Fisica degli Sport Lezione 14:

Introduzione al Moto Rotazionale

Aggiornata al 6/5/1999

Analoghi rotazionali di variabili lineari

Il moto di cui abbiamo parlato fino ad ora era per lo più moto di traslazione. Ma molti movimenti nello sport comportano delle rotazioni. Alcuni di essi sono ovvi, come nel caso di un pattinatore artistico che esegue una piroetta. Alcuni sono meno ovvi; per esempio, quando si cammina la gamba può essere considerata come un pendolo che ruota intorno all'anca. In ogni caso, per discutere questi tipi di moto è necessario introdurre i concetti di dinamica rotazionale.

La dinamica rotazionale segue in gran parte dalla dinamica lineare, che conoscete e amate, con un semplice cambio di variabili. Ora invece di prendere nota della posizione x di un oggetto ci concentreremo sul suo angolo di rotazione. Analogamente, la velocità, l'accelerazione e la quantità di moto vengono sostituiti dai loro corrispettivi angolari. Questi cambiamenti sono elencati nella tabella sotto.

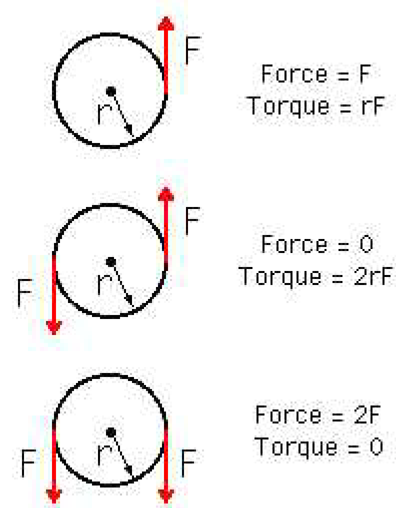
OGGETTO	LINEARE	ROTAZIONALE
Variabili fondamentali:	Posizione (**x**) Velocità (**v** = D**x**/ Dt) Accelerazione (**A** = D**v**/ Dt) Forza (**F**) Massa (m) Quantità di moto (**p** = m**v**)	Angolo (**q**) Velocità angolare (**w** = D**q**/Dt) Accelerazione angolare (**a** = D**w**/Dt) Momento torcente (**t**) Momento di inerzia (I) Momento angolare (**L** = I**w**)
Equazioni cinematiche:	$x(t) = x_o + v_o t + 1/2\ At^2$ $v(t) = v_o + At$ $v^2 = v_o^2 + 2Ax$	$q(t) = q_o + w_o t + 1/2\ at^2$ $\mathbf{w}(t) = \mathbf{w}_o + \mathbf{a}\ t$ $w^2 = w_o^2 + 2aq$
Energia cinetica:	$1/2\ mv^2$	$1/2\ Iw^2$
2ª Legge di Newton:	**F** = m**A** **F** = D**p**/ Dt	**t** = I **a** **t** = D**L**/Dt

Momento torcente e momento di inerzia

Le definizioni della maggior parte delle variabili rotazionali sono immediate. Due di loro, comunque, si distinguono abbastanza dai loro corrispettivi lineari da giustificare un accenno più dettagliato.

La prima di queste variabili è il momento torcente, che è l'analogo rotazionale della forza. Per ottenere un momento torcente è necessario avere un oggetto capace di ruotare intorno ad un asse. Se si applica una forza ad un oggetto in modo tale che l'oggetto tenderà a ruotare, allora il momento torcente causato dalla forza è proporzionale a r*F, dove r è la distanza dall'asse al punto di applicazione della forza, e F è la forza. (A dire il vero, il momento torcente è il prodotto vettoriale **r** x **F**, ma se questo non vuol dire niente per voi non ve ne preoccupate).

Questo significa che se si raddoppia la distanza dall'asse al punto di applicazione della forza, allora raddoppia anche il momento torcente. Questo è il modo in cui funzionano le leve. Nella Lezione 9 abbiamo discusso il vantaggio meccanico delle leve di 1° e 2° genere. Notate adesso che un lungo braccio di applicazione della forza (d_2) darà come risultato un elevato momento torcente. Ingenuamente ci si aspetterebbe che raddoppiando la forza raddoppi anche il momento torcente, e spesso avviene così. Ma c'è un caso particolare quando r = 0. Se la forza viene applicata direttamente all'asse allora non si produce nessun moto rotazionale, non importa quanto sia grande la forza. In tal caso l'oggetto si muove solo linearmente secondo **F** = m **A**. Inoltre bisogna preoccuparsi del modo specifico in cui la forza viene applicata. In generale, si può avere un momento torcente netto quando non c'è una forza netta, una forza netta ma nessun momento torcente netto, o una combinazione dei due. Alcuni esempi di questi tre casi sono mostrati a destra, utilizzando un disco che ruota intorno al suo centro.



