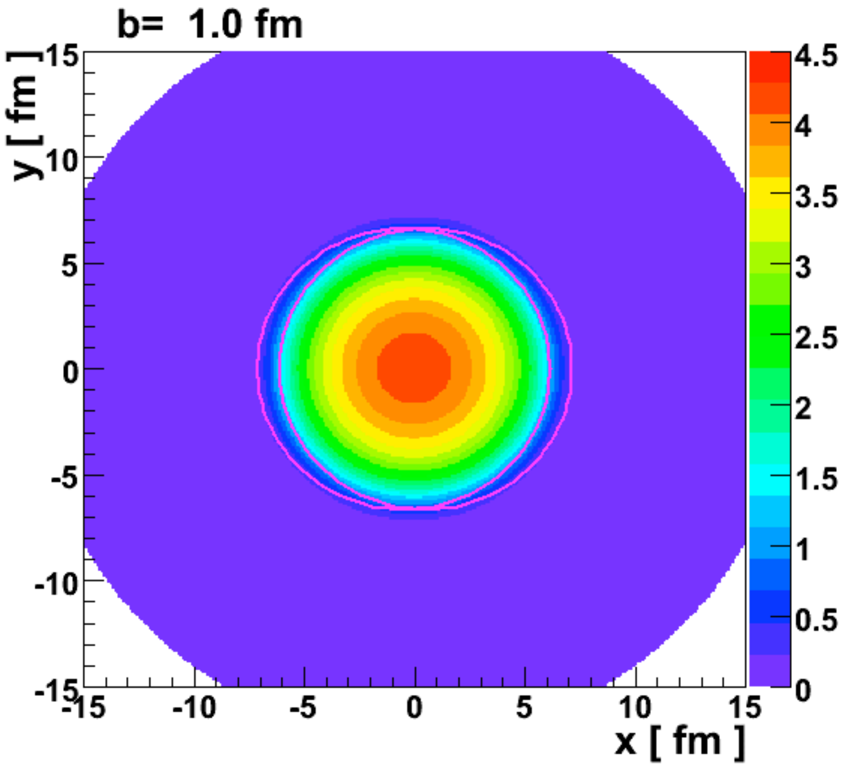
- Al crescere della centralità e di σ_{inel} cresce il numero medio di collisioni subite da ciascun nucleone partecipante
  - ⇨ La dipendenza da σ_{inel} è dovuta a N_{coll} dato che N_{part} varia poco con σ_{inel}

