Produzione di particelle in collisioni di nuclei

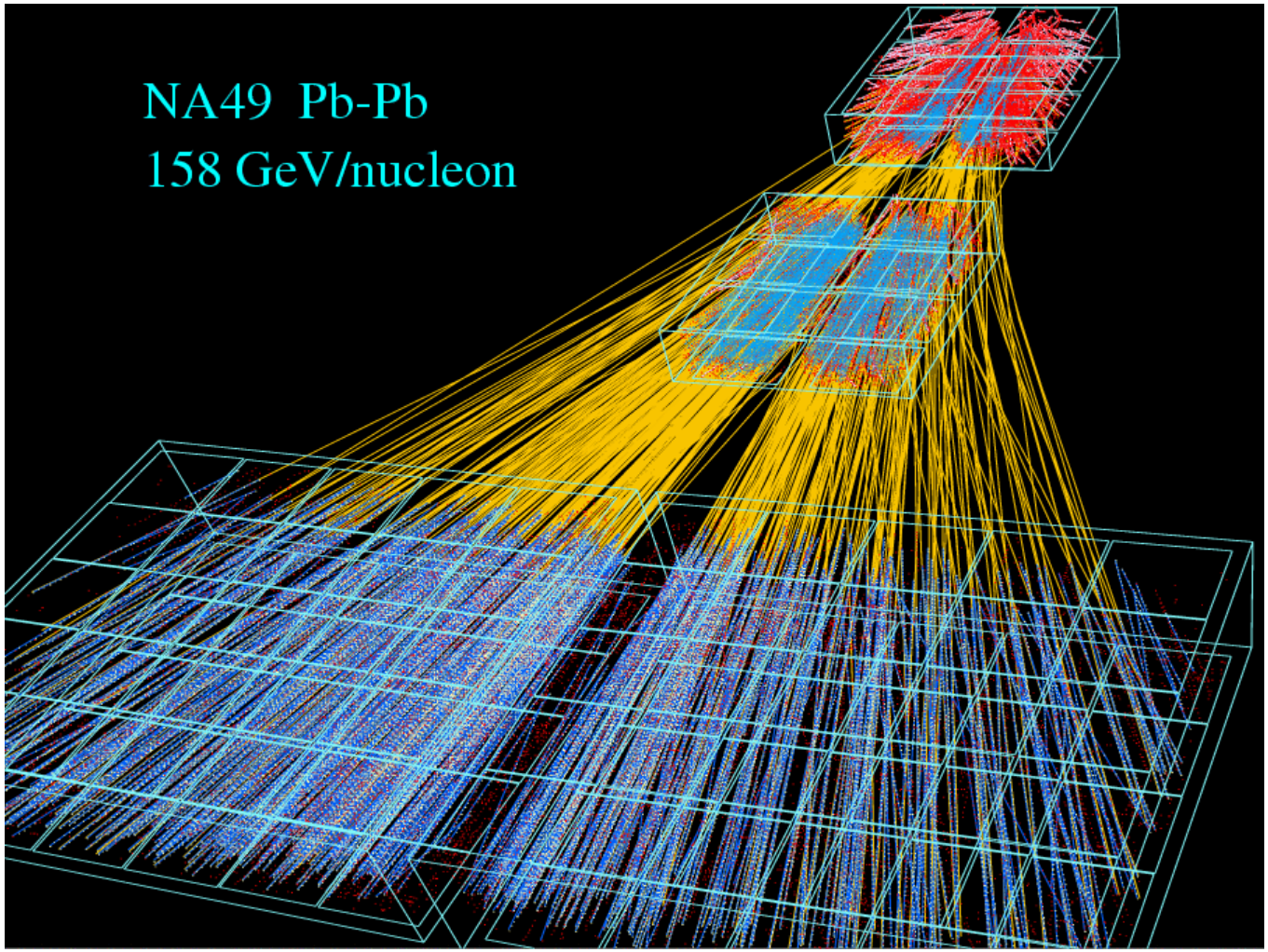
Parte 1:
Molteplicità di particelle non identificate

Produzione di particelle in collisioni di ioni

- Molteplicità = numero di particelle prodotte in una collisione
- La molteplicità in collisioni nucleari contiene informazioni su:
  - ⇨ Entropia del sistema creato nella collisione
    - ✓ ***Come l'energia iniziale disponibile nella collisione viene ridistribuita per produrre particelle nello stato finale***
  - ⇨ Densità di energia nello stato iniziale (formula di Bjorken)
  - ⇨ Geometria (centralità) della collisione
  - ⇨ Meccanismi di produzione delle particelle

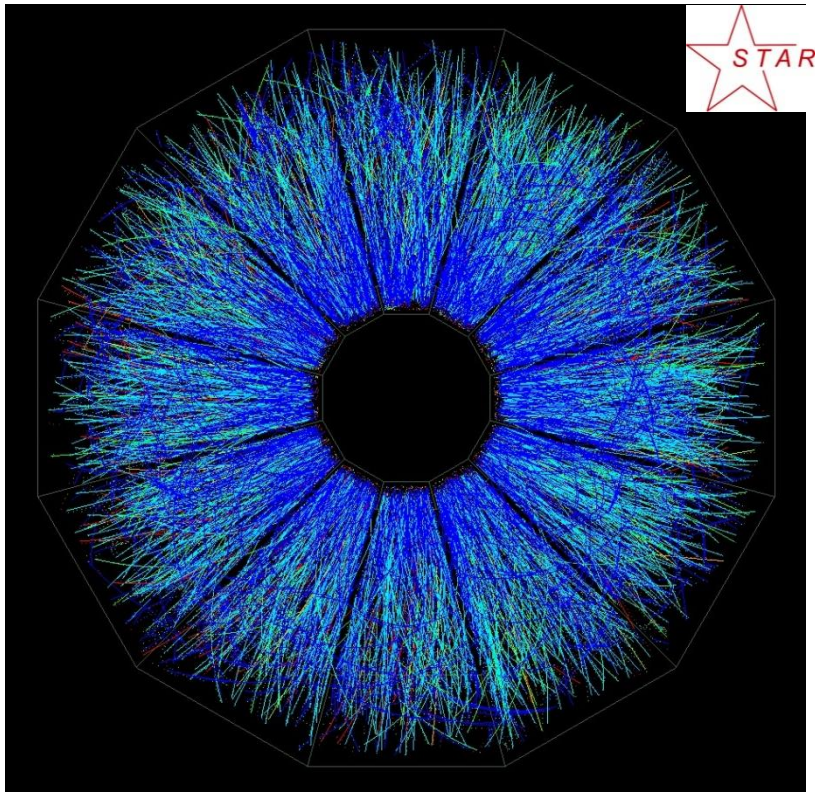
- NOTA: in collisioni adroniche e nucleari la produzione di particelle è dominata da processi (non-perturbativi) a basso momento trasferito
  - ⇨ Molti modelli, ma manca una comprensione delle molteplicità basata su principi primi

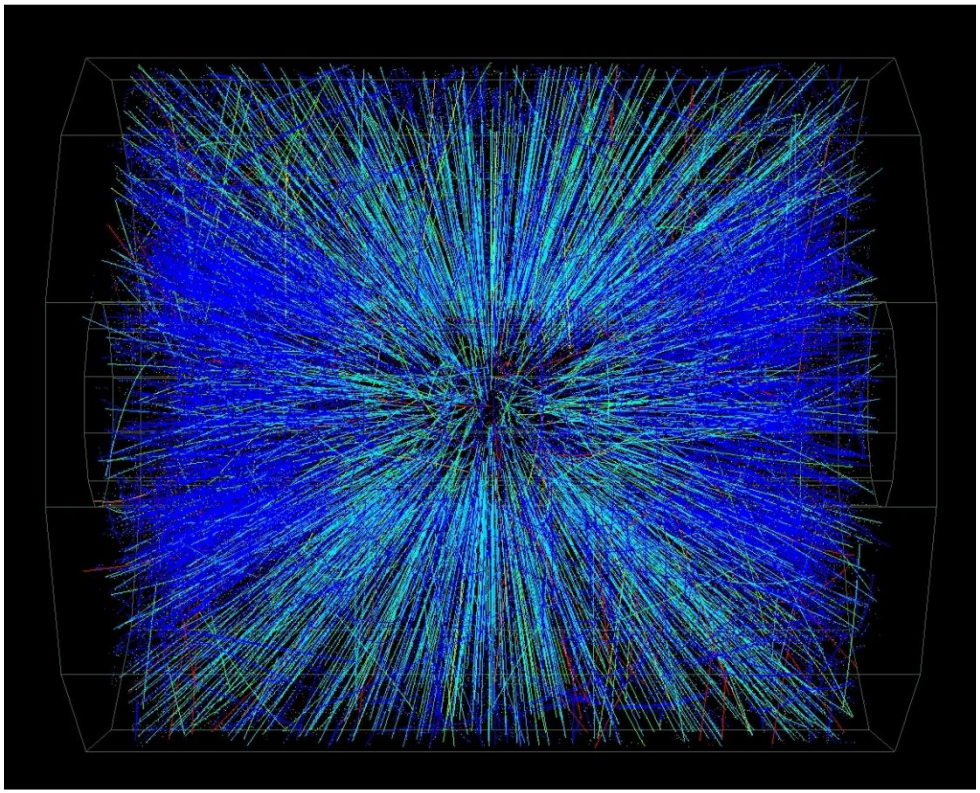
Quante particelle vengono prodotte?



- In collisioni Pb-Pb centrali all'SPS si creano più di 1000 particelle

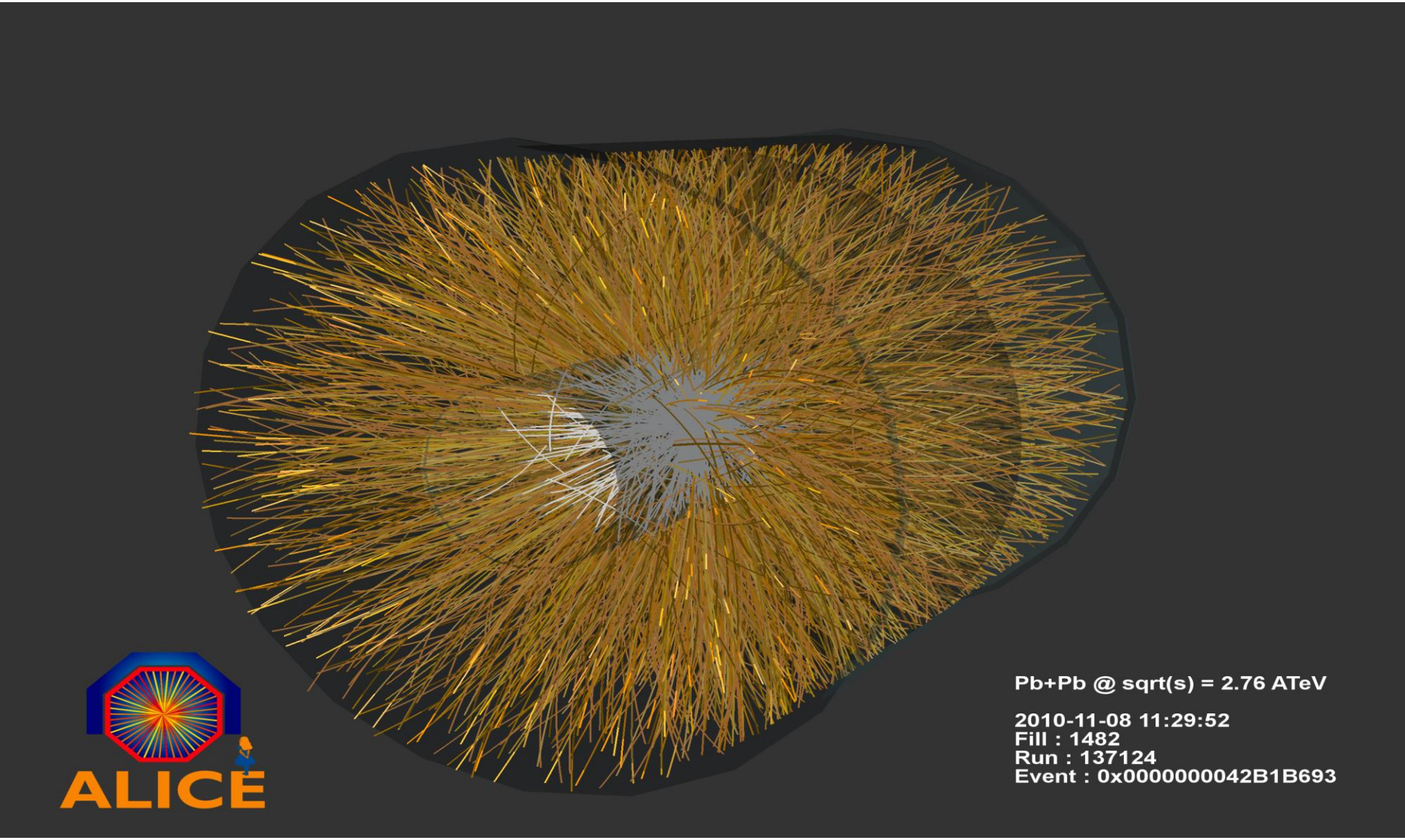
Quante particelle vengono prodotte?





- In collisioni Au-Au centrali alla massima energia RHIC si creano circa 5000 particelle

Quante particelle vengono prodotte?

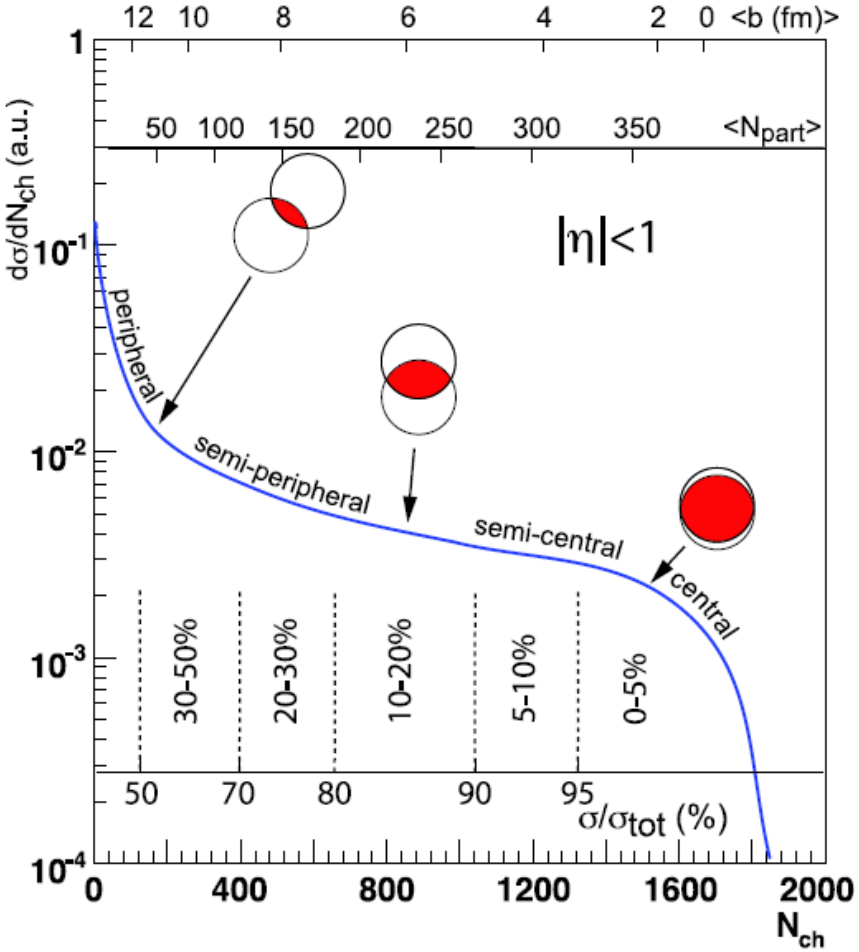


Molteplicità e detector design

- Il numero di particelle prodotte nella collisione è un parametro importante per progettare esperimenti con collisioni di ioni pesanti
  - ⇨L' "occupazione" di un rivelatore (es. la frazione di pixel in cui passa una particella) è legata alla densità di particelle (es. il numero di particelle per cm^2 sul sensore) e quindi alla molteplicità
  - ⇨Il danneggiamento da radiazione è legato al numero di particelle che attraversano il volume del rivelatore o dell'elettronica
- Al momento della progettazione di ALICE all'LHC i dati sulle molteplicità a RHIC non erano disponibili
  - ⇨ALICE è stato progettato sulla base delle molteplicità date da simulazioni Monte Carlo delle collisioni Pb-Pb
    - ✓***I valori di dN/dy attesi a midrapidity variavano tra 2000 e 8000 particelle per unità di rapidità a seconda del modello di produzione di particelle implementato in un particolare Monte Carlo***
  - ⇨I rivelatori di ALICE sono stati progettati per avere buone performances fino a valori di densità di particelle dN/dy = 8000

Molteplicità e centralità

- Il numero di particelle prodotte è legato alla centralità (parametro di impatto) della collisione
  - ⇨ Le collisioni di nuclei sono descritte come sovrapposizione di collisioni elementari tra i nucleoni (es. modello di Glauber)
  - ⇨ Il numero di collisioni tra nucleoni (N_{coll}) e il numero di nucleoni partecipanti (N_{part}) dipendono dal parametro di impatto b
  - ⇨ Ogni collisione/partecipante contribuisce alla produzione di particelle e quindi alla molteplicità



- Si esprime la centralità in termini della frazione (percentuale) della sezione d'urto inelastica σ_{tot} della collisione A-A
  - ⇨ Si integra la distribuzione di molteplicità a partire dagli eventi a più alta molteplicità / centrali (0%) fino agli eventi più periferici (100%)

Produzione di particelle - Hard

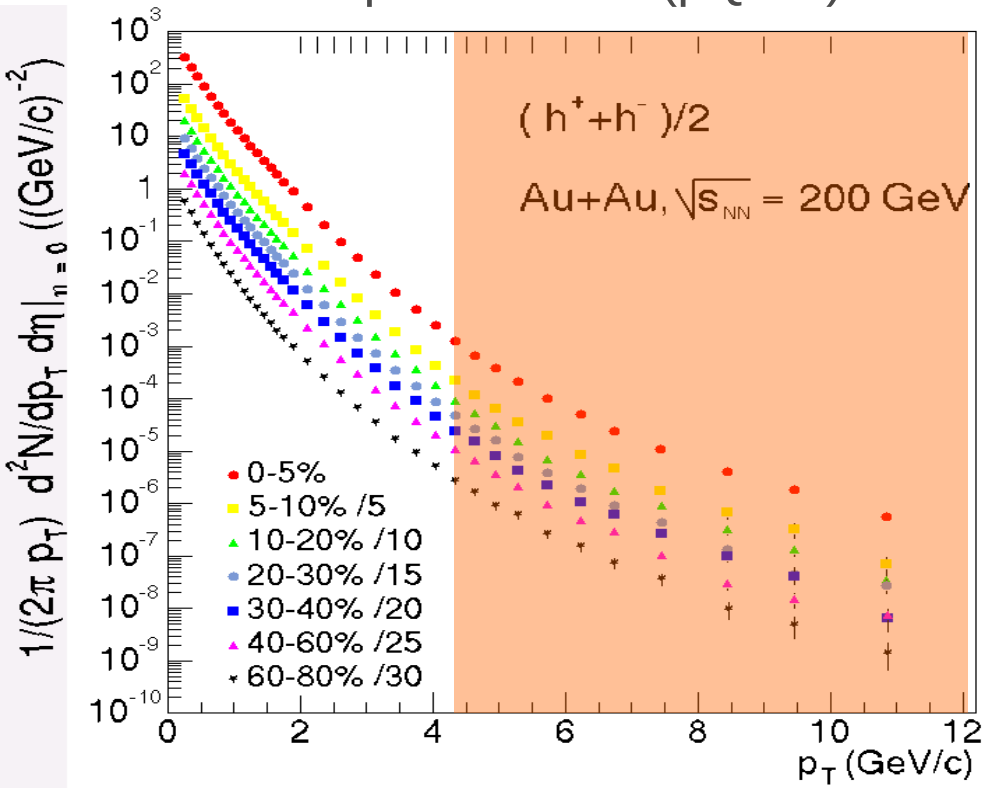
- Processi Hard =

processi ad alto momento trasferito ←→ piccole distanze

⇨Interazioni a livello partonico

⇨La produzione di particelle avviene su scale di tempi brevi

⇨La costante di accoppiamento è piccola, quindi sono calcolabili con tecniche perturbative (pQCD)



- Sono processi rari, con piccola sezione d'urto σ^{hard}
- Scalano con il **numero di collisioni nucleone-nucleone (N_{coll})**

$$p_{AB}^{\text{hard}}(b) = 1 - [1 - \sigma_{\text{hard}} T_{AB}(b)]^{AB}$$
$$\approx 1 - [1 - AB\sigma_{\text{hard}} T_{AB}(b)] =$$
$$= \sigma_{\text{hard}} AB T_{AB}(b) =$$
$$\propto \sigma_{\text{hard}} N_{\text{coll}}$$

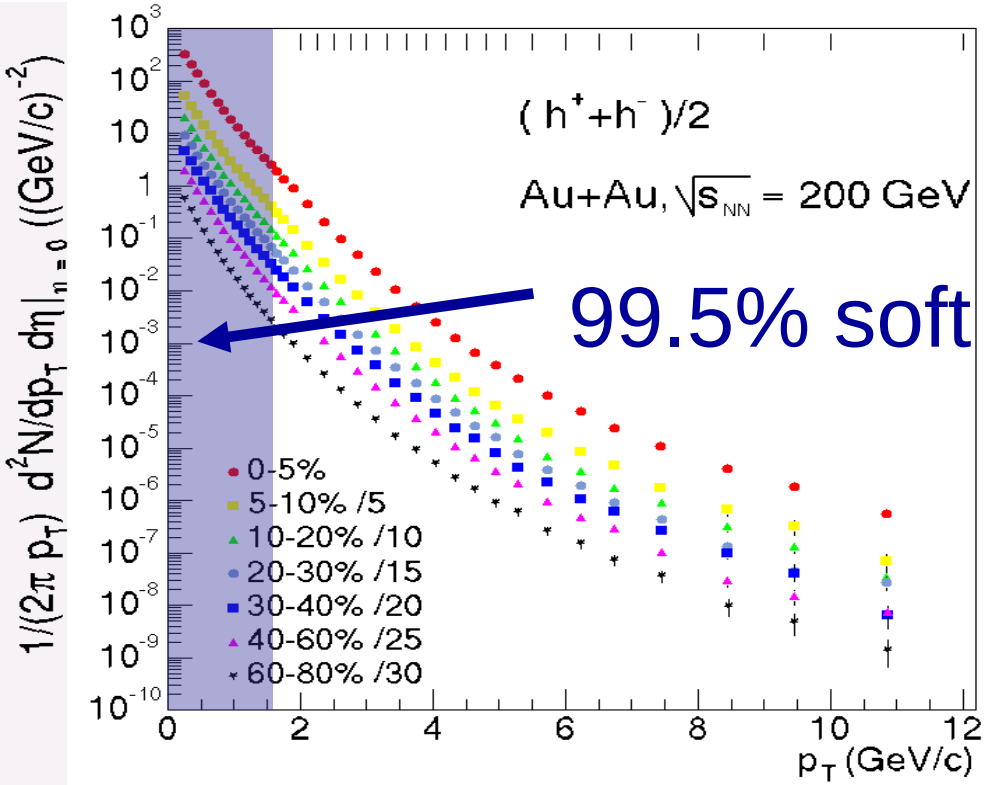
Produzione di particelle - Soft

- Processi Soft =

  processi a basso momento trasferito ←→ grandi distanze

  ⇨Non sono in grado di risolvere la struttura partonica dei nucleoni

  ⇨La costante di accoppiamento è grande, l'approccio perturbativo non funziona → richiedono l'uso di modelli fenomenologici non perturbativi



- Il 99.5% ("bulk") degli adroni prodotti in collisioni Au-Au a RHIC è soft (p_T< 1 GeV)

  ⇨Vero anche a energie LHC

- La molteplicità di particelle prodotte in processi soft è prevista **scalare con il numero di partecipanti**

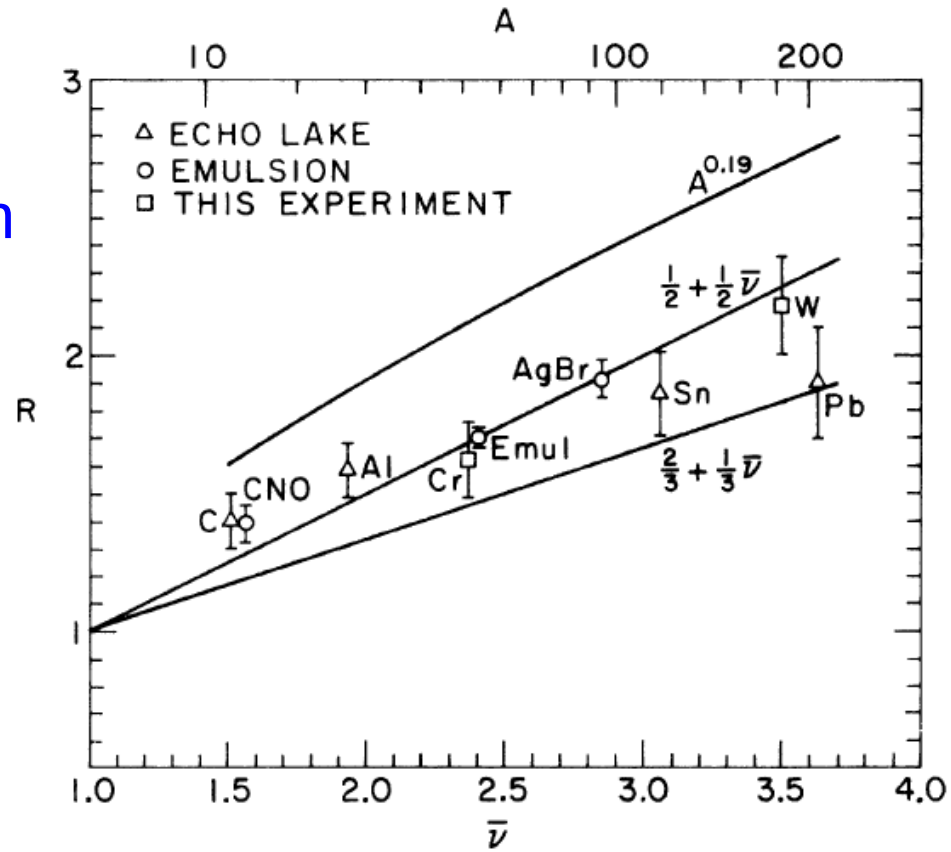
  ⇨Wounded nucleon model

Wounded nucleon model (I)

