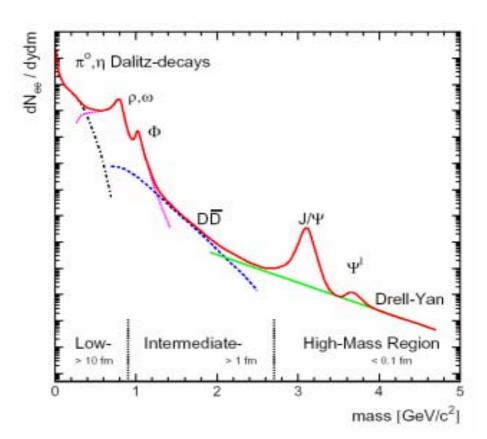
La regione delle "basse masse"





- Lo studio della regione delle "basse masse" permette di investigare fenomeni legati al ripristino della simmetria chirale della QCD
- Differenze concettuali con regione alte masse

- J/ψ
 - Vita lunga (Γ = 93 keV)
 - Decade fuori della zona di reazione
 - QGP influisce su tassi di produzione ma NON sulle caratteristiche spettrali (massa, larghezza)
- ρ (ω , ϕ in misura minore)
 - Vita breve (Γ = 149 MeV)
 - Può decadere in e⁺e⁻ (μ⁺ μ⁻)
 nella zona di reazione
 - QGP influisce direttamente sulle caratteristiche spettrali

QCD e simmetria chirale (1)



Consideriamo la lagrangiana relativa a due sapori di fermioni privi di massa

$$L = i \overline{\psi}_i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi_i$$
 dove j=u,d

- Questa lagrangiana è invariante rispetto a vari tipi di trasformazione
- Consideriamo ad esempio la trasformazione Λ_V $\psi \to e^{-i\frac{\tau}{2}\vec{\Theta}}\psi \approx \left(1-i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}\right)\psi$

dove τ sono le matrici di (iso)spin di Pauli e ψ è un (iso)spinore ψ =(u,d) → rotazione nello spazio di isospin

 $\overline{\psi} \to e^{i\frac{\overline{\tau}}{2}\overline{\Theta}} \overline{\psi} \approx \left(1 + i\frac{\overline{\tau}}{2}\overline{\Theta}\right) \overline{\psi}$ per il campo coniugato Abbiamo

e quindi
$$i\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi \rightarrow i\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - i\overline{\Theta}\left(\overline{\psi}i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\frac{\vec{\tau}}{2}\psi - \overline{\psi}\frac{\vec{\tau}}{2}i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi\right) = i\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi$$

ovvero la lagrangiana è invariante per la trasformazione $\Lambda_{\rm v}$

QCD e simmetria chirale (2)



• Consideriamo ora la trasformazione
$$\Lambda_{\mathsf{A}} \qquad \psi \to e^{-i\gamma_5\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}}\psi \approx \left(1-i\gamma_5\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}\right)\psi$$

• Si ha
$$\overline{\psi} \to e^{-i\gamma_5 \frac{\overline{\tau}}{2} \vec{\Theta}} \overline{\psi} \approx \left(1 - i\gamma_5 \frac{\overline{\tau}}{2} \vec{\Theta} \right) \overline{\psi}$$
 (in quanto $\gamma_0 \gamma_5 = -\gamma_5 \gamma_0$)

e quindi

$$i\,\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi \rightarrow i\,\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - i\vec{\Theta}\bigg(\overline{\psi}i\partial_{\mu}\gamma^{\mu}\gamma_{5}\frac{\vec{\tau}}{2}\psi + \overline{\psi}\gamma_{5}\frac{\vec{\tau}}{2}i\partial_{\mu}\gamma^{\mu}\psi\bigg) = i\,\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi$$

in quanto γ_5 anticommuta con γ_{μ}

• La lagrangiana per fermioni privi di massa è invariante per le trasformazioni $\Lambda_{\rm v}$ e $\Lambda_{\rm A}$