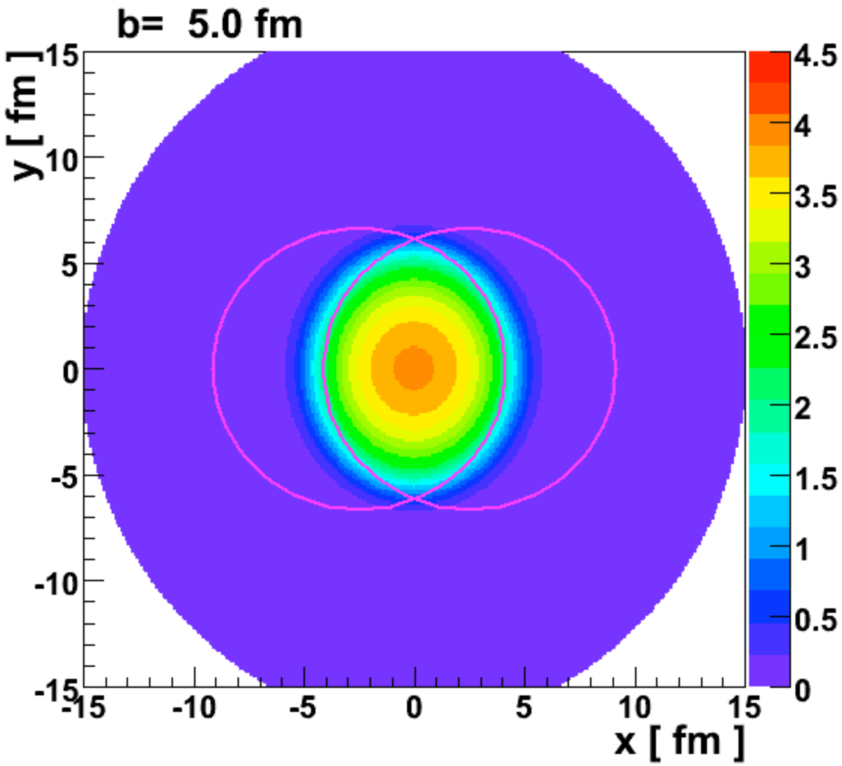


Accel.	$\sqrt{s}$ (GeV)	σ_{total} (mb)	σ_{inel} (mb)
AGS	3-5	40	21
SPS	17	40	33
RHIC	200	50	42
LHC(Pb)	5500	90	60
LHC(p)	14000	100	79

Densità di partecipanti (I)

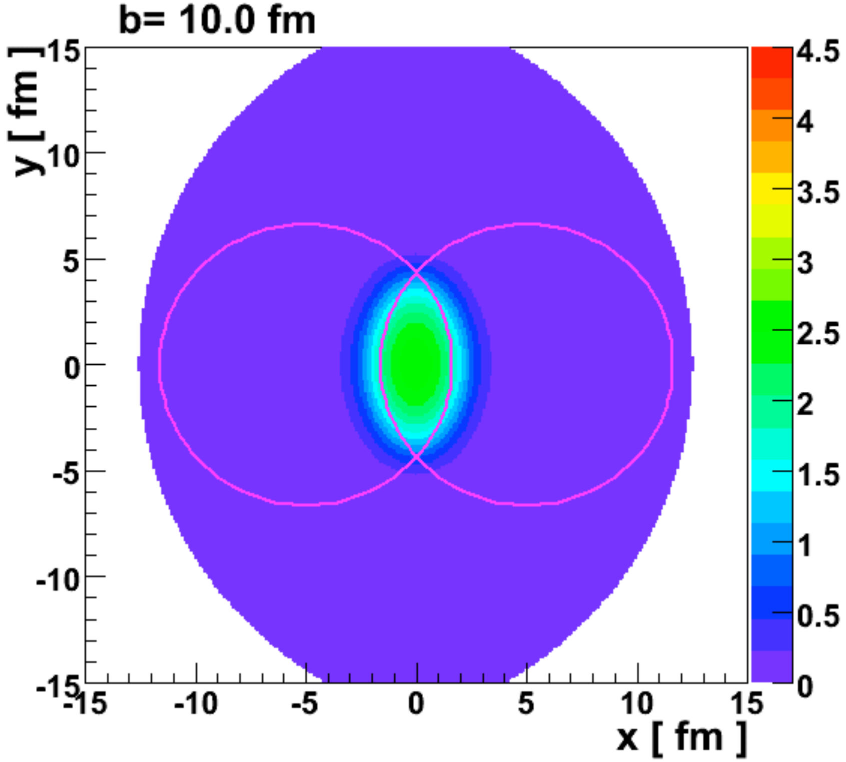
- Si può calcolare la densità dei nucleoni partecipanti = numero di partecipanti per unità di area nel piano trasverso
  - ⇨ La densità di partecipanti (così come quella di collisioni e quella di energia depositata) è massima al centro della regione di overlap dei nuclei collidenti diminuisce man mano che si va verso i bordi