- Basato sull'osservazione sperimentale (inizio anni '70) che le molteplicità misurate in collisioni protone-nucleo scalano come:

$$R = \frac{N_{ch}^{pA}}{N_{ch}^{pp}} \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\bar{\nu}$$

⇨ $\bar{\nu}$ è il numero medio di collisioni elementari tra nucleoni (=N_{coll})



- Quindi:

$$R = \frac{N_{ch}^{pA}}{N_{ch}^{pp}} \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2}N_{\text{coll}}^{pA} = \frac{N_{\text{coll}}^{pA}+1}{2} = \frac{N_{\text{part}}^{pA}}{N_{\text{part}}^{pp}}$$

⇨ ricordando che in pp: $N_{part} = 2$ e in p-A: $N_{part} = N_{coll}+1$

Wounded nucleon model (II)

- Motivazione: la molteplicità “soft” è prevista scalare con N_{part} perché si assume che la produzione di particelle soft avvenga in questo modo:
  - ⇨Un nucleone quando subisce una collisione passa in uno stato eccitato a vita media lunga
  - ⇨Le eventuali collisioni successive non alterano significativamente questo “baryon-like object”
  - ⇨La lunga vita media e la dilatazione lorentziana dei tempi fanno sì che il “baryon-like object” attraversi tutto il nucleo bersaglio prima di decadere
    - ✓***In altre parole, il tempo di formazione (~ ħ/E) delle particelle soft è sufficientemente lungo che la loro materializzazione avviene fuori dal nucleo***
- La produzione di particelle soft quindi:
  - ⇨Avviene al di fuori dei nuclei collidenti
  - ⇨E’ indipendente dal numero di collisioni subite da ciascun nucleone
  - ⇨Dipende solo dal numero di nucleoni che hanno subito almeno una collisione passando in uno stato eccitato, cioè **scala con N_{part}**

Misurare la molteplicità

- Sperimentalmente si misura la molteplicità di:
  - ⇨ particelle cariche (ionizzanti)
  - ⇨ particelle in una certa regione spaziale coperta dai rivelatori (accettanza)
    - ✓ ***Problema: è difficile confrontare risultati di esperimenti con accettanze diverse***
- Per questo motivo, le molteplicità vengono comunemente espresse in termini di densità di particelle cariche in un certo intervallo di angolo polare
  - ⇨ Normalmente si usa il numero di particelle cariche in un'unità di (pseudo)rapidità intorno a midrapidity: $N_{ch}(|\eta|<0.5)$ o $N_{ch}(|y|<0.5)$
- Inoltre, le distribuzioni $dN/d\eta$ (dN/dy) contengono altre informazioni sulla dinamica dell'interazione
- La pseudorapidità è più facilmente accessibile sperimentalmente perché richiede di misurare una sola quantità (l'angolo θ) e non richiede identificazione di particelle e misura di momenti

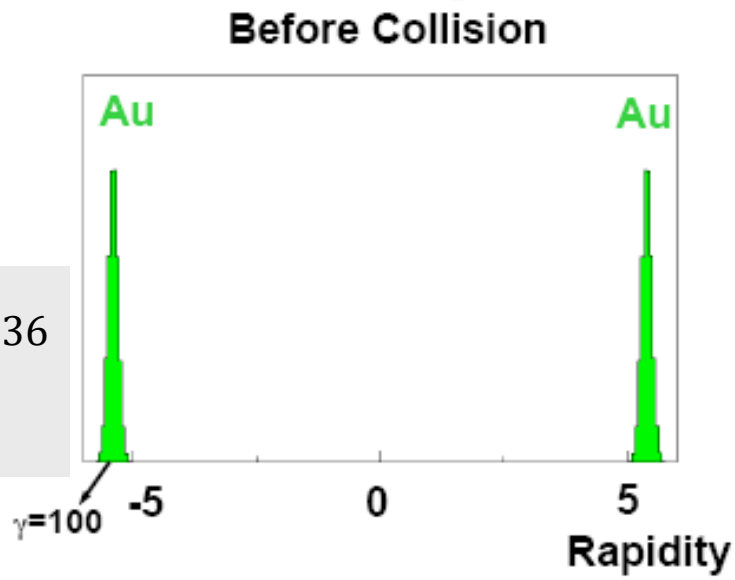
Distribuzioni $dN/d\eta$ e dN/dy

dN/dy ai collider (sistema del centro di massa)

- Prima della collisione:
  - ⇨ p_{BEAM}=100 GeV/c per nucleone
  - ⇨ $E_{BEAM}=\sqrt{(m_p^2+p_{BEAM}^2)}$=100.0044 per nucleone
  - ⇨ β=0.999956, $\gamma_{BEAM}\approx 100$

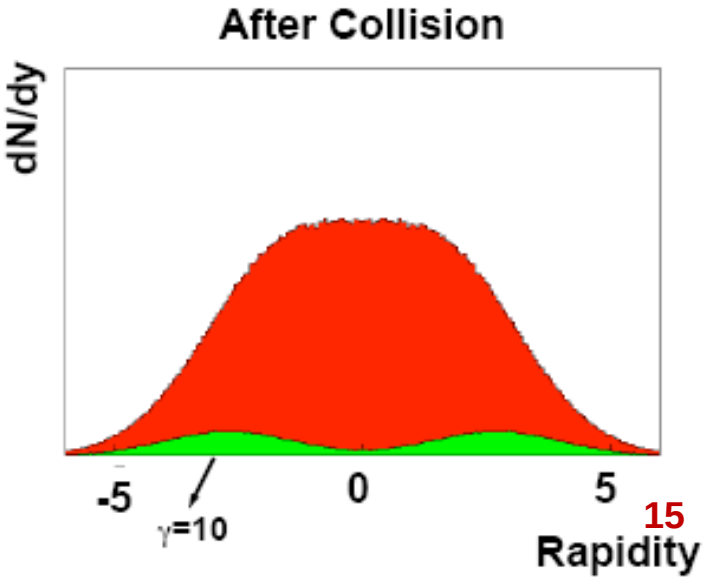
$$y_{PROJ} = -y_{TARGET} = \frac{1}{2}\ln\frac{E_{BEAM}+p_{BEAM}}{E_{BEAM}-p_{BEAM}} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\beta}{1-\beta} = 5.36$$

$$\Delta y = y_{PROJ} - y_{TARGET} = 10.8$$



- Dopo la collisione:
  - ⇨ I nucleoni del proiettile e del bersaglio (in verde) sono rallentati e si trovano a valori di y (e di β e di γ) più bassi di quelli iniziali
  - ⇨ Le particelle prodotte (in rosso) sono distribuite nella regione cinematica compresa tra le rapidità iniziali di proiettile e bersaglio
- La massima densità è nella regione di rapidità centrale (**midrapidity**) :

$$y_{MID} = \frac{y_{PROJ}+y_{TARGET}}{2} = 0$$



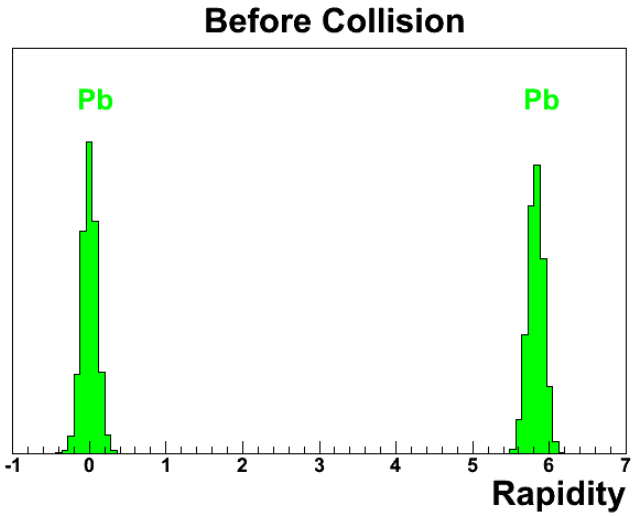
dN/dy a targhetta fissa (sistema del laboratorio)

- Prima della collisione:
  - ⇨ p_{BEAM}=158 GeV/c , β_{BEAM}=0.999982
  - ⇨ p_{TARGET}=0 , β_{TARGET}=0

$$y_{PROJ} = \frac{1}{2}\ln\frac{E_{BEAM}+p_{BEAM}}{E_{BEAM}-p_{BEAM}} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\beta}{1-\beta} = 5.82$$

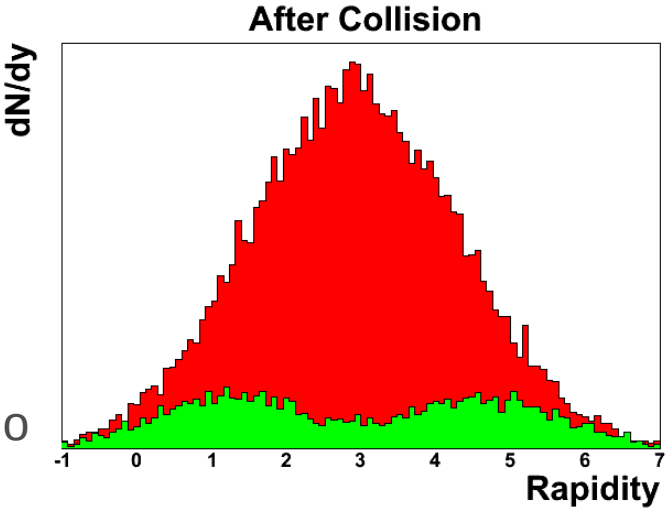
$$y_{TARGET} = \frac{1}{2}\ln 1 = 0$$

$$\Delta y = y_{PROJ} - y_{TARGET} = 5.82$$



- Midrapidity

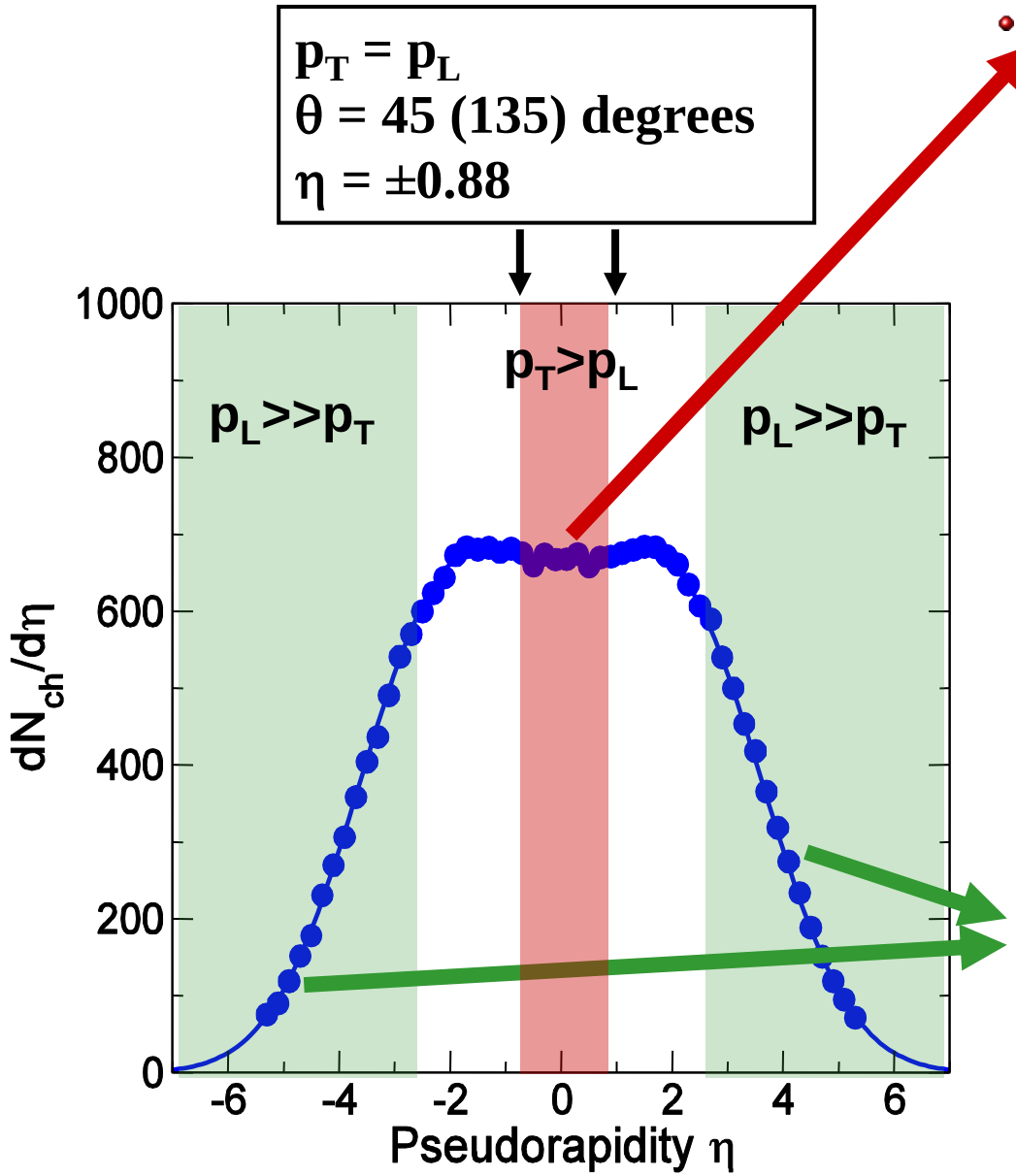
$$y_{MID} = \frac{y_{PROJ}}{2} = 2.91$$



⇨ La distribuzione dN/dy nel sistema del centro di massa si ottiene da quella misurata nel laboratorio con una traslazione y' = y - y_{MID}

✓ ***La distribuzione dN/dη invece non ha questa proprietà***

Pseudorapidità



- Regione di midrapidity
  - ⇨ Particelle con $p_T > p_L$ prodotte ad angoli θ intorno a 90°
  - ⇨ Formula di Bjorken per stimare la densità di energia nel caso in cui ci sia un plateau a midrapidity invariante per boost di Lorentz

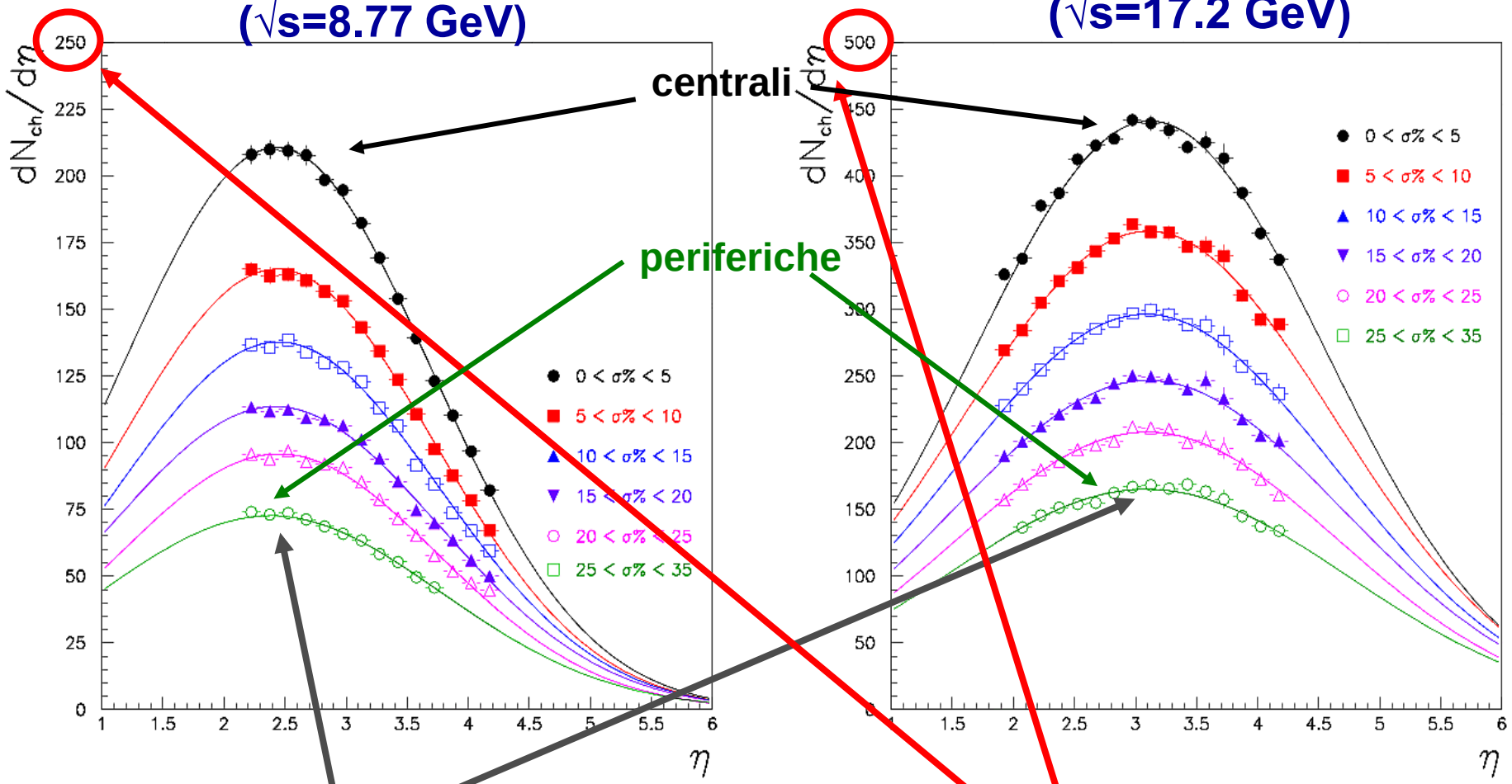
$$\varepsilon_{BJ} = \frac{\langle m_T \rangle}{A c \tau_f} \left(\frac{dN}{dy} \right)_{y=0}$$

- Regioni di frammentazione
  - ⇨ Particelle con $p_L >> p_T$ prodotte nella frammentazione dei nuclei collidenti ad angoli θ intorno a 0° e 180°

Collisioni Pb-Pb all'SPS

Pb-Pb, p_{BEAM}=40 GeV/c ($\sqrt{s}$=8.77 GeV)

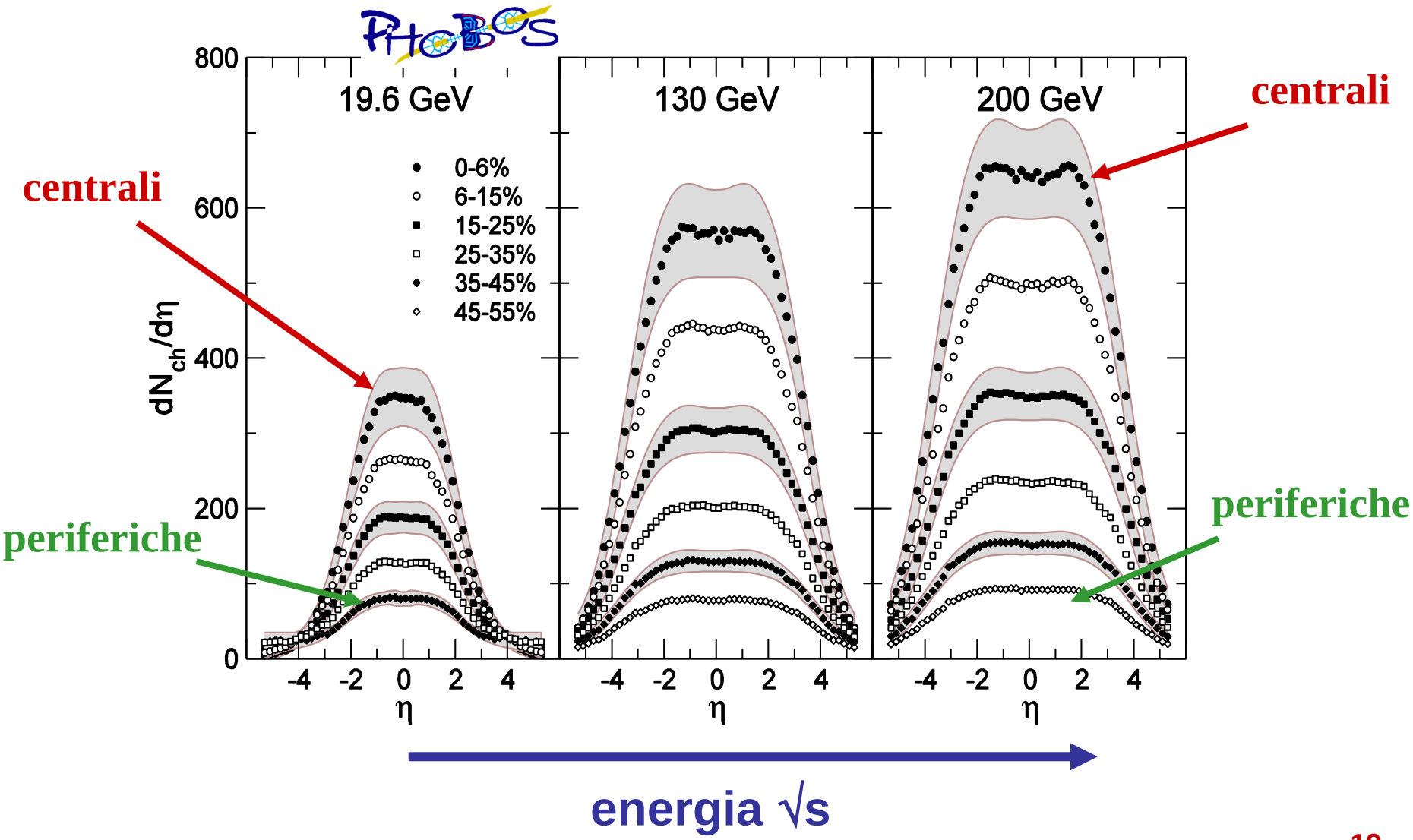
Pb-Pb, p_{BEAM}=158 GeV/c ($\sqrt{s}$=17.2 GeV)



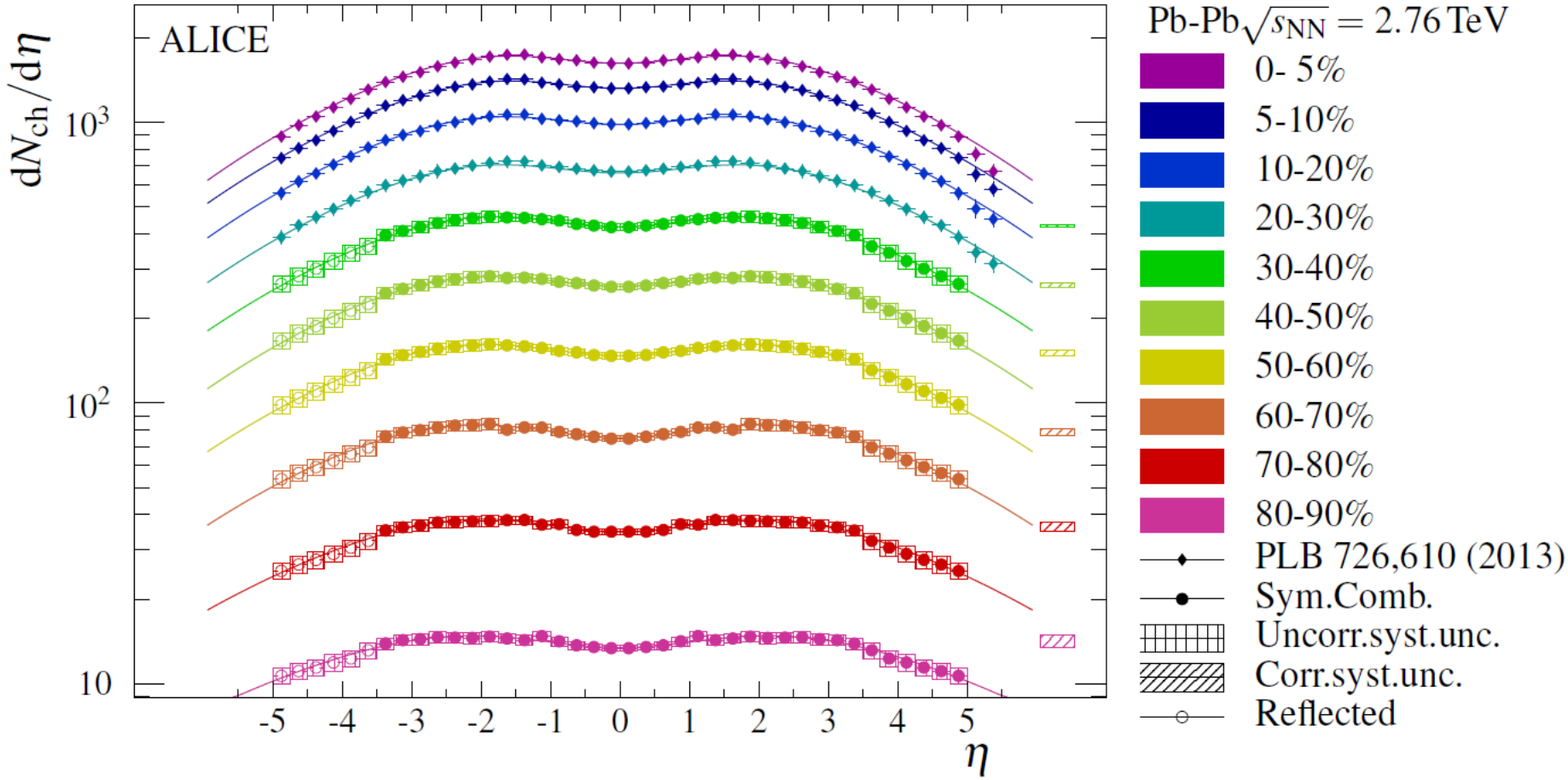
La posizione del picco si sposta (midrapidity = $y_{beam}/2$)

