

---

Volume 2, Fisica 208

## ***Energia e Quantità di Moto***

Aggiornato al 30/04/2000

---

Nello studio dei sistemi fisici, a volte l'uso indiscriminato delle leggi della dinamica porta a calcoli piuttosto complicati, se non impossibili. Utilizzando i concetti di energia e di quantità di moto – insieme alle loro leggi di conservazione – possiamo semplificare notevolmente diversi problemi. Questo è l'argomento di cui tratta l'intero Volume.

---

### **Rapporto tra Lavoro ed Energia Cinetica.**

Consideriamo il lavoro necessario ad accelerare una massa,  $m$ , alla velocità  $v$ . Per ottenere l'accelerazione, bisogna esercitare una forza sulla massa. La massa accelera per un po' di tempo, percorrendo una certa distanza, fino a raggiungere la velocità  $v$ .

Lavoro =  $Fx$ .

Dallo studio della cinematica sappiamo che in un moto uniformemente accelerato,  $v^2 = 2ax$ .

Dalla 2<sup>a</sup> Legge di Newton abbiamo che  $a = F/m$ , quindi  $v^2 = 2(F/m)x = (2/m)Fx = (2/m)*\text{Lavoro}$ . Ne segue che:

$$\text{Lavoro} = 1/2 mv^2.$$

Il lavoro compiuto sulla massa si è trasformato in energia cinetica.

---

### **Altri tipi di Energia Potenziale.**

Ci sono altri tipi di energia potenziale oltre a quella gravitazionale. Alcuni esempi sono: l'energia chimica immagazzinata nel cibo, quella immagazzinata nel grasso corporeo, l'energia elettrica nelle batterie e l'energia elastica in una molla.

### **Energia Elastica immagazzinata nel piede e nella caviglia.**

Proprio come un arco teso raccoglie energia dalla tensione per poi trasferirla alla freccia, così i tendini sono elastici e possono immagazzinare energia. Anche un muscolo teso può raccogliere energia elastica. La quantità di tensione in un tendine è poca quindi lo è anche la quantità di energia immagazzinata.

Esperimenti compiuti sull'arcata del piede mostrano che questo sistema è piuttosto elastico, ma la quantità di energia immagazzinabile nell'arcata equivale a soli 20 J circa.

Per un atleta di 70 kg, questo comporta un aumento dell'altezza del salto di:

$$mgh = 20 \text{ J}, h = 20/700 = 0,028 \text{ m}$$

Il tendine d'Achille è uno dei tendini più spessi del corpo umano. I tendini sono elastici; il tendine d'Achille può raccogliere circa 40 J di energia.

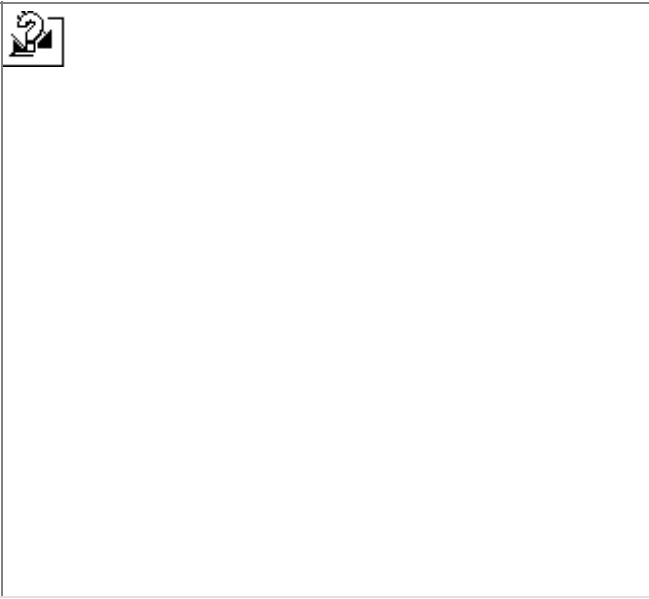
L'azione combinata di tendine d'Achille e arcata produce 60 J di energia, che fornisce un'elevazione  $h = \text{energia}/mg = 60/700 = 0,086 \text{ m}$  che non è molta per un salto in verticale, ma è significativa nella corsa.

