La Fisica dello Sport. Lezione 8:

La Quantita' di moto

(Ultimo Aggiornamento V.O. 4/18/99 Traduzione a cura di Barbara Fiammengo e C.P.)

Breve ripasso sulla quantita' di moto

Il concetto di quantita' di moto e' stato trattato nella Lezione 3, ma non lo abbiamo usato molto. Ora prenderemo in considerazione i problemi per la cui soluzione tale concetto è utile, ma prima ricordiamo che cosa vuol dire quantita' di moto. La definizione di quantita' di moto è semplicemente la massa volte la velocità . Siccome la quantita' di moto è un vettore, può essere scomposto in più componenti. Il quantita' di moto può anche essere usata per riscrivere la 2ª Legge di Newton. Le relazioni di base riguardanti la quantita' di moto sono le seguenti:

$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

$p_x = mv_x$

$p_y = mv_y$

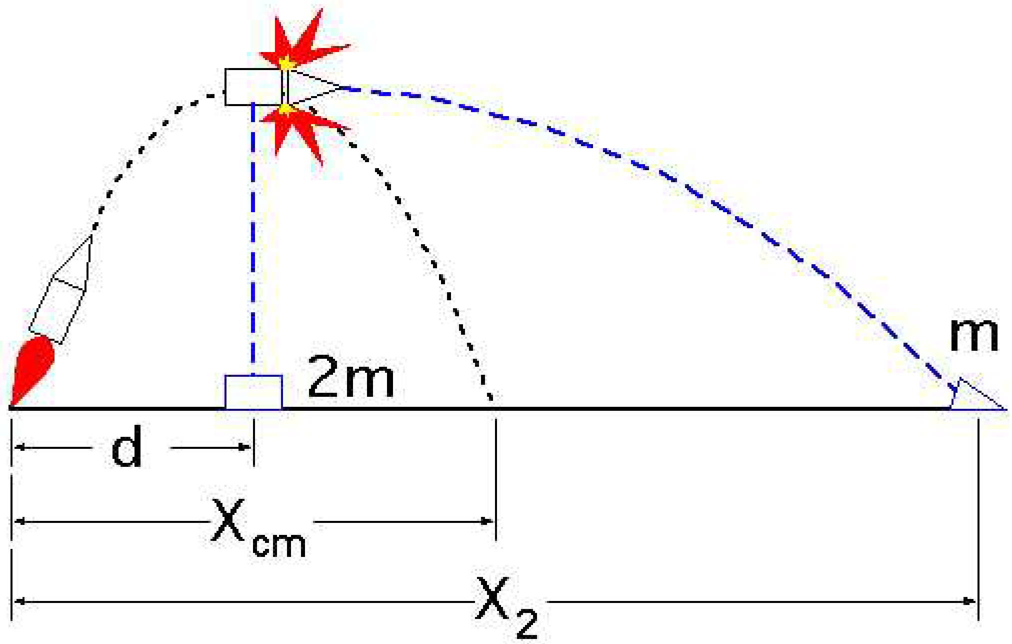
$\mathbf{F} = m\mathbf{A} = m(\Delta\mathbf{v}/\Delta t) = \Delta\mathbf{p}/\Delta t$

Se la forza su un oggetto è uguale a 0 allora la sua quantita' di moto sarà conservata ($\mathbf{F} = 0$ implica $\Delta\mathbf{p} = 0$). Comunque, se prendete in considerazione un SISTEMA la quantità di moto rimarrà invariata anche se sono presenti delle forze, fino a che non intervengano delle forze ESTERNE (se il sistema non è influenzato dall'esterno la quantità di moto rimane invariata). Le forze interne trasferiranno quantita' di moto tra una parte del sistema ed un altra, ma non potranno cambiare la quantità TOTALE di moto del sistema, che è proprio la quantità di moto del baricentro del sistema.

Esempio: Houston, abbiamo un problema.