La densità di particelle al picco aumenta con l'energia

Collisioni Au-Au a RHIC



Pb-Pb a LHC: $\sqrt{s_{NN}}$ = 2.76 TeV

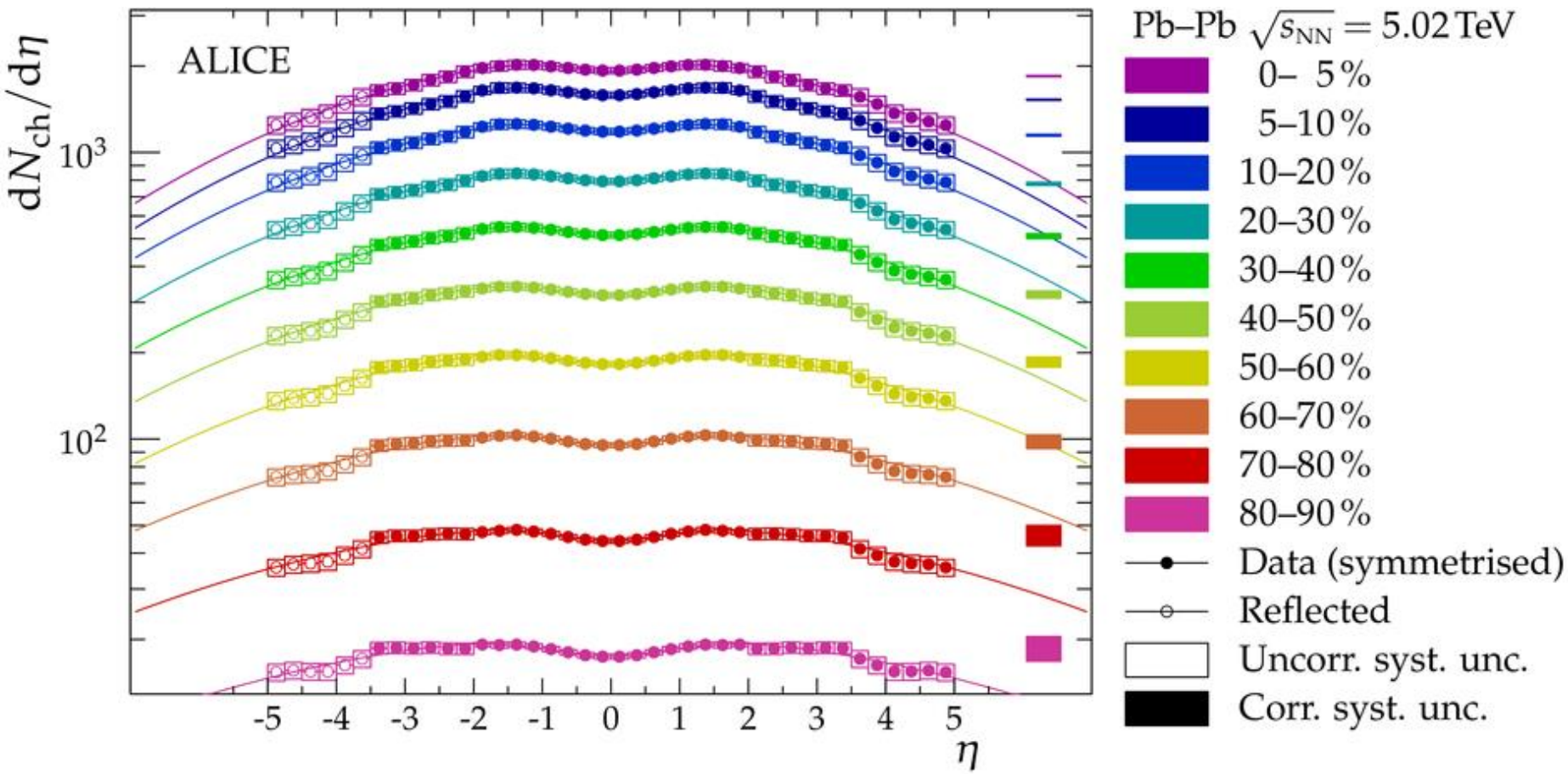


Nella classe di centralità 0-5%:

$$dN_{ch}/d\eta = 1584 \pm 4\ (stat.) \pm 76\ (syst.)$$

$$N_{ch,|\eta|\leq y_{beam}} = 17165 \pm 772$$

Pb-Pb a LHC: $\sqrt{s_{NN}}$ = 5.02 TeV



$$\langle dN_{ch}/d\eta \rangle = 1943 \pm 54$$

Nella classe di centralità 0-5%:

$$N_{ch,|\eta|\leq y_{beam}} = 21\,400 \pm 1\,300$$

Molteplicità per coppia di partecipanti

- Si introducono le variabili:

$$\frac{dN/d\eta|_{\eta=0}}{N_{\text{part}}/2} \qquad \frac{N_{ch}}{N_{\text{part}}/2} \qquad \text{con } N_{ch} = \int \frac{dN}{d\eta} d\eta$$

⇨ che sono la densità di particelle a mid-rapidity e la molteplicità totale per coppia di partecipanti

- Motivazione

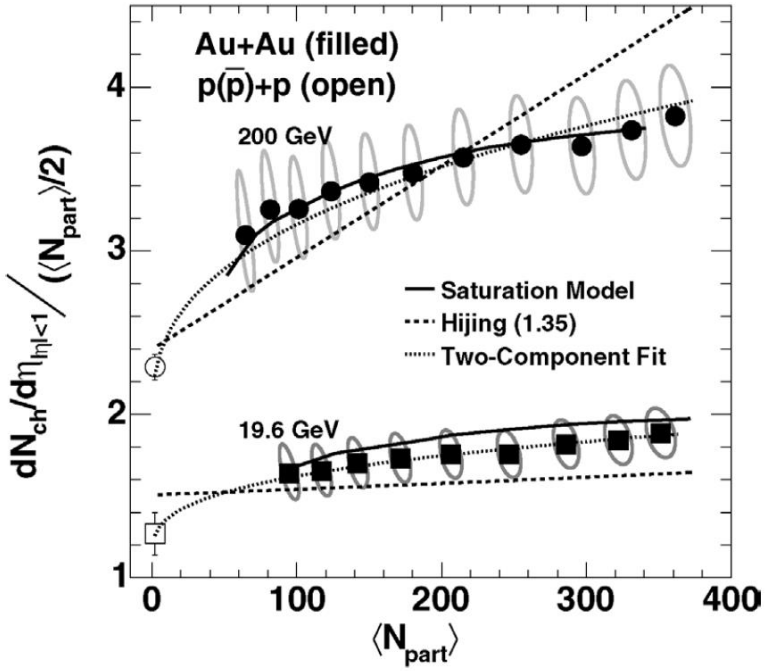
⇨ Semplice verifica dello scaling con N_{part}

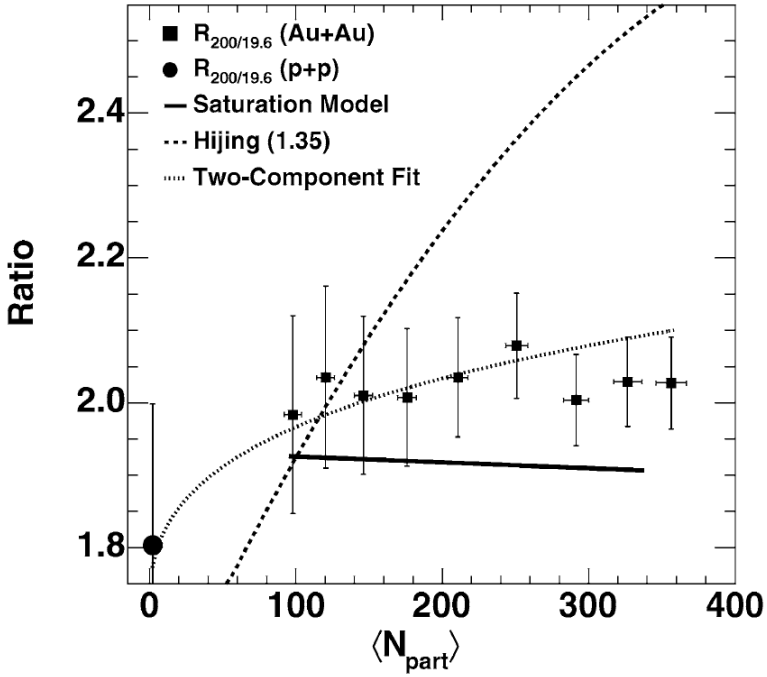
✓ ***Se la produzione di particelle scala come N_{part} , queste variabili (o una delle due) devono mostrare un andamento piatto in funzione della centralità della collisione***

⇨ Semplice confronto con le collisioni pp in cui N_{part}=2

$dN/d\eta_{max}$ vs. centralità

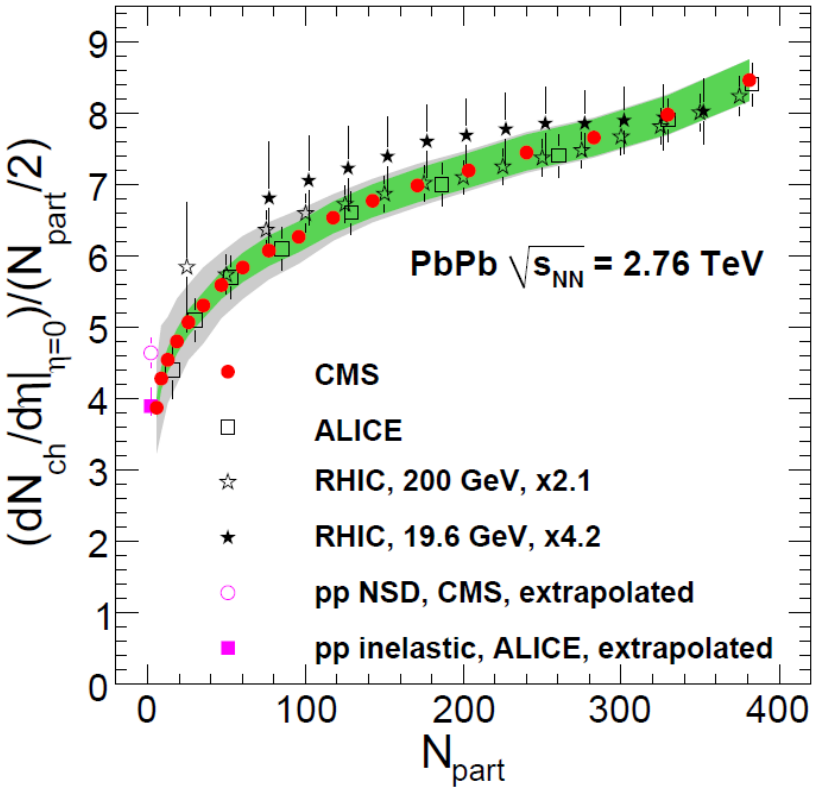
- A energie RHIC: la densità per coppia di partecipanti cresce di ≈25% dalle collisioni Au-Au periferiche a quelle centrali
  - ⇨Contributo della componente hard alla produzione di particelle ?
  - ⇨MA:
    - ✓***il rapporto 200 / 19.6 è indipendente dalla centralità***
    - ✓***Un fit a due componenti*** $dN/d\eta \propto [\,(1-f_{hard})\,N_{part}/2 + f_{hard}N_{coll}\,]$ ***dà valori di*** f_{hard} ***compatibili (≈ 0.13) alle due energie***
  - ⇨**Fattorizzazione** della dipendenza da centralità (geometria) e energia

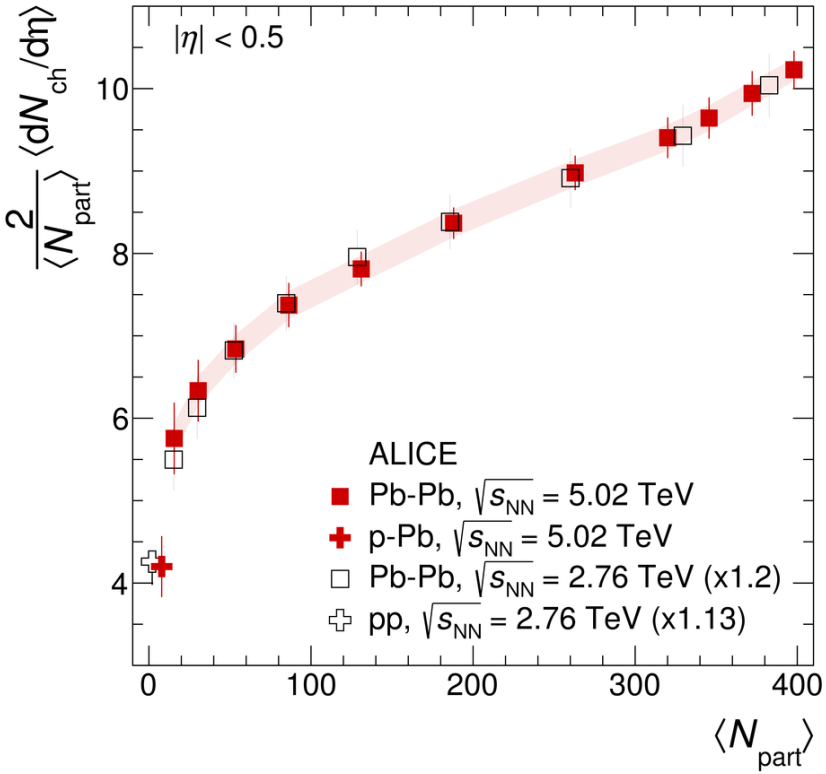




$dN/d\eta_{max}$ vs. centralità e $\sqrt{s}$

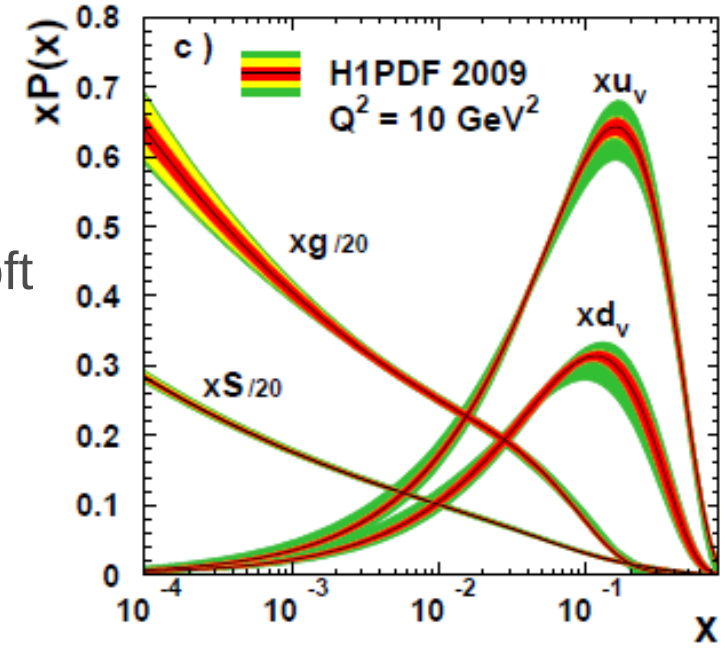
- Dipendenza dalla centralità di $dN_{ch}/d\eta_{max}$ per coppia di partecipanti:
  - ⇨ Simile a RHIC e LHC (dopo aver riscalato i risultati di RHIC alla molteplicità delle collisioni centrali a LHC)
  - ⇨ Simile alle 2 energie ($\sqrt{s_{NN}}$ = 2.76 e 5.02 TeV) studiate per Pb-Pb a LHC
- Conferma la fattorizzazione delle dipendenze da centralità e $\sqrt{s}$



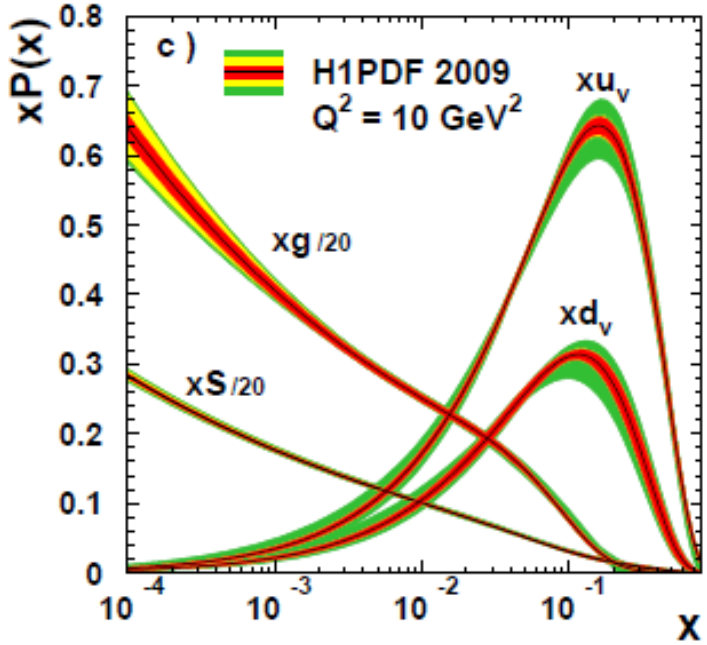


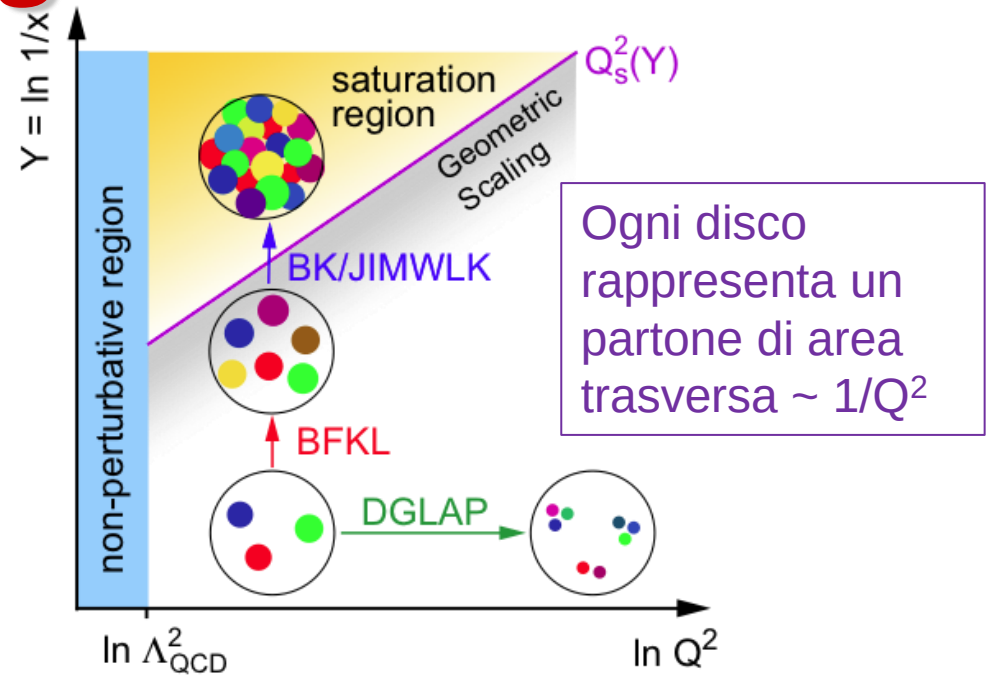
Saturazione di gluoni a basso x

- La molteplicità di particelle prodotte dipende dall'energia (e entropia) depositata nella collisione e quindi dalle interazioni tra i componenti dei nuclei
  - ⇨ Cruciale la modellizzazione dello stato iniziale
- La maggioranza delle particelle prodotte sono soft, con momento minore di 1 GeV/c
  - ⇨ I partoni dello stato iniziale coinvolti nella produzione di queste particelle soft hanno valori di Bjorken x dell'ordine di $m_T/\sqrt{s}$ che è ~10^{-2} a LHC
  - ⇨ In questa regione di x le PDF sono dominate dai gluoni
  - ⇨ Per capire la molteplicità di particelle occorre avere sotto controllo le PDF dei gluoni a basso x



Saturazione di gluoni a basso x





- PDF: la densità di gluoni aumenta la decrescere di x
  - ⇨ Questa crescita non può avvenire "senza limiti": deve alla fine saturare -> **regime di parton saturation**
  - ⇨ Bilanciamento tra il processo di gluon splitting (g→gg) e quello di gluon recombination (gg→g)
- Nel piano [1/x, Q^2] si possono individuare una regione saturazione (basso x) e una di "dilute systems"

Scala di saturazione Q_s

- Caso di un nucleo con numero di massa A:
  - ⇨ Densità di gluoni nel nucleo alla scala Q:

$$\rho_g \sim \frac{xG_A(x,Q^2)}{\pi R_A^2} \sim \frac{A \cdot xG_N(x,Q^2)}{\pi R_A^2}$$

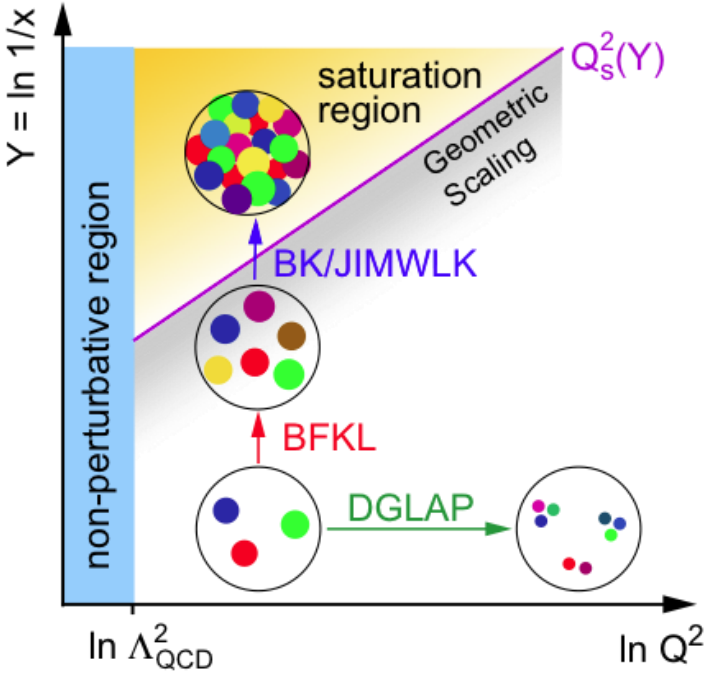
  - ⇨ Sezione d'urto per ricombinazione gg→g:

$$\sigma_{gg\to g} \sim \frac{\alpha_S}{Q^2}$$

  - ⇨ Scala di saturazione (Q_s) quando $\rho\sigma \sim 1$

$$Q_s^2 \sim \alpha_S \rho_g \sim \frac{\alpha_S \cdot A \cdot xG_N(x,Q_s^2)}{\pi R_A^2} \sim A^{1/3}\frac{1}{x^\beta}$$

  - ⇨ Q_s proporzionale alla densità di gluoni ρ_g
  - ⇨ Q_s più grande per nuclei più pesanti



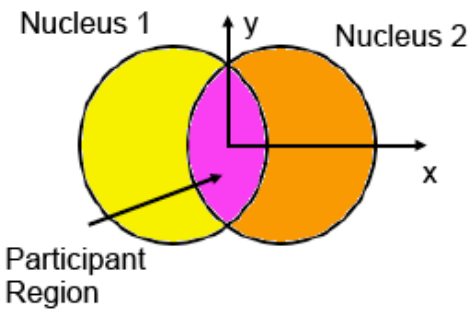
Molteplicità e saturazione

- La maggior parte delle particelle prodotte proviene da gluoni a basso x, in regime di saturazione
- Si può ricavare che la molteplicità è in prima approssimazione proporzionale al numero di gluoni iniziali che a sua volta è proporzionale alla scala di saturazione:

$$\left.\frac{dN_{ch}}{d\eta}\right|_{\eta=0} \propto \rho_g \propto Q_s^2 \propto A^{1/3}\frac{1}{x^{\beta}}$$

⇨ $A^{1/3}$ rappresenta il raggio del nucleo

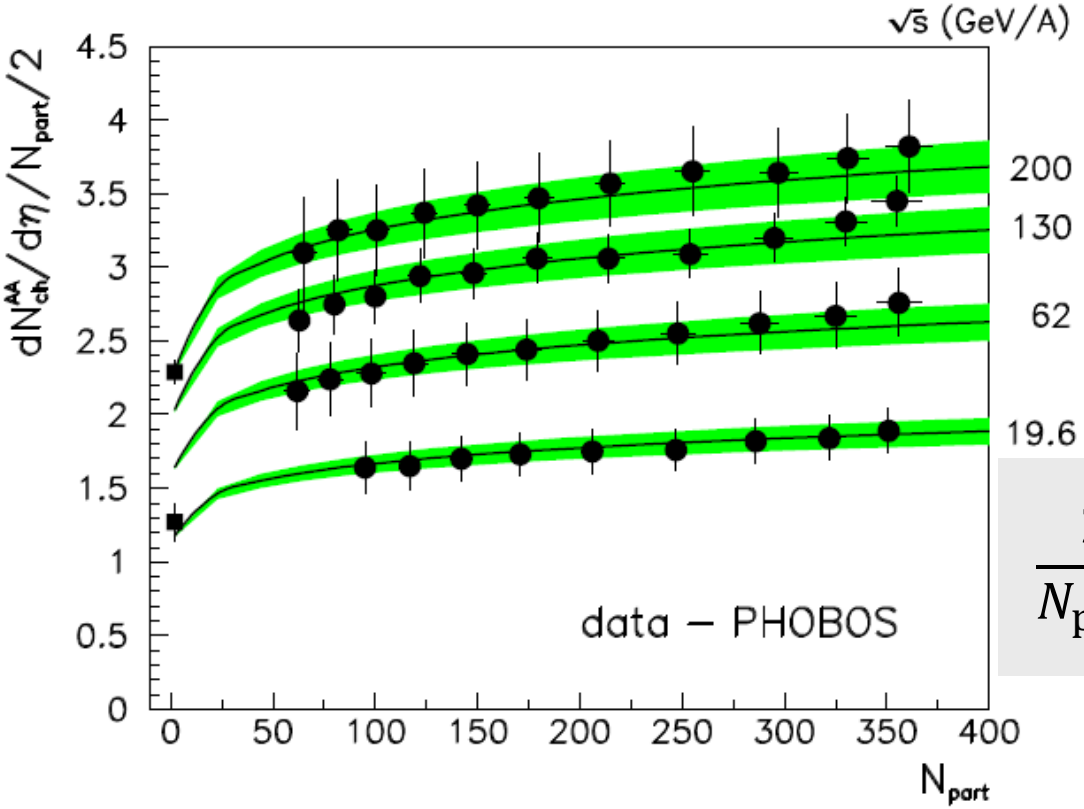
⇨ Nel caso di collisioni tra nuclei la quantità rilevante è la regione di interazione che è legata al numero di nucleoni partecipanti