Simmetria chirale

 $(SU(2)_V \times SU(2)_A)$

Correnti (di Noether) conservate

$$V_{\mu}^{a} = \overline{\psi} \gamma_{\mu} \frac{\tau_{a}}{2} \psi$$

$$A_{\mu}^{a} = \overline{\psi} \gamma_{\mu} \gamma_{5} \frac{\tau_{a}}{2} \psi$$

vettoriale

assiale

Trasformazione spinori



$$\psi \rightarrow \left(1 - i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}\right)\psi$$

$$\psi^+ \to \psi^+ \left(1 + i \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta} \right)$$

$$\psi^+ \gamma^0 \rightarrow \psi^+ \left(1 + i \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta} \right) \gamma^0$$

$$\overline{\psi} \to \overline{\psi} \left(1 + i \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta} \right)$$

$$\psi \to \left(1 - i\gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta}\right) \psi$$

$$\psi^+ \to \psi^+ \left(1 + i \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta} \right)$$

$$\psi^+ \gamma^0 \rightarrow \psi^+ \left(1 + i \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta} \right) \gamma^0$$

$$\overline{\psi} \to \overline{\psi} \left(1 - i \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\Theta} \right)$$

QCD e simmetria chirale (3)



 Tuttavia, la lagrangiana della QCD contiene anche dei termini dovuti alla massa dei fermioni, del tipo

$$-m(\overline{\psi}\psi)$$

Questo termine è invariante per trasformazioni del tipo Λ_V , ma NON del tipo Λ_A , in quanto si ha

$$m(\overline{\psi}\psi) \rightarrow m(\overline{\psi}\psi) - 2im\vec{\Theta}\left(\overline{\psi}\frac{\vec{\tau}}{2}\gamma_5\psi\right)$$

(rottura ESPLICITA della simmetria)

- MA le masse dei quark leggeri sono dell' ordine di 5-10 MeV (piccole rispetto a $\Lambda_{\rm OCD} \sim$ 200 MeV)
- Quindi la corrente assiale deve essere almeno parzialmente conservata

Mesoni e campi di quark



 Consideriamo combinazioni dei campi di quark che hanno gli stessi numeri quantici di alcuni mesoni noti

Pione: $\vec{\pi} \equiv i \, \overline{\psi} \, \vec{\tau} \gamma_5 \psi$ (pseudoscalare, J^P=0-)

Sigma: $\sigma \equiv \overline{\psi}\psi$ (scalare, $J^P=0^+$)

Rho: $\vec{\rho}_{\mu} \equiv \overline{\psi} \vec{\tau} \gamma_{\mu} \psi$ (vettore, J^P=1⁻)

 a_1 : $\vec{a}_{1\mu} \equiv \overline{\psi} \vec{\tau} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi$ (pseudovettore, J^P=1+)

(freccia \rightarrow si trasformano come un vettore per rotazioni di isospin, $\mu \rightarrow$ si trasformano come un vettore per trasformazioni di Lorentz)

• Come si trasformano queste particelle per effetto di Λ_{V} e Λ_{A} ?

Trasformazioni $\Lambda_{\rm v}$ sui mesoni



• La trasformazione Λ_V applicata al pione dà:

$$\vec{\pi} \equiv i \, \overline{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi \rightarrow i \, \overline{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + \Theta_j \left(\overline{\psi} \tau_i \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} \psi - \overline{\psi} \frac{\tau_j}{2} \tau_i \gamma_5 \psi \right) =$$

$$= i \, \overline{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + i \Theta_j \varepsilon_{ijk} \overline{\psi} \gamma_5 \tau_k \psi = \vec{\pi} + \vec{\Theta} \times \vec{\pi} \qquad \left(\left[\tau_i, \tau_j \right] = 2i \varepsilon_{ijk} \tau_k \right)$$

ovvero una rotazione nello spazio di isospin La trasformazione $\Lambda_{\rm V}$ è dunque legata all' isospin e la conservazione della corrente vettoriale implica la conservazione dell' isospin nelle interazioni forti

- Per la ρ si ha, similmente $\vec{\rho}_{\mu} \equiv \vec{\rho}_{\mu} + \vec{\Theta} \times \vec{\rho}_{\mu}$
- Cosa accade per trasformazioni di tipo assiale, Λ_A ?