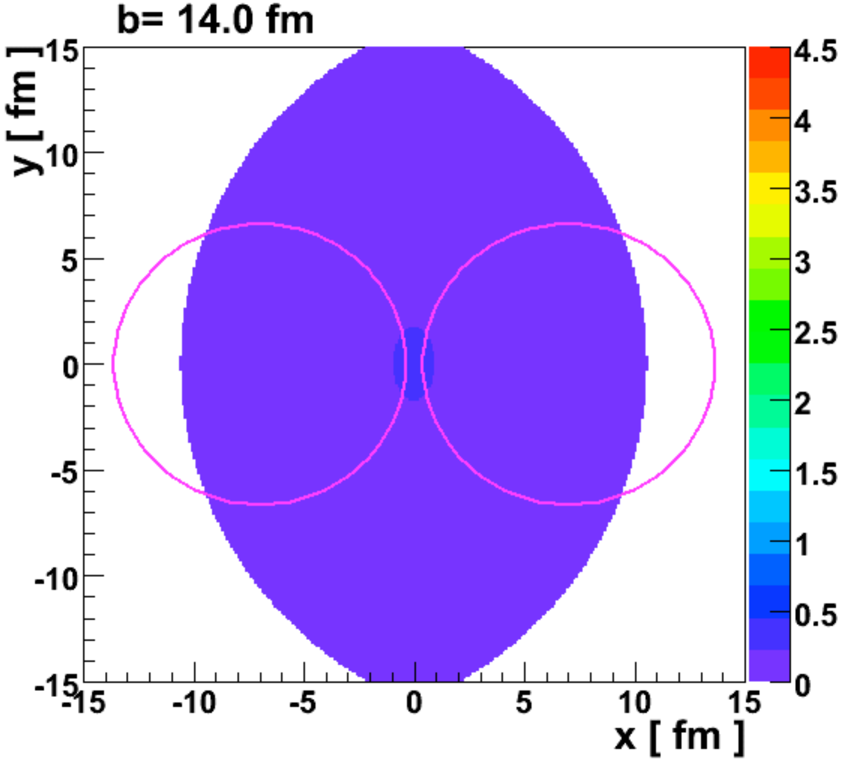




Densità di partecipanti (II)

- La zona di interazione ("fireball") è costituita da:
  - ⇨ una regione centrale ("core") dove c'è un'alta densità di collisioni, quindi alta densità di energia e alta temperatura
    - ✓ ***Nel "core" caldo si possono realizzare le condizioni per la formazione del QGP***
  - ⇨ i bordi ("corona") dove la densità di energia e la temperatura sono più bassi





Numero di spettatori

- Il numero medio di nucleoni spettatori per collisioni nucleari a parametro di impatto *b* si ricava da quello di partecipanti come:

$$N_{spect}(b) = A + B - N_{part}(b)$$

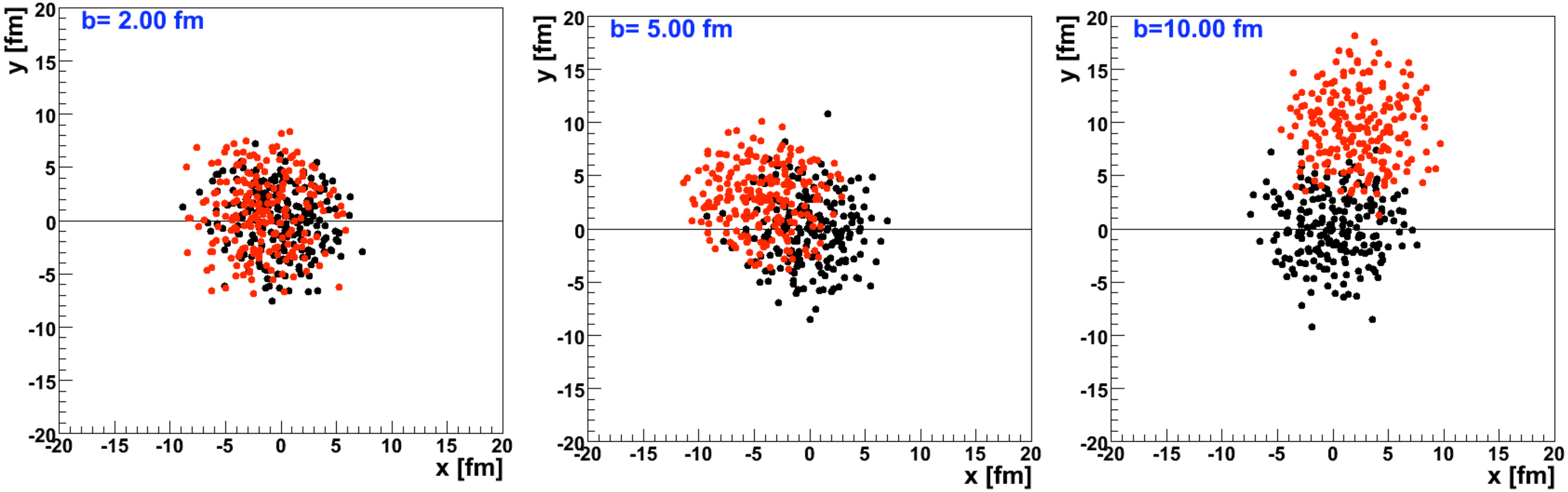
  ⇨ ed è ovviamente grande per collisioni periferiche e piccolo per collisioni centrali