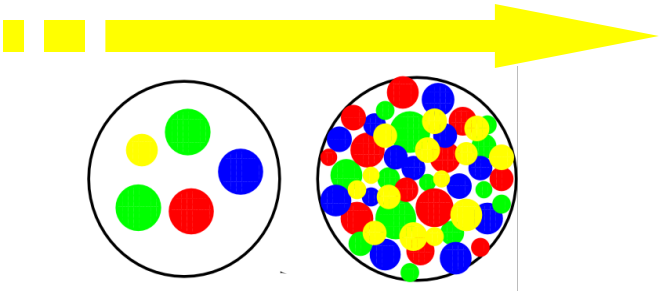
$$\left.\frac{dN_{ch}}{d\eta}\right|_{\eta=0} \propto A^{\frac{1}{3}}\frac{1}{x^{\beta}} \propto N_{\text{part}}\,(\sqrt{s})^{\lambda}$$

$dN/d\eta_{max}$ vs. centralità e $\sqrt{s}$

- La "dipendenza fattorizzata" della $dN_{ch}/d\eta_{max}$ dalla centralità e da $\sqrt{s}$ è riprodotta dai modelli basati sulla saturazione della densità di gluoni a piccoli valori di $x_{Bjorken}$



increasing $\sqrt{s}$ – decreasing x



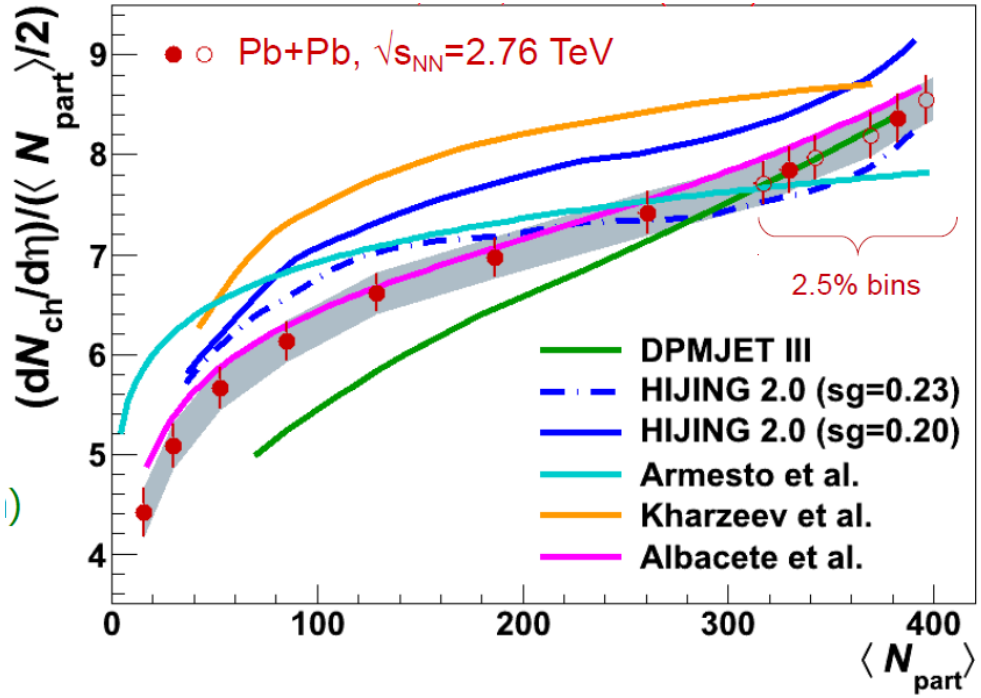
Pocket formula:

$$\frac{2}{N_{\text{part}}}\frac{dN_{ch}}{d\eta}\bigg|_{\eta=0} = N_0\sqrt{s[GeV]}^{\lambda} N_{\text{part}}^{\frac{1-\delta}{3\delta}}$$

- ⇨ λ e δ da dati ep e eA
- ⇨ N_0 unico parametro libero
- ⇨ Estrapolazione a LHC → $dN/d\eta|_{\eta=0} \approx 1600$

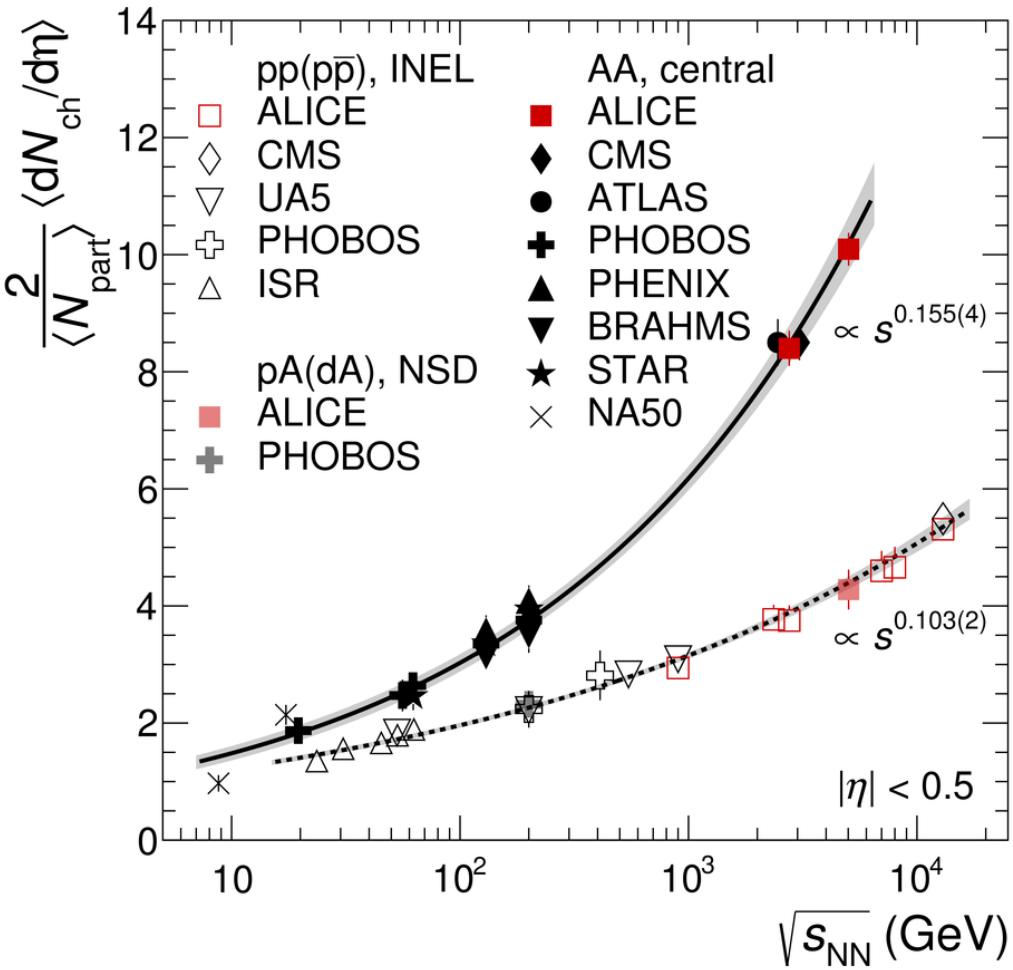
📖 *Armesto Salgado Wiedemann, PRL 94 (2005) 022002*

LHC: dipendenza dalla centralità



- Confronto con modelli
  - ⇨Modelli basati sulla saturazione dei gluoni
  - ⇨Modelli Monte Carlo a due componenti (soft+ minijet) + in HIJING parametrizzazione dello shadowing dei gluoni
- Descrizione ragionevolmente buona dei dati sperimentali

Collisioni centrali: $dN/d\eta_{max}$ vs. $\sqrt{s}$



- $dN/d\eta$ a midrapidity per coppia di partecipanti in collisioni centrali aumenta al crescere di $\sqrt{s_{NN}}$
  - ⇨ Dipendenza tipo legge di potenza: $dN_{ch}/d\eta|_{max} \propto s^{0.15}$
- Aumento della $dN/d\eta$ con $\sqrt{s_{NN}}$ più ripido in A-A che in pp
  - ⇨ Molteplicità per coppia di partecipanti più alta in A-A che in pp
  - ⇨ Le collisioni A-A non sono descrivibili come una pura sovrapposizione di collisioni pp

Densità di energia

- Si usa la formula di Bjorken per calcolare la densità di energia partendo dalle dN/dy (dN/dη) misurate
- Alla massima energia di RHIC si ottengono valori di:

$$\varepsilon_{BJ} = \frac{\langle m_T \rangle}{Ac\tau_0}\left(\frac{dN}{dy}\right)_{y=0} = \frac{0.6\ \mathrm{GeV}/c^2}{145\ \mathrm{fm}^2 \times c \times \tau_0} \times \left(700 \times \frac{3}{2} \times 1.1\right)$$

≈15 GeV/fm^3 (τ_0= 0.35 fm/c)

≈5 GeV/fm^3 (τ_0= 1 fm/c)

⇨ **ben al di sopra della densità critica** (ε_c≈0.5-1 GeV/fm^3) previsti dalla lattice QCD per la transizione di fase

- All'LHC per $\sqrt{s_{NN}}$=2.76 TeV

$$\varepsilon_{Bj}\tau \approx 15\ \mathrm{GeV}/(\mathrm{fm}^2\mathrm{c})$$

⇨ ≈ 3 volte maggiore che a RHIC

Conclusioni

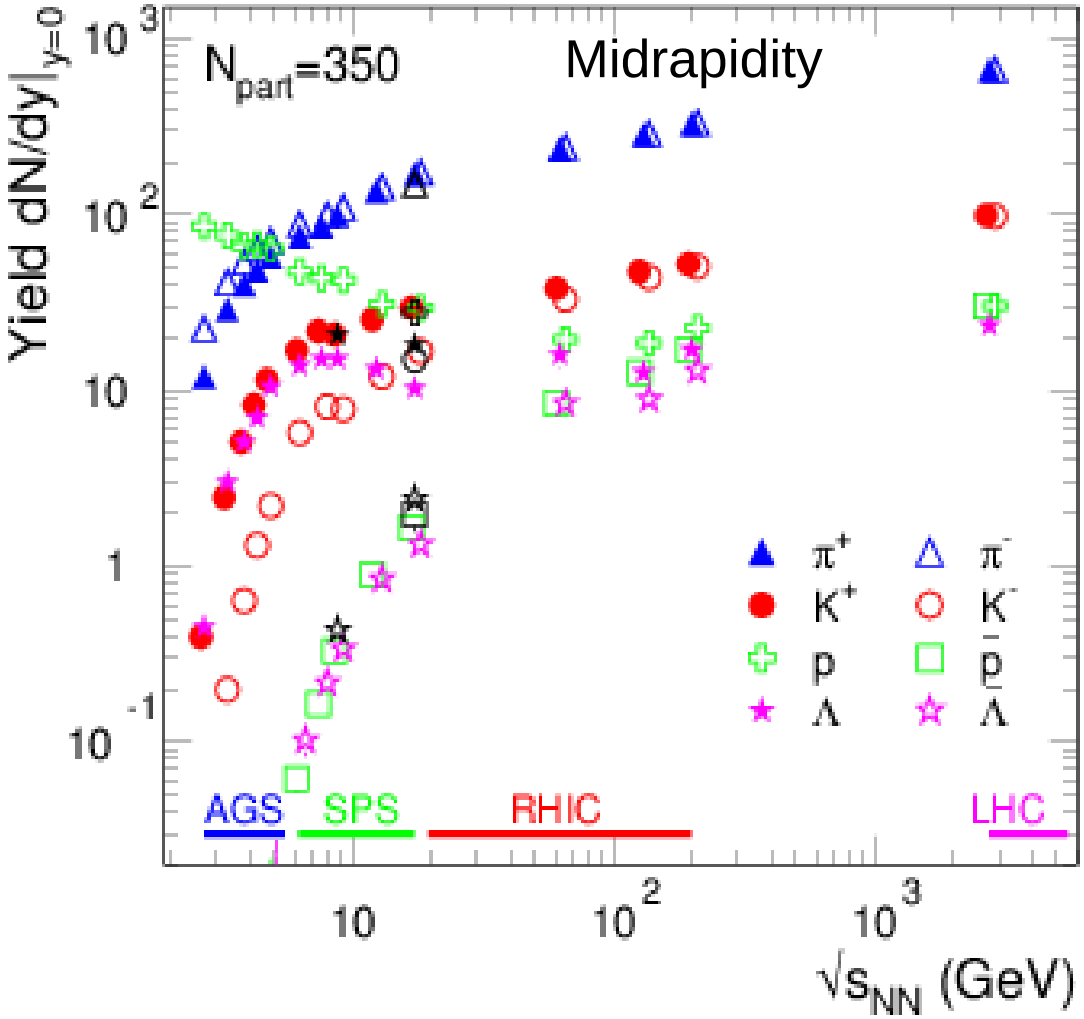
- Dalla misura della molteplicità delle particelle cariche (non identificate) e della loro distribuzione in pseudorapidità (=angolo polare) si possono studiare alcune caratteristiche globali dell'interazione A-A:
  - ⇨ La molteplicità è sensibile ai contributi relativi dei meccanismi hard (proporzionali a N_{coll}) e soft (proporzionali a N_{part}) nella produzione di particelle
  - ⇨ La molteplicità fornisce un test interessante per calcoli teorici perché è sensibile a come viene modellizzato lo stato iniziale della collisione in termini di saturazione di gluoni
  - ⇨ Dalla misura di molteplicità si può stimare la densità di energia del mezzo attraverso la formula di Bjorken. I valori ottenuti sono maggiori di un ordine di grandezza rispetto alle stime di energia critica per la transizione a stato deconfinato

Parte 2:
Molteplicità delle varie specie adroniche

Introduzione

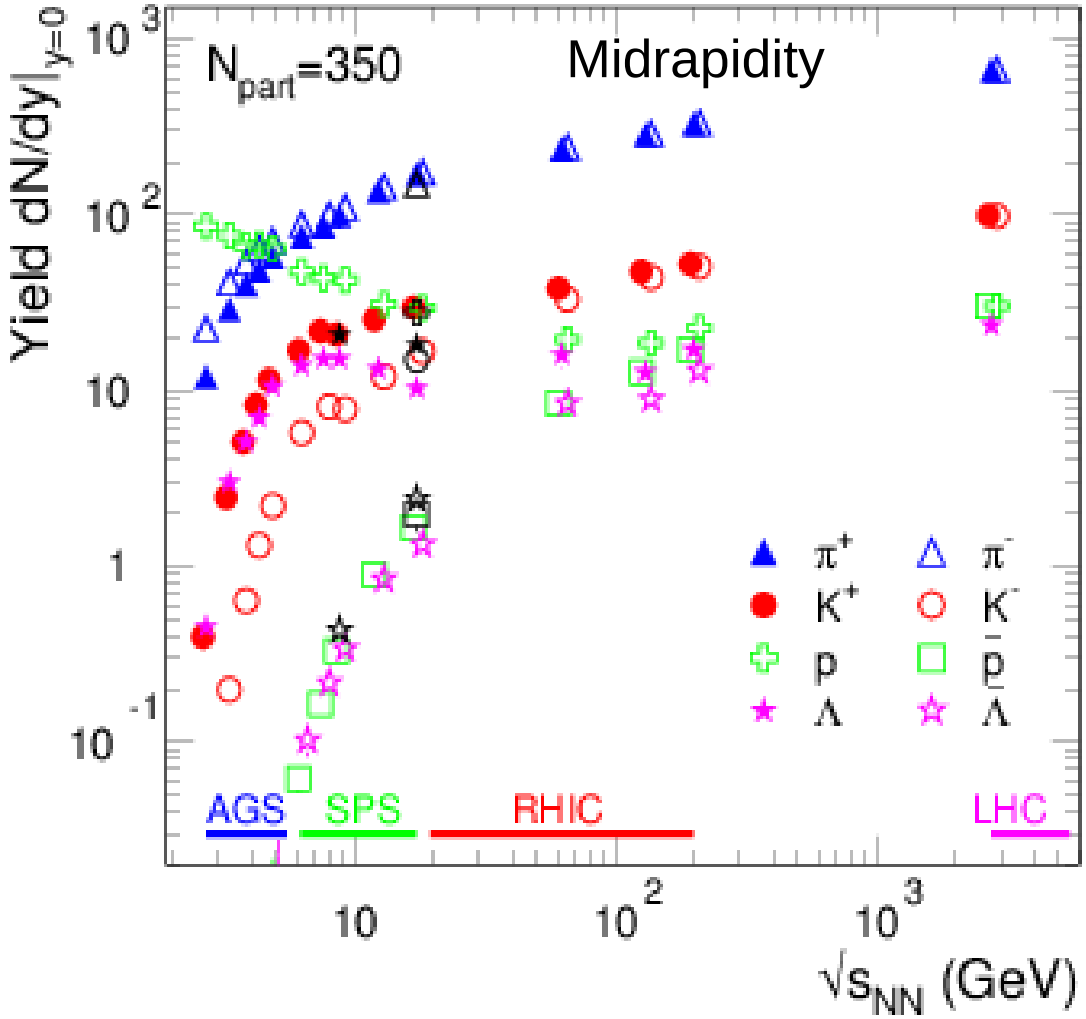
- La misura delle molteplicità di particelle della varie specie adroniche (= quanti pioni, quanti kaoni, quanti protoni …), cioè della **composizione chimica** dopo l'adronizzazione, permette di rispondere ad alcune domande sullo stato del sistema al momento del chemical freeze-out
  - ⇨ La fireball era in equilibrio termico e chimico al momento del freeze-out ?
  - ⇨ Qual era la temperatura T_{ch} al momento del chemical freeze-out?
  - ⇨ Qual era il contenuto barionico della fireball
- Note:
  - ⇨ Equilibrio termico:
    - ✓ ***a livello macroscopico: temperatura T della fireball definita e uniforme***
    - ✓ ***a livello microscopico: distribuzione di velocità delle particelle descritta da una distribuzione tipo Maxwell-Boltzmann con un unico parametro, la temperatura T***
  - ⇨ Equilibrio chimico:
    - ✓ ***a livello macroscopico: densità n_i delle varie specie di particelle uniformi all'interno della fireball***
    - ✓ ***a livello microscopico: molteplicità di particelle delle varie specie adroniche dipende solo dalle masse e dalla temperatura***

Molteplicità di particelle identificate (I)



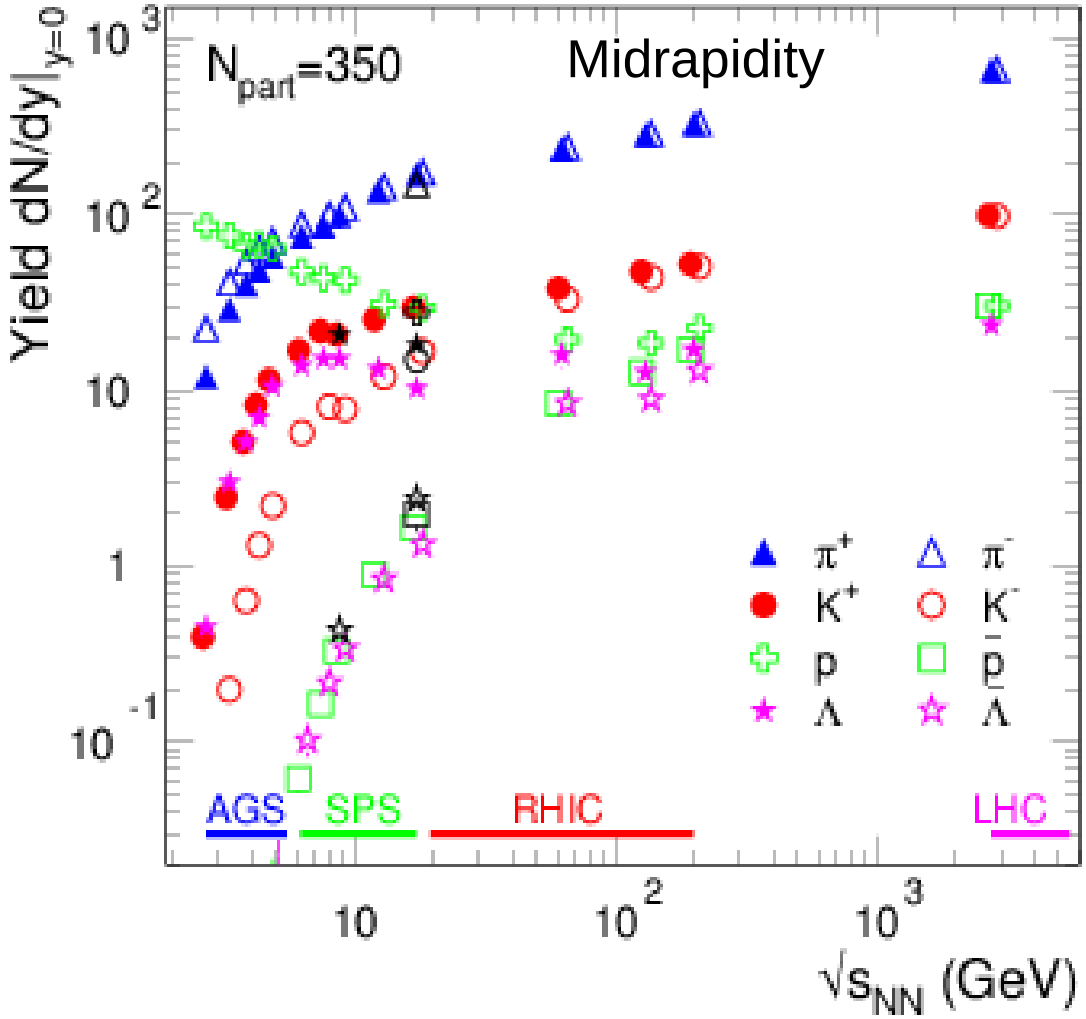
- Pioni vs protoni
  - ⇨A basse energie ($\sqrt{s_{NN}}$<5 GeV) la fireball è dominata dai nucleoni che provengono dai nuclei collidenti (alto stopping power)
  - ⇨I pioni (prodotti nell'interazione) dominano per alte energie ($\sqrt{s_{NN}}$>5 GeV)
  - ⇨La diminuzione dell'abbondanza di protoni al crescere di $\sqrt{s_{NN}}$ indica un aumento della trasparenza dei nuclei collidenti al crescere dell'energia

Molteplicità di particelle identificate (II)



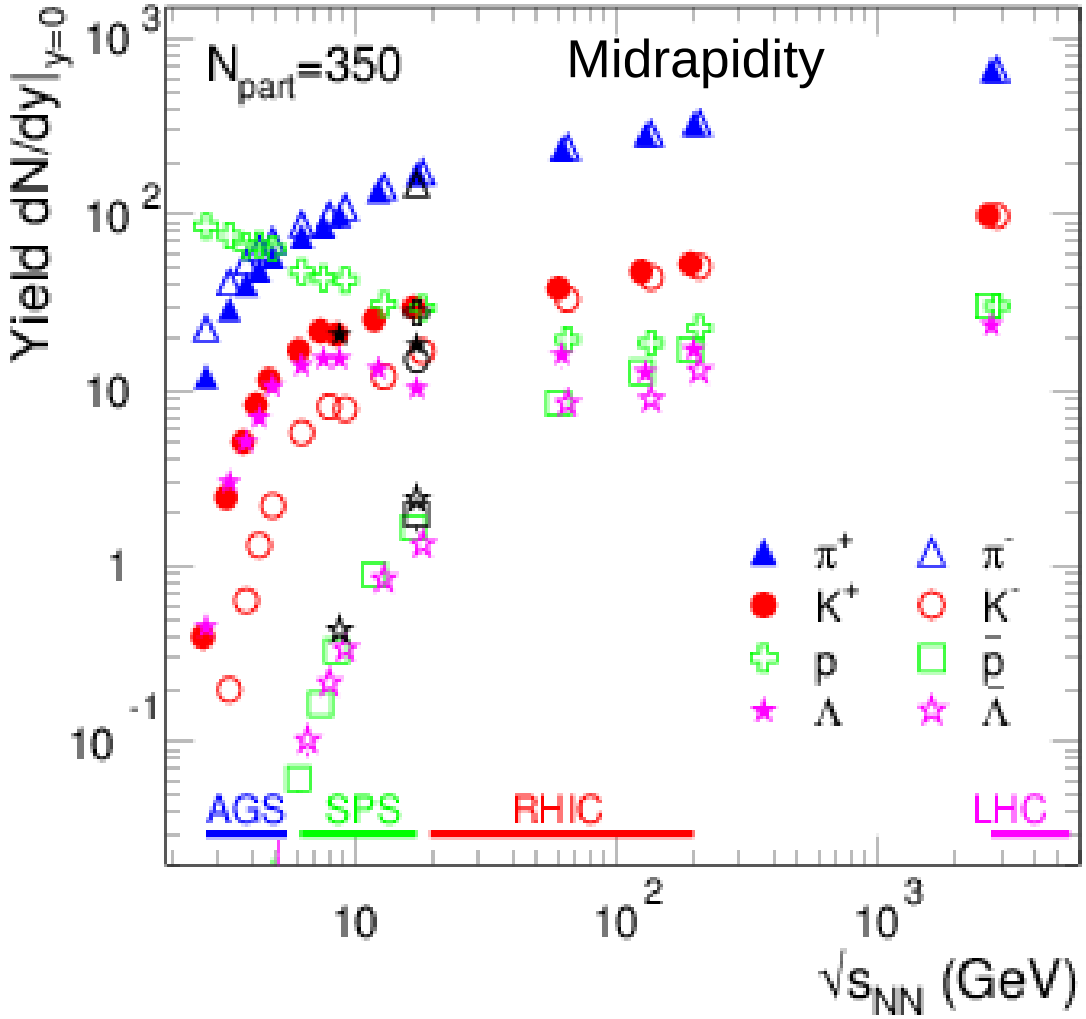
- Pioni
  - ⇨Sono i più abbondanti tra gli adroni prodotti (perché sono quelli con massa minore e soglia di produzione più bassa)
  - ⇨La differenza tra le abbondanze di π^+ ($u\bar{d}$) e π^- ($d\bar{u}$) a basse energie è una conseguenza della conservazione dell'isospin
    - ✓***A basse energie, l'alto stopping power dà origine a una fireball dominata dai nucleoni dei nuclei collidenti → eccesso di neutroni (A>2Z per i nuclei pesanti) → isospin totale negativo***