Come esempio di uso della grandezza quantità di moto, consideriamo un lancio di prova di un missile balistico. Il missile viene lanciato con una traiettoria balistica (parabolica). All'apice della traiettoria, quando il missile ha percorso una distanza orizzontale d, qualcosa va terribilmente storto ed il missile esplode. Si spezza in due pezzi che hanno uno il doppio della massa dell'altro. Gli osservatori notano che il pezzo più grande cade verticalmente e percorre quindi una distanza d dal luogo di lancio. Il pezzo più piccolo invece vola lontano fuori dalla visuale degli osservatori. A questo punto le cose si complicano: compaiono Mulder e Scully annunciando che la spoletta del missile contiene spore aliene che devono essere trovate e distrutte prima che la gente del posto si trasformi in grandi kumquats psicotici. (Ehi non ho scritto io questa roba!*) Così la domanda è: dove dovrebbero cercare Mulder e Scully il pezzo mancante del missile? Dove sarà caduto il centro di massa dei due pezzi caduti? I dettagli del problema sono illustrati qui sotto:

*) NdT: neanche noi!



La seconda domanda (dove cadrà il CM?) è la più facile. Dobbiamo considerare che il missile sia il nostro sistema, e che l'esplosione sia una forza INTERNA. Perciò, proprio come abbiamo visto in precedenza per quanto riguarda i ginnastied i tuffatori, il moto del CM non sarà influenzato; continuerà con una traiettoria parabolica ed atterrerà a 2d dal punto di lancio. Inoltre, siccome l'esplosione è una forza interna, non variera' la quantità totale di moto del missile; la somma delle quantita' di moto dei pezzi del missile dopo l'esplosione sarà uguale alla quantità di moto che il missile aveva prima dell'esplosione. Quindi, per trovare le spore aliene mancanti, possiamo usare la conservazione della quantità di moto.

L'esplosione avviene proprio all'apice della traiettoria. Da adesso la velocità lungo y è 0 e

$$\mathbf{p}_{prima} = M\mathbf{v} = p_x = Mv_x$$

dove M è la massa totale del missile. Questa quantita' di moto deve uguagliare la somma delle quantita' di moto dei pezzi dopo l'esplosione:

$$\mathbf{p}_{dopo} = m_1 v_{1x} + m v_x'$$

Dove m e' la massa della spoletta, m_1 e' la massa del pezzo piu' grande, v_{1x}e' la velocita' del pezzo grande, e v_x' e' la velocita' della spoletta. Ci siamo detti cheil pezzo piu' grande aveva due volte la massa della spoletta, cosi' $m_1 = 2m$ (cio' implica M = 3m).Ci siamo anche detti che il pezzo piu' grande e' caduto verticalmente, cosi' $v_{1x} = 0$. Collegandoil tutto e ponendolo uguale al prodotto di $\mathbf{p}_{prima}$:

$$3mv_x = mv_x'$$

or

$$v_x' = 3v_x$$

Ricordate che v_x è il componente di x della velocita' del CM quantita' di moto dell'esplosione. Dopo l'esplosione, la spoletta vola via con una velocita' pari a 3 volte quella del CM. Noi sappiamo che il CM ha percorso una distanza d fino al punto di caduta. Siccome la spoletta è partita alla stessa altezza, precipiterà per lo stessa durata di tempo. Siccome sta andando 3 volte più veloce, viaggerà per 3 volte, o per 3 volte d. Quindi Mulder e Scully dovrebbero cercare ad una distanza di 4d (3d + 1d percorso prima dell'esplosione) dal luogo di lancio... a meno che gli alieni non arrivino prima!

Si noti la potenza di questo metodo. In principio noi avremmo potuto risolvere il problema usando le Leggi di Newton per determinare la velocità della spoletta. Ma questo avrebbe richiesto una conoscenza particolareggiata non solo della forza, ma del tempo (o distanza) in cui ha agito. Usando la quantità di moto, questi dettagli diventano inutili. L'unica cosa che abbiamo bisogno di conoscere della della forza è il fatto che sia interna; una volta che ciò e' noto, non abbiamo più bisogno di altri dettagli.

Impulso

Precedentemente abbiamo usato la quantita' di moto per riscrivere la 2 ª Legge di Newton. Se esplicitiamo $\Delta\mathbf{p}$ nella relazione suddetta, otteniamo:

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F}\Delta t$$

Questa quantita', **F**Δt, e' chiamata IMPULSO; corrisponde alla variazione della quantita' di moto di un sistema in seguito all'azione di una forza **F**. Questo è analogo alla relazione tra forza, lavoro, ed energia. Il lavoro prodotto da una forza e' uguale alla variazione dell'energia del sistema, e dipende dalla distanza su cui la forza agisce
(W = Fd). Similmente, l'IMPULSO prodotto da una forza è uguale alla variazione della QUANTITA' DI MOTO del sistema, e dipende dal TEMPO per cui la forza agisce ($\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F}\Delta t$).). Si noti che l'impulso è una quantità vettoriale; la quantita' di moto varia nella stessa direzione della forza.