- Nel caso di collisioni di nuclei uguali (A=B), si calcola facilmente il numero medio di spettatori dei nuclei proiettile e bersaglio:

$$N_{spect}^{proj}(b) = N_{spect}^{target}(b) = A - \frac{N_{part}(b)}{2}$$

Implementazione Monte Carlo del modello di Glauber (I)

- Per ogni evento/collisione, si generano le posizioni in 3D dei nucleoni all'interno dei nuclei con una distribuzione di probabilità data dalla densità nucleare (2pF, 3pF o …)
  - ⇨ Il centro di uno dei nuclei è traslato rispetto all'origine di un vettore parametro di impatto nel piano trasverso

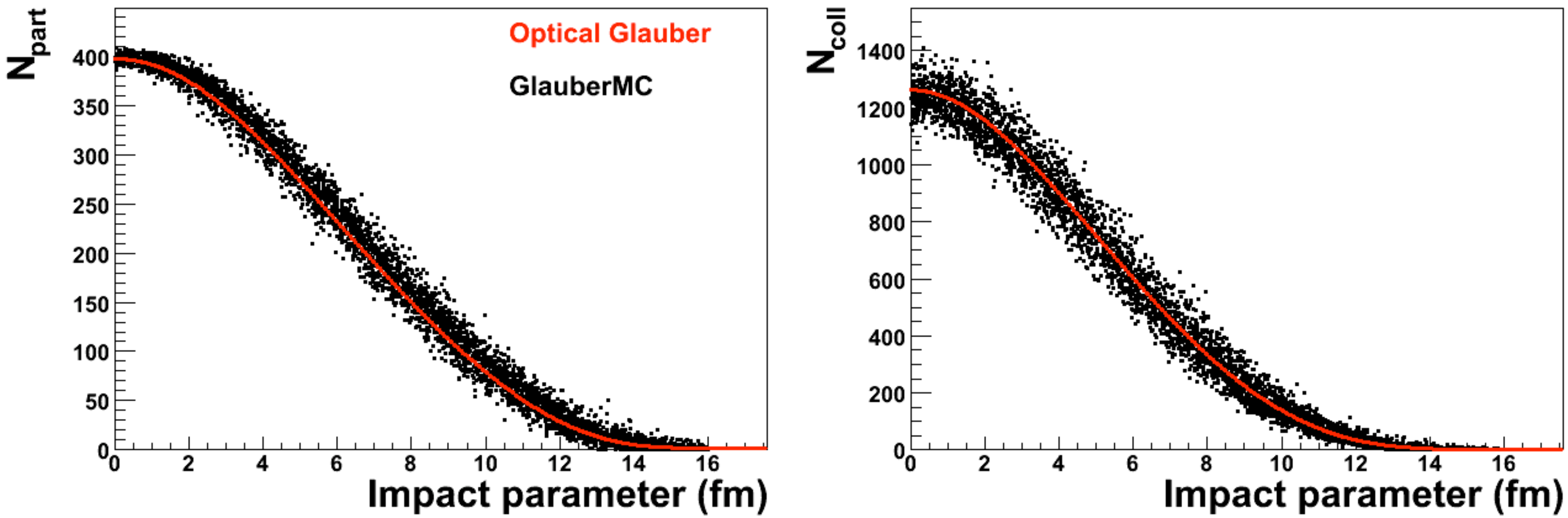


Implementazione Monte Carlo del modello di Glauber (II)