Molteplicità di particelle identificate (III)



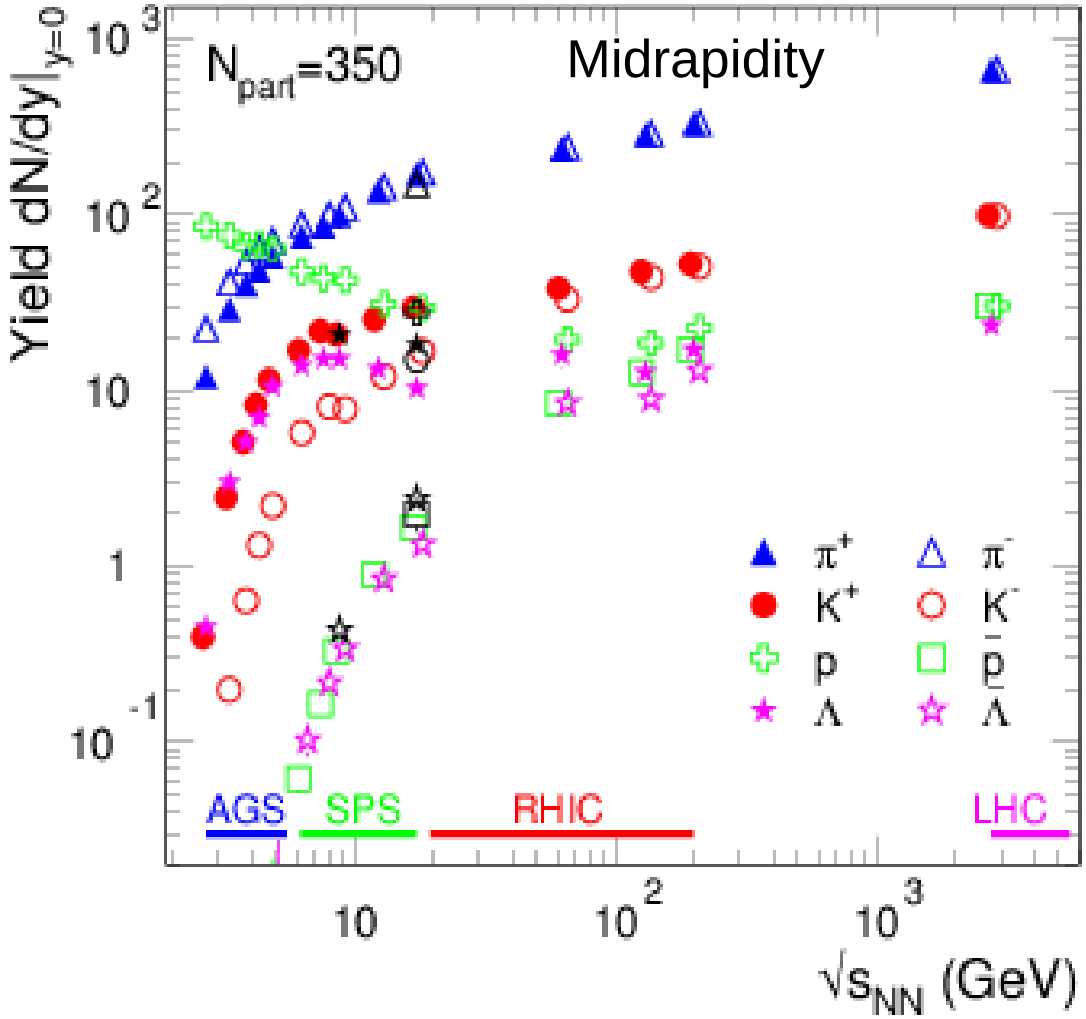
- Antiprotoni
  - ⇨ Sono particelle prodotte nella collisione
    - ✓ ***Diversamente dai protoni nella fireball per i quali ci sono sia quelli prodotti sia quelli "stoppati" dai nuclei collidenti***
  - ⇨ Forte dipendenza da √s (onset of production) alle energie SPS
  - ⇨ Alle energie di RHIC e LHC il numero di antiprotoni a midrapidity è ≈ a quello di protoni
    - ✓ ***Net-protons ≈ 0***
    - ✓ ***Il numero di protoni "stoppati" dai nuclei collidenti è piccolo***

Molteplicità di particelle identificate (IV)



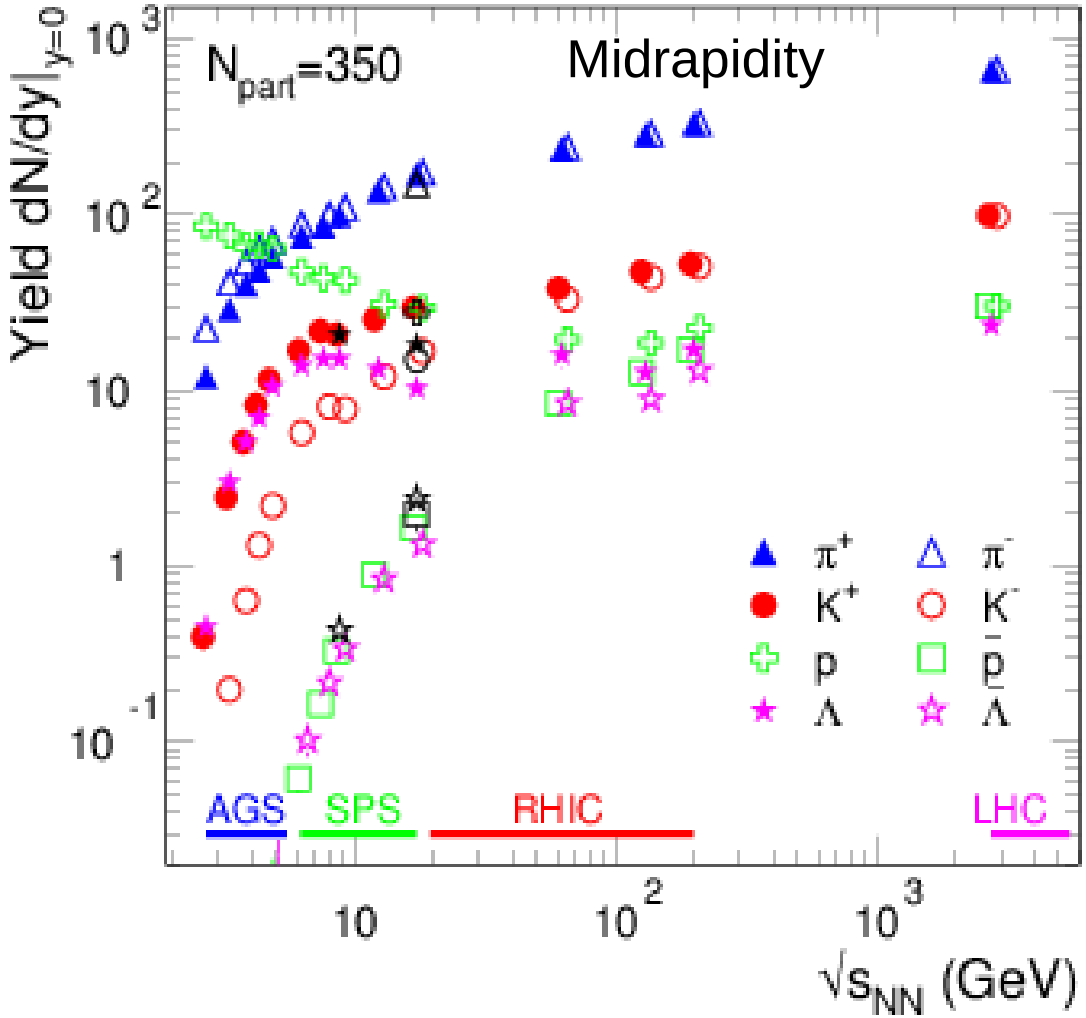
- Kaoni (e iperoni Λ)
  - ⇨ Il numero maggiore di K^+ e Λ rispetto alle rispettive antiparticelle (K^- e $\bar{\Lambda}$) a basse energie è dovuto al contenuto di quark di questi adroni
    - ✓ ***Il K^+ ($u\bar{s}$) e la Λ (uds) richiedono solo la produzione del quark strano, mentre i quark leggeri sono presenti nei nucleoni stoppati***
    - ✓ ***Il K^-($\bar{u}s$) e la $\bar{\Lambda}$ richiedono invece la produzione di 2 o 3 quark nuovi***
    - ✓ ***Produzione associata di K^+ e Λ (coppie $s\bar{s}$)***

Molteplicità di particelle identificate (V)



- Kaoni (e iperoni Λ)
  - ⇨ La differenza tra K^+ e K^- (e tra Λ e $\overline{\Lambda}$) diminuisce al crescere di $\sqrt{s_{NN}}$ perché con il diminuire dello stopping power diminuisce il peso dei quark "stoppati" rispetto a quelli "prodotti"
  - ⇨ Le abbondanze di $\overline{\Lambda}$ e di antiprotoni (entrambi formati da 3 quark "prodotti" e con masse simili) sono molto simili

Molteplicità di particelle identificate (VI)



- Conclusioni
  - ⇨ Basso $\sqrt{s_{NN}}$ (< 5 GeV):
    - ✓ ***fireball dominata dalle particelle stoppate***
    - ✓ ***Alto contenuto barionico***
    - ✓ ***Importanza dell'isospin e dei quark "stoppati" dai nuclei collidenti***
  - ⇨ Alto $\sqrt{s_{NN}}$ (> 20 GeV):
    - ✓ ***Fireball dominata dalle particelle prodotte***
    - ✓ ***Basso contenuto barionico***
    - ✓ ***Gerarchia in massa ($N_\pi > N_K > N_p$)***

Modelli statistici di adronizzazione

Modelli statistici: assunzioni di base

- Il sistema (fireball) creato in una collisione di ioni pesanti si trova in **equilibrio termico e chimico** al momento del freeze-out chimico
  - ⇨ Si può scrivere una funzione di partizione del sistema e usare la meccanica statistica
    - ✓ ***La funzione di partizione è una quantità (funzione di temperatura, volume e altri parametri) che descrive le proprietà statistiche di un sistema in equilibrio***
    - ✓ ***Per collisioni di ioni si usa l'ensemble grande canonico (con potenziale chimico)***
  - ⇨ La produzione di adroni in sistemi eccitati avviene secondo una legge puramente statistica
    - ✓ ***Idea originale: Fermi (1950s), Hagedorn (1960s)***

- Il sistema adronico è descritto come un gas ideale di adroni e risonanze
  - ⇨ ideale = non interagenti

Modelli statistici: note

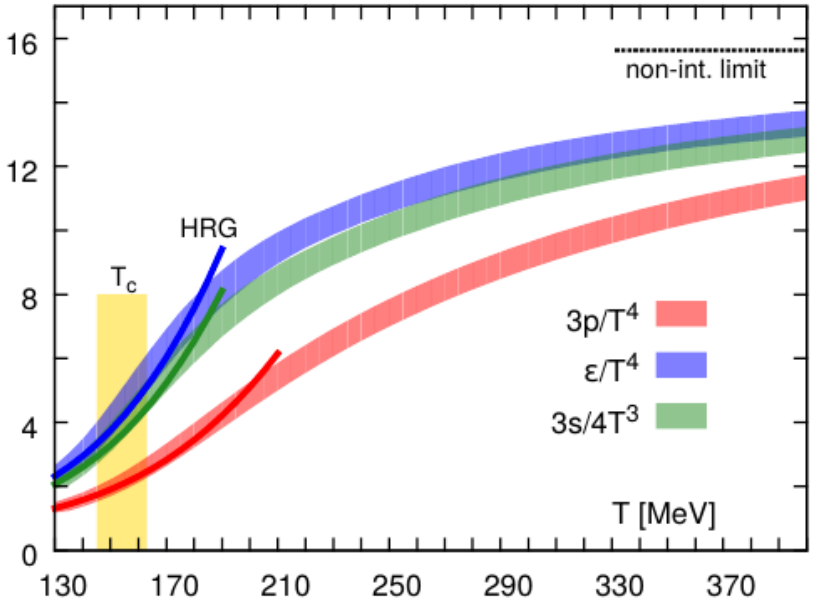
- L'equilibrio termico e chimico è POSTULATO come ipotesi di lavoro
  - ⇨Con questa assunzione si può prevedere la molteplicità di adroni delle varie specie (quanti pioni, quanti kaoni, quanti protoni…) che si fissano al momento del freeze-out chimico del sistema
  - ⇨Si assume che la **temperatura di freeze-out** sia la **stessa per tutte le specie di particelle**
  - ⇨Dal confronto delle molteplicità previste con quelle misurate sperimentalmente si può verificare la validità dell'ipotesi di equilibrio chimico e termico
- Non si fanno assunzioni sulla presenza o assenza di una fase partonica
- Non si dice niente su COME e QUANDO il sistema raggiunge l'equilibrio chimico e termico
  - ⇨Un modello di adronizzazione statistica non è un modello per descrivere l'evoluzione della collisione fino alla transizione di fase e non è neanche un modello per descrivere COME avviene la transizione di fase
  - ⇨L'equilibrio che sta alla base della funzione di partizione è puramente **statistico** (=dovuto al modo in cui l'adronizzazione riempie lo spazio delle fasi adronico realizzando la configurazione più probabile). Non è postulato un equilibrio di tipo **cinetico** (=raggiunto come risultato di rescatterings tra particelle durante l'evoluzione del sistema)

Perché ensemble gran-canonico?

- Nell'ensemble gran-canonico l'energia e le cariche sono conservate "in media" su un volume grande (e non esattamente e localmente come in un sistema canonico)
  - ⇨ E' un'assunzione valida per un sistema di molte particelle che hanno interagito significativamente durante l'evoluzione precedente
- L'ensemble gran-canonico descrive un sistema che scambia energia e particelle con un "serbatoio" esterno
  - ⇨ La fireball al momento dell'adronizzazione può essere vista come un insieme di elementi di volume (cluster) che:
    - ✓ ***Attraversano la linea del freeze-out chimico in momenti diversi durante l'espansione/raffreddamento del sistema***
    - ✓ ***Durante l'evoluzione hanno scambiato energia e particelle con il resto della fireball***
- Per sistemi più piccoli (cioè collisioni di ioni a basse energie, collisioni periferiche o collisioni p-p e e^+e^-) si deve usare:
  - ⇨ l'ensemble canonico
    - ✓ ***in cui l'energia è conservata "in media" nel sistema mentre le cariche sono conservate esattamente e localmente***
  - ⇨ l'ensemble microcanonico
    - ✓ ***in cui energia e cariche sono conservate esattamente***

Perché gas di adroni e risonanze?

- Per densità e temperature non troppo alte contiene tutti i gradi di libertà di un sistema confinato e fortemente interagente
  - ⇨ Le interazioni che portano alla formazione di risonanze sono incluse implicitamente nell'hamiltoniana (Hagedorn)
  - ⇨ Si approssima un gas di adroni che interagiscono tra loro "scambiandosi delle risonanze" con un gas di adroni e risonanze non interagenti
- E' consistente con l'equazione di stato che risulta da calcoli di QCD su reticolo al di sotto della temperatura critica
  - ⇨ Il gas di adroni e risonanze è un "**modello effettivo**" di un sistema fortemente interagente



Gas di adroni e risonanze

- Nei modelli statistici di adronizzazione si usa solitamente un gas di adroni e risonanze non interagenti che contiene i contributi di:
  - ⇨Tutti i mesoni noti con masse <≈ 1.8 GeV
  - ⇨Tutti i barioni noti con masse <≈ 2 GeV

    In questo range di massa:

    ✓***Lo spettro adronico è ben conosciuto e misurato con precisione***

    ✓***Le catene di decadimento delle particelle e delle risonanze sono noti***
- I limiti di massa limitano la validità del modello a temperature T<190 MeV circa. Per temperature superiori il contributo di risonanze più pesanti non è più trascurabile
  - ⇨In ogni caso, al di sopra della temperatura critica per la transizione di fase (≈160-200 MeV) non avrebbe senso parlare di gas di adroni

Ensemble gran canonico

- La funzione di partizione per il caso di gas non interagente è data dal prodotto delle funzioni di partizione (indipendenti tra loro) delle varie specie adroniche:

$$Z^{GC}(T,V,\mu) = \prod_i Z_i^{GC}(T,V,\mu_i)$$

⇨Dove l'indice i indica la specie adronica (pione, kaone, protone …)

⇨T è la temperatura e V il volume del sistema

⇨μ_i è il potenziale chimico che garantisce la conservazione in media delle cariche conservate

✓***Può essere diverso per le varie specie adroniche: ad esempio la conservazione del numero barionico influisce sui protoni, ma non sui pioni***

- Passando ai logaritmi

$$\ln Z^{GC}(T,V,\mu) = \sum_i \ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i)$$

Potenziale chimico μ

- Il potenziale chimico μ è il parametro che nell'ensemble gran-canonico garantisce la conservazione "in media" delle cariche ed è dato da:

$$\mu = \sum_j \mu_{Q_j} Q_j$$

  - ⇨ Q_j sono le cariche (numeri quantici) conservate
  - ⇨ μ_{Qj} sono i potenziali chimici che garantiscono che le cariche Q_i siano conservate "in media" nell'intero sistema
  - ⇨ μ = energia necessaria per aggiungere al sistema una particella con numeri quantici Q_j
- In un gas adronico (=governato da interazioni forti) limitato a masse <1.8 GeV (-> senza adroni charm/beauty) ci sono 3 cariche conservate:
  - ⇨ Carica elettrica Q (o terza componente I_3 dell'isospin)
  - ⇨ Numero barionico B
  - ⇨ Stranezza S
- Quindi per una particella di specie i con isospin I_{3i}, numero barionico B_i e stranezza S_i si ha:

$$\mu_i = \mu_{I_3} I_{3i} + \mu_B B_i + \mu_S S_i$$

Funzione di partizione gran canonica

- La funzione di partizione per l'i-esima specie adronica è quella di un gas ideale di particelle identiche (gas di Bose o gas di Fermi) nel limite macroscopico:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty \pm p^2 dp \ln\left[\,1 \pm e^{-\beta(E-\mu_i)}\right] =$$
$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty \pm p^2 dp \ln\left[\,1 \pm \lambda_i e^{-\beta E}\right]$$

⇨il + vale per i fermioni e il – per i bosoni

⇨g_i=2s+1 è il fattore di degenerazione di spin

⇨si è introdotta la **fugacità** λ_i definita come

$$\lambda_i = e^{\beta\mu_i}$$

Integrazione della funzione di partizione (I)

- Sviluppando il logaritmo in serie di Taylor si ottiene:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty \pm p^2 dp \ln\left[\,1 \pm \lambda_i e^{-\beta E}\right] =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty p^2 dp \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \left(e^{-\beta E}\right)^k =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \int_0^\infty p^2 e^{-k\beta E} dp$$

⇨ Nota 1: in $(\pm 1)^{k+1}$ il segno superiore (+) è per i bosoni il segno inferiore (-) per i fermioni

⇨ Nota 2: lo sviluppo di Taylor si può fare se:

$$\lambda_i e^{-\beta E} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad e^{\beta \mu_i} \ll e^{\beta E} \quad \Rightarrow \quad \mu_i \ll E$$

Integrazione della funzione di partizione (II)

- Integrando per parti si arriva a:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \int_0^{\infty} p^2 e^{-k\beta E}\,dp =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \left\{ \frac{p^3}{3} e^{-k\beta E}\Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} dp\,\frac{p^3}{3} e^{-k\beta E}(-k\beta)\frac{dE}{dp} \right\} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \int_0^{\infty} dp\,\frac{p^3}{3} e^{-k\beta E}(k\beta)\frac{p}{E}$$

⇨ricordando che:

$$E = \sqrt{p^2 + m_i^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\sqrt{p^2 + m_i^2} = \frac{1}{2\sqrt{p^2 + m_i^2}}\cdot(2p) = \frac{p}{E}$$

Integrazione della funzione di partizione (III)

- Cambiando variabile di integrazione (da p a E) si ha:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \int_0^{\infty} dp\,\frac{p^3}{3}e^{-k\beta E}(k\beta)\frac{p}{E} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \int_{m_i}^{\infty}\frac{E}{p}dE\,\frac{\left(\sqrt{E^2-m_i^2}\right)^3}{3}e^{-k\beta E}(k\beta)\frac{p}{E} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k \int_{m_i}^{\infty} dE\,\frac{\left(E^2-m_i^2\right)^{3/2}}{3}e^{-k\beta E}(k\beta)$$

⇨ricordando che:

$$E = \sqrt{p^2+m_i^2} \quad \Rightarrow \quad dE = \frac{p}{E}dp$$

$$\Rightarrow \quad p = 0 \rightarrow E = m_i$$

Integrazione della funzione di partizione (IV)

- Introducendo la variabile x=kβE si ha:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\int_{m_i}^{\infty} dE\,\frac{\left(E^2-m_i^2\right)^{3/2}}{3}e^{-k\beta E}(k\beta) =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\int_{k\beta m_i}^{\infty} d(k\beta E)\,\frac{\left(k^2\beta^2E^2-k^2\beta^2m_i^2\right)^{3/2}}{3k^3\beta^3}e^{-k\beta E} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\int_{k\beta m_i}^{\infty} dx\,\frac{\left(x^2-k^2\beta^2m_i^2\right)^{3/2}}{3k^3\beta^3}e^{-x} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{k\beta}\int_{k\beta m_i}^{\infty} dx\,\frac{\left(x^2-k^2\beta^2m_i^2\right)^{3/2}}{3k^2\beta^2m_i^2}e^{-x}$$

Integrazione della funzione di partizione (V)

- Introducendo $w=k\beta m_i$ si riscrive come:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{k\beta}\int_{k\beta m_i}^{\infty}dx\,\frac{\left(x^2-k^2\beta^2 m_i^2\right)^{3/2}}{3k^2\beta^2 m_i^2}e^{-x} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{\beta}\int_{w}^{\infty}dx\,\frac{(x^2-w^2)^{3/2}}{3w^2}e^{-x} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{\beta}\int_{w}^{\infty}dx\,\frac{w^3\left(\frac{x^2}{w^2}-1\right)^{3/2}}{3w^2}e^{-x} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{\beta}\frac{1}{3}w\int_{w}^{\infty}dx\left(\frac{x^2}{w^2}-1\right)^{3/2}e^{-x}$$

Integrazione della funzione di partizione (VI)

- Introducendo y=x/w si ricava:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{\beta}\frac{1}{3}w\int_w^{\infty}dx\left(\frac{x^2}{w^2}-1\right)^{3/2}e^{-x} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{k\beta}\frac{1}{3}w\int_1^{\infty}wdy(y^2-1)^{3/2}e^{-wy} =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{k\beta}\left[\frac{1}{3}w^2\int_1^{\infty}dy(y^2-1)^{3/2}e^{-wy}\right]$$

⇨ Il termine tra parentesi quadre coincide con la seguente rappresentazione integrale delle funzioni di Bessel modificate:

$$K_n(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{(n-\frac{1}{2})!}\left(\frac{t}{2}\right)^n\int_1^{\infty}dy(y^2-1)^{n-1/2}e^{-ty}$$

Integrazione della funzione di partizione (VII)

- Ri-sostituendo $w=k\beta m_i$ e $\beta=1/T$ si conclude:

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{k\beta}\left[\frac{1}{3}w^2\int_1^{\infty}dy(y^2-1)^{3/2}e^{-wy}\right] =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{\beta}K_2(w) =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\lambda_i^k\frac{m_i^2}{\beta}K_2(k\beta m_i) =$$

$$= \frac{V g_i T}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\lambda_i^k m_i^2 K_2\left(\frac{k m_i}{T}\right)$$

Densità di particelle di specie i

- La densità n_i di particelle di specie i si ricava come:

$$n_i(T,\mu_i) = \frac{N_i(T,V,\mu_i)}{V} = \frac{1}{V}\frac{\partial(T\ln Z_i^{GC})}{\partial\mu_i} =$$

$$= \frac{g_i T^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\frac{\partial\lambda_i^k}{\partial\mu_i}m_i^2 K_2\left(\frac{km_i}{T}\right) =$$

$$= \frac{g_i T^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k^2}\frac{\partial}{\partial\mu_i}\left[e^{\frac{k\mu_i}{T}}\right]m_i^2 K_2\left(\frac{km_i}{T}\right) =$$

$$= \frac{g_i T}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(\pm 1)^{k+1}}{k}\lambda_i^k m_i^2 K_2\left(\frac{km_i}{T}\right)$$

⇨ dove in $(\pm 1)^{k+1}$ il segno superiore (+) è per i bosoni, il segno inferiore (-) per i fermioni

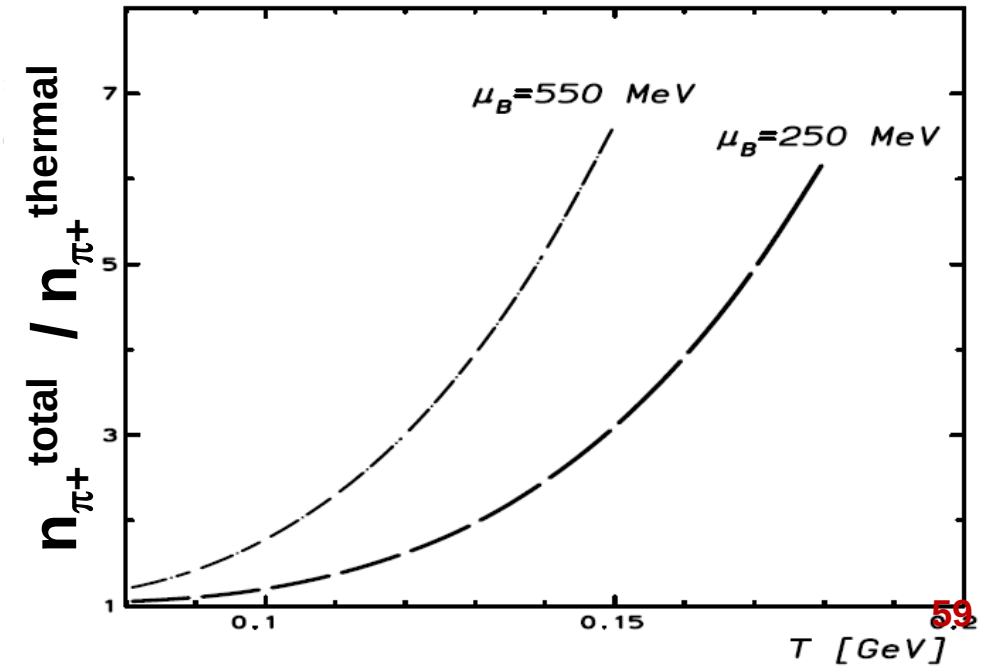
Correzioni (I)