Trasformazioni Λ_A sui mesoni



• Per il pione si ottiene

• Pione e sigma sono ruotati uno nell' altro dall' azione di Λ_{A_i} e così pure

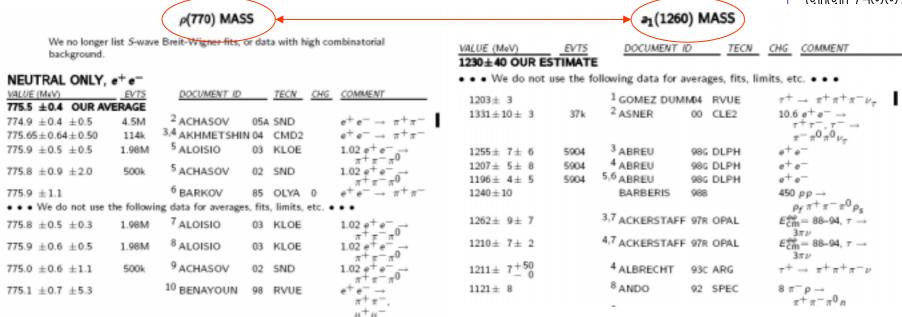
$$\vec{\rho}_{\mu} \equiv \vec{\rho}_{\mu} + \vec{\Theta} \times \vec{a}_{1\mu}$$

Se ci fosse simmetria per trasformazioni Λ_A

→ gli stati che vengono ruotati uno nell' altro da questo operatore dovrebbero avere le stesse masse. È così?

ρ vs a_1



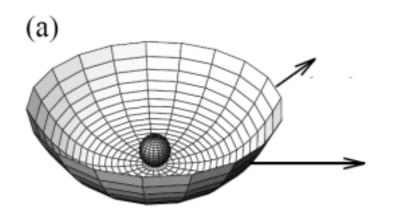


- Le masse sono MOLTO diverse
- Questa forte differenza può essere dovuta ai piccoli termini di massa nella lagrangiana (m_{u,d}) che violano esplicitamente la simmetria chirale ?
 → poco probabile

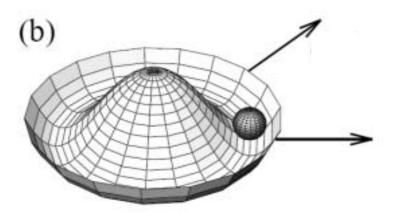
Soluzione: rottura spontanea della simmetria chirale

Rottura spontanea simmetria





Simmetria rotazionale di potenziale E stato fondamentale



Simmetria spontaneamente rotta scegliendo lo stato fondamentale

 La simmetria dell' Hamiltoniana non è realizzata nello stato fondamentale

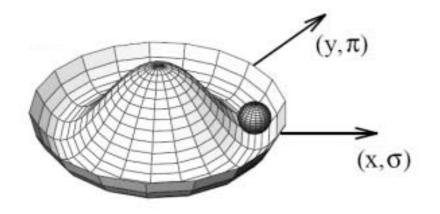
 Alcuni effetti della simmetria sono ancora presenti

> Muovere la palla nella valle NON COSTA energia (eccitazioni rotazionali)

Muovere la palla perpendicolarmente alla valle COSTA energia (eccitazioni radiali)

Analogia con QCD





- Supponiamo che le coordinate x e y rappresentino i campi σ e π
- Le rotazioni spaziali sono l' analogo della trasformazione Λ_A (che ruota π in σ)
- Lo stato fondamentale non si trova in $\sigma = \pi = 0$, dunque uno dei campi deve avere un valore non nullo
- \rightarrow Possibile solo per il campo σ che ha i numeri quantici del vuoto, ovvero

$$\langle q\overline{q}\rangle \neq 0$$
 (quark condensate non nullo)

• L' eccitazione del campo pionico corrisponde a piccole "rotazioni" attorno allo stato fondamentale, che non costano energia \Rightarrow $m_{\pi} = 0$

Altre conseguenze



- Il pione in realtà non è privo di massa. Perchè ?
 Questo accade in quanto esiste una (piccola) rottura esplicita di simmetria, dovuta alla presenza del termine di massa dei quark
- Cosa accade alle masse nel settore dei mesoni vettori?
 Si ottiene (con una derivazione non banale)

$$m_{a_1} = \sqrt{2}m_{\rho}$$

in buon accordo con i dati sperimentali

- Cosa accade ad alte temperature/densità? Ci si aspetta di avere $\langle q \overline{q} \rangle \! \to \! 0$ (ripristino simmetria chirale)
- Conseguenza: $m_{\pi} = m_{\sigma}$, $m_{\rho} = m_{a1}$ (degenerazione masse) Il pione non è più un bosone di Goldstone
- Tutto ciò non accade se il ripristino della simmetria avviene a T_c, in quanto al di là di tale temperatura non esistono più adroni

