Bersaglio fisso vs collider

FNAE a.a. 2007

- Superiorità del collider per quanto riguarda il $\sqrt{s}$ che si può ottenere
- Tuttavia in esperimenti a bersaglio fisso si ottengono con più facilità luminosità molto elevate, che compensano le sezioni d' urto più piccole che si hanno a $\sqrt{s}$ più basso
- Esempio (con numeri realistici): reazione $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$
- Esperimento: NA50 all' SPS del CERN
  - Fascio di Pb a 158 GeV/nucleone su bersaglio (fisso) di Pb
    - Intensità I_0 = 10^7 Pb/s
    - Durata burst t_b = 5 s
    - n_b = 3 burst/min
  - Bersaglio: 7 bersagli di Pb (spessore totale 1 cm)
- Quante J/ψ si possono produrre in un mese di presa dati ?

$$N_{J/\psi} = \sigma_{J/\psi} \cdot A \cdot L$$

Luminosità

Accettanza

Bersaglio fisso (1)

FNAE a.a. 2007

- La dipendenza da $\sqrt{s}$ della sezione d' urto di produzione è data, in prima approssimazione, dalla formula (empirica) di Schuler

$$\sigma^{pp\to J/\psi X}(s, x_F \geq 0) = \sigma_0 \left(1 - \frac{M_{J/\psi}}{\sqrt{s}}\right)^n$$

$\sigma_0 = 638 \pm 104$ nb
$n = 12.0 \pm 0.9$

- A 158 GeV (laboratorio), si ha $\sqrt{s} = 2m_N \cdot (E + m_N) = 17.2$ GeV

- Dunque $\sigma^{pp\to J/\psi X} = 638 \cdot \left(1 - \frac{3.1}{17.2}\right)^{12.0} nb$ = 58.8 nb ($\times B_{\mu\mu}$ = 3.48 nb)

- La luminosità integrata sul tempo , a bersaglio fisso, è data da $L = N_p \cdot N_t$

$N_p = I_0 \cdot t_b \cdot N_b \cdot$ (numero di minuti in 1 mese) $= 10^7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot (60 \cdot 24 \cdot 30)$

$= 6.5 \cdot 10^{12}$ Se $\varepsilon_{SPS} = 0.7$ $N_p = 4.5 \cdot 10^{12}$

Bersaglio fisso (2)

- N_t è il numero di bersagli per unità di superficie

$$N_t = N_A \cdot \frac{\rho_{Pb}}{A_{Pb}} \cdot l_t = 6.022 \cdot 10^{23} \cdot \frac{11.35}{208} \cdot 1 = 3.3 \cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-2}$$

- Dunque $L = 4.5 \cdot 10^{12} \cdot 3.3 \cdot 10^{22} = 1.5 \cdot 10^{35}\ \mathrm{cm}^{-2}$

- Mettendo insieme le varie quantità (e assumendo accettanza 100%)

$$N_{J/\psi} = \sigma_{J/\psi} \cdot L \cdot A = 3.48 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-24} \cdot (208)^2 \cdot 1.5 \cdot 10^{35} \cdot 1 = 2.2 \cdot 10^{7}$$

$\downarrow$ $\mathrm{cm}^2/\mathrm{barn}$ $\quad$ $\downarrow$ A^2_{Pb}

(i valori tipici di accettanza sono intorno a 0.01)

Quale statistica possiamo ottenere ad un collider ?

Collider

- Un collider come RHIC opera a $\sqrt{s}$ = 200 GeV/nucleone ($\sim 13 \cdot \sqrt{s}_{SPS}$)

- La luminosità tipica è $L = 2 \cdot 10^{26}\ cm^{-2}\ s^{-1}$ (ioni Au)

- A questa energia si ha $\sigma_{J/\psi}^{pp}(x_F>0) \sim 80$ nb ($\sim 25 \cdot \sigma_{J/\psi}^{pp}{}_{SPS}$)

- La luminosità integrata è $L = 2 \cdot 10^{26} \cdot 86400 \cdot 30 = 5.2 \cdot 10^{32}\ cm^{-2}$ ($\sim 3.5 \cdot 10^{-3}\ L_{SPS}$)

- Mettendo insieme le varie quantità (e assumendo accettanza 100%)

$$N_{J/\psi} = \sigma_{J/\psi} \cdot L \cdot A = 80 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-24} \cdot (197)^2 \cdot 5.2 \cdot 10^{32} \cdot 1 = 1.6 \cdot 10^6$$

Quindi $N_{J/\psi\ (SPS)} / N_{J/\psi\ (RHIC)} \sim 14$!