- Catene di decadimento

⇨ Il numero delle particelle di specie i misurate (es. pioni) è dato dalla produzione "thermal" (N_i) + il contributo dei decadimenti delle particelle a vita breve che non vengono misurate (ed es. le ρ che decadono in pioni)

$$\langle N_i \rangle^{MEAS}(T,V,\mu_i) = \langle N_i \rangle^{THERM}(T,V,\mu_i) + \sum_j BR_{j\to i} \cdot \langle N_j \rangle (T,V,\mu_j)^{THERM}$$

⇨ Ad alte temperature e/o alti μ_B, la molteplicità degli adroni leggeri è dominata dal contributo del decadimento delle risonanze



Correzioni (II)

- Larghezza delle risonanze
  - ⇨Si inserisce nella funzione di partizione un'ulteriore integrazione sulla massa con una distribuzione Breit-Wigner

$$n_i(T,\mu_i) = \frac{g_i}{2\pi^2}\frac{1}{N_{BW}}\int dm \int_0^\infty \frac{\Gamma_i^2}{(m-m_i)^2+\Gamma_i^2/4}\frac{p^2 dp}{e^{\beta(E_i(m)-\mu_i)}\pm 1}$$

- Per alte densità di particelle (cioè alti T e/o μ_B) bisogna considerare le interazioni repulsive tra gli adroni a piccole distanze
  - ⇨Si introduce una repulsione "hard-core" di tipo Van der Waals assegnando ad ogni adrone un volume ("Excluded volume correction")
- Fattore γ_s (<1) di soppressione di stranezza
  - ⇨Tiene conto del fatto che il quark strano per la sua massa maggiore potrebbe non aver raggiunto l'equilibrio chimico.
  - ⇨Per riprodurre i dati in collisioni di ioni a SPS, RHIC e LHC non c'è bisogno di introdurre questo γ_S, cioè è come se si assumesse γ_S=1 che indica equilibrio chimico anche per le particelle strane
  - ⇨Per sistemi con poche particelle (pp, p-A e collisioni di nuclei a basse energie) si trova invece γ_S<1

Parametri liberi del modello

$$\langle N_i(T,V,\mu_i)\rangle = V \cdot n_i(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i T}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\pm 1)^k}{k} \lambda_i^k m_i^2 K_2\left(\frac{k m_i}{T}\right)$$

$$\text{con} \quad \lambda_i = e^{\mu_i/T} \quad , \qquad \mu_i = B_i \mu_B + S_i \mu_S + I_{3i} \mu_{I_3}$$

- Ci sono 5 parametri liberi: T, μ_B, μ_S, μ_{I3} e V
  - ⇨ La conoscenza di carica elettrica (=terza componente dell'isospin), numero barionico e stranezza dello stato iniziale (= i protoni Z_S e i neutroni N_S "stoppati" dai nuclei collidenti) permette di fissare il volume della fireball V, e i potenziali chimici μ_S e μ_{I3}

$$V \sum_i n_i I_{3_i} = \frac{Z_S - N_S}{2} \qquad V \sum_i n_i B_i = Z_S + N_S \qquad V \sum_i n_i S_i = 0$$

- Restano quindi 2 parametri liberi: T e μ_B

Fit alle abbondanze di particelle misurate

Fit ai rapporti di particelle

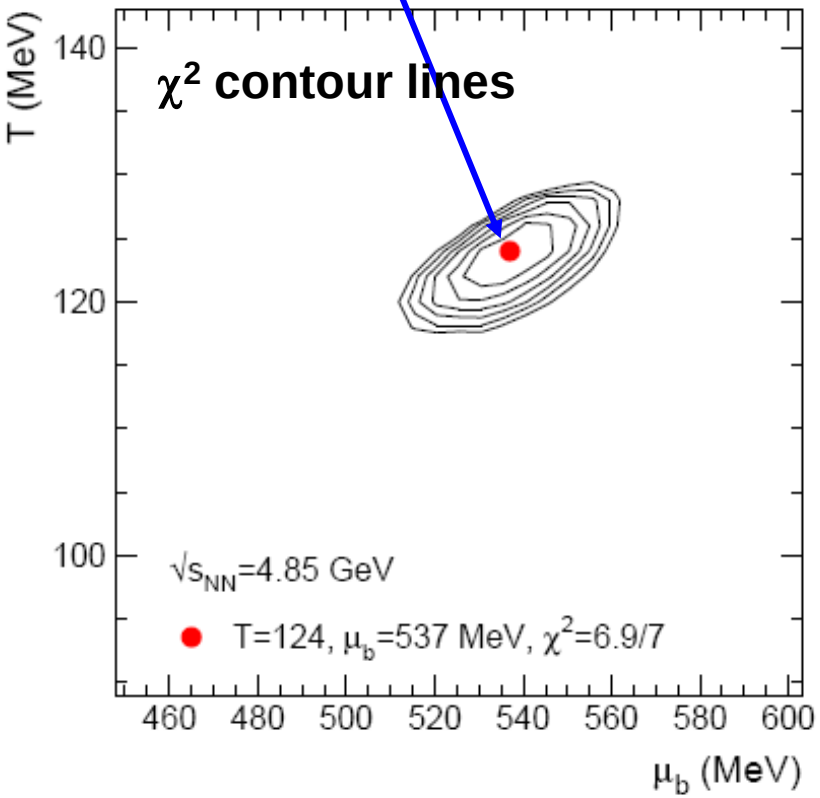
- Perché usare i rapporti di particelle ?
  - ⇨Si cancellano alcuni errori sistematici sulle misure sperimentali
  - ⇨Si rimuove la dipendenza dal volume V (la cui determinazione è affetta dall'incertezza sullo stopping power e sulla correzione di "excluded volume") nei calcoli del modello teorico
- Si ricavano i valori di T e μ_B che minimizzano lo scarto tra i rapporti di particelle previsti dal modello statistico e quelli misurati.
  - ⇨Si minimizza una quantità χ^2 definita come:

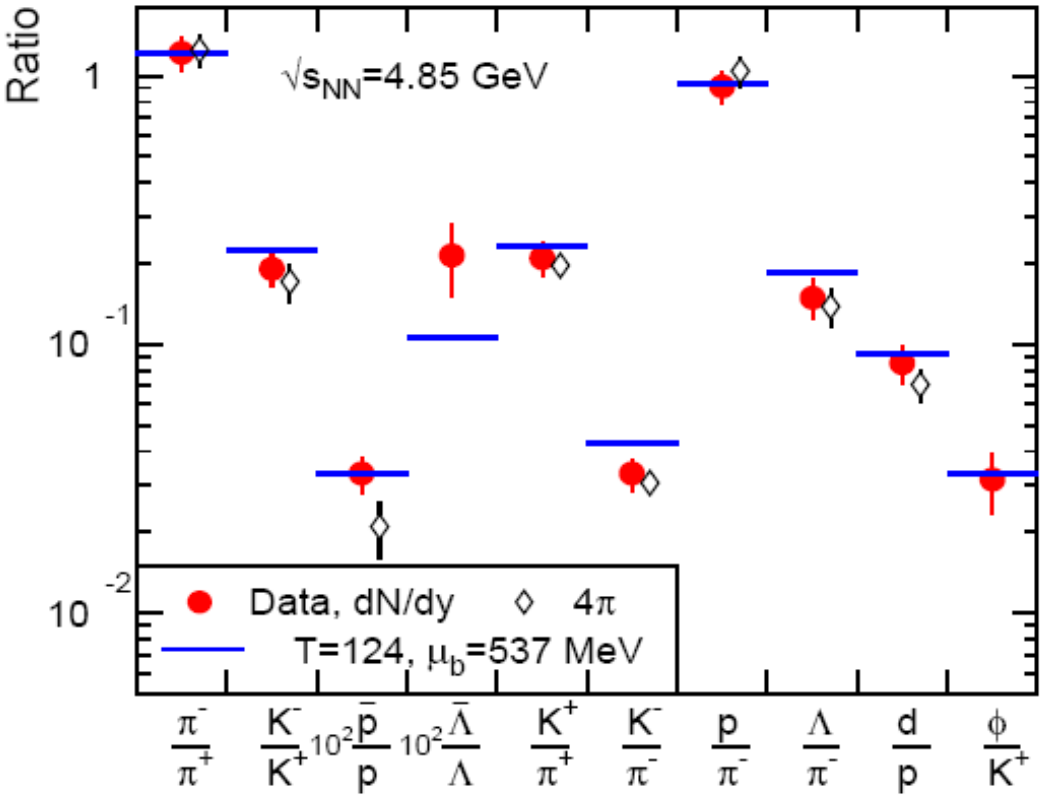
$$\chi^2 = \sum_i \frac{\left(R_i^{\text{exp}} - R_i^{\text{model}}\right)^2}{\sigma_i^2}$$

- ✓ ***R_i^{exp} e R_i^{model} sono i rapporti misurati sperimentalmente e quelli previsti dal modello***
- ✓ ***σ_i è l'errore (statistico + sistematico) sui punti sperimentali***

Rapporti di particelle all'AGS

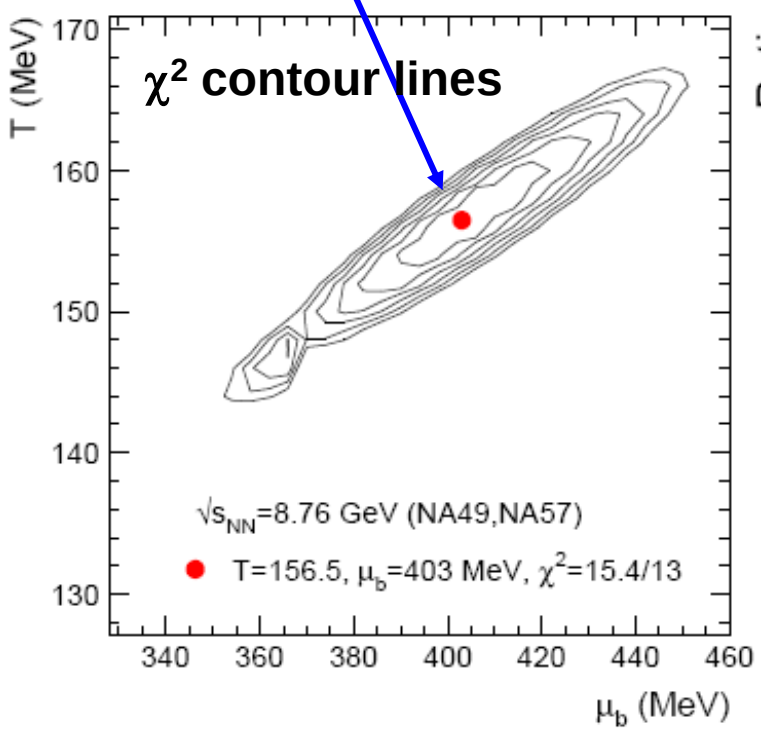
- Au-Au - E_{beam}=10.7 GeV/nucleon - $\sqrt{s_{NN}}$=4.85 GeV
- Valore minimo di χ^2 per: T=124±3 MeV μ_B=537±10 MeV

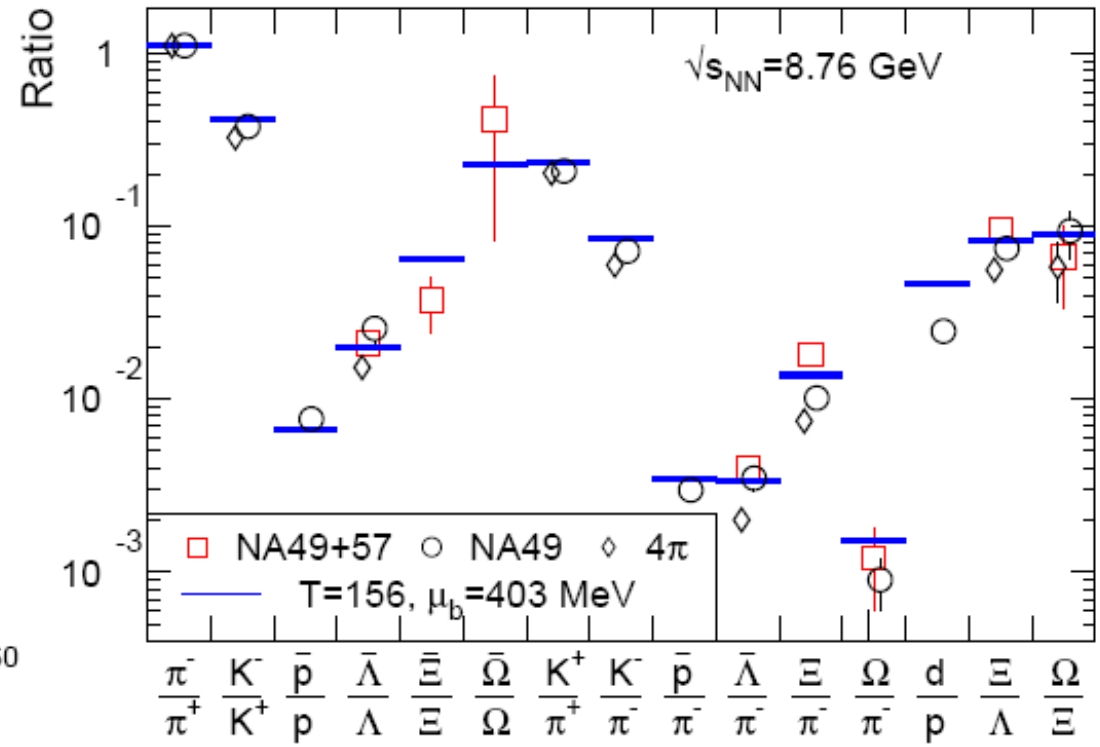




Rapporti di particelle all'SPS

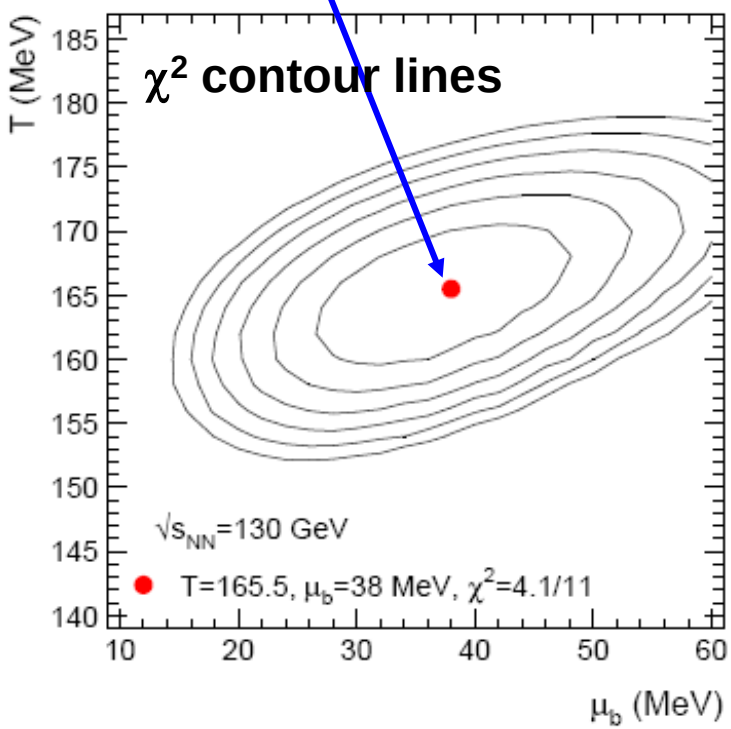
- Pb-Pb - E_{beam}=40 GeV/ nucleon - $\sqrt{s_{NN}}$=8.77 GeV
- Valore minimo di χ^2 per: T=156±3 MeV μ_B=403±18 MeV

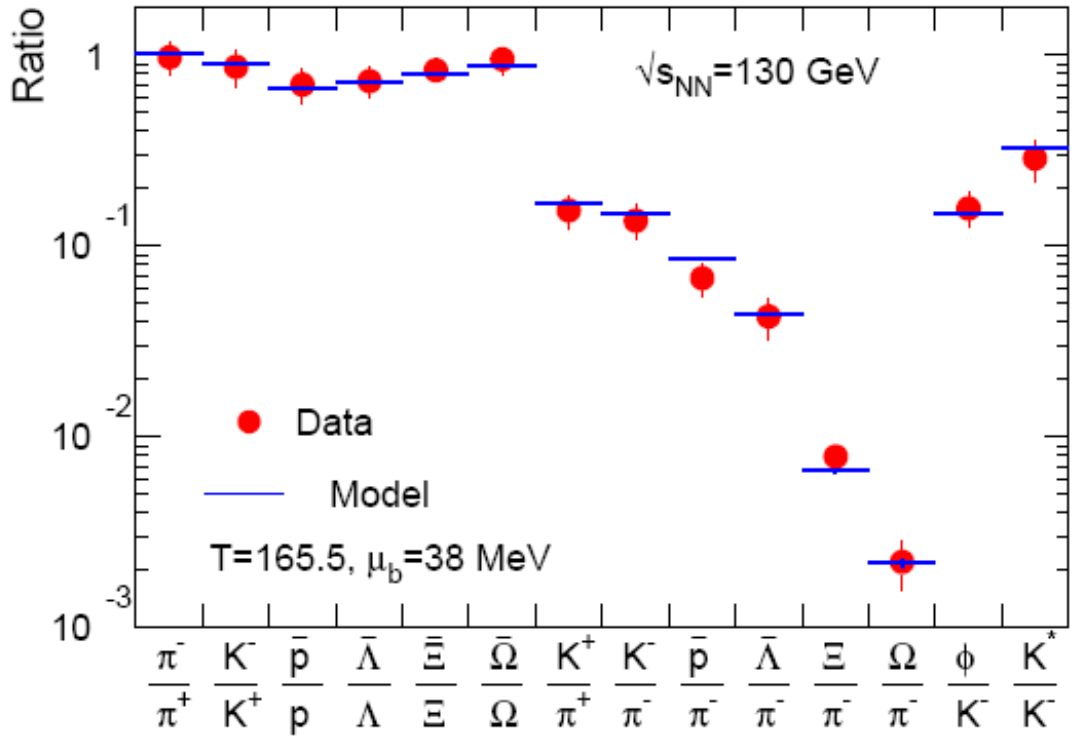




Rapporti di particelle a RHIC

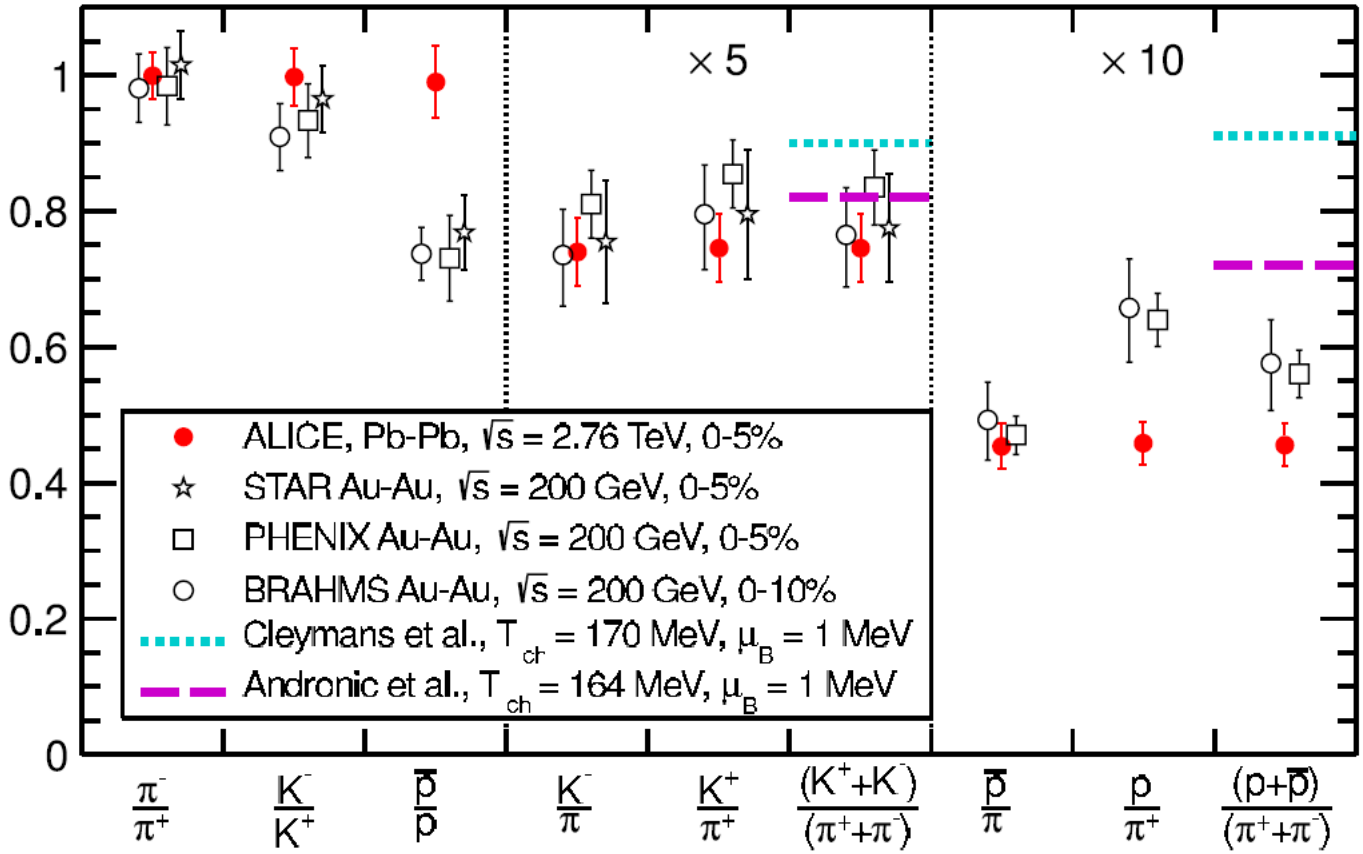
- Au-Au - $\sqrt{s_{NN}}$=130 GeV
- Valore minimo di χ^2 per: T=166±5 MeV μ_B=38±11 MeV





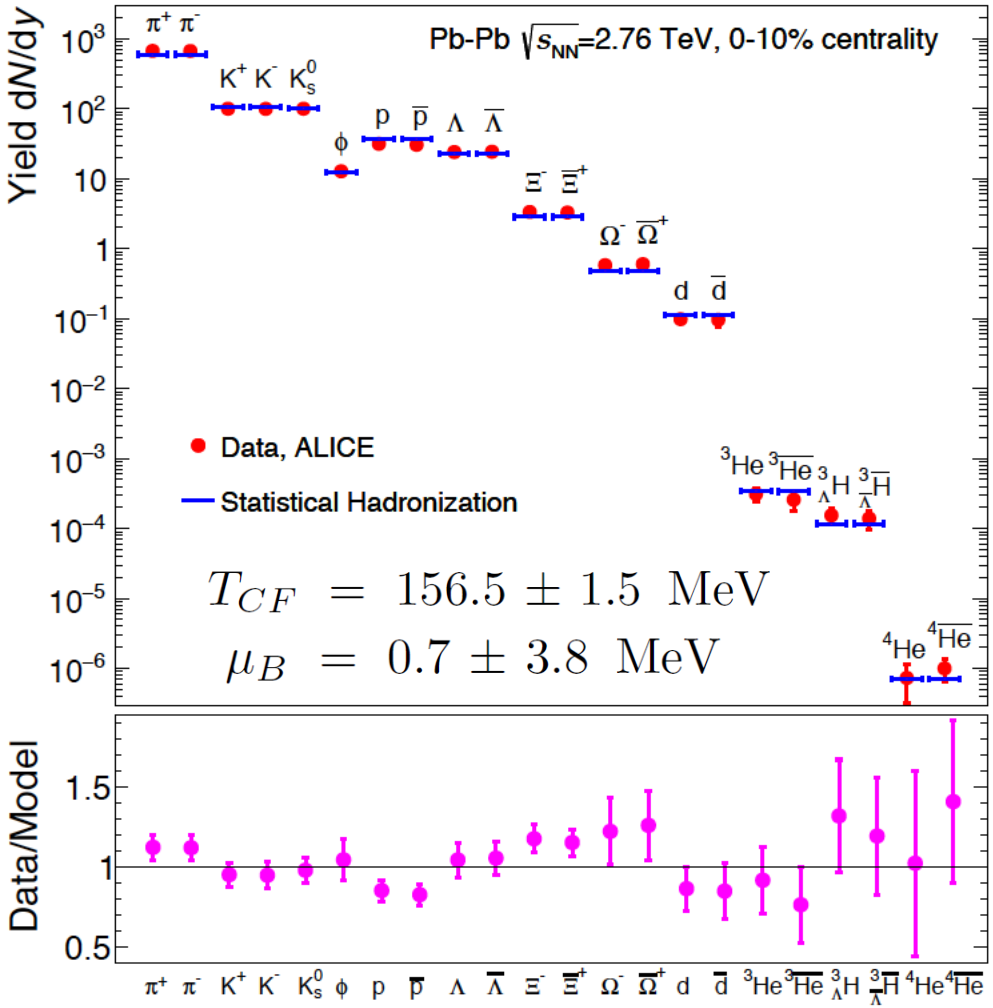
Predizioni vs. misure all'LHC

- Predizioni del modello termico estrapolando gli andamenti di T e μ_B alle energie di LHC
- **Risultato inatteso** per i protoni: abbondanze di protoni al di sotto delle predizioni del modello termico