Example:Il Superball come arma mortale.

Consideriamo una palla di gomma con una massa di 0.2 kg lasciata cadere da un'altezza approssimativa di 3m sopra un pavimento di marmo. Poco prima di colpire il terreno avrà una velocità di approssimativamente 8 m/s (dovreste essere capaci di verificare rapidamente questo valore facendo uso del principio di conservazione dell'energia meccanica). La palla rimbalza dal pavimento con la stessa velocità, ed una foto scattata ad alta velocità mostra che la palla è in contatto col pavimento per approssimativamente 10^{-3} s.Qual è la forza media che la palla esercita sul pavimento durante l'urto?

La quantita' di moto della palla appena dopo il rimbalzo è uguale ma opposta alla quantita' di moto appena prima (del rimbalzo), la variazione totale della quantita' di moto è $\Delta \mathbf{p} = 2mv$.Cosi',

$$F = \Delta p/\Delta t = 2mv/\Delta t$$

$$F = 3200 \text{ N !}$$

Quindi se qualcuno vi lasciasse cadere una Superball sulla testa da 3 m di altezza, morireste? No, a meno che non abbiate la testa molto dura. Il punto è che la forza è inversamente proporzionale al tempo durante il quale la forza agisce. La testa di una persona è (generalmente) meno dura di un pavimento di marmo. Si deformerà di più durante l'impatto prolungando il contatto con la Superball. La forza decrescerà in proporzione, ed l'urto non sarà letale (sebbene lo avvertireste senz'altro). Qui il punto è che i piccoli oggetti possono (brevemente) esercitare grandi forze se il tempo durante il qualelal loro quantita' di moto varia è breve. Pensate alle pallottole.

Esempio: il nostro amico quando salta torna giù.

Consideriamo quello che succede al nostro amico che salta e che, come tutte le cose, torna giù. Quale forza agisce su di lui? Considereremo due casi. Nel caso A, il nostro amico che salta blocca le ginocchia ed atterra senza amortizzare; noi partiamo dal presupposto che il suo corpo si fletta solo di 1 cm durante l'atterraggio. Nel Caso B, lui ammortizzera' l'atterraggio flettendo le ginocchia di 50 cm;a tutti gli effetti cio' che fa mentre ammortizza la caduta e' di invertire la direzione del moto con cui salta. In entrambi i casi, A e B,assumiamo che cada da un'altezza di 2 m, e che la sua massa sia di 80 kg.

Dall'equazione dell'impulso sappiamo che $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{F}\Delta t$; e siccome la sua velocita' finale e' nulla, sappiamo che $\Delta\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ in tutti i casi. . Cio' significa che la forza esercitata sulle sue gambe è inversamente proporzionale al tempo impiegato a rallentare, Δt; più piccolo e' il tempo di atterraggio, più grande e' la forza richiesta per modificare la sua quantita' di moto durante quel tempo. Esiste piu' di un metodo per trovare Δt, se assumiamo che la sua accelerazione sia costante durante l'atterraggio. Un modo puo' essere quello di rendersi conto che, se lui decelera da v a 0 la sua velocità media durante questo intervallo e' v/2 (se A è costante). Allora il tempo durante il quale decelera sarà dato dalla distanza percorsa divisa per la velocità media:

$$\Delta t = 2d/v$$

Un altro approccio puo' essere quello di usare le equazioni della cinematica:

$$v^2 = 2Ad$$

$$A = v^2/2d = \Delta v/\Delta t = v/\Delta t$$

siccome la velocità finale è zero. Quindi, come prima,troviamo che

$$\Delta t = 2d/v$$

Siccome Δt e' proporzionale a d, possiamo dire immediatamente che il nostro amico che salta rallentera' 50 volte piu' velocemente nel caso A che nel caso B. Quindi sara' soggetto ad una forza che è 50 volte più grande nel caso A.
In ogni modo, facendo uso delle relazioni trovate per Δp e Δt si avra'

$$F = \Delta p/\Delta t = mv^2/2d$$

Ma dalla conservazione dell'energia noi conosciamo $mv^2/2 = mgh$, quindi

$$F = mg\, h/d$$

CASO A:

In questo caso h/d = 200 ... la forza sara' 200 volte il su peso!

$$F = 200\ mg = 1.6 \times 10^5\ N = \text{frattura composta!}$$

CASO B:

In questo caso h/d = 4 e cosi' la forza e'

$$F = 4\ mg = 3200\ N = 719\ \text{lbs.} = \text{nessun intervento medico richiesto}$$

Un momento... questa e' la STESSA RISPOSTA che abbiamo trovato con la Superball!