Notate che il tempo impiegato per questo balzo è  $t = 2\sqrt{2h/g} = 2\sqrt{2(0,086/10)} = 0,26$  secondi. In uno scatto, alla velocità di 10 m/s, durante questo intervallo l'atleta avanzerebbe di 2,6 m in un solo passo. [Questo è un limite superiore per un piede perfettamente elastico.] E' una stima abbastanza accurata: un velocista a livello mondiale impiega 44 passi per i 100 m ovvero una media di 2,3 m per passo, con passi più piccoli alla partenza e più grandi nella fase centrale della gara.

Per informazioni dettagliate riguardo al funzionamento di muscoli e tendini consultate la [FAQ su muscoli, tendini e ossa](#).

---

### **Energia Cinetica ed Energia Potenziale Gravitazionale.**



Questo grafico mostra l'energia cinetica, l'energia potenziale gravitazionale e l'energia totale della mela che cade nel [Volume 1](#). Notate che l'energia totale rimane costante per tutta la durata della caduta.

---

### **Teorema della Conservazione dell'Energia.**

In assenza di forze d'attrito, la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale rimane sempre la stessa. Questo è ciò che si intende per **conservazione dell'energia**.

Il salto con l'asta ne è un esempio eccellente.

Un saltatore raggiunge la postazione del salto con l'asta ad una velocità di 10m/s. Al momento dell'appoggio l'asta si piega elasticamente assorbendo l'EC dell'atleta, per poi ristendersi scagliando il saltatore verso l'alto. Che altezza può raggiungere il saltatore convertendo semplicemente l'EC in EP? All'inizio, il saltatore ha energia potenziale gravitazionale pari a zero, ma possiede molta energia cinetica. Invece, all'apice del salto, la sua velocità è zero mentre l'energia potenziale gravitazionale ha raggiunto il suo massimo. Ma i valori di energia totale in questi due punti devono essere numericamente uguali, per la conservazione dell'energia. Dunque...

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh.$$

$$h = 1/2 v^2/g = 1/2 * 10^2/10 = 5 \text{ m.}$$

Però il record di salto con l'asta è sui 6 m; dove abbiamo sbagliato? Siamo partiti dall'ipotesi che l'EP del saltatore, quando è ancora in pista, sia nulla, ma l'EP si misura dal CM del saltatore. I 5 m rappresentano l'altezza raggiunta a partire dal CM, che era già posto a ~1 m sopra la pista. Quindi il saltatore dovrebbe elevarsi ad un'altezza di ~6 m dal suolo.

Una conversione completa dell'EC in EP dipende solo dal non perdere alcuna energia nell'asta o in altri processi anelastici [che assorbono energia]. L'asta in fibra di carbonio è molto più elastica rispetto a quelle di bambù usate una volta e ha contribuito ad aumentare notevolmente l'altezza del salto.

## Quantità di Moto

Quando una massa è in movimento, possiede inerzia e tende a mantenere un moto rettilineo uniforme (1<sup>a</sup> Legge di Newton). Questa tendenza a mantenere un moto rettilineo aumenta con la massa, ovviamente (poiché la massa è resistenza all'accelerazione), e aumenta anche con la velocità. Questa resistenza a variare il moto è denominata quantità di moto (o momento lineare), **p**.

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \text{ (unità di misura: kg}\cdot\text{m/s)}$$

La 2<sup>a</sup> Legge di Newton può essere intesa anche come

Variazione della quantità di moto/intervallo di tempo = forza

$$\Delta\mathbf{p}/\Delta t = \mathbf{F} = m\Delta\mathbf{v}/\Delta t = m\mathbf{a}.$$

In assenza di **F**, la  $\Delta\mathbf{p} = 0$  ovvero **p = costante**.

La quantità di moto netta di un sistema di masse isolate rimarrà costante.

## Urti Elastici e Anelastici.

Negli urti elastici, l'energia cinetica rimane costante. In quelli anelastici, l'energia cinetica viene ridotta, ma la quantità di moto si conserva sempre. Se due oggetti si urtano attaccandosi, l'urto è completamente anelastico (per es. un placcaggio nel football americano). In tutti i casi, la quantità di moto si conserva. L'espressione matematica delle due leggi ci offre la possibilità di calcolare i risultati di urti differenti con masse qualsiasi e con

qualsiasi grado di elasticità.