- Si ha una collisione per tutte le coppie di nucleoni che hanno una distanza nel piano trasverso:

$$d \leq \sqrt{\frac{\sigma_{inel}}{\pi}}$$

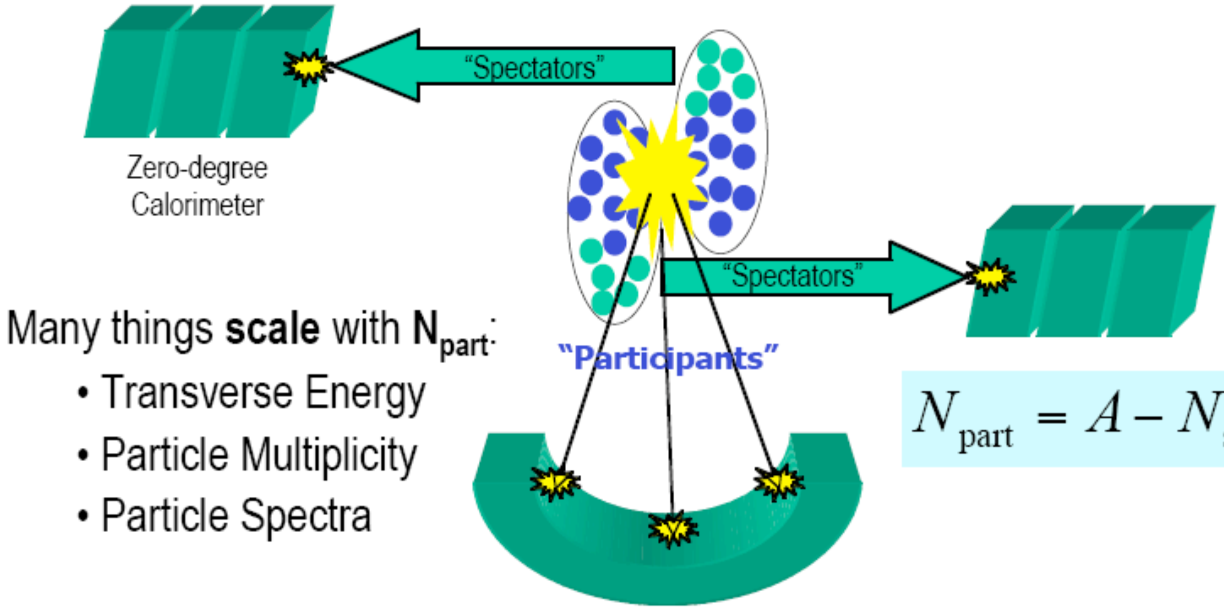
  - ⇨ generando molti eventi si ricavano valori medi e fluttuazioni di N_{part}, N_{coll}...



Stima della centralità della collisione negli esperimenti con ioni pesanti

"Misurare" la centralità

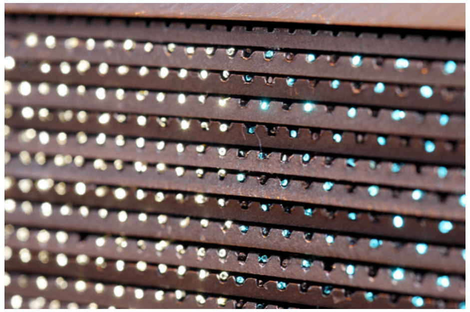
- Due strategie sperimentali per stimare il parametro di impatto di una collisione tra ioni pesanti
  - ⇨ Misurare variabili legate all'energia depositata nella regione di interazione di energia (proporzionali a N_{part})
    - ✓ ***molteplicità di particelle cariche, energia trasversa***
  - ⇨ Misurare l'energia gli adroni che proseguono lungo la direzione del fascio (proporzionale a N_{spect})
    - ✓ ***calorimetri adronici a zero gradi (ZDC)***