Dipendenza del quark condensate da T

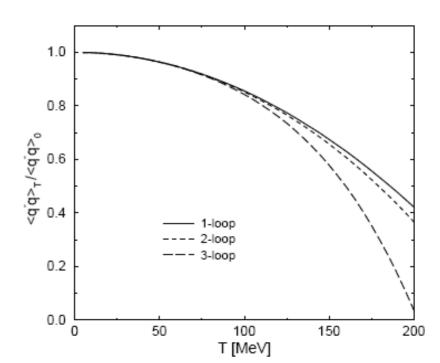


 Risultati di questo genere possono essere ottenuti nell'ambito della cosiddetta chiral perturbation theory (espansione in serie di Taylor delle ampiezze di scattering in termini di massa e momento dei pioni) che dà una evoluzione con T di questo genere

$$\frac{\left\langle q\overline{q}\right\rangle_{T}}{\left\langle q\overline{q}\right\rangle_{0}} = 1 - c_{1}\left(\frac{T^{2}}{8f_{\pi}^{2}}\right) - c_{2}\left(\frac{T^{2}}{8f_{\pi}^{2}}\right)^{2} - c_{3}\left(\frac{T^{2}}{8f_{\pi}^{2}}\right)^{3}\log\left(\frac{\Lambda_{q}}{T}\right)$$

Con
$$c_1 = \frac{2}{3} \frac{N_f^2 - 1}{N_f}$$
, $c_2 = \frac{2}{9} \frac{N_f^2 - 1}{N_f}$, $c_3 = \frac{8}{27} (N_f^2 + 1) N_f$
 $\Lambda_q = 470 \pm 110 \ MeV$, $f_{\pi} = 93 \ MeV$

Anche a temperature vicine a T_c
 (150-200 MeV) il quark condensate
 è ancora significativo



Dipendenza del quark condensate da ρ



Vale la formula (approssimata)

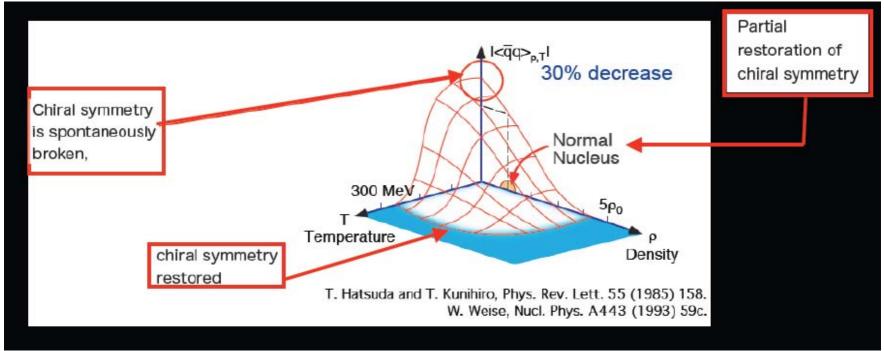
$$\langle q\overline{q}\rangle_{\rho} = \langle q\overline{q}\rangle_{0} \left(1 - 0.35 \frac{\rho}{\rho_{0}}\right)$$

dove ρ₀ è la densità della materia nucleare ordinaria

- Quindi eventuali modifiche delle proprietà degli adroni dovute alla decrescita del quark codensate dovrebbero essere già visibili per densità pari a quella della materia nucleare
- Inoltre, abbiamo visto che in collisioni di ioni pesanti, si raggiungono maggiori densità barioniche a (relativamente) bassa energia, quando si ha stopping (parziale) dei barioni originati da proiettile/bersaglio

Rottura simmetria chirale





- Come studiare sperimentalmente le modificazioni di $\langle q\overline{q}\rangle$?
- Produzione di mesoni vettori in interazioni
 - γA , pA \rightarrow materia nucleare "fredda" (T=0, $\rho = \rho_0$)
 - AA → materia nucleare "calda"
- Ci si aspettano effetti più marcati in A-A
- Tuttavia interpretazione più difficile (mesoni emessi lungo tutta la durata della collisione, e dunque in condizioni variabili di $T \in \rho$)