Molti degli urti che avvengono negli sport saranno solo parzialmente elastici. L'urto elastico ci fornirà dei limiti per stabilire cosa aspettarsi nel caso di una collisione. Esempi di questo sono una racchetta da tennis che colpisce una palla, un calcio ad un pallone, la schiacciata nella pallavolo, un colpo di karate, un pugno nella boxe, un placcaggio nel football.

In un urto elastico tra oggetti di massa uguale, l'oggetto che ha subito il colpo partirà con la stessa velocità di quello che lo ha colpito.

In un urto elastico di un oggetto di massa relativamente grande con uno di massa più piccola, quest'ultimo può ottenere una velocità pari a due volte quella del primo oggetto. Colpire una pallina da tennis immobile con una racchetta dall'incordatura perfettamente elastica che si muove a 60 miglia orarie potrebbe far raggiungere alla palla una velocità di 120 miglia orarie. Si ha un effetto di amplificazione. Colpire una pallina che possiede già un'alta velocità le farebbe raggiungere velocità ancora più elevate.

---

### **Effetti del Centro di Massa [CM].**

Il centro di massa di un oggetto di dimensioni finite si trova nel centro geometrico ponderato dell'oggetto. In un bastone di densità uniforme, il centro geometrico è il suo CM. In una mazza da baseball, il CM è spostato verso l'estremità più spessa della mazza. Per localizzare sperimentalmente il CM di una mazza, occorre individuare il punto di equilibrio, in modo tale che ciascuna metà del peso si trovi a lato di esso. Il CM di una persona che sta "sull'attenti" si trova più o meno nel centro del corpo al 56% della sua altezza (misurata dal suolo), cioè vicino all'ombelico. Un oggetto simmetrico come una palla ha il CM esattamente al centro ed esso non si sposta mai.

### **Il CM del vostro corpo può spostarsi.**

Se vi trovate distesi su una superficie priva di attrito con le mani lungo i fianchi, inizialmente a riposo, e poi muovete la mano sul lato destro, vi sposterete un po' sulla sinistra in modo tale che il vostro CM rimanga nella stessa posizione rispetto al piano. Tuttavia adesso il CM non sarà più vicino all'ombelico. Se alzate le mani simmetricamente, il corpo non si muoverà né a sinistra né a destra, ma il CM si sposterà verso la testa.

### **Il CM segue una traiettoria parabolica.**

Un martello lanciato in aria può compiere un moto piuttosto complicato che [apparentemente] non è affatto parabolico. Se misurate la posizione della sfera come funzione del tempo, potrebbe descrivere dei cerchi! Un'attenta misurazione del moto del CM mostrerebbe che il CM del martello si muove seguendo una traiettoria parabolica proprio come una palla.