$$N_{part} = A - N_{spec}$$

Zero Degree Calorimeters

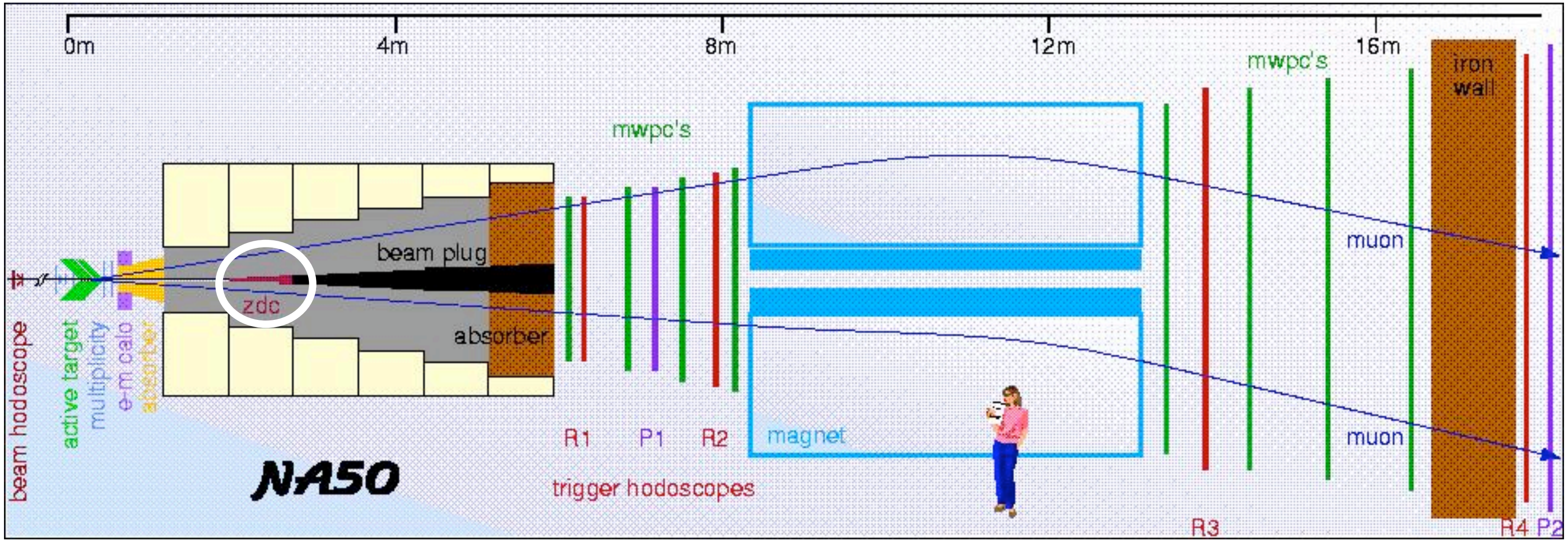
- Obiettivo: misurare l'energia dei nucleoni spettatori
  - ⇨ Nella collisione i nuclei si rompono e danno origine a protoni, neutroni e frammenti (soprattutto particelle α)
  - ⇨ I nucleoni spettatori continuano a viaggiare nella direzione del fascio, quindi si vuole misurare l'energia degli adroni in un piccolo angolo intorno alla direzione del fascio (Zero Degree)



