

Esercizi proposti

1. Un punto che si muove di moto armonico, con periodo $T = 4.4$ s, si trova al tempo $t = 0$ nella posizione $x(0) = 0.28$ m, con velocità $v(0) = -2.5$ m/s. Scrivere l'equazione del moto e calcolare i valori massimi della velocità e dell'accelerazione.

$$[x = 1.77 \sin(1.43t + 2.98), v_{max} = 2.53 \text{ m/s}, a_{max} = 3.62 \text{ m/s}^2]$$

2. Un punto si muove lungo un asse orizzontale; all'istante $t = 0$ passa nell'origine con velocità v_0 positiva. Per $t > 0$ agisce una forza tale che l'accelerazione del punto vale $a = -kv^2$. Determinare l'espressione a) Della velocità in funzione del tempo b) Della velocità in funzione dello spazio c) Dello spazio in funzione del tempo. Suggerimento per il punto b): ricordare che $adx = (dv/dt)(vdt) = vdv$.

$$[v(t) = v_0/(1+v_0kt), v(x) = v_0e^{-kx}, x(t) = \frac{\ln(1+v_0kt)}{k}]$$

3. Due corpi di masse $m_1 = 0.48$ Kg ed $m_2 = 0.76$ Kg, collegati da un filo, scendono lungo un piano inclinato ($\alpha = 16^\circ$). m_1 precede m_2 . Tra m_1 e il piano non c'è attrito, mentre tra m_2 e il piano c'è attrito. Calcolare che valore deve avere il coefficiente di attrito μ affinché il moto sia uniforme.

$$[0.47]$$

4. Due punti materiali, di masse $m_1 = 8.4$ Kg ed $m_2 = 10$ Kg, sono collegati come in figura 1, con $d_1 = 0.21$ m e $d_2 = 0.16$ m. Il sistema, che sta in un piano orizzontale, ruota con velocità angolare $\omega = 3$ rad/s attorno al punto O. Calcolare le tensioni dei fili.

$$[T_1 = 49.2 \text{ N}, T_2 = 33.3 \text{ N}]$$

5. Un corpo di massa $m = 8$ Kg è fermo al suolo. Esso viene sollevato ad un'altezza $h = 2$ m e acquista una velocità $v = 5$ m/s. Calcolare il lavoro che occorre spendere in questo processo. Si supponga poi che il moto avvenga lungo una guida verticale, contro cui il corpo è premuto da una forza $N = 100$ N, in presenza

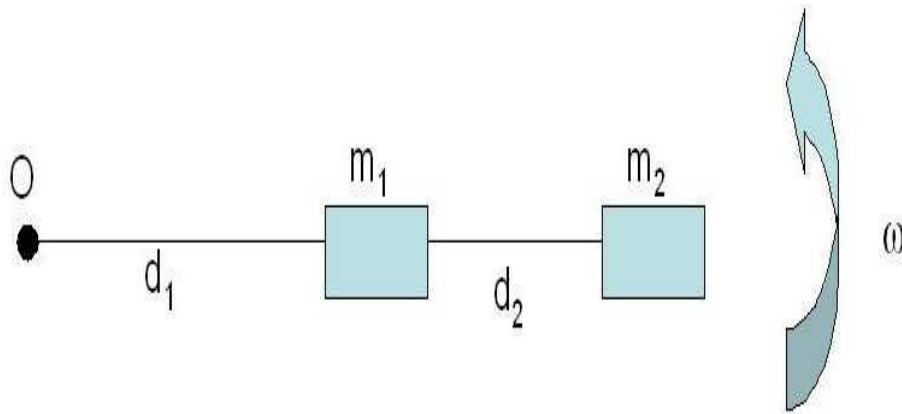


Figure 1:

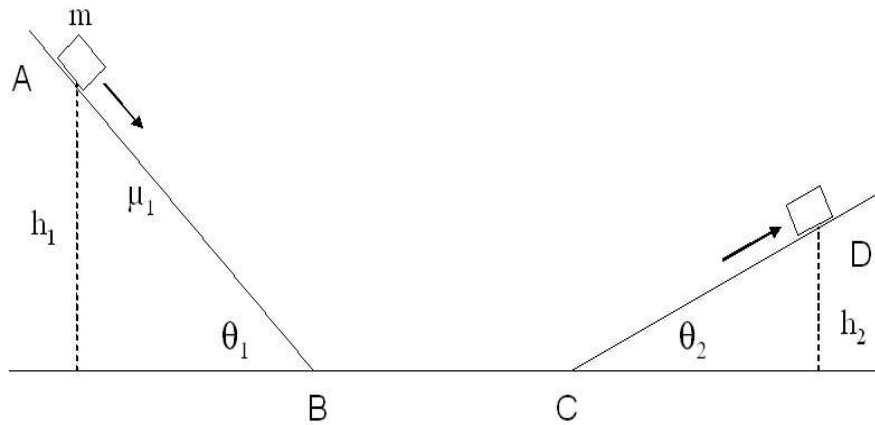


Figure 2:

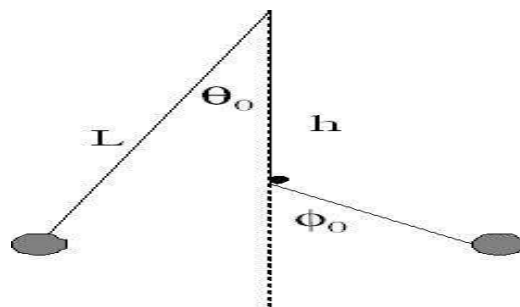


Figure 3:

di un attrito radente con coefficiente $\mu_d = 0.4$. Determinare il lavoro necessario in questo secondo caso, a parità di condizioni finali.

[256.8 J, 336.8 J]

6. Un blocco di massa m viene abbandonato nel punto A di Fig. 2, ad una quota h_1 . Il piano tra A e B è inclinato di un angolo θ_1 e presenta un coefficiente di attrito μ_1 col blocco. Il blocco percorre poi il piano tra B e C e infine risale su un piano inclinato di un angolo θ_2 , fermandosi nel punto D. Dal punto B in poi, non c'è attrito. Calcolare la quota h_2 del punto D, la variazione di energia potenziale ΔU nell'intero processo, l'energia W_d dissipata per attrito.

[$h_2 = h_1(1 - \mu_1/\text{tg}\theta_1)$, $\Delta U = W_d = -mg\mu_1 h_1/\text{tg}\theta_1$]

7. Un pendolo semplice di lunghezza L (Fig. 3) viene abbandonato con velocità nulla dall'angolo θ_0 rispetto alla verticale. Quando passa per la posizione $\theta = 0$, il filo urta un piolo distante h dal punto di sospensione. Dimostrare che la massa raggiunge la stessa altezza che avrebbe raggiunto in assenza del piolo e calcolare l'angolo ϕ_0 .

[La dimostrazione si basa sulla conservazione dell'energia potenziale poiché la tensione non compie lavoro, $\cos\phi_0 = \frac{L\cos\theta_0 - h}{L - h}$]

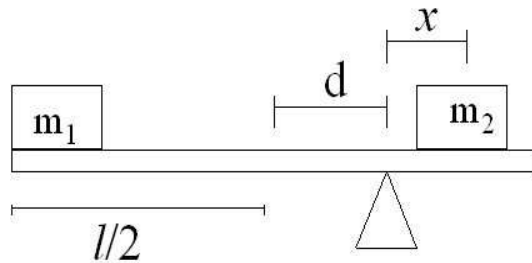


Figure 4:

8. Un insetto di massa $m_1 = 2$ g si trova all'estremo di un bastoncino lungo 27 cm e di massa $m_2 = 10$ g, posto su di un piano orizzontale liscio. L'insetto si muove verso l'altro estremo del bastoncino con velocità rispetto al piano costante, di valore $v_1 = 5$ cm/s. Calcolare il tempo impiegato dall'insetto per raggiungere l'altro estremo.

[4.5 s]

9. Sopra un piano orizzontale liscio sono poste due masse $m_1 = 0.15$ Kg e $m_2 = 0.37$ Kg, a contatto tra loro. Il punto m_1 è attaccato ad una molla di costante elastica k , in condizioni di riposo. Si sposta verso sinistra la massa m_1 , comprimendo la molla di una quantità $x_0 = 12$ cm, mentre m_2 resta ferma. La massa m_1 viene lasciata libera con velocità nulla, ritorna verso m_2 e la urta in modo completamente anelastico. Calcolare lo spostamento massimo verso destra del sistema.

[6.4 cm]

10. Dimostrare che la differenza di energia potenziale gravitazionale di un corpo di massa m tra un punto posto a quota h sulla superficie terrestre e un punto posto sulla superficie terrestre, se h è piccolo rispetto al raggio della Terra, si può approssimare con mgh .

11. Le coordinate polari di un punto di massa m che si muove in un piano variano nel tempo secondo le leggi $r = r_0 e^{-\omega t/(2\pi)}$ e $\theta = \omega t$. Calcolare il momento angolare rispetto all'origine e dire se il moto avviene sotto l'azione di una forza centrale. Suggerimento: ricordare che, in coordinate polari, $\vec{v} = (dr/dt)\vec{u}_r + r(d\theta/dt)\vec{u}_\theta$.