(Alcuni) problemi

FNAE a.a. 2007

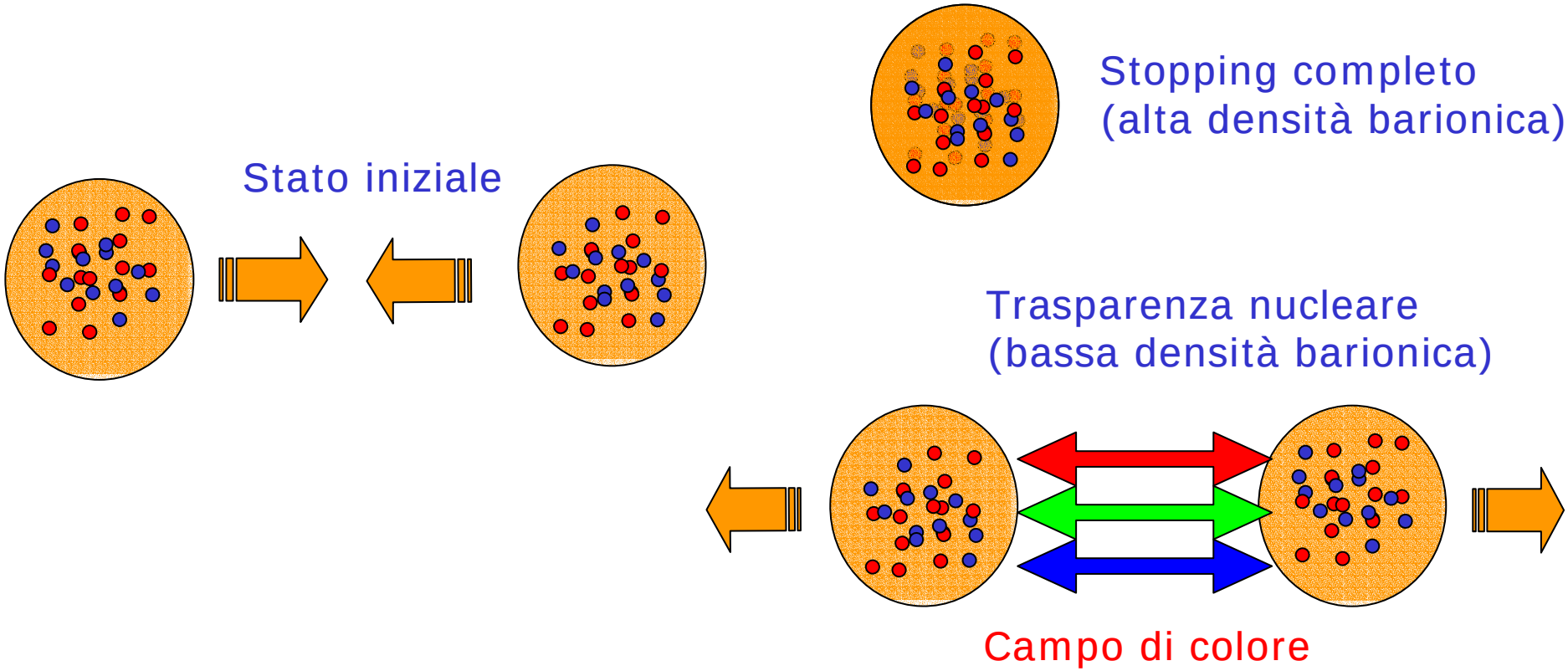
- Come si ottengono fasci di ioni ?

- Qual è l' energia più adatta allo studio della transizione di fase ?

- Nel progettare un esperimento che studia collisioni nucleari, quali sono i parametri critici di cui tenere conto ?

- Anche se si ottiene il QGP, sicuramente non si osserveranno negli esperimenti quark e gluoni liberi ! Le particelle (adroni) che riveleremo nei nostri apparati sono "sensibili" alla fase di QGP ?

Due regimi (asintotici)



- Anticipiamo che i due regimi sono legati all' energia della collisione

- Per essere più quantitativi occorre introdurre alcune variabili cinematiche utili per lo studio di collisioni nucleari (ma non solo !)

Variabili cinematiche

FNAE a.a. 2007

- Consideriamo la semplice reazione $b+a \rightarrow c+X$
- Spesso la particella c può essere considerata come risultante dalla frammentazione della particella b (frammentazione del proiettile)
- Assumendo simmetria azimutale, possiamo scrivere il quadrimomento di c come $(c_0, \mathbf{c}_T, c_z)$, separando parte longitudinale e trasversale
  - Definiamo le quantità

$c_+ = c_0 + c_z$ (forward light-cone momentum)

$c_- = c_0 - c_z$ (backward light-cone momentum)

(c_+ è grande per una particella che viaggia nella direzione del fascio)

Introduciamo la variabile $$x_+ = \frac{c_0 + c_z}{b_0 + b_z}$$

Se c è figlia di b, allora $x_+ < 1$. Inoltre x_+ è un invariante di Lorentz

Invarianza di x_+

Vogliamo passare dal sistema F al sistema F' che si muove con velocità β lungo l' asse z. La trasformazione di Lorentz si scrive come

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_z \end{pmatrix}$$

Quindi si ha

$$c'_0 = \gamma(c_0 - \beta c_z)$$
$$c'_z = \gamma(c_z - \beta c_0)$$
$$c'_+ = c'_0 + c'_z = \gamma(1-\beta)(c_0 + c_z) = \gamma(1-\beta)c_+$$

fattore valido per qualunque particella

E dunque

$$x'_+ = \frac{c'_0 + c'_z}{b'_0 + b'_z} = \frac{\gamma(1-\beta)(c_0 + c_z)}{\gamma(1-\beta)(b_0 + b_z)} = x_+$$

- A energie elevate x_+ è la frazione di momento longitudinale di c rispetto a b

Rapidità

- Un' altra variabile molto utile legata al momento longitudinale è la rapidità y definita come

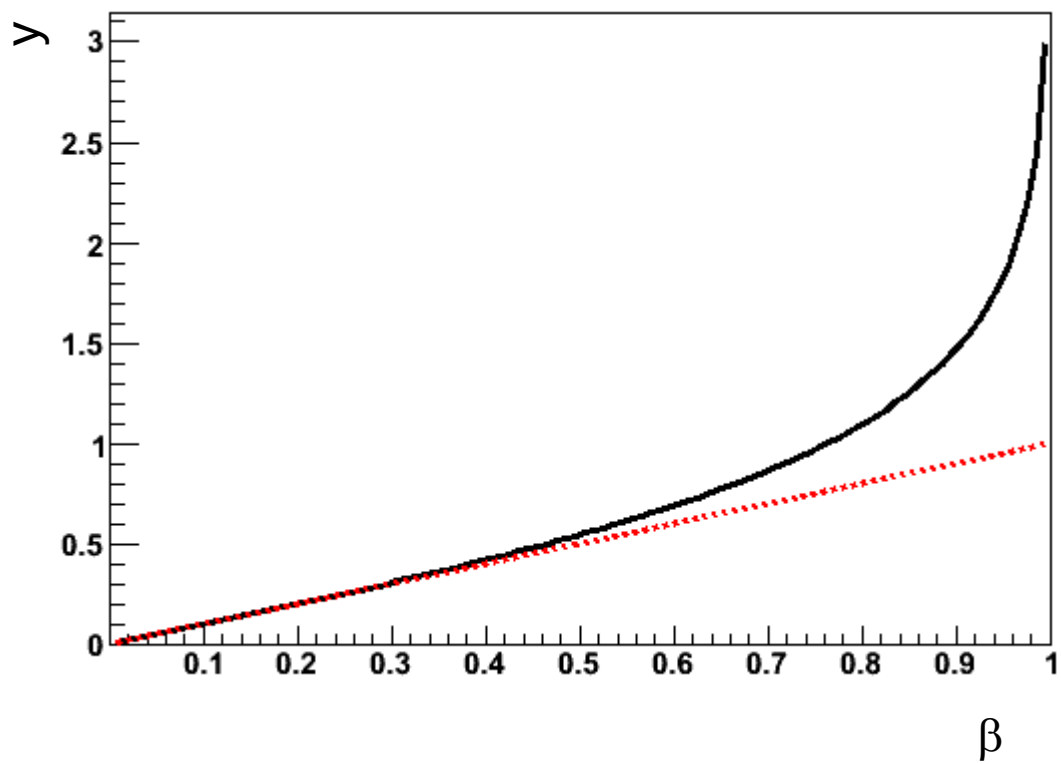
$$y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{p_0 + p_z}{}\right)$$