## Illusioni del volo: traiettoria non parabolica.

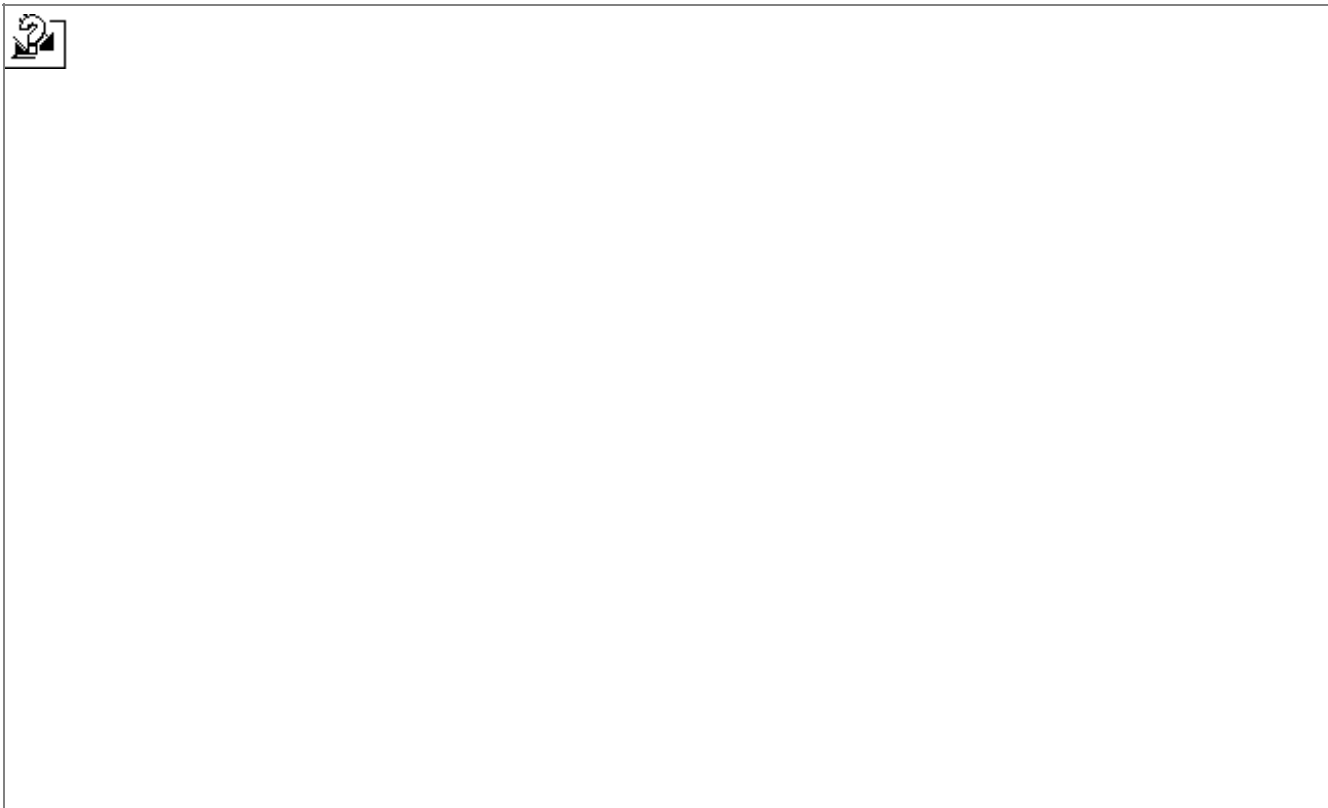
I nostri occhi ed il nostro cervello sono in grado di riconoscere una traiettoria parabolica e capire senza bisogno di alcun calcolo che questo è il moto naturale sulla Terra. Come fa allora Michael Jordan a fluttuare in aria mentre sta per schiacciare? M.J. va forse contro la legge della fisica che stabilisce che ogni oggetto DEVE compiere una traiettoria parabolica una volta lanciato?

No, persino M.J. deve obbedire alle leggi della fisica. Il CM di M.J. deve per forza seguire una traiettoria parabolica, ma la sua testa può non farlo. Com'è possibile? Chiunque saltando può cambiare il suo CM rispetto alla testa sfruttando il movimento del resto del corpo. Un esempio fondamentale di movimento che produce l'illusione del volo è il passo di danza Grand Jeté. Un'analisi di questo passo mostra che la testa rimane alla stessa altezza per alcuni decimi di secondo. Ciò si ottiene alzando le gambe durante il salto cosicché il CM si solleva rispetto alla testa durante l'elevazione e si abbassa in caduta. Una speciale pagina web, [Il Grand Jeté](#), vi mostrerà l'altezza della testa come funzione del tempo, durante tutto il movimento.



## Usare il CM per ottenere record in campo.

Le regole del salto in alto e del salto con l'asta stabiliscono che l'atleta debba passare sopra l'asticella, ma non dicono che anche il CM debba fare altrettanto. Tale consapevolezza ha contribuito ad ottenere i record mondiali nel salto in alto e nel salto con l'asta. Quando un saltatore usa la tecnica a forbice, in un salto valido, il CM passa a circa 0,3 metri sopra l'asticella. Utilizzando lo stile "Fosbury Flop", i migliori specialisti riescono a far passare il CM al di sotto dell'asticella! Poiché saltando il CM si alza, il saltatore può manipolarne la posizione rispetto al corpo per ottenere risultati migliori nel salto. I saltatori di maggior successo sono molto flessibili nell'avvolgersi intorno all'asticella e di solito sono alti, cosicché il loro CM parte da una posizione più vicina all'asticella. Mentre il record del salto in alto è superiore ai 2 m, il CM si alza solo di circa 1 m.