- Tecnica di rivelazione: calorimetri adronici a campionamento
  - ✓ ***Materiali devono essere resistenti alle radiazioni***
  - ⇨ Si usa un volume di materiale pesante (Tantalio, Tungsteno) in cui si forma lo sciame adronico (convertitore)
  - ⇨ La parte attiva è costituita da fibre di quarzo inserite nel convertitore che rivelano la luce Cherenkov prodotta dalle particelle dello sciame
    - ✓ ***La fibre fanno anche da guide di luce e portano i fotoni Cherenkov a dei fotomoltplicatori***

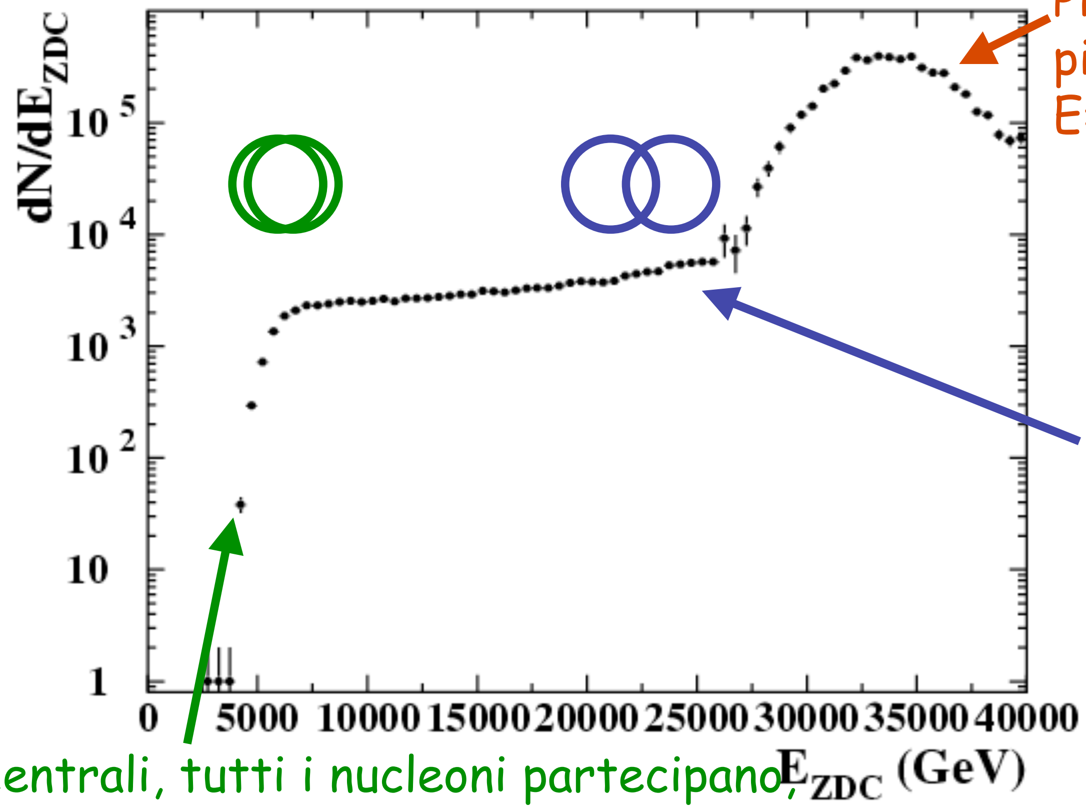
ZDC in esperimenti a targhetta fissa

- Lo ZDC misura l'energia degli spettatori del proiettile
- Non ci sono campi magnetici di ottica del fascio a valle del bersaglio, quindi i nucleoni spettatori e i frammenti proseguono in linea retta lungo la direzione del fascio
  - ⇨ Un solo calorimetro misura l'energia di protoni neutroni e frammenti
  - ⇨ Es. NA50, NA60 e NA49