- Quantità adimensior
  forward light-cone r

- Consideriamo una pa
  Si ha

$$p_0 = \gamma m$$
$$p_z = \gamma\beta m$$

$$y = \frac{1}{2}\ln$$



$\approx \beta$

Rapidità e sistemi di riferimento (1)

FNAE a.a. 2007

- La rapidità NON è invariante per trasformazioni di Lorentz, tuttavia la sua legge di trasformazione è molto semplice

- Nel sistema di riferimento F' si avrà $$y' = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{p'_0 + p'_z}{p'_0 - p'_z}\right)$$

- Ma $$\begin{aligned} p'_0 &= \gamma(p_0 - \beta p_z) \\ p'_z &= \gamma(p_z - \beta p_0) \end{aligned}$$ perciò

$$y' = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\gamma(1-\beta)(p_0 + p_z)}{\gamma(1+\beta)(p_0 - p_z)}\right) = y + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right) = y - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$$

- Si ha quindi, semplicemente, $y' = y - y_\beta$

- Che cos'è y_β ? E' la rapidità che una particella avrebbe nel sistema F, se viaggiasse con la velocità β del sistema in movimento

Rapidità e sistemi di riferimento (2)

FNAE a.a. 2007

- Calcoliamo la rapidità di una particella che si muove lungo l' asse z con velocità β. Abbiamo

$$p_0 = \gamma m \qquad p_z = \gamma\beta m \qquad \text{quindi} \qquad y' = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\gamma m(1+\beta)}{\gamma m(1-\beta)}\right) = y - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) = y_\beta$$

- Nota
- Per una particella libera si ha (mass-shell condition):

$$p^2 = p^\mu p_\mu = p_0^2 - \vec{p}^2 = m^2$$

- In questa relazione i gradi di libertà trasversali e longitudinali non sono separati. Si usa allora riscrivere la relazione come:

$$p_0^2 - p_z^2 = m^2 + p_T^2 = m_T^2$$

dove $p_T = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$ e $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$

Impulso trasverso Massa trasversa

Altre relazioni utili

- Il quadrimomento di una particella sul mass-shell ha in realtà solo tre gradi di libertà. In fisica degli ioni pesanti, per rappresentarli si usano solitamente y e p_T (integrando sulla variabile azimutale)

- Qual è la relazione tra (y, p_T) e (p_0, p_z) ?

- Dalla definizione di rapidità $y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z}\right)$ si ha

$$e^y = \sqrt{\frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z}} \quad e^{-y} = \sqrt{\frac{p_0 - p_z}{p_0 + p_z}}$$

e sommando

$$e^y + e^{-y} = 2\cosh y = \sqrt{\frac{p_0^2 - p_z^2}{(p_0 - p_z)^2}} + \sqrt{\frac{p_0^2 - p_z^2}{(p_0 + p_z)^2}} = \sqrt{p_0^2 - p_z^2}\left(\frac{1}{p_0 - p_z} + \frac{1}{p_0 + p_z}\right) = m_T \frac{2p_0}{m_T^2}$$

da cui $p_0 = m_T \cosh y$ e, similmente $p_z = m_T \sinh y$

Pseudorapidità

- Sperimentalmente, la misura della rapidità richiede l' identificazione della particella in questione, il che non è sempre agevole, o la misura indipendente di due quantità, come p_0 e p_z

- In molti casi, si misura solo l'angolo di emissione delle particelle
  Si definisce allora la pseudorapidità come

$$\eta = -\log\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

- La stessa variabile si può scrivere in funzione dell' impulso, come

$$\eta = \frac{1}{2}\log\left(\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z}\right)$$

...se uno ricorda la formula $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

Si ha infatti $\eta = -\log\left(\sqrt{\frac{1 - p_z/|\vec{p}|}{1 + p_z/|\vec{p}|}}\right) = -\log\left(\sqrt{\frac{|\vec{p}| - p_z}{|\vec{p}| + p_z}}\right)$ ..da cui la formula scritta sopra

Pseudorapidità (2)

- Dalla trasparenza precedente è chiaro che, per particelle relativistiche

$$p_0 \approx |\vec{p}| \Rightarrow \eta \approx y$$

- Si può comunque esprimere η in funzione di y in modo generale
  Partiamo da formule simili a quelle già viste per la rapidità

$$e^{\eta} = \sqrt{\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z}} \qquad e^{-\eta} = \sqrt{\frac{|\vec{p}| - p_z}{|\vec{p}| + p_z}}$$

- Sommandole si ottiene $|\vec{p}| = p_T \cosh\eta$
- E sottraendole $p_z = p \sinh\eta$

- Usando queste relazioni nelle definizioni di y e η si ottiene.....

Pseudorapidità (3)

$|\vec{p}|^2$

$$y = \frac{1}{2}\log\left[\frac{\sqrt{p_T^2\cosh^2\eta + m^2} + p_T\sinh\eta}{\sqrt{p_T^2\cosh^2\eta + m^2} - p_T\sinh\eta}\right]$$