Un'analisi del salto in alto di Dwight Stone

Altezza dell'atleta	Altezza dell'asticella	Altezza del CM a riposo	Elevazione del CM	CM rispetto all'asticella
1,96 m	2,30 m	1,40 m	0,87m	-0,03 m

Un atleta alto è avvantaggiato in quanto il CM parte da una posizione più alta. Torcendosi sopra l'asticella, l'atleta è in grado di guadagnare alcuni cm in altezza al di sopra di essa. I migliori saltatori sono piuttosto flessibili e rapidi nell'ottenere un po' di elevazione in più e nel superare l'asticella con le gambe.

### **Fosbury sul Flop:**

Ecco un brano tratto da una chat in cui Dick Fosbury descrive le origini del suo "flop".

### **Appassionato di sport olimpici: Come le è venuta l'idea del "Fosbury Flop"?**

**Dick Fosbury:** Quando ho imparato per la prima volta il salto in alto, all'età di 10-11 anni, provavo a saltare con lo stile "a forbice". Ho utilizzato quello stile fino alle scuole superiori di Medford, Oregon, quando il mio allenatore, Dean Benson, mi spiegò che con quella tecnica non avrei mai fatto strada. Mi introdusse al salto ventrale ovvero allo stile "straddle". Però con quello stile facevo proprio schifo, tanto che, verso la fine dell'anno, saltavo solo un 1,63 m (la stessa altezza che raggiungevo con lo stile a forbice). Manifestai la mia frustrazione all'allenatore, il quale mi disse che, se proprio lo desideravo, potevo continuare ad usare lo stile a forbice. Quindi, durante il viaggio in autobus verso la gara successiva, decisi di tornare allo stile a forbice. Nel corso della gara, visto che l'asticella veniva alzata di 5 cm per volta, cominciai ad alzare i fianchi e di conseguenza le spalle mi si piegavano all'indietro. Al termine della gara, avevo migliorato il mio record di 15 cm, da 1,63 m a 1,78 m, e riuscii a piazzarmi terzo! Nei due anni successivi di scuola superiore, saltando con il mio approccio "curvo", cominciai ad oltrepassare l'asticella prima con la spalla e infine con la testa, come gli odierni "Floppers".



## Considerazioni sul CM nel Salto in Lungo



Nel salto in lungo, la posizione del CM al momento di atterrare è più bassa rispetto a quella al momento di staccarsi dal suolo, al fine di aumentare il tempo di volo. Cosa ancora più importante, i piedi toccando il suolo lasciano un'impronta molto più avanti rispetto alla posizione del CM, cosicché la lunghezza raggiunta in un salto valido è di molto maggiore se confrontata con il punto di atterraggio del CM.

Un'analisi di un salto di Lewis

Atleta	Lunghezza del salto	V <sub>x</sub>	Inclinazione del salto	V <sub>y</sub>	R	t	R''	t''	h	Δh
Carl Lewis	8,61 m	10,45 m/s	15,9 gradi	3 m/s	7,3 m	0,69 s	6,3 m	0,61 s	0,46 m	-0,26 m

R è la lunghezza del salto misurata rispetto alla posizione del CM. t è il tempo di volo totale. R'' e t'' sono rispettivamente i valori di R e t se Lewis fosse atterrato in piedi. h è l'elevazione del CM. Δh è la differenza tra l'altezza del CM al momento di toccare il suolo e la sua altezza al momento dello slancio. La lunghezza aggiuntiva dovuta al tempo di volo prolungato più l'estensione delle gambe è notevole.

### Gittata di un proiettile quando l'altezza del lancio e quella dell'atterraggio si equivalgono.

La gittata di un proiettile è data da:  $R = 2 V_{ox} * V_{oy} / g$ .

Ciò deriva da  $R = V_{ox} * (\text{tempo di volo})$ , notando che il tempo di volo è legato a  $V_y$  dalla relazione:

$V_y (\text{atterraggio}) = (\text{tempo di volo})/2 * g = V_{oy}$ , che possiamo risolvere per il tempo di volo e sostituirlo nell'equazione sopra. Notate che  $R = 0$  quando  $V_{ox} = 0$  [quando si lancia il proiettile in verticale] o  $V_{oy} = 0$  [quando si lancia in orizzontale].

Per una data velocità iniziale  $V_0$ , potete verificare numericamente che la gittata massima R si ottiene lanciando il proiettile con un'inclinazione di 45 gradi. Ciò è sempre vero quando si possono trascurare gli effetti dell'aria.