[$L = m\omega r_0^2 e^{-\omega t/\pi}$, la forza non è centrale]

12. Una barra uniforme di massa m_b e lunghezza l supporta due blocchi di masse m_1 e m_2 (Fig. 4). La barra è in equilibrio su di un perno situato a distanza d dal centro della barra. La massa m_1 si trova all'estremo della barra più lontano dal perno. A che distanza x dal perno si trova la massa m_2 ?

[$x = (l/2+d)m_1/m_2 + d m_b/m_2$]

13. Una studentessa siede su uno sgabello rotante tenendo due pesi, uno per mano, ciascuno di 3 kg. Quando le sue braccia sono estese orizzontalmente, i pesi si trovano a 1 m dall'asse di rotazione, e la studentessa ruota con una velocità angolare di 0.75 rad/s. Il momento d'inerzia della studentessa più lo sgabello è di 3 Kg m² e

si assume costante. La studentessa avvicina i pesi orizzontalmente a 0.3 m dall'asse di rotazione. Trovare la nuova velocità angolare ω' della studentessa e calcolare il lavoro W compiuto dalla studentessa per avvicinare i pesi.

$$[\omega' = 1.91 \text{ rad/s}, W = 3.93 \text{ J}]$$

14. Calcolare il momento d'inerzia di un sistema costituito da un'asta omogenea di lunghezza $d = 1 \text{ m}$ e massa $m = 2 \text{ Kg}$, con agli estremi due sfere omogenee di raggio $R = 20 \text{ cm}$ e massa $M = 1 \text{ Kg}$ (i centri delle sfere si trovano sulla retta individuata dall'asta), rispetto ad un asse passante per il centro dell'asta e a questa ortogonale.

$$[1.95 \text{ Kg m}^2]$$

15. Un serbatoio è riempito con acqua e olio. L'acqua giace sul fondo. La densità dell'olio è $\rho_O = 900 \text{ Kg/m}^3$, l'altezza dello strato d'acqua è $h_1 = 1 \text{ m}$, quella dello strato d'olio è $h_2 = 4 \text{ m}$. Determinare la velocità con cui esce inizialmente l'acqua da un piccolo foro sul fondo del serbatoio.

$$[9.5 \text{ m/s}]$$

16. Una sfera di plastica galleggia in acqua con il 50% del suo volume immerso. Questa stessa sfera galleggia in olio con il 40% del suo volume immerso. Determinare le densità dell'olio e della sfera.

$$[\rho_{sfera} = 500 \text{ Kg/m}^3, \rho_{olio} = 1250 \text{ Kg/m}^3]$$

17. Un condotto orizzontale a sezione costante $S = 100 \text{ cm}^2$ ha un gomito a 45° . In esso scorre acqua con portata $Q = 10 \text{ litri/s}$. Calcolare la forza agente sull'acqua.

$$[7.65 \text{ N}]$$

18. Sul fondo di una vasca piena di liquido è praticato un piccolo foro. Dimostrare che, se m è la massa del liquido, dm/dt è proporzionale a $m^{1/2}$.

19. Un blocco di ghiaccio di massa m_1 , alla temperatura di -20° C , si trova all'interno di un contenitore adiabatico. Molto rapidamente vengono immessi nel contenitore un corpo solido di massa 0.4 kg e calore specifico 380 J/kgK , a una temperatura di 60° C , e una massa di 0.8 kg di acqua a una temperatura di 10° C . Si osserva che la temperatura di equilibrio è -3° C . Calcolare il valore di m_1 .

$$[8.9 \text{ kg}]$$

20. Dimostrare che una trasformazione isoterma reversibile non può essere adiabatica.

21. In un cilindro a pareti adiabatiche può scorrere senza attrito un pistone, pure adiabatico. Nello stato iniziale due moli di gas si trovano a un volume V_0 e a una temperatura T_0 . Con una compressione reversibile il gas viene portato a un volume $V_1 = V_0/10$, poi viene aperta una valvola e il gas può espandersi liberamente in V_0 . Il lavoro complessivo vale in modulo $L = 27.7 \text{ kJ}$. Ricordando che l'espansione libera è una trasformazione irreversibile, adiabatica e isoterma, calcolare la temperatura iniziale T_0 e quella finale T_f .

$$[T_0 = 304.9 \text{ K}, T_f = 1415.4 \text{ K}]$$

22. Una mole di gas ideale monoatomico compie un ciclo reversibile formato da una trasformazione isoterma AB, una trasformazione isocora BC e una trasformazione adiabatica CA. Nello stato A, $T_A = 500 \text{ K}$ e $V_A = 10^{-3} \text{ m}^3$. Nello stato C, $V_C = 2V_A$. Calcolare il lavoro svolto dal gas durante ciascuna trasformazione e il rendimento η del ciclo.

$$[L_{AB} = 4796 \text{ J}, L_{BC} = -1538 \text{ J}, L_{CA} = -2307 \text{ J}, \eta = 0.198]$$