p_z

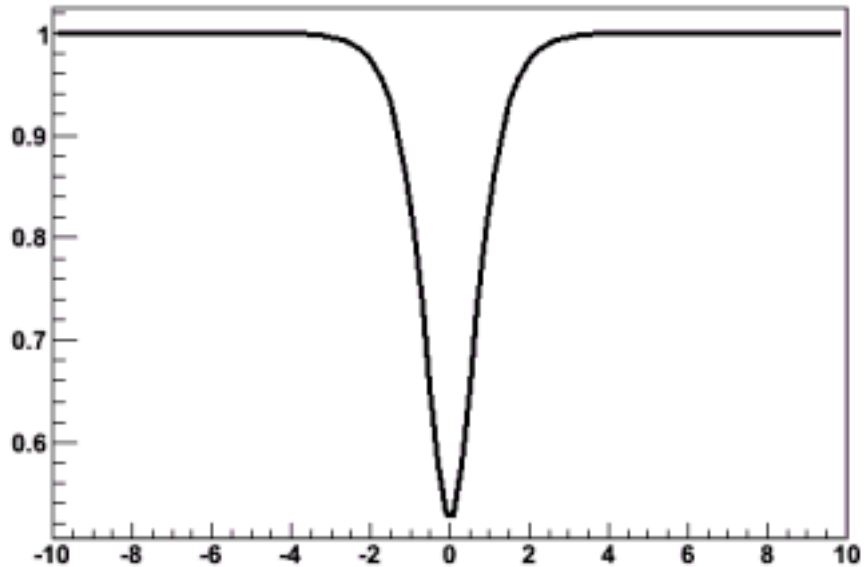
$$\eta = \frac{1}{2}\log\left[\frac{\sqrt{m_T^2\cosh^2 y - m^2} + m_T\sinh y}{\sqrt{m_T^2\cosh^2 y - m^2} - m_T\sinh y}\right]$$

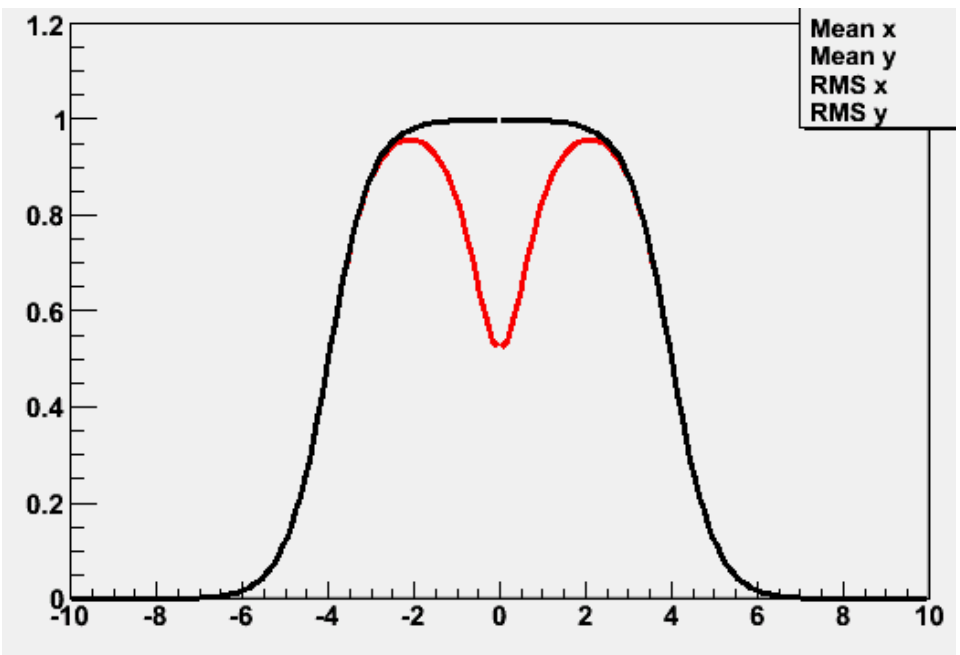
Se si misura una distribuzione inclusiva di particelle, vale la relazione

$$\frac{d^2N}{d\eta dp_T} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{m_T^2\cosh^2 y}}\,\frac{d^2N}{dydp_T}$$

…che prenderemo per buona senza calcolarla esplicitamente
Quali sono le conseguenze di questa relazione?

Distribuzioni di η e y





Consideriamo protoni con massa trasversa attorno a 1.1 GeV/c

La trasformazione da dN/dy a dN/dη deprime la zona vicino a η=0

Una distribuzione di particelle che presenta un plateau in rapidità vicino a y=0 viene distorta se si misura η in luogo di y

Alcuni valori numerici

FNAE a.a. 2007

- Calcoliamo la rapidità di un protone a diverse energie, tipiche degli acceleratori usati per collisioni di ioni pesanti

- Collisione Au-Au all' AGS (14 GeV/nucleone, bersaglio fisso)

$y_{proj} = \sinh^{-1}(14/0.938) = 3.4$ $\quad y_{targ} = 0$ $\quad \Delta y = 3.4$

- Collisione Pb-Pb all' SPS (200 GeV/nucleone, bersaglio fisso)

$y_{proj} = \sinh^{-1}(200/0.938) = 6.1$ $\quad y_{targ} = 0$ $\quad \Delta y = 6.1$

- Collisione Au-Au a RHIC (100 GeV/nucleone, collider)

$y_{proj} = \sinh^{-1}(100/0.938) = 5.4$ $\quad y_{targ} = -5.4$ $\quad \Delta y = 10.8$

- Collisione Pb-Pb all' LHC (2750 GeV/nucleone, collider)

$y_{proj} = \sinh^{-1}(5500/0.938) = 8.7$ $\quad y_{targ} = -8.7$ $\quad \Delta y = 17.4$

Evoluzione dei barioni

FNAE a.a. 2007

- Nelle collisioni nucleo-nucleo una frazione importante dell' energia dei nucleoni incidenti viene utilizzata per produrre particelle (pioni in primis)

- L' energia longitudinale viene convertita in energia di particelle prodotte in prossimità del centro di massa della collisione

- In particolare, nella zona a metà strada tra la rapidità del proiettile e del bersaglio, detta regione di rapidità centrale, viene prodotto il maggior numero di particelle (y=0 nel CMS)

- Che ne è dei barioni che costituiscono proiettile e bersaglio (e il cui numero deve necessariamente essere conservato)?
  Intuitivamente devono essere "rallentati"