Per eventi sportivi come il lancio del peso o del martello, in cui la distanza percorsa in aria determina il vincitore, viene universalmente utilizzato l'angolo di lancio di 45 gradi.

In altri sport come il baseball, i lanci eseguiti per eliminare i battitori in corsa utilizzano sempre un piccolo angolo di lancio per ottenere una grande  $V_x$ , in modo che la palla arrivi alla base o alla casa-base nel minor tempo possibile, anche nel caso in cui la palla rimbalzi sul campo.

Quando si calcia la palla nel football americano, lo scopo è placcare il ricevitore il più lontano possibile dalla propria metà campo. Di solito l'angolo di inclinazione del calcio impiegato è maggiore di 45 gradi per ottenere un tempo di volo più lungo, in modo da consentire ai difensori di raggiungere la propria metà campo e raggiungere il ricevitore allo stesso istante della palla. In genere, ciò permette di ottenere la migliore posizione possibile nella propria metà campo. [Una palla calciata con un angolo di lancio più piccolo darà moltissimo tempo al ricevitore per eludere i difensori e guadagnare abbastanza spazio da annullare la lunghezza del calcio.]

---

### **Traiettorie per tiri ottimali nel Basket.**

Bisognerebbe tirare il più diritto possibile, fare una parabola, o una via di mezzo? Per scoprirlo date un'occhiata alla sezione [come ottimizzare i tiri a canestro](#).

**Videogioco.** Potete sperimentare ulteriormente la relazione tra velocità di lancio e percentuale di riuscita di un canestro pulito utilizzando un programma tipo "Monte Carlo" disponibile in questo sito. Il gioco vi consente di scegliere l'altezza del tiro e la distanza dal canestro, oltre alla velocità e all'angolo di lancio. Il programma inserirà una variazione casuale della velocità di lancio pari allo 0,5% e della direzione del lancio pari all'1%. Si suppone che lanciate la palla con la giusta angolazione orizzontale. Il gioco registra la percentuale di riuscita e vi mostra un diagramma a punti angolo-velocità dei tiri, con quelli riusciti segnati in verde. Buon divertimento.

Per usarlo, scaricate il programma [basketbl.exe](#) (per Windows 3.1/95). Quindi cliccate due volte sull'icona del programma in Esplora risorse o File Manager.

---

### **Il Salto in Lungo.**

Nel basket, nel lancio del peso e nel lancio del martello viene usato un angolo di 45 gradi, ma gli atleti del salto in lungo, che cercano lo stesso di raggiungere la maggiore lunghezza possibile, usano un angolo di circa 20 gradi. Perché?

Il motivo è che un atleta, correndo su una pista, non può convertire molta della velocità di corsa orizzontale in velocità verticale. Il saltatore non può lanciarsi alla velocità di corsa con un angolo di 45 gradi. Quasi tutta la velocità verticale ottenuta deriva soltanto dal salto verticale in sé. Supponiamo che un perfetto salto verticale raggiunga 1 m di altezza, che il tempo di caduta sia di circa 0,5 sec, allora la velocità di lancio ottenuta da esso è:  $V_{oy} = gt = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ m/s}$

La velocità di corsa è di circa 10 m/s, dunque  $V_{ox} = 10 \text{ m/s}$ .

Se un saltatore raggiunge tale velocità verticale mentre corre a 10 m/s, l'angolo di lancio è pari a  $\arctan(5/10) = 27$  gradi. La maggior parte dei saltatori non riesce a raggiungere questo valore della velocità verticale di lancio correndo alla velocità massima. Carl Lewis possiede un angolo di lancio di circa 16 gradi, mentre altri saltatori arrivano a 22 gradi.

C'è un motivo fisico per il rapporto inversamente proporzionale tra velocità di corsa e angolo di lancio. Più è alta la velocità dell'atleta, minore è l'intervallo di tempo durante il quale i suoi piedi toccano il suolo. Siccome occorre tempo per produrre un'accelerazione verso l'alto, più è veloce l'atleta, minore è la velocità verticale ottenuta. L'alta velocità di Lewis sembra essere collegata ad una minore velocità verticale, da qui il suo angolo di lancio inferiore. Compensa la minore altezza nel salto con una maggiore componente x della sua velocità, che lo porta a raggiungere una lunghezza R notevole.