Agli albori del design automobilistico costruivano le carrozzerie delle auto rigide allo scopo di ridurre i danni durante le collisioni. Capite ora perché nel design attuale si prevedono zone "di deformazione" ?

Urti e collisioni

Un altro impiego comune del principio di conservazione della quantita' di moto si ha nello studio degli urti. Avvengono molti urti nello sport, tra giocatori di rugby e football americano, palle di bigliardo, tra la palla da tennis e la racchetta

Gli urti possono essere classificati in due grandi categorie: URTI ELASTICI nei quali l'energia cinetica viene conservata, o perche' I corpi in collisione sono completamente rigidi e non si deformano, o perche' i corpi si deformano in maniera completamente elastica, di modo che tutta l'energia che va a deformare il corpo viene restituita dopo l'urto. Per contro, negli URTI INELASTICI l'energia cinetica non viene conservata. La maggior parte degli urti che avvengono correntemente (e quindi nello sport) sono urti inelastici, e non e' facile tener conto di dove vada a finire tutta l'energia che viene persa (di solito in parte va in calore). Tuttavia in molti urti (e.g. tra palle da bigliardo) la quantita' di energia persa e' talmente piccola che tali collisioni possono essere trattate come fossero elastiche con ottima approssimazione. Abbiamo poi un tipo speciale di urti inelastici, chiamati urti COMPLETAMENTE INELASTICI, nei quali i corpi che sono venuti in collisione rimagono incastrati in un unico corpo ed hanno quindi la stessa velocita' dopo l'urto. Anche questo tipo di urti e' importante nello sport, per esempio nel football americano o nel rugby.

Esempio: Quando le palle da biliardo collidono.

Per esempio, si consideri una palla da biliardo che si muove con una velocita' V_1 che collide con una seconda palla inizialmenta a riposo. Si assuma che le palle abbiano masse uguali e che la collisione sia elastica. Quale è la velocità delle due palle dopo la collisione?

La prima cosa da fare è scrivere il quantita' di moto totale del sistema prima e dopo la collisione. Siccome solo una palla si sta muovendo prima dell'urto, la sua quantita' di moto e' la quantita' di moto totale:

$$mV_1 = mV'_1 + mV'_2$$

$$V_1 = V'_1 + V'_2$$

dove per convenzione si indicano le velocita' dopo l'urto con (').

Siccome l'urto è elastico, possiamo imporre anche la conservazione dell'energia scrivendo, per l'energia cinetica totale nel sistema prima e dopo la collisione:

$$1/2\ mV_1^2 = 1/2\ mV'^2_1 + 1/2\ mV'^2_2$$

$$V_1^2 = V'^2_1 + V'^2_2$$

Risolvendo l'equazione della quantita' di moto per V'_1 da' $V'_1 = V_1 - V'_2$, e sostituendo nell'equazione per energia avremo

$$V_1^2 = (V_1 - V'_2)^2 + V'^2_2$$

$$V_1^2 = V_1^2 - 2V_1V'_2 + 2V'^2_2$$

$$2V_1V'_2 = 2V'^2_2$$

$$V'_2 = V_1$$

Quindi la 2ª palla emerge dalla collisione con la stessa velocità che aveva la 1ª palla prima dell'urto. Questo significa, chiaramente, che $V'_1 = 0$; la prima palla si arresta nel punto d'impatto.

Lezione 8 **PUNTI PRINCIPALI:**	**Lezione 9** **ANTEPRIMA:**
• Impulso = **F**Δt; se Δt e' piccolo, F puo' essere molto grande! • Negli urti elastici si conserva l'energia cinetica. • Negli urti completamente inelastici gli oggetti rimangono attaccati uno all'altro.	Introduzione ai muscoli.