ZDC in esperimenti a targhetta fissa

- Spettro di EZDC misurata dal calorimetro di NA50 in collisioni PbPb



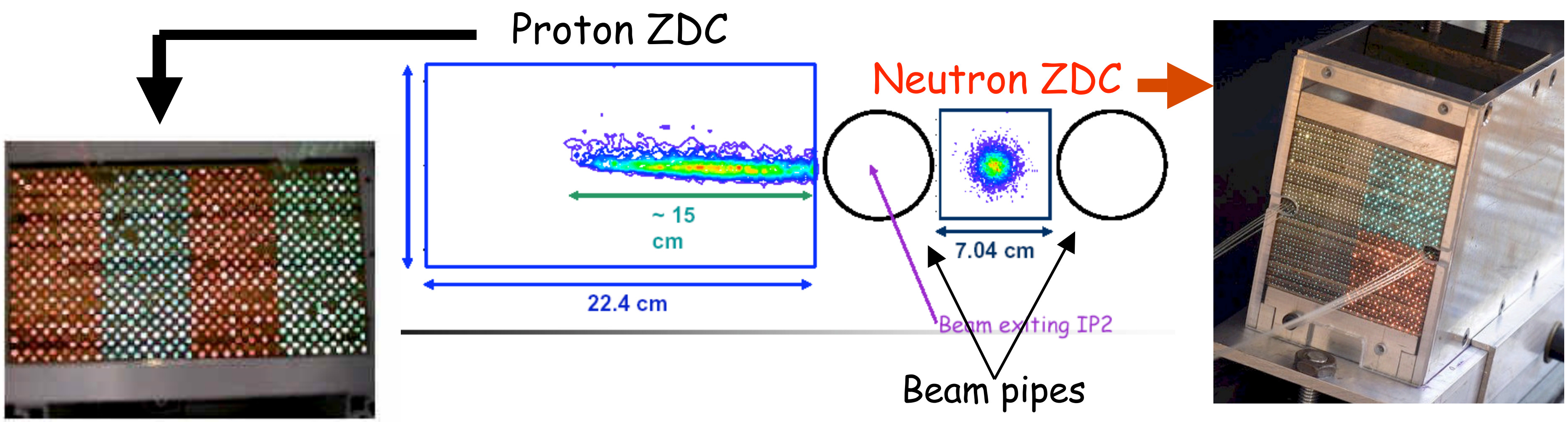
Picco dovuto agli ioni piombo non interagenti $E=208\cdot160$ GeV$=33.3$ TeV

Collisioni periferiche, pochi partecipanti, molti spettatori, grande E_{ZDC}

Collisioni centrali, tutti i nucleoni partecipano, E_{ZDC} piccola, ma non zero per via delle particelle prodotte a piccoli angoli (alta η) che entrano nell'accettanza del calorimetro

ZDC in esperimenti ai colliders

- Si può misurare l'energia degli spettatori di entrambi i nuclei collidenti
  - ⇨ Servono 2 set di calorimetri, ai due lati della zona di interazione
- I campi magnetici dell'ottica del fascio deflettono gli spettatori:
  - ⇨ I neutroni (carica nulla) proseguono in linea retta
  - ⇨ I frammenti (rapporto Z/A ≈ 1/2, simile a quello dei nuclei del fascio), proseguono all'interno del tubo del fascio e non vengono rivelati
  - ⇨ I protoni (rapporto Z/A=1) sono deflessi fuori dal tubo di fascio
- Servono due calorimetri (uno per i protoni e uno per i neutroni) da ciascun lato del punto di interazione → in totale 4 ZDC



ZDC in esperimenti ai colliders

- Il fatto di non rivelare i frammenti porta a una rottura della correlazione tra E_{ZDC} e il numero di spettatori
  - ⇨ In collisioni centrali e semicentrali i nuclei collidenti si rompono completamente e si formano pochi frammenti, quindi tutta l'energia degli spettatori viene rivelata
  - ⇨ In collisioni periferiche, si formano invece molti frammenti nucleari e quindi si perde una parte significativa dell'energia degli spettatori
  - ⇨ Si separano i due rami della correlazione E_{ZDC}-N_{spect} inserendo dei calorimetri elettromagnetici che misurano l'energia delle particelle prodotte ad angoli lontani da quelli del fascio