Il momento di inerzia è l'analogo rotazionale della massa, cioè rappresenta una misura di quanto sia difficile ruotare qualcosa. Il momento di inerzia dipende dalla distribuzione della massa intorno all'asse di rotazione. Dunque dipende dalla massa, dalla forma dell'oggetto e dalla posizione dell'asse. Lo stesso oggetto può avere diversi momenti di inerzia ruotando intorno ad assi diversi. E' chiaro quindi che esiste una differenza fondamentale tra il momento di inerzia e la massa: la massa è una proprietà intrinseca della materia (cioè non è una funzione della forma o della posizione), invece il momento di inerzia non lo è. Il momento di inerzia di un oggetto può cambiare di situazione in situazione, mentre la sua massa rimane costante.

Il momento di inerzia di un punto materiale di massa m è dato da mr^2, dove r è la distanza dal punto materiale all'asse; quindi l'unità di misura del momento di inerzia è kg m^2. Per trovare il momento di inerzia di un oggetto si può scomporlo in un insieme di punti materiali e fare la somma dei loro momenti – un po' come il calcolo del centro di massa trattato nella Lezione 5 . I risultati di tale calcolo per alcuni oggetti di semplice forma geometrica sono forniti di seguito.

OGGETTO (massa m)	**ASSE**	**MOMENTO DI INERZIA** (I)
Asta sottile di lunghezza l	Passante per il centro ^ asta	$1/12\ ml^2$
Asta sottile di lunghezza l	Passante per un'estremità ^ asta	$1/3\ ml^2$
Sfera di raggio r	Passante per il centro	$2/5\ mr^2$
Cilindro di raggio r	Asse di simmetria	$1/2\ mr^2$
Anello sottile di raggio r	Passante per il centro ^ anello	mr^2

Fondamentalmente tutti i momenti di inerzia della tabella sono dati dal prodotto tra la massa dell'oggetto e il quadrato di qualche lunghezza caratteristica, moltiplicato per un fattore costante che tiene conto della forma dell'oggetto (e della sua relazione con l'asse di rotazione). Notate i due valori per l'asta sottile: differiscono di un fattore 4 e la sola differenza è la scelta degli assi. Come possiamo spiegarcelo?

E' chiaro dalla definizione fondamentale di momento di inerzia (mr^2) che, più si è lontani dall'asse, maggiore sarà il momento di inerzia. In realtà questo forte effetto è dovuto alla dipendenza da r^2; una distanza doppia produce un momento di inerzia QUATTRO volte maggiore. Adesso immaginate di ruotare un'asta intorno al suo centro, piuttosto che farla oscillare per un'estremità. Nel primo caso, ogni parte dell'asta non sarà mai più lontana dall'asse di un l/2 l; nel secondo caso, l'estremità più lontana dell'asta sarà ad una distanza l dall'asse e ben metà dell'asta si troverà ad una distanza >l/2 l dall'asse. Ecco perché il momento di inerzia è molto maggiore nel caso dell'asse passante per un'estremità.

Allo stesso modo, notate che il valore di I è maggiore per un anello che per un disco solido (sempre che le masse siano le stesse). Ciò dipende di nuovo dalla distanza della massa dall'asse. L'anello ha la massa concentrata ad una distanza r dall'asse di rotazione, mentre la massa del disco è distribuita uniformemente da r = 0 a r; praticamente tutta la massa del disco si troverà ad una distanza <r dall'asse.

Quindi oggetti la cui massa è concentrata vicino all'asse di rotazione avranno momenti di inerzia minori e di conseguenza saranno in grado di ruotare più velocemente.

Lezione 14 PUNTI PRINCIPALI:	**Lezione 15 ANTEPRIMA:**
• La dinamica rotazionale è molto simile alla dinamica lineare con un cambio di variabili. • Momento torcente ~ r*F, ma dipende dal modo specifico in cui viene applicata la forza. • Il momento di inerzia dipende dalla distribuzione di massa, dalla forma dell'oggetto e dalla scelta dell'asse.	La fisica del karate.