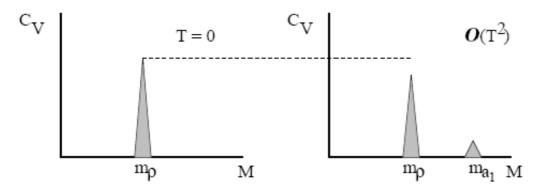
Modifiche proprietà mesoni vettori



- La teoria studia l' evoluzione con T delle funzioni di correlazione vettoriali e assiali (la cui parte immaginaria è direttamente legata alla produzione di coppie di leptoni)
- Risultato principale (all' ordine T²): si ha un mixing delle funzioni di correlazione C_V, C_Δ

$$C_V(T) = (1 - \varepsilon)C_V(T = 0) + \varepsilon C_A(T = 0)$$
 con $\varepsilon = \frac{T^2}{6f_\pi^2}$

i.e. mixing ρ-a₁

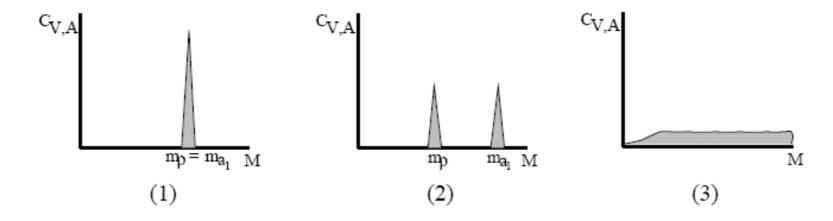


Cosa accade a temperature elevate (dell' ordine di T_c) ?

Modifiche vicino a T_c



Quando T~T_c le previsioni diventano fortemente model-dependent



- 1) La massa della ρ e della a_1 diventano identiche, senza però che sia possibile determinare univocamente il loro valore
- 2) Mixing completo dei due stati (formula precedente con ϵ =1/2), con due picchi simili alle rispettive masse (modulati da fattori di Boltzmann)
- 3) Smearing completo delle risonanze

La disponibilità di dati accurati diventa fondamentale!

Modelli teorici più in voga

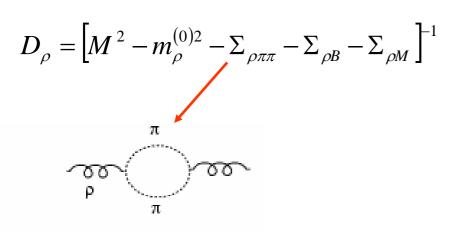


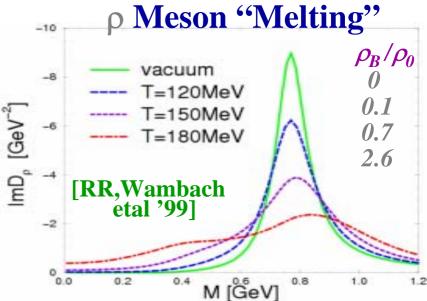
 Brown-Rho scaling: masse dei mesoni (e di tutti gli adroni eccetto i pioni) direttamente legate al valore del quark condensate

$$rac{m_{\sigma}^*}{m_{\sigma}} pprox rac{m_{
ho}^*}{m_{
ho}} pprox rac{m_N^*}{m_N} pprox rac{\left\langle q\overline{q}
ight
angle^*}{\left\langle q\overline{q}
ight
angle}$$

Prevede diminuzione del valore delle masse

- Rapp-Wambach broadening scenario
- Di tipo adronico, con lagrangiana effettiva che descrive l' interazione ρ -adrone; calcolo del propagatore della ρ nel mezzo, da cui si estraggono informazionisu massa e larghezza