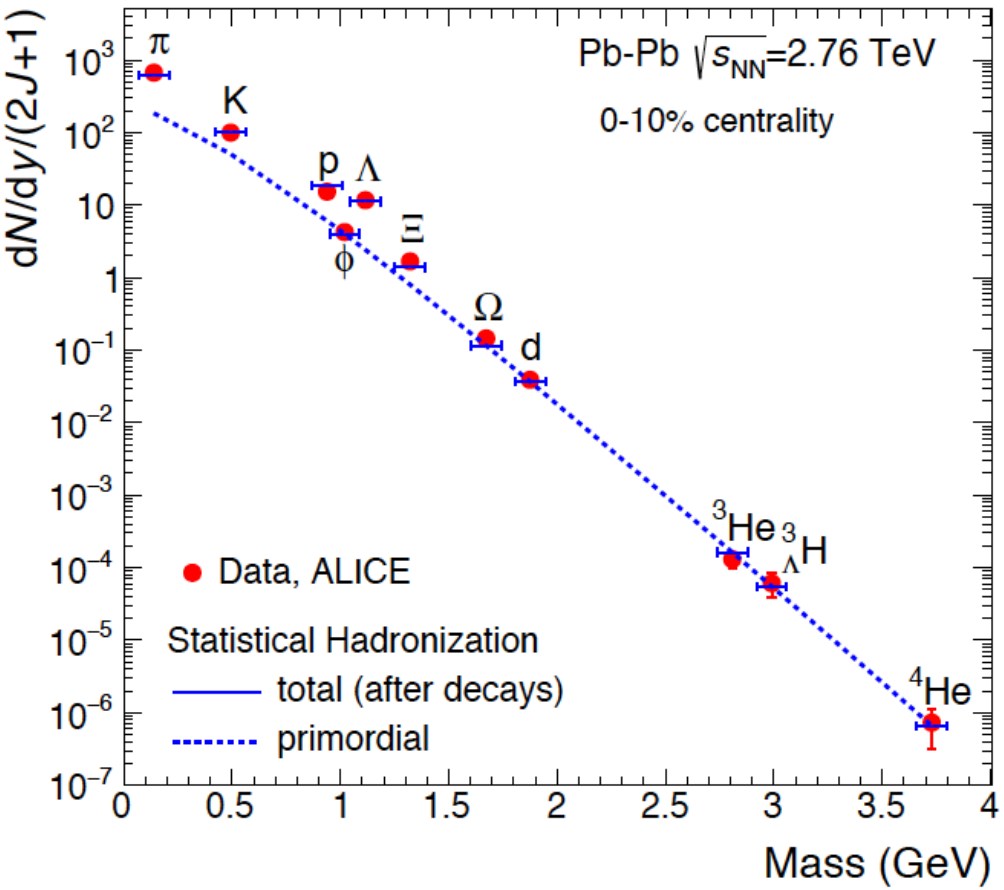
Fit ai dati LHC

- Temperature più basse (156 MeV) ripetto a RHIC
- χ^2 peggiori (~2 erano ~1 a RHIC)
- In particolare, discrepanza per i protoni al livello di 2.8 sigma



Risultati all'LHC

- Il modello statistico è comunque in grado di descrivere abbastanza bene le abbondanze di diverse specie di adroni le cui abbondanze variano di 9 ordini di grandezza
  - ⇨ Anche nuclei e ipernuclei leggeri
  - ⇨ Essenziale introdurre le catene di decarimento per π, K, p e Λ
  - ⇨ Indicazione che le abbondanze relative dipendono solo (o principalmente) da T e M

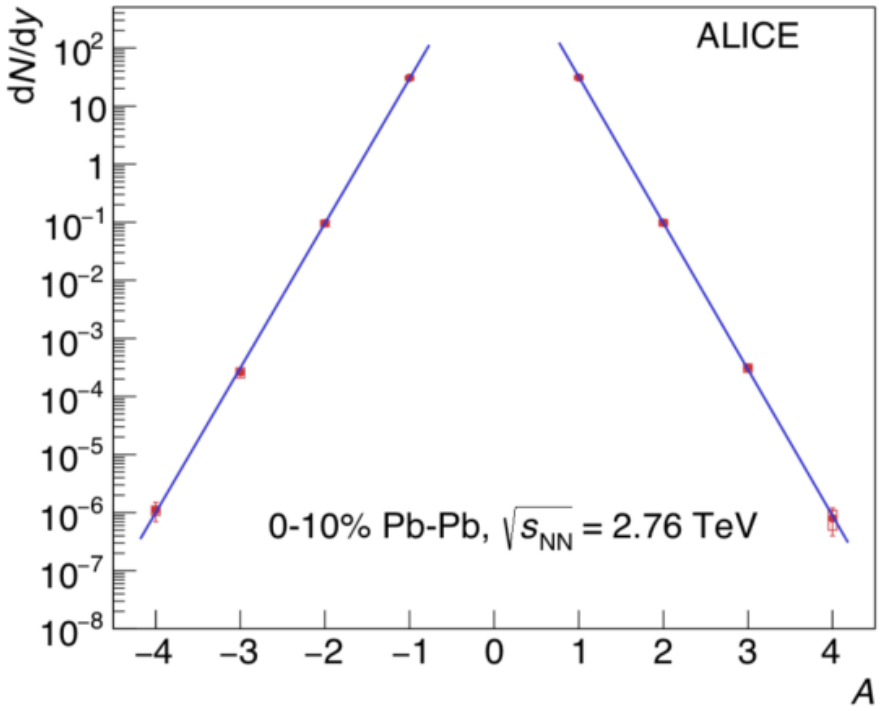


"Proton anomaly" a LHC

- Il rapporto p/π a LHC non segue la predizione del modello statistico per la temperatura ricavata dal trend a $\sqrt{s_{NN}}$ più basse
  - ⇨ Open point! Non c'è al momento una spiegazione del tutto convincente
- Possibili spiegazioni?
  - ⇨ Spettro adronico incompleto? Stati barionici ancora non scoperti?
    - ✓ ***Stati barionici di alta massa decadendo danno origine a un (anti)protone, ma a molti pioni***
  - ⇨ Effetto della fase adronica? Annichilazione protone-antiprotone nella fase adronica non bilanciata dalle reazioni inverse (es $n\pi \rightarrow p\bar{p}$)
    - ✓ ***Manca una stima rigorosa dell'effetto di questi processi***
  - ⇨ Modelli statistici con parametri (γ_q) per tenere conto di effetti di non-equilibrio
    - ✓ ***Riproducono i dati per i protoni, ma non quelli dei nuclei***
  - ⇨ Freeze-out a diverse temperature per quark di diversi sapori?
  - ⇨ Interazioni pione-nucleone non risonanti che non sono incluse nella descrizione con gas ideale di adroni e risonanze
    - ✓ ***Con calcoli di matrice S si può stimare un fattore correttivo che risulta essere significativo per i protoni e permette di riprodurre i valori misurati***

Nuclei: "Snowball in hell"

- Nelle collisioni non vengono prodotti solo adroni singoli, ma anche oggetti composti come nuclei leggeri (d, t, ^{3}He, ^{4}He) e ipernuclei, insieme alle loro antiparticelle
  - ⇨ I tassi di produzione di questi nuclei decrescono rapidamente al crescere del numero di barioni che li costituiscono
    - ✓ ***Il "penalty factor" per ogni barione in più è circa 300, per cui la produzione di (anti)^{4}He e un processo molto raro***
  - ⇨ All'LHC e a midrapidity, dove la fireball ha un numero barionico netto vicino a zero, la produzione di nuclei e antinuclei sono compatibili tra loro

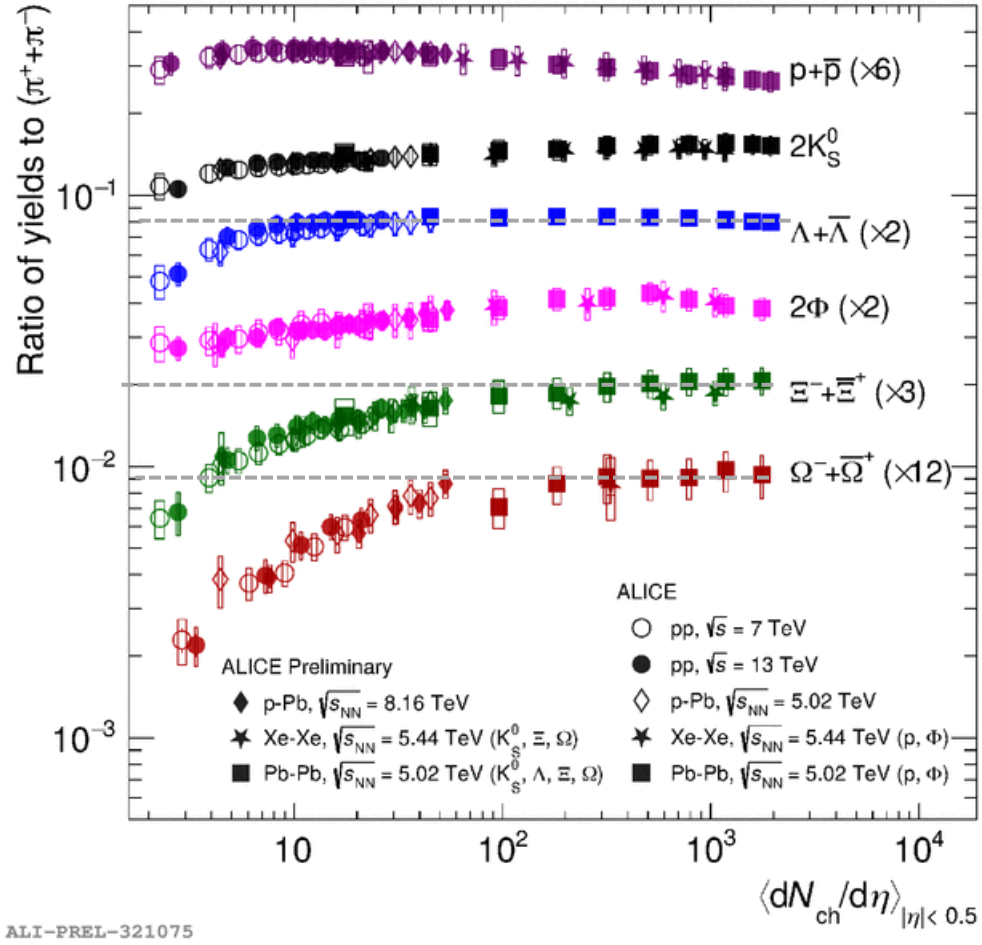


Nuclei: "Snowball in hell"

- La produzione di nuclei è descritta dallo statistical hadronization model con la stessa temperatura di chemical freeze-out degli adroni (T_{chem}≈156 MeV)
- MA: l'energia di legame dei nuclei è piccola, molto più bassa dalla temperatura del chemical freeze-out
  - ⇨ Ad esempio, l'energia di legame del deutone e di solo 2.23 MeV, mentre l'energia per separare l'iperone Λ dall'ipertrizio e di 130 keV
- Pone una questione: come possono i nuclei debolmente legati sopravvivere nel gas di adroni a temperatura di 156 MeV? Una caso di "snowball in hell" ?
  - ⇨ Nuclei formati in una fase successiva dell'evoluzione della fireball per coalescenza di neutroni e protoni?
    - ✓ ***Da riconciliare con l'osservazione che la molteplicità dei nuclei e descritta con i parametri termodinamici del chemical freeze-out***
  - ⇨ Le reazioni che portano al break-up e alla formazione di nuclei leggeri procedono in equilibrio chimico durante la fase adronica, preservando le abbondanze relative di nucleoni e nuclei formati originariamente a T_{chem}?
  - ⇨ All'adronizzazione del QGP si formano degli oggetti compatti composti da 6, 9, 12 ... quarks che poi evolvono nei nuclei dello stato finale con un tempo di formazione lungo rispetto alla durata della fase adronica?

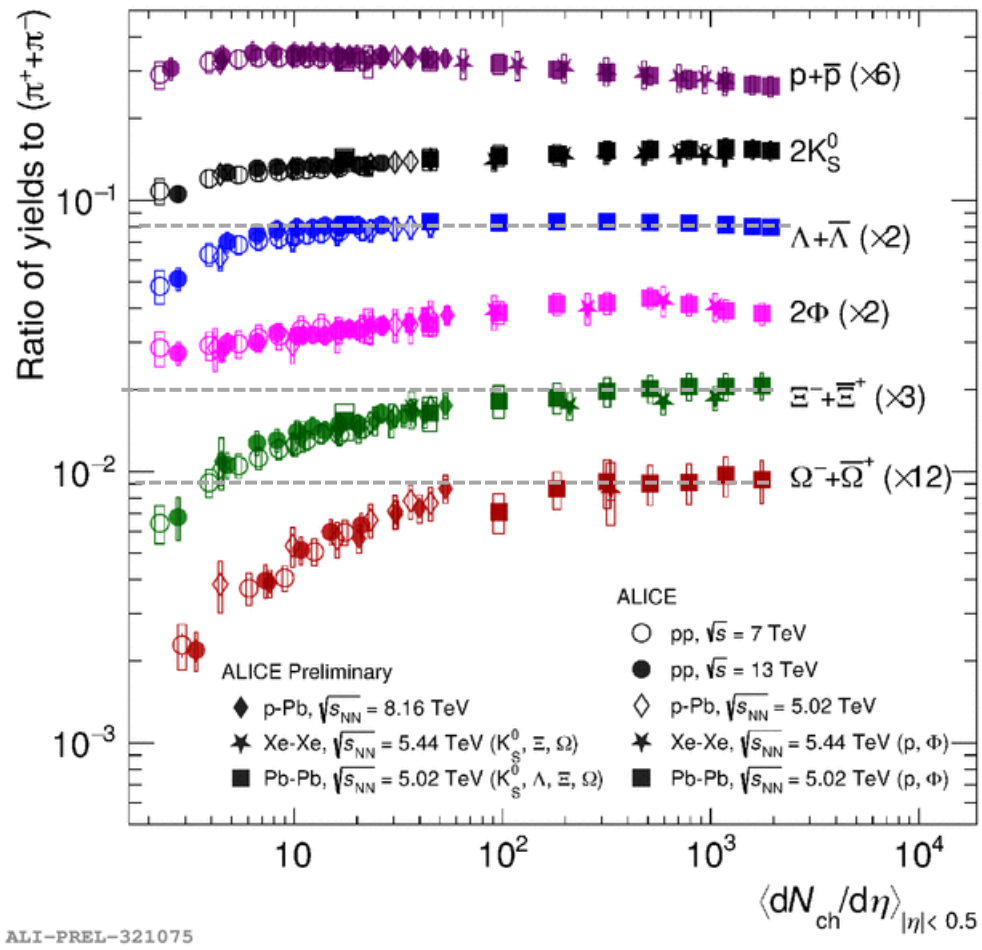
"Strangeness enhancement"

- Produzione di stranezza in collisioni di ioni piu abbondante rispetto a collisioni pp
  - ⇨ Andamento "smooth" dei rapporti di produzione di particelle strane rispetto ai pioni al crescere della molteplicità
  - ⇨ Raggiungono il "limite" previsto dallo statistical hadronization model (con formulazione gran canonica) in collisioni Pb-Pb
- Strangeness enhancement:
  - ⇨ Atteso nel caso di formazione di QGP in cui le abbondanze di quark leggeri (= con massa < della temperatura del QGP) raggiungono velocemente l'equilibrio → abbondante produzione termica di coppie $s\bar{s}$



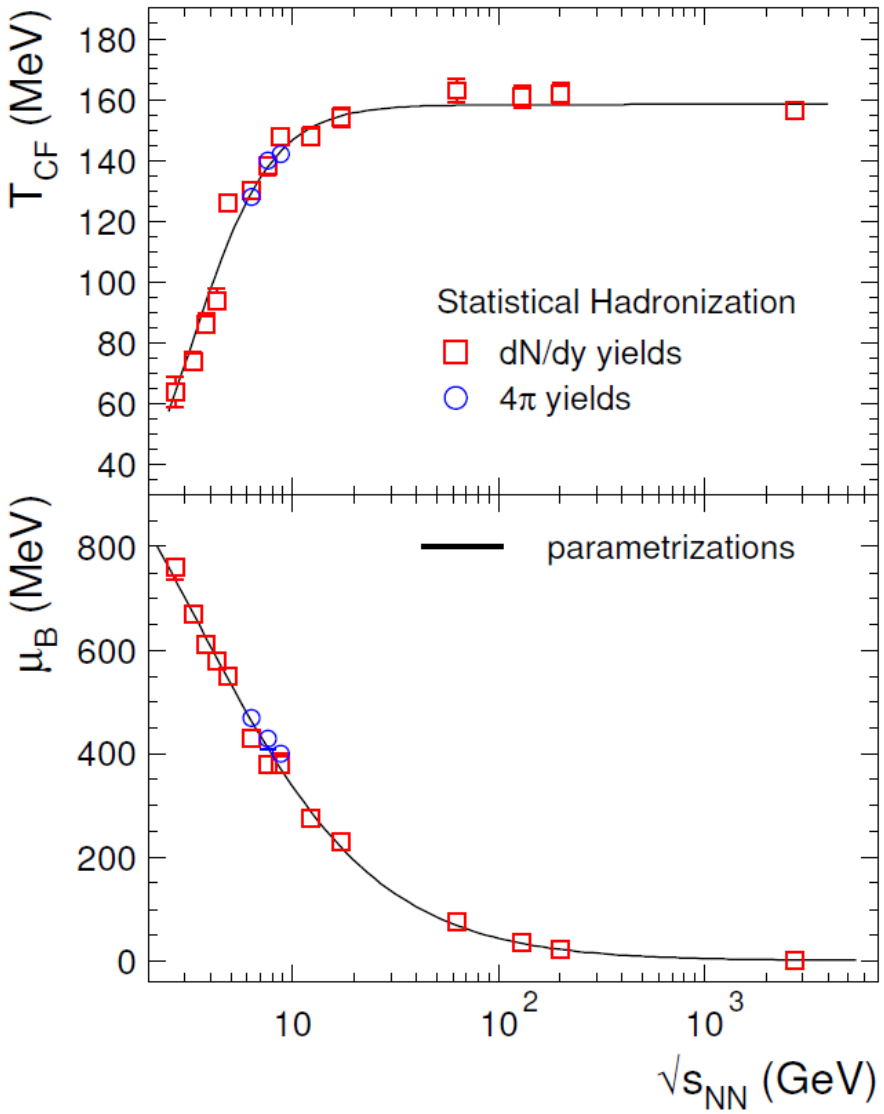
"Strangeness enhancement"

- Produzione di stranezza in collisioni di ioni piu abbondante rispetto a collisioni pp
- Nello statistical hadronization model:
  - ⇨ La produzione di particelle contenenti quark strani in collisioni Pb-Pb è descritta con la formulazione gran canonica
    - ✓ ***Conservazione in-media della stranezza***
  - ⇨ La produzione in piccoli sistemi è descritta con una formulazione canonica (con conservazione locale della stranezza) o parametrizzata con un fattore γ_S <1
    - ✓ ***"Canonical suppression" per piccoli sistemi (=basse molteplicità), seguita da un "lifting of strangeness suppression" in collisioni Pb-Pb***



Freeze-out chimico

Parametri del modello termico vs. √s

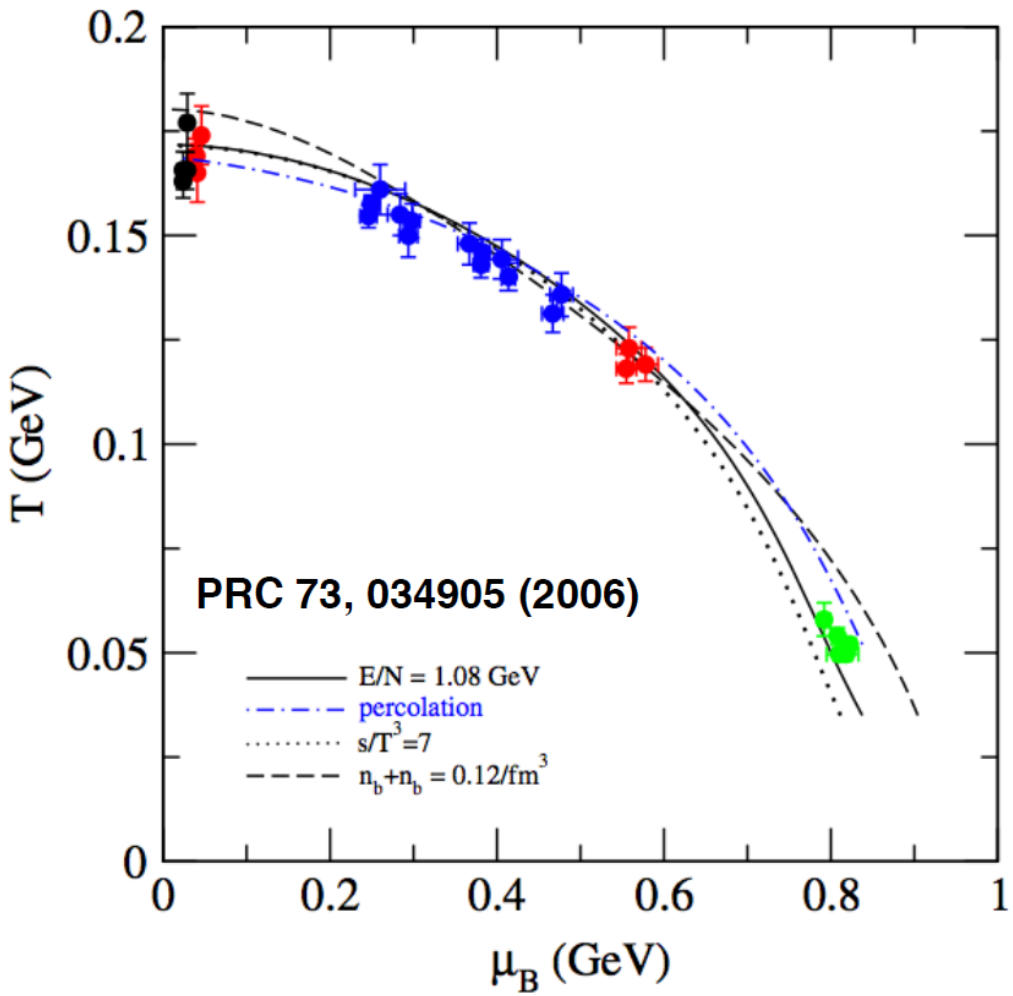


- La temperatura T_{chem} aumenta rapidamente con $\sqrt{s_{NN}}$ fino a raggiungere i 160 MeV (≈ temperatura critica per la transizione di fase) per $\sqrt{s_{NN}}$≈7-8 GeV e poi rimane circa costante

- Il potenziale chimico μ_B diminuisce al crescere di $\sqrt{s_{NN}}$ in tutto il range di energia esplorato dall'AGS a LHC

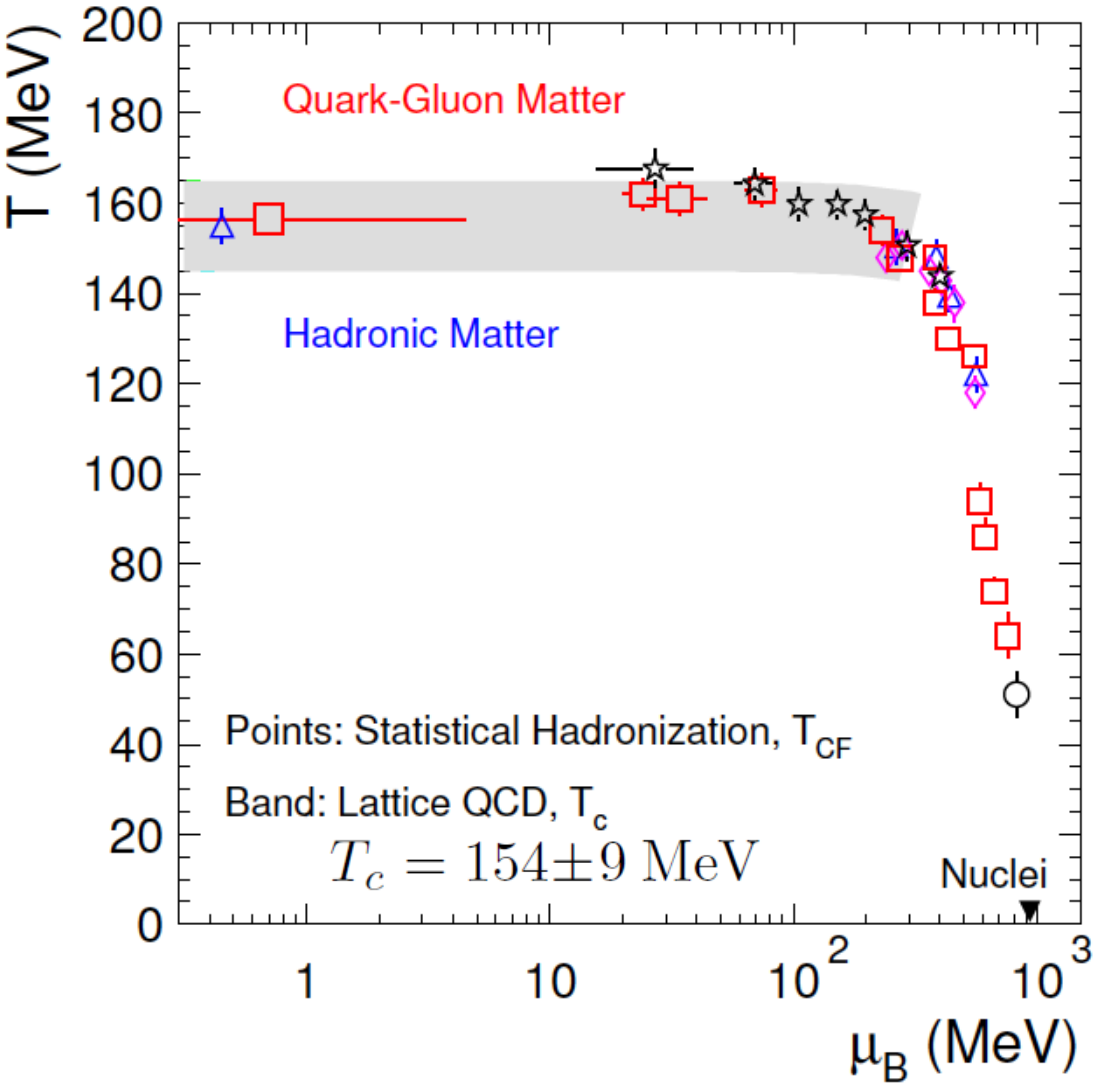
Freeze-out chimico sul diagramma delle fasi

- I parametri del modello di adronizzazione statistica si possono rappresentare sul piano T, μ_B
- I valori estratti a diverse $\sqrt{s_{NN}}$ si allineano su una curva di chemical freeze-out
- E' interessante confrontarli con la linea prevista con calcoli di QCD sul reticolo per la transizione di fase ("phase boundary") da materia adronica a QGP



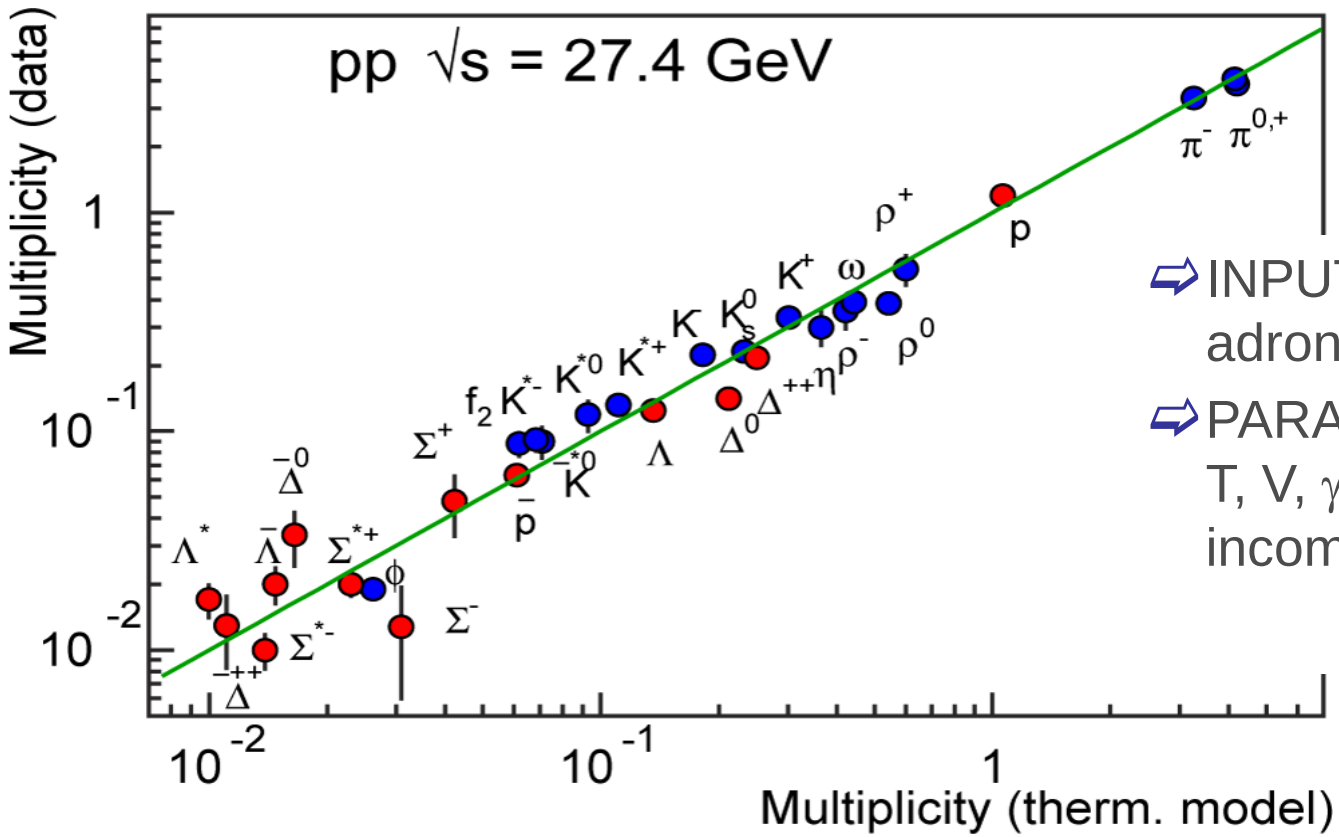
Freeze-out chimico e transizione di fase

- La linea della transizione di fase viene raggiunta alle energie SPS ($\sqrt{s_{NN}} \approx$ 8-10 GeV)
- Per energie $\sqrt{s_{NN}}$ più alte, in cui μ_B<300 MeV, il freeze-out chimico è molto vicino alla transizione di fase predetta dalla QCD sul reticolo



Universalità?