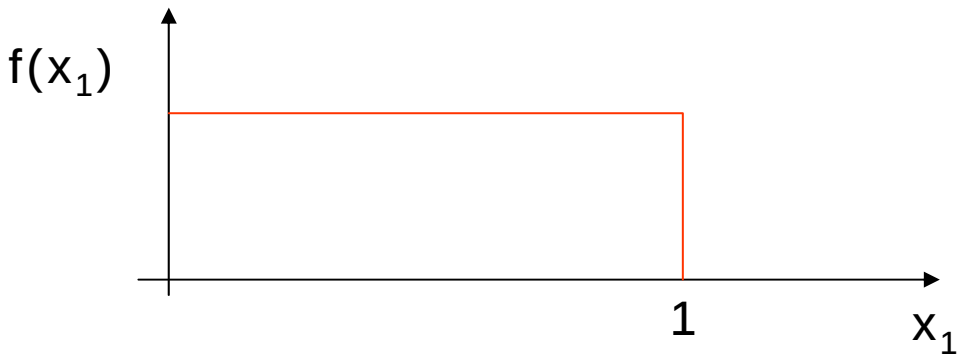
- Come si modifica la loro distribuzione di rapidità?
  Si può vedere con un semplice modello

Collisioni multiple

- Studiamo un barione che effettua una serie di collisioni inelastiche successive. Tipicamente, dopo ognuna di esse perde una frazione del suo light cone momentum

x_i: frazione dopo i collisioni

- Supponiamo che, dopo il primo urto, la distribuzione di probabilità di x_1 sia una costante



Si ha $\langle x_1 \rangle = \frac{1}{2}$ e, dopo n collisioni $\langle x_n \rangle = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Collisioni multiple(2)

- La rapidità è legata a y dalla seguente relazione:

$$x_n = \frac{m_T}{m} e^{y_n - y_B}$$ (dove y_B è la rapidità iniziale → fascio)

- Pertanto $$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{m_T}{m} e^{\langle y_n \rangle - y_B}$$ e, prendendo il logaritmo

$$n \log \frac{1}{2} = \log \frac{m_T}{m} + \langle y_n \rangle - y_B$$

- Questo implica che $\langle y_{n-1} \rangle - \langle y_n \rangle = 1$

- Ovvero il barione perde in media per ogni collisione 1 unità di rapidità. In collisioni nucleone-nucleone (il barione collide 1 volta) si è visto sperimentalmente che $\Delta y = 1$

Collisioni multiple(3)

- Supponiamo ora che il barione stia attraversando un nucleo di Au
  Abbiamo $r_{Au} \sim 7$ fm
- Il libero cammino medio di un nucleone all' interno del nucleo è circa

$$1/(\sigma \times \rho) = 1/(30 \text{ mb} \times 0.17 \text{ fm}^{-3}) = 1/(3 \text{ fm}^2 \times 0.17 \text{ fm}^{-3}) \sim 2 \text{ fm}$$

- In una collisione centrale si possono avere fino a ~ 7 collisioni
- Mediando sul parametro di impatto questo numero si riduce a ~ 4

- Abbiamo visto che la separazione in rapidità di fascio e bersaglio aumenta con l' energia dei fasci incidenti

- Ciò implica che, a bassa energia, dopo l' urto, i barioni siano praticamente "stoppati" nella zona di rapidità centrale (y=0 nel centro di massa)

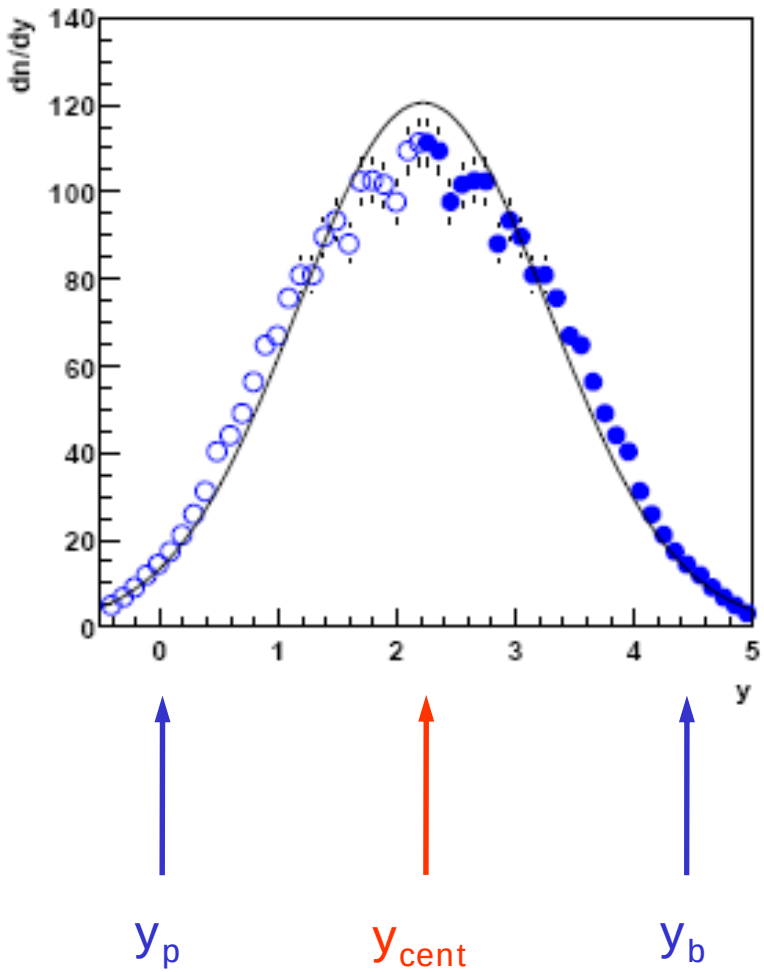
- Ad alta energia, invece, la perdita di rapidità non è sufficiente a "concentrare" i barioni nella zona di rapidità centrale

Alcune distribuzioni di rapidità

- Distribuzione di rapidità π^- in collisioni Pb-Pb a 40 GeV/nucleone, NA49
- Abbiamo visto che