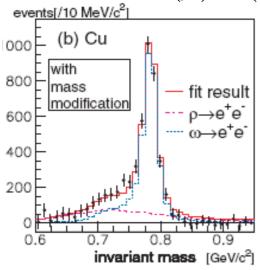




Esperimenti p-A e γ-A

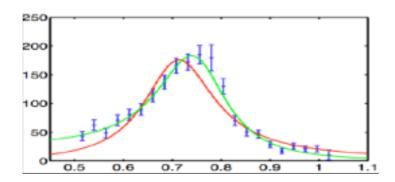


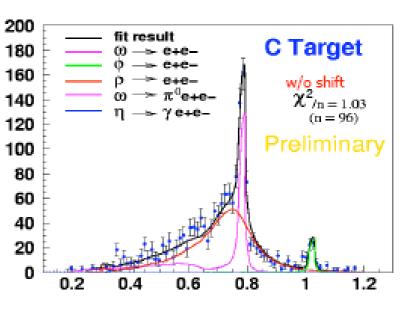
- Interpretazione dei risultati non del tutto chiara
- Alcuni esperimenti (E325@KEK, p-A a 12 GeV) riportano modifiche della ρ
- Assumendo $m(\rho)/m(0)=1-k(\rho-\rho_0)$ si ricava k=0.092



 Tecnica di sottrazione del fondo questionabile Si calcola la forma dello spettro di massa (event mixing) ma la normalizzazione è un parametro libero del fit

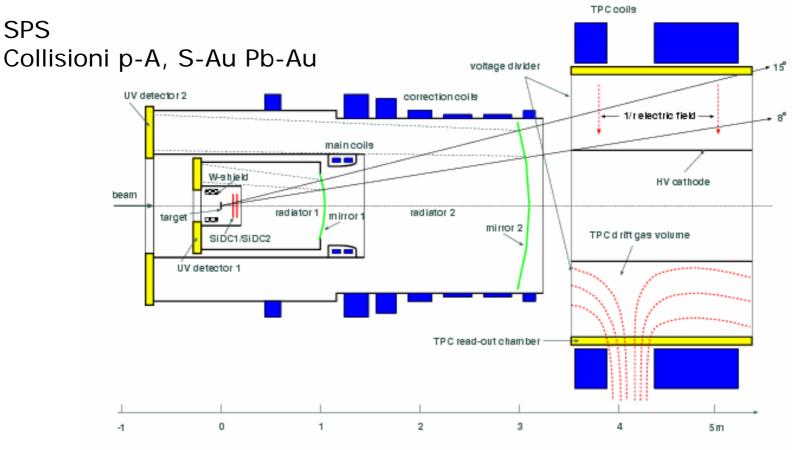
 Altri esperimenti non osservano modifiche (E01-112 @ JLAB, γ-A a 0.6-3.8 GeV)





Collisioni nucleari - CERES

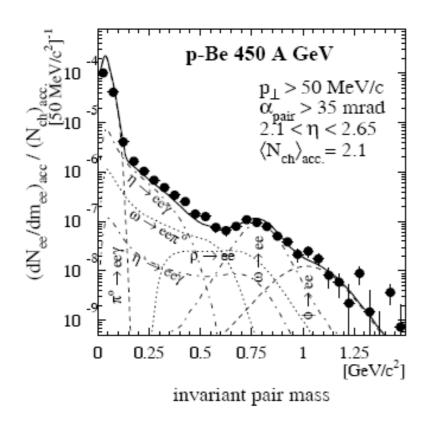


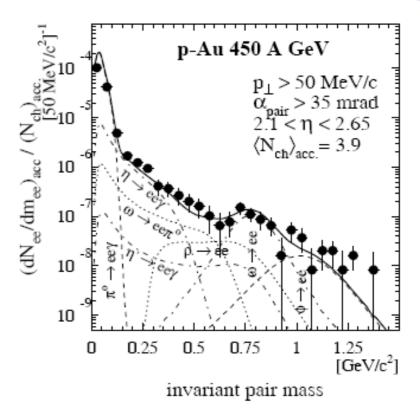


- Studio produzione coppie e⁺e⁻
- Buona accettanza a basse masse e basso impulso trasverso (essenziale, le modifiche dello spettro dei mesoni vettori arricchiscono essenzialmente la zona a basso p_T)

