

MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

Esercizi, set # 3 - 6 novembre 2008 - consegna e correzione 13 novembre

1. Calcolare la divergenza di $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ e di $j_5^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ per spinori ψ che soddisfano l'equazione libera di Dirac.
2. **Gordon decomposition** Dimostrare che, se $u(p)$ è uno spinore soluzione dell'equazione di Dirac con energia positiva e $p' = p + q$, la corrente vettoriale può essere decomposta come

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} \right] u(p)$$

3. Verificare che gli spinori liberi di Dirac $u^{(r)}(\vec{p})$ e $v^{(r)}(\vec{p})$ soddisfano $u^{(r)\dagger}(\vec{p})v^{(s)}(-\vec{p}) = 0$ e $v^{(r)\dagger}(\vec{p})u^{(s)}(-\vec{p}) = 0$.
4. Verificare che se $\psi_{p,\pm}^{(s)}(x)$ sono onde piane con energia positiva o negativa soluzioni dell'equazione di Dirac si ha $\int d^3x \psi_{p,+}^{(r)\dagger}(x)\psi_{p,-}^{(s)}(x) = 0$.
5. Calcolare il valore medio dell'elicità di un positrone destrorso.
6. Calcolare la corrente di probabilità associata alle onde incidente, riflessa, e trasmessa nel caso di una barriera di potenziale (paradosso di Klein). Verificare che $j_{inc} = j_{rif} + j_{tr}$, cioè la probabilità è conservata, ma che ci sono valori di E e V_0 tali che $j_{rif} > j_{inc}$. Provate a spiegare il paradosso nella teoria del mare di Dirac.
7. Verificare che $\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$ corrisponde alle due equazioni di Maxwell inomogenee.