$$p_z = m_T \sinh y$$

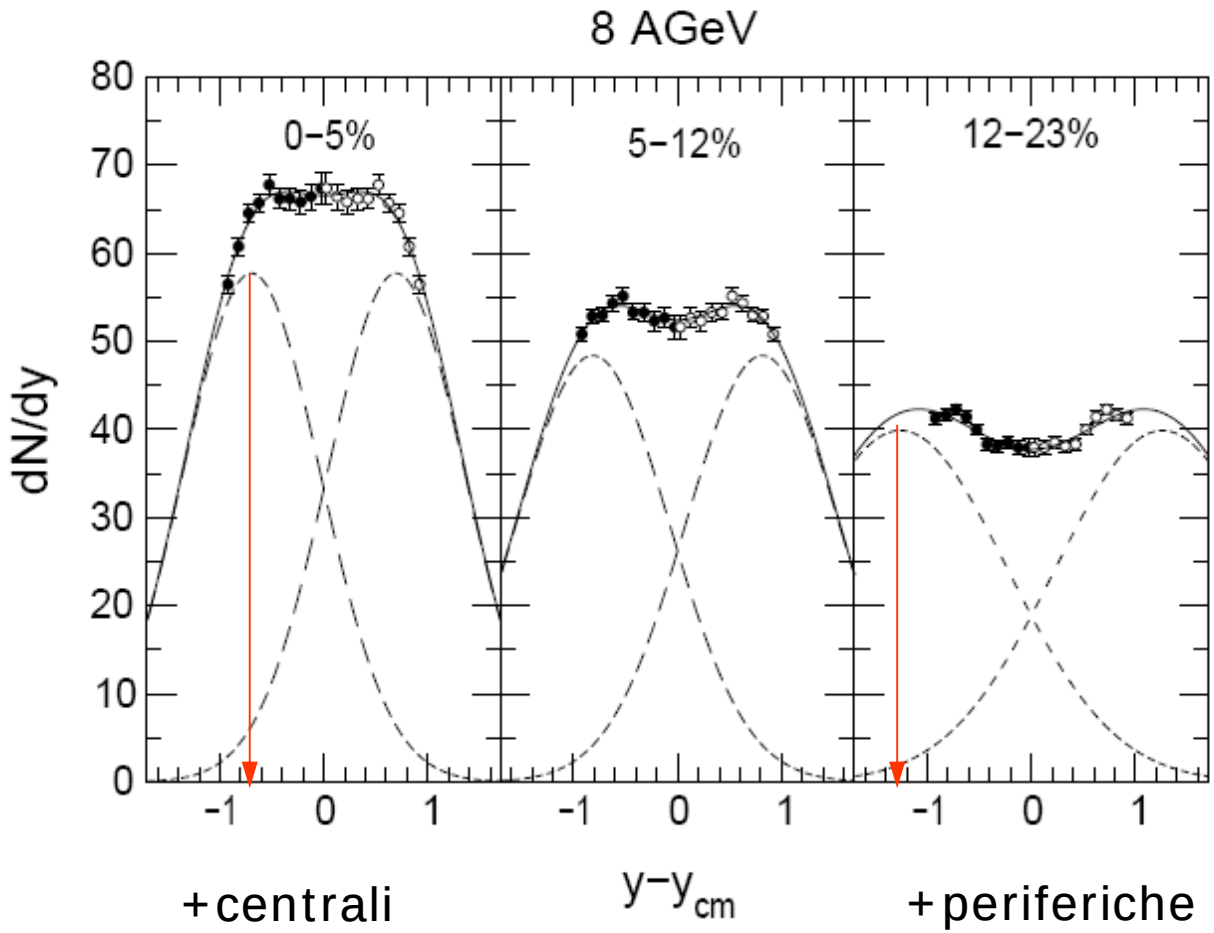
- Dunque
  $y_p = \sinh^{-1}(40/0.938) = 4.44$
  $y_b = 0$
- La rapidità centrale è y=2.22 ed è lì che si osserva un massimo nella produzione di particelle (non solo pioni, anche K e altri mesoni)



- In questo range di energia dN/dy è approssimabile ad una gaussiana

Rapidità dei protoni (1)

E917, AGS



- Collisioni Au-Au a 8 GeV/nucleone

$y_p = 2.84$, $y_b = 0$

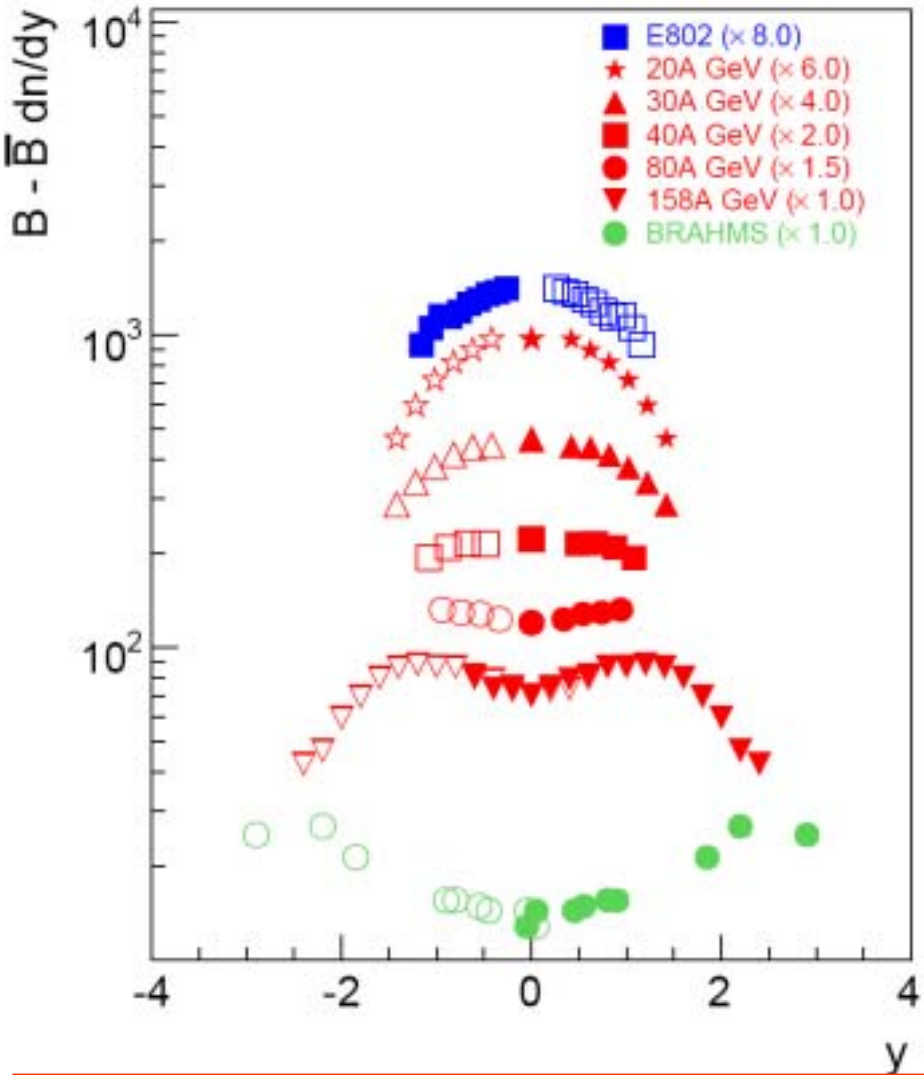
$y_p^{CM} = 1.42$, $y_b^{CM} = -1.42$

- Le distribuzioni sono compatibili con una somma di 2 gaussiane
- Stiamo osservando i protoni del bersaglio e del proiettile (in parte) sovrapposti nella zona di rapidità centrale