Collisioni protone-nucleo a 450 GeV



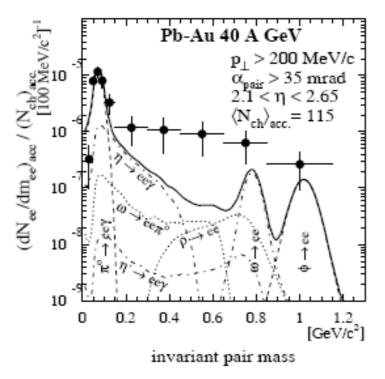


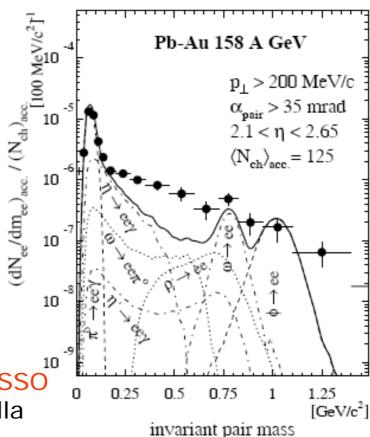


- La sovrapposizione degli spettri dovuti a sorgenti note (SENZA modifiche dovute al mezzo nucleare, cocktail adronico) permette di riprodurre i dati misurati con buona accuratezza
- Cosa accade in collisioni nucleo-nucleo?

Collisioni Pb-Au







- In collisioni Pb-Au compare un ECCESSO di coppie di elettroni, concentrato nella zona delle basse masse
- Stiamo osservando una modifica della ρ ? Shift in massa o allargamento ?
- L' effetto è più importante a bassa energia (densità maggiore...)

Dati/sorgenti note

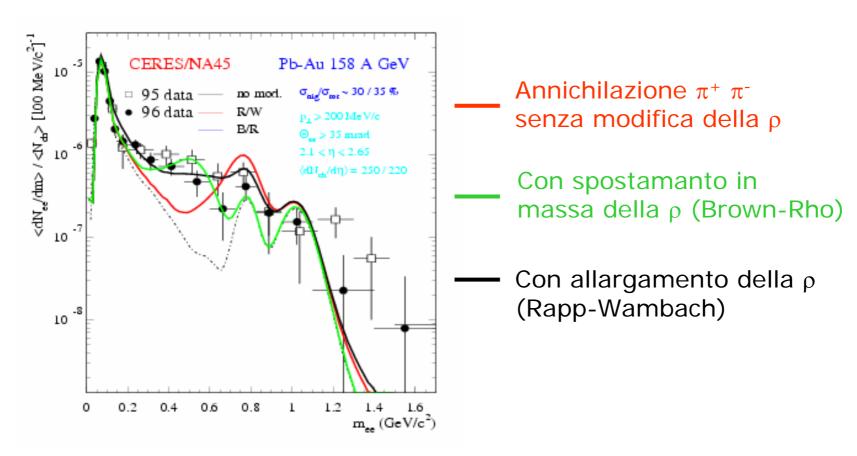


 4.5 ± 1.2 a 40 GeV, 2.7 ± 0.4 a 158 GeV

Possibile interpretazione



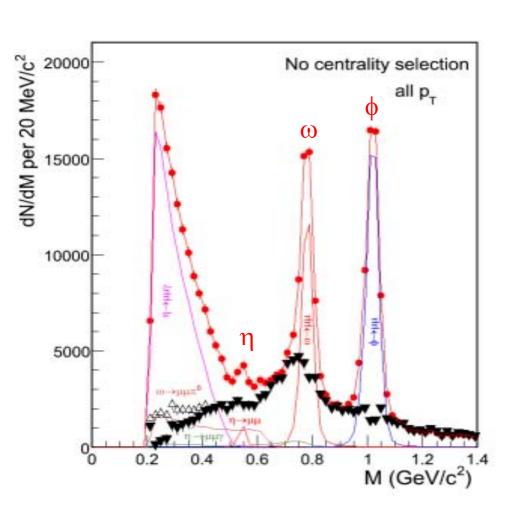
• Purtroppo l' interpretazione dei risultati dell' esperimento CERES risente della mediocre risoluzione in massa



 Conseguenza: non si può discriminare tra i due scenari proposti dalla teoria (shift in massa o allargamento)