- Modello di adronizzazione statistica in collisioni e^+e^- e p-p
  - ⇨ Anche in questo caso si assume l'equilibrio termico e chimico
  - ⇨ Formulazione **canonica** della funzione di partizione (= conservazione esatta delle cariche)

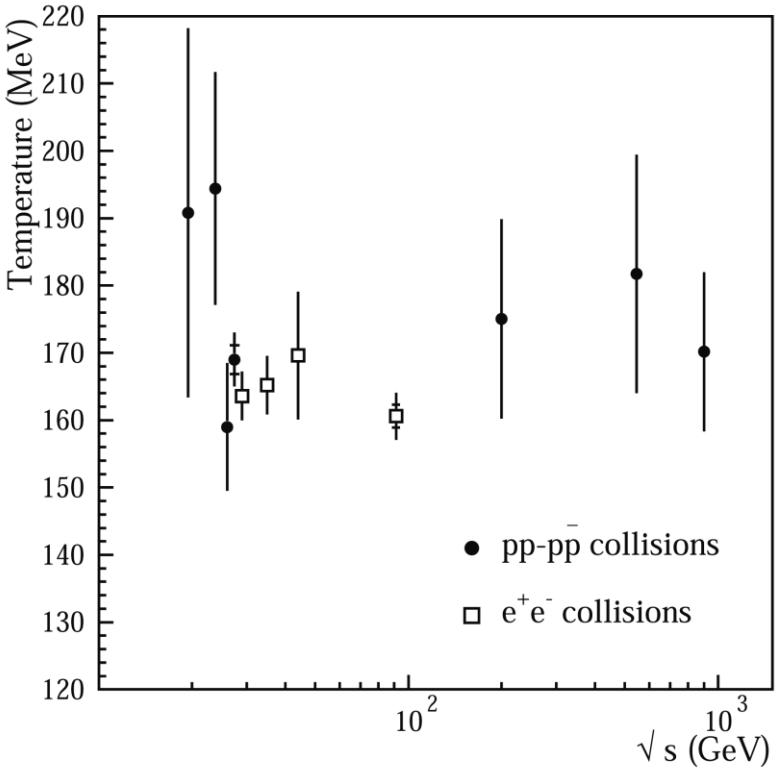


- ⇨ INPUT: molteplicità adroniche misurate
- ⇨ PARAMETRI DEL FIT: T, V, γ_S (equilibrio incompleto per il quark s)

📖 *F. Becattini and U. Heinz, Z Phys. C76 (1997) 269.*

Universalità?

- Modello di adronizzazione statistica in collisioni e^+e^- e p-p
  - ⇨ Anche in questo caso si assume l'equilibrio termico e chimico
  - ⇨ Formulazione **canonica** della funzione di partizione (= conservazione esatta delle cariche)



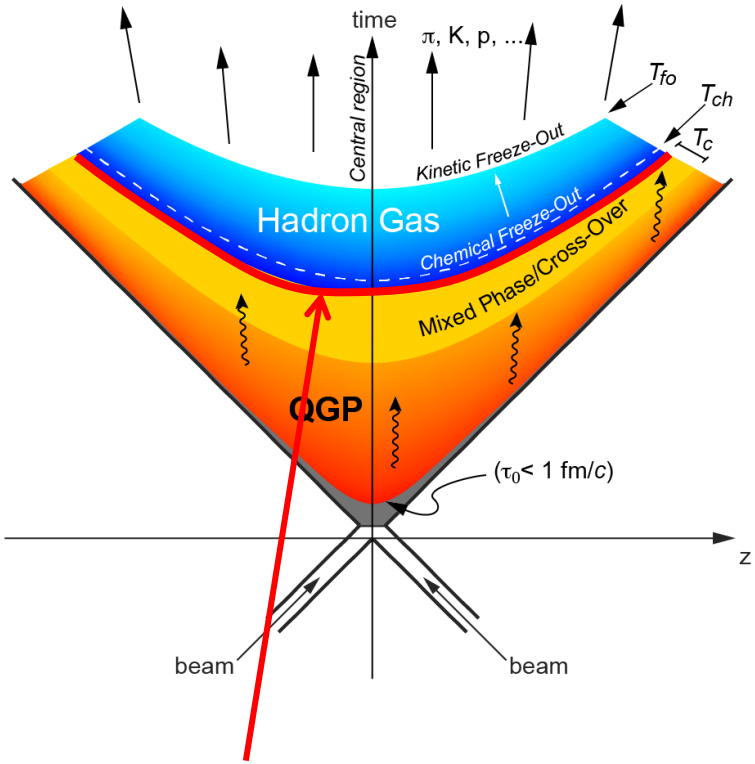
- Temperature estratte dal fit:
  - ⇨ Compatibili con freeze-out a T≈170 MeV indipendentemente da $\sqrt{s_{NN}}$
  - ⇨ In accordo con i valori ottenuti in collisioni A-A con $\sqrt{s_{NN}}$ >≈ 10 GeV
- Adronizzazione ad un valore critico di temperatura:
  - ⇨ Temperatura limite per un gas di adroni (teoria di Hagedorn, bag model)
  - ⇨ Phase boundary

📖 *F. Becattini and U. Heinz, Z Phys. C76 (1997) 269.*

Conclusioni

- I modelli di adronizzazione statistica permettono di ricavare la temperatura T e il potenziale chimico barionico μ_B della fireball al momento del chemical freeze-out a partire dalle molteplicità delle varie specie adroniche
  - ⇨L'accordo tra le abbondanze di particelle misurate e quelle previste dal modello indica che l'adronizzazione avviene seguendo leggi statistiche (= massimizzazione dell'entropia) e che il sistema era in equilibrio chimico e termico al momento del freeze-out
- La linea di freeze-out chimico raggiunge quella della transizione di fase calcolata con la QCD sul reticolo per energie $\sqrt{s_{NN}} \approx$ 8-10 GeV
- Universalità della temperatura di freeze-out per collisioni pp, e^+e^- e A-A a $\sqrt{s_{NN}} >\approx$ 10 GeV
  - ⇨L'adronizzazione avviene quando i parametri caratteristici (densità di energia, pressione…) della materia pre-adronica scendono al di sotto di valori critici corrispondenti a una temperatura di ≈ 160 MeV

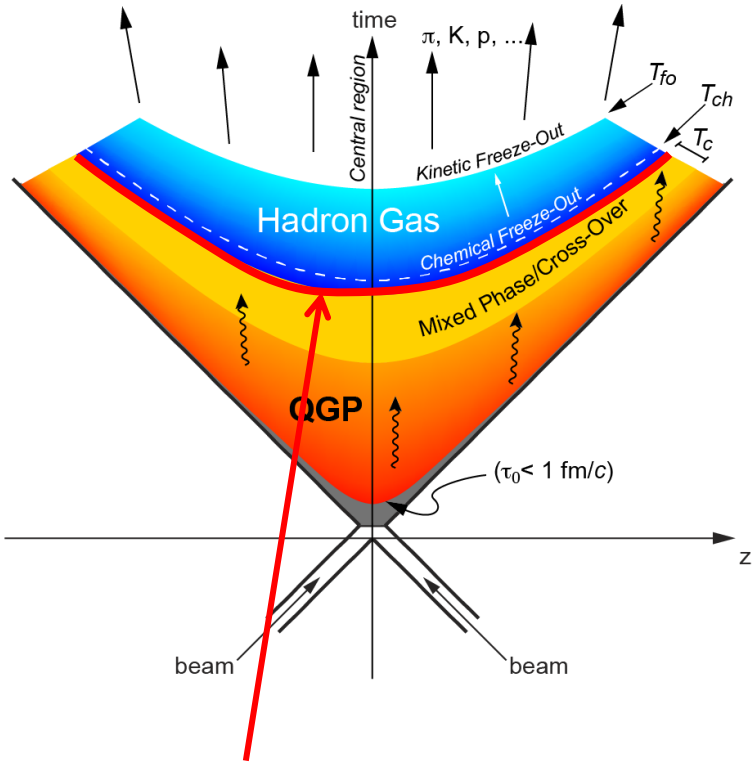
Nota sull'adronizzazione



Hadronization
T~150-160 MeV

- La fireball formata in collisioni di ioni adronizza quando la temperatura scende sotto il valore (pseudo)critico per la transizione da QGP a gas di adroni
  - ⇨ I gradi di libertà partonici del QGP sono convertiti in adroni in cui i quark sono confinati
  - ⇨ Transizione da un mezzo deconfinato composto da quark, antiquark e gluoni (colorati) a un mezzo composto da adroni (color-neutral)
- Non esiste una descrizione ''da principi primi'' per la formazione degli adroni
  - ⇨ Problema non-perturbativo

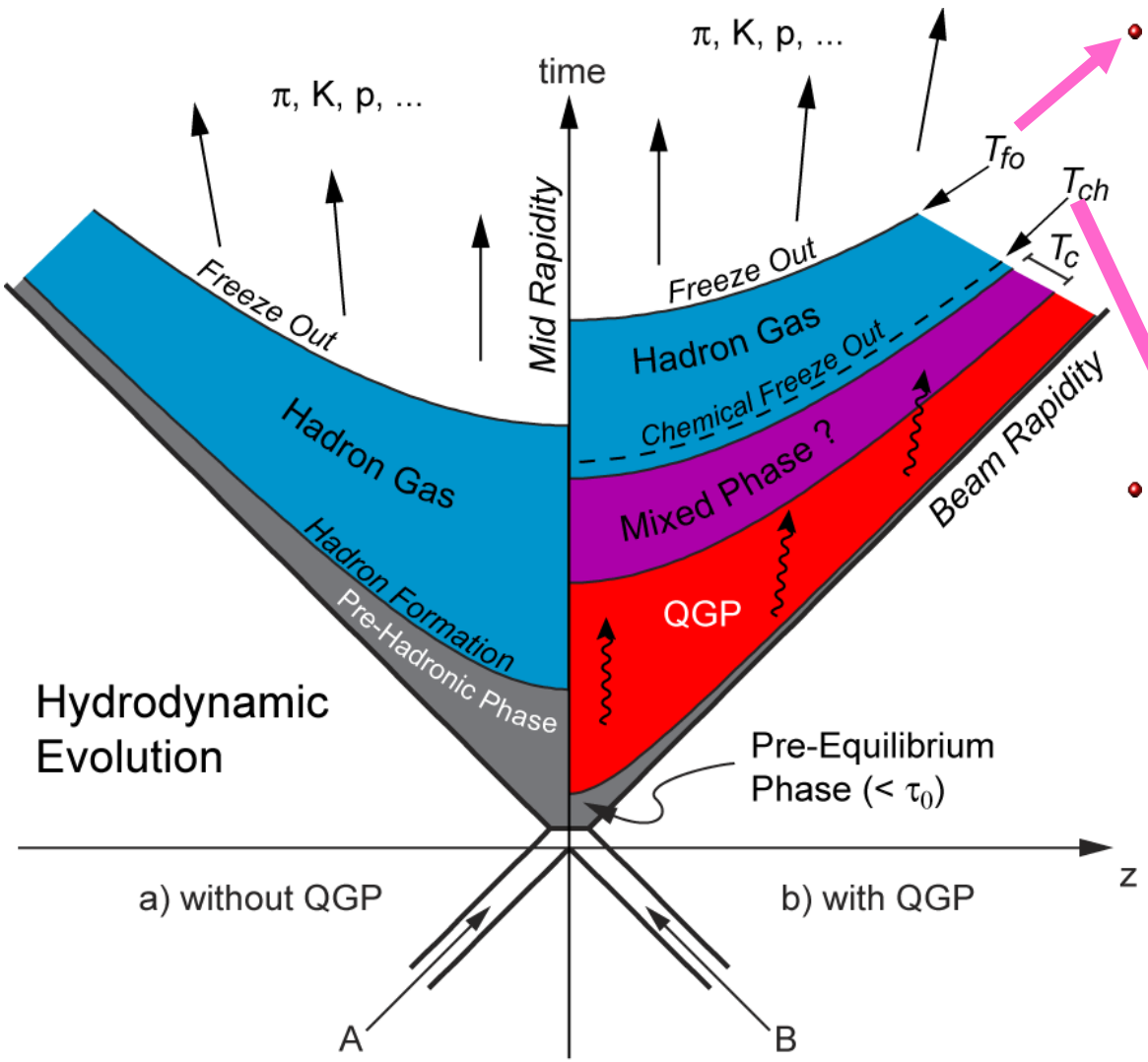
Nota sull'adronizzazione



Hadronization
T~150-160 MeV

- Il modello di adronizzazione statistica descrive le abbondanze di adroni osservati
  - ⇨ Le abbondanze misurate corrispondono ai valori attesi per un gas di adroni in equilibrio termico e chimico a una temperatura vicina a quella prevista per l'adronizzazione
- MA NON fornisce una descrizione microscopica di COME AVVIENE la transizione dal QGP al gas di adroni
- Possiamo aspettarci che la formazione degli adroni dall'adronizzazione del QGP possa avvenire con meccanismi microscopici diversi rispetto ai casi in cui non si forma un ''bulk'' di partoni in equilibrio termico e chimico

Freeze-out chimico e freeze-out termico



- Freeze out termico
  - ⇨ Cessano le interazioni elastiche
  - ⇨ Si fissa la dinamica delle particelle ("momentum spectra")
- Freeze-out chimico
  - ⇨ Cessano le interazioni inelastiche
  - ⇨ Si fissano le abbondanze delle particelle ("chemical composition")

T_{chem} ~ 160 MeV

Appendice: funzione di partizione

Statistiche quantistiche (I)

- Funzione di partizione gran-canonica:

$$Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \sum_s e^{-\beta(E_s-\mu_i N_s)}$$

⇨s sono gli stati del sistema di particelle identiche di specie i

⇨l'energia e il numero di particelle dipendono dallo stato (E_s e N_s)

⇨β=1/T (se T è misurata in MeV)

- Per un sistema quantistico:

⇨Lo stato |s> è definito dai numeri di occupazione degli stati |α> di particella singola (es. : |s> = |1,0,0,3,5…> = |n_1, n_2, n_3 … > = |{$n_\alpha^{(s)}$}>)

⇨Il numero di particelle e l'energia dello stato s sono dati da:

$$N_s = \sum_\alpha n_\alpha^{(s)} \qquad E_s = \sum_\alpha n_\alpha^{(s)} E_\alpha$$

⇨α sono gli autostati (di energia E_α) dell'hamiltoniana di particella singola (= livelli energetici con degenerazione di spin)

Statistiche quantistiche (II)

- Inseriamo E_s e N_s nella funzione di partizione:

$$Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \sum_s e^{-\beta(\sum_\alpha n_\alpha^{(s)} E_\alpha - \mu_i \sum_\alpha n_\alpha^{(s)})} = \sum_{\{n_\alpha^{(s)}\}} e^{\sum_\alpha [-\beta(E_\alpha - \mu_i)] n_\alpha^{(s)}}$$

- Usiamo le proprietà dell'esponenziale: $e^{x+y}=e^x \cdot e^y$ e $e^{xy}=(e^x)^y$

$$Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \sum_{\{n_\alpha^{(s)}\}} \left[\prod_\alpha e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i) n_\alpha^{(s)}}\right] = \sum_{\{n_\alpha^{(s)}\}} \left[\prod_\alpha (X_\alpha)^{n_\alpha^{(s)}}\right]$$

⇨avendo definito:

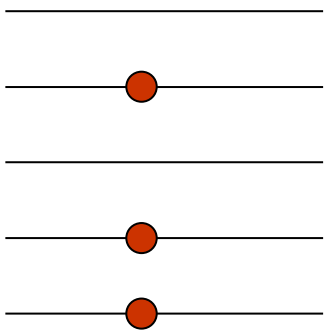
$$X_\alpha = e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)}$$

- Esplicitando sommatorie e produttorie:

$$Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \sum_{n_1}\sum_{n_2} \ldots X_1^{n_1} X_2^{n_2} \ldots = \sum_{n_1} X_1^{n_1} \cdot \sum_{n_2} X_2^{n_2} \ldots \rightleftarrows = \prod_\alpha \sum_n (X_\alpha)^n$$

Statistica di Fermi-Dirac

- Vale il principio di esclusione di Pauli: il numero di occupazione per uno stato α di particella singola puo' essere solo 0 o 1



$$Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \prod_\alpha \sum_{n=0}^{1} (X_\alpha)^n = \prod_\alpha [1 + X_\alpha] = \prod_\alpha \left[1 + e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)}\right]$$

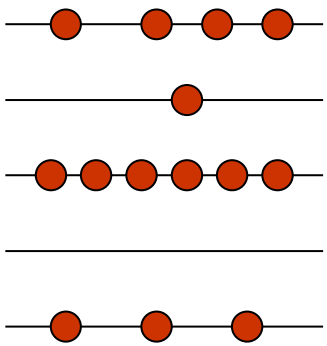
⇨ricordando che si era definito:

$$X_\alpha = e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)}$$

Statistica di Bose-Einstein

- Il numero di occupazione per uno stato α di particella singola puo' assumere qualunque valore intero

  ⇨ $n_\alpha = 0, 1, 2, 3, \ldots$



$$Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \prod_\alpha \sum_{n=0}^{\infty} (X_\alpha)^n = \prod_\alpha \left[\frac{1}{1-X_\alpha}\right] = \prod_\alpha \left[1 - e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)}\right]^{-1}$$

⇨ ricordando che si era definito:

$$X_\alpha = e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)}$$

⇨ Nota: la somma della serie geometrica Σx^n converge a 1/(1-x) solo nel caso in cui x < 1, che nel nostro caso si traduce in un vincolo su μ_i:

$$e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)} < 1 \quad \Rightarrow \quad \beta(E_\alpha - \mu_i) > 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_i < E_\alpha \forall \alpha \quad \Rightarrow \quad \mu_i < E_0$$

Funzione di partizione gran canonica

- La funzione di partizione per l'i-esima specie adronica si può quindi scrivere come:

$$Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \prod_{\alpha} \left[\, 1 \pm e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)} \right]^{\pm 1}$$

⇨gas ideale di particelle identiche (gas di Bose o gas di Fermi)

⇨il + vale per i fermioni e il – per i bosoni

⇨α sono gli autostati (di energia E_α) dell'hamiltoniana di particella singola

✓***= livelli energetici con degenerazione di spin***

- Passando al logaritmo:

$$\ln Z_i^{GC}\,(T,V,\mu_i) = \sum_{\alpha} \pm \ln\left[\, 1 \pm e^{-\beta(E_\alpha - \mu_i)} \right]$$

Funzione di partizione gran canonica

- Limite macroscopico: dalla somma sugli stati α di particella singola si passa all'integrale sui momenti:

$$\sum_{\alpha} \longrightarrow \frac{V}{h^3}(2s+1)\int d^3p = \frac{V}{h^3}(2s+1)\int 4\pi p^2 dp = \frac{4\pi V}{h^3} g_i \int p^2 dp$$

⇨dove g_i=2s+1 è il fattore di degenerazione di spin

- Sostituendo nell'espressione di $\ln Z^{GC}$ si ricava (ħ=c=1):

$$\ln Z_i^{GC}(T,V,\mu_i) = \frac{V g_i}{2\pi^2}\int_0^{\infty} \pm p^2 dp \ln\left[\,1 \pm e^{-\beta(E-\mu_i)}\right] =$$

$$= \frac{V g_i}{2\pi^2}\int_0^{\infty} \pm p^2 dp \ln\left[\,1 \pm \lambda_i e^{-\beta E}\right]$$

⇨Dove si è introdotta la **fugacità** λ_i definita come:

$$\lambda_i = e^{\beta\mu_i}$$

Densità di particelle

- La densità n_i di particelle di specie i si ricava come:

$$n_i = \frac{N_i}{V} = \frac{1}{V}\frac{\partial(T \ln Z_i^{GC})}{\partial \mu_i}$$

⇨in cui N_i è il numero totale di particelle di specie i nel sistema

- Sostituendo l'espressione della funzione di partizione si ricava:

$$n_i(T,\mu_i) = \frac{T g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty \pm p^2 dp \frac{\partial}{\partial \mu_i}\ln\left[\,1 \pm e^{-\beta(E-\mu_i)}\right] =$$

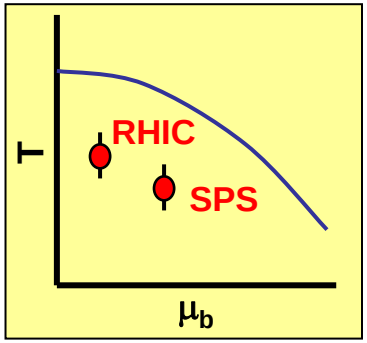
$$= \frac{T g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty \pm p^2 dp \frac{1}{1 \pm e^{-\beta(E-\mu_i)}}(\pm)e^{-\beta(E-\mu_i)} \cdot \beta =$$

$$= \frac{g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty \frac{p^2 dp}{e^{\beta(E-\mu_i)} \pm 1}$$

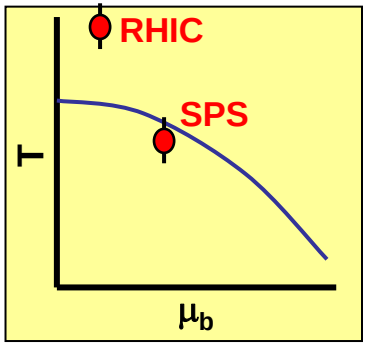
⇨che sono le distribuzioni di Fermi-Dirac (+) e di Bose-Einstein (-)

Freeze-out chimico e transizione di fase

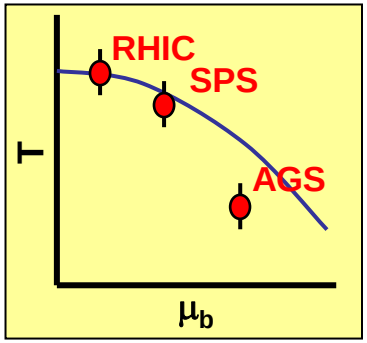
Lattice-QCD Stat.Thermal Model



- Caso 1: (T,μ_B) molto al di sotto del "phase boundary "
  - ⇨ Il freeze-out chimico avviene all'interno della fase adronica
    - ✓ ***Lunga fase adronica dopo la transizione di fase?***
    - ✓ ***Il sistema non raggiunge mai il "phase boundary" ?***



- Caso 2: (T,μ_B) al di sopra del "phase boundary "
  - ⇨ Errore nel modello di adronizzazione statistica
    - ✓ ***Cade l'ipotesi del gas di adroni e risonanze***
  - ⇨ Errore nel calcolo del "phase boundary" in Lattice QCD



- Caso 3: (T,μ_B) molto vicini al "phase boundary "
  - ⇨ Rapido freeze-out chimico immediatamente dopo la transizione di fase ?
  - ⇨ Gli adroni "nascono" in equilibrio chimico e le abbondanze non sono modificate dai successivi rescatterings ?