Andando da collisioni centrali a periferiche, diminuisce il numero di collisioni subite dai protoni → rapidity shift meno importante

Baryon stopping (non completo)

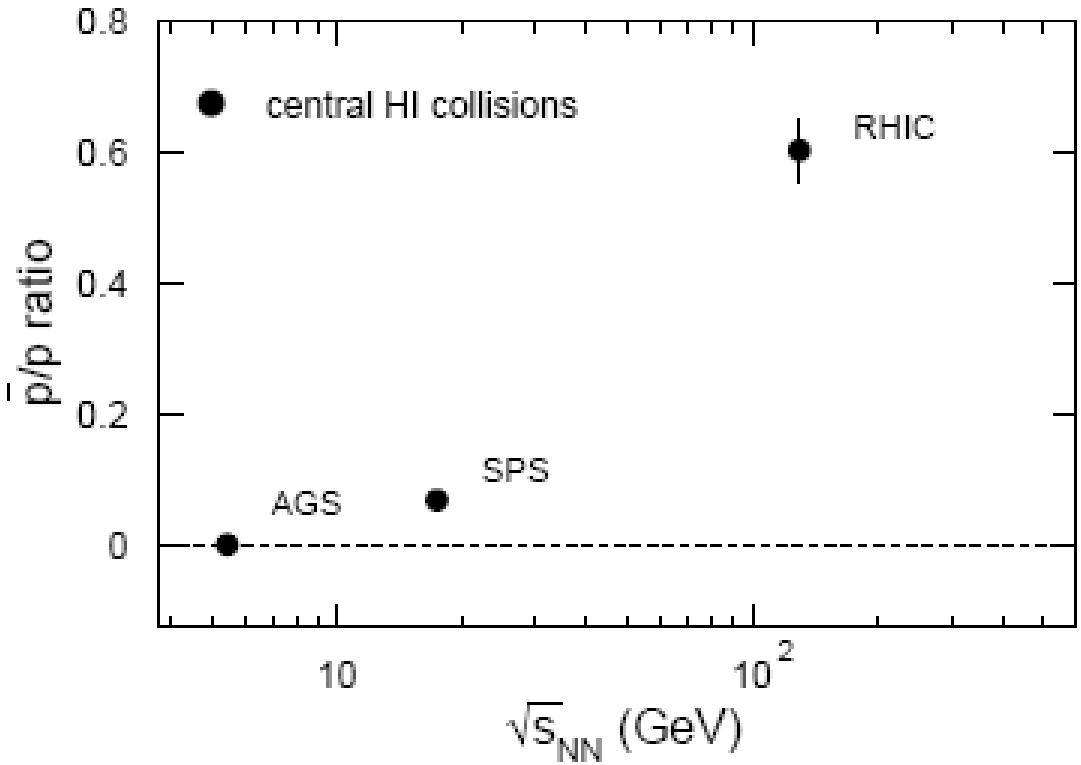
Rapidità dei protoni (2)



- Si possono ovviamente produrre coppie protone-antiprotone (poco probabile a basse energie)
- La differenza B-antiB è legata al numero barionico
- Evidente svuotamento della regione centrale all' aumentare dell' energia del fascio
- AGS, SPS (20-40 GeV) Regione centrale ricca di barioni
- SPS(80-158 GeV), RHIC Regione centrale povera di barioni

Dallo stopping alla trasparenza nucleare !

Rapporto antiprotoni/protoni



- Misure relative alla regione centrale di rapidità

- Se non ci fossero barioni provenienti dalle particelle del fascio si avrebbe pbar/p=1

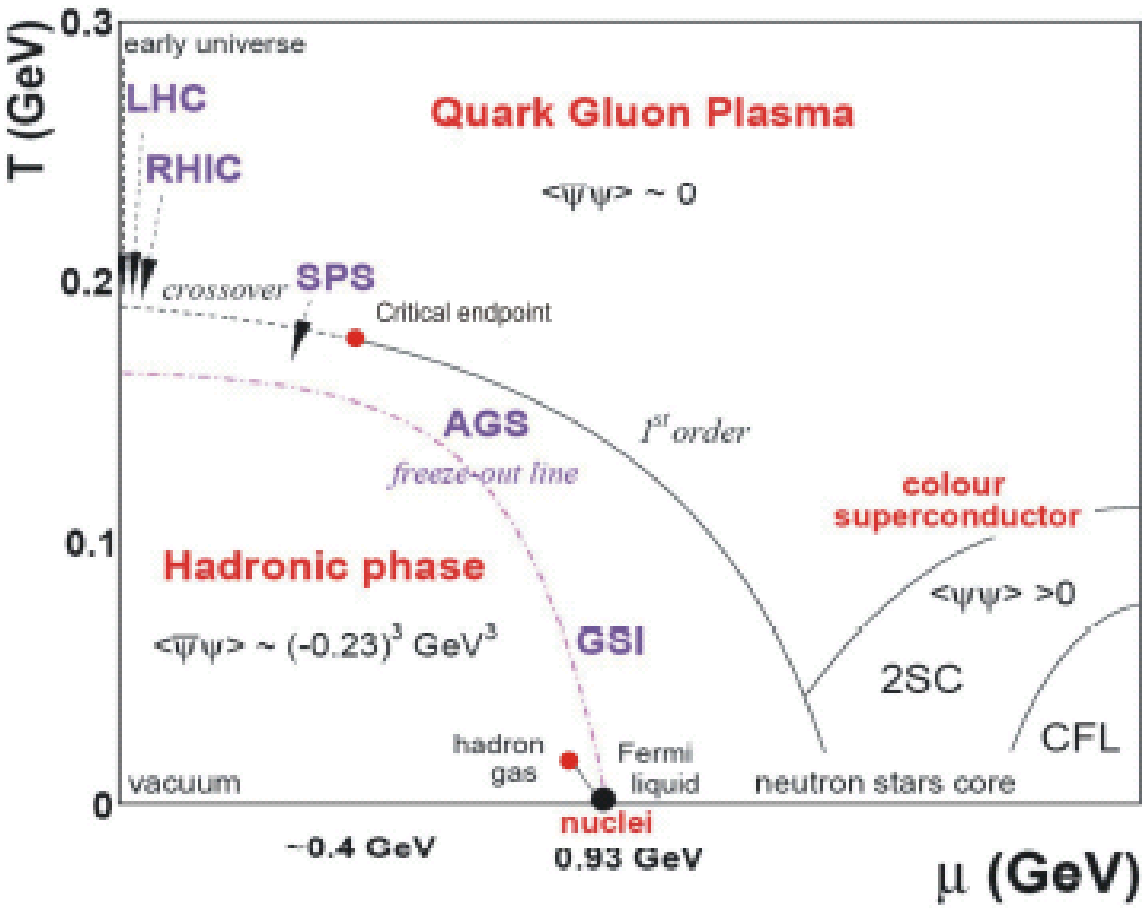
- Il risultato indica che a RHIC una certa frazione del numero barionico viene trasportata dalla rapidità del fascio alla regione centrale