NA60: migliore risoluzione e statistica

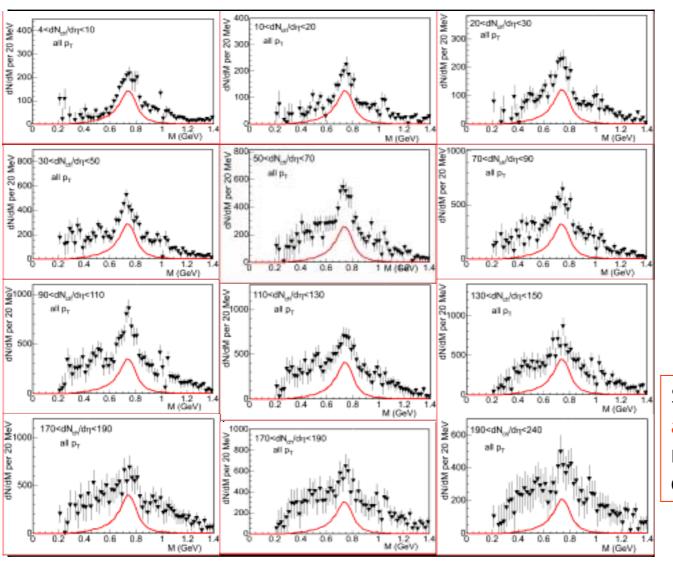




- Grazie ad una risoluzione in massa di circa 20 MeV per le risonanze è possibile
- Valutare con precisione il loro contributo
- 2) Sottrarlo dallo spettro di massa (insieme a quello dei decadimenti Dalitz)
- 3) Individuare lo spettro relativo alla ρ e studiarne le eventuali modifiche

Analisi in funzione della centralità





12 bin di centralità

Paragone datispettro atteso

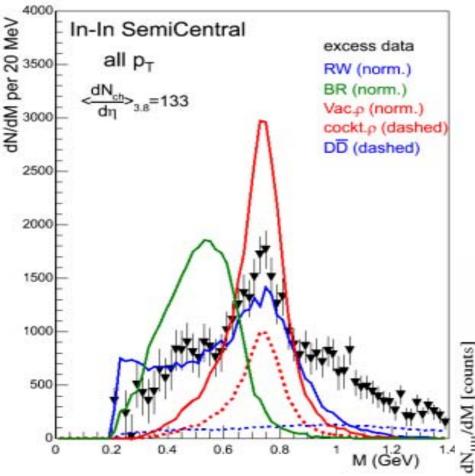


Si osserva un allargamento della ρ ma il valore centrale di massa non si sposta

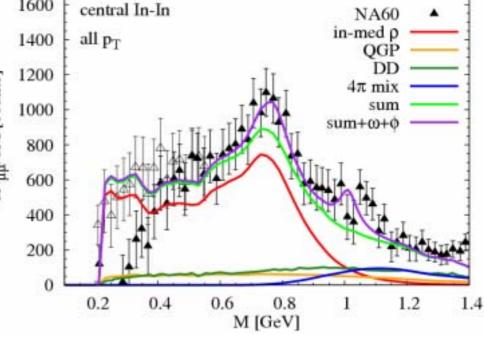
Paragone con la teoria

1600





- Il meccanismo di scaling di Brown-Rho è escluso dai dati di NA60
- Buon accordo con il modello di allargamento alla Rapp-Wambach



 L' apparente disaccordo a m> 1 GeV può essere sanato introducendo contributi dovuti a interazioni a 4 pioni, sensibili

al mixing ρ -a₁ (e quindi al ripristino della simmetria chirale)

In sintesi....



- La simmetria chirale è presente nella lagrangiana di QCD, a parte i termini (piccoli) legati alla massa dei quark
- Tuttavia si osservano violazioni forti di tale simmetria, ad esempio nel fatto che le masse degli adroni vettori e isovettori sono molto diverse
- La soluzione è che si ha una rottura spontanea della simmetria chirale che porta ad avere, nel vuoto un valore del condensato di quark ≠ 0
- Ad alta_temperatura (e densità) la simmetria viene ripristinata e si ha $\langle q\bar{q} \rangle = 0$
- Il ripristino della simmetria porta ad effetti sui mesoni vettori (masse, larghezze...)
- Interazioni p-nucleo e γ-nucleo forniscono segnali non ancora univoci
- Collisioni nucleo-nucleo ultrarelativistiche hanno mostrato effetti molto forti sulla larghezza della ρ (non sulla massa), legati probabilmente al ripristino della simmetria chirale nella regione prossima a T_c