Non siamo ancora in regime di trasparenza...forse a LHC !

Mappatura del diagramma di fase

FNAE a.a. 2007

- Dalle considerazioni svolte, si vede come all' aumentare dell' energia della collisione diminuisca la densità barionica nella zona di reazione



- Esperimenti ad altissima energia (LHC) ricreano condizioni vicine a quelle dell' Universo primordiale

- Come stimare i valori di T e μ_B effettivamente ottenuti ?

Studio tassi di produzione di particelle nell' ambito di modelli statistici

(Alcuni) problemi

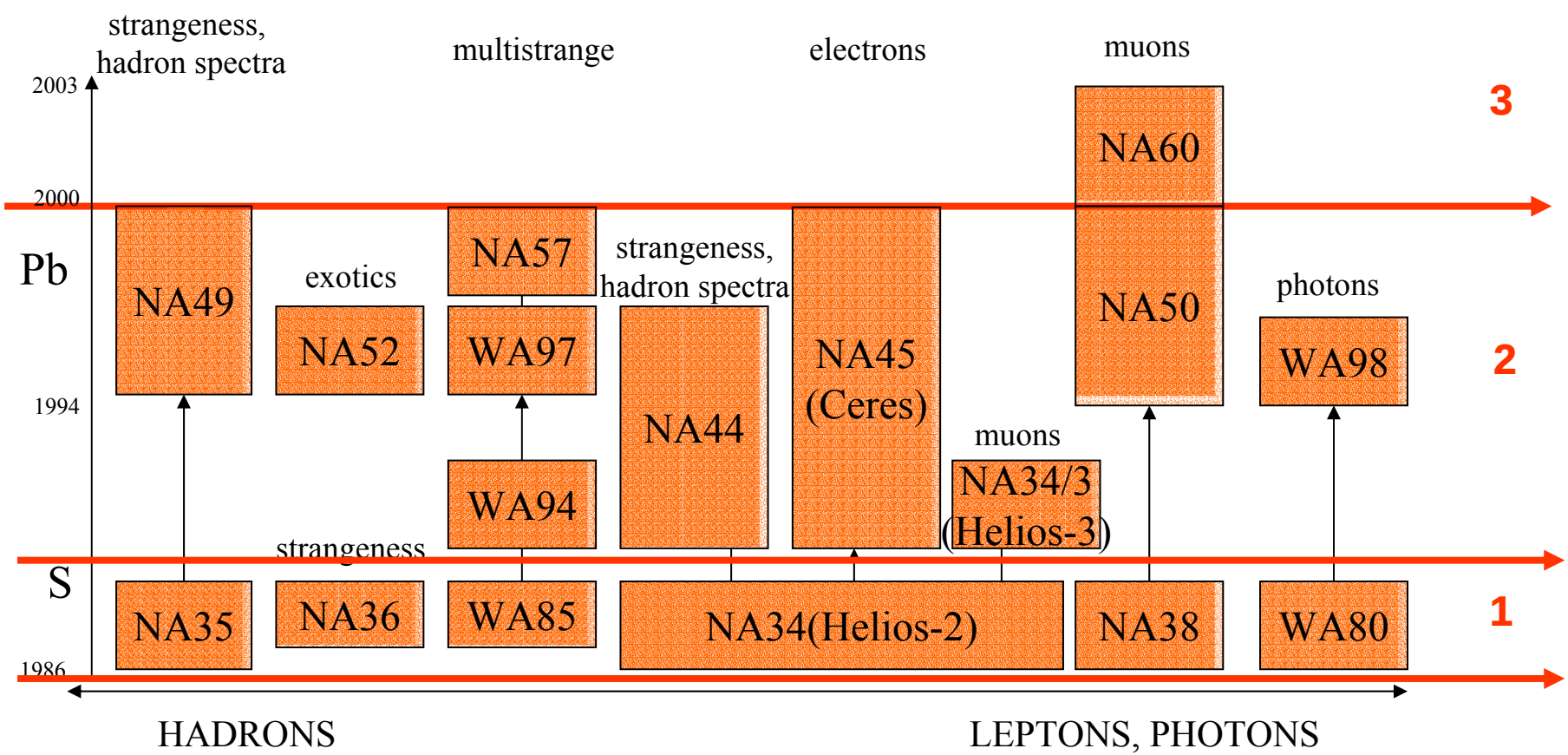
FNAE a.a. 2007

- Come si ottengono fasci di ioni ?

- Qual è l' energia più adatta allo studio della transizione di fase ?

- Nel progettare un esperimento che studia collisioni nucleari, quali sono i parametri critici di cui tenere conto ?

- Anche se si ottiene il QGP, sicuramente non si osserveranno negli esperimenti quark e gluoni liberi ! Le particelle (adroni) che riveleremo nei nostri apparati sono "sensibili" alla fase di QGP ?

“Genealogia” degli esperimenti

- 3 generazioni di esperimenti all’ SPS