

Sezione d'urto e coefficienti di interazione

Redazione a cura di Margherita Palonca

- ④ Sezione d'urto
- ④ Attenuazione di un fascio in condizioni di buona geometria
- ④ Coefficiente di attenuazione
- ④ Coefficiente di assorbimento di energia
- ④ Coefficiente di trasferimento di energia

Sezione d'urto

L'interazione di particelle cariche o neutre con la materia è un processo STATISTICO. Quando un fascio di fotoni incide su un atomo possono avvenire processi diversi con probabilità differente.

Per un particolare processo o interazione la sezione d'urto σ è un'area efficace proporzionale alla **probabilità** che quel processo avvenga.

Consideriamo un fascio di fluenza Φ (part. m^{-2}) distribuito uniformemente su un'area S : $N = \Phi S$

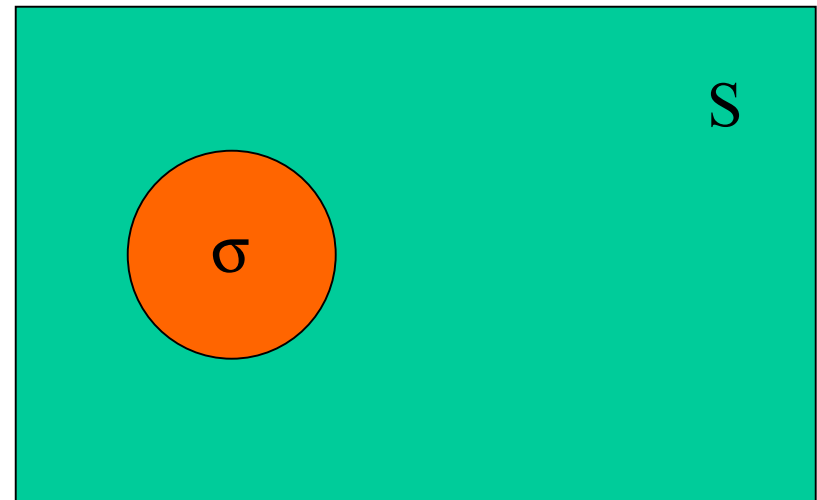
n: numero medio di interazioni su un atomo in S (media su molti esperimenti).

Per definizione: $n/N = \sigma/S \rightarrow n = N\sigma/S$

$$n = \Phi \sigma$$

n: numero di particelle che interagiscono ovvero colpiscono l'area $\sigma \rightarrow$

n: interazioni/atomo bersaglio



Sezione d'urto - dimensioni

$\sigma \rightarrow$ m²/atomo bersaglio

σ [m²] , [barn] 1 barn = 10⁻²⁴ cm² = 10⁻²⁸ m²

Il bersaglio elementare può essere:

-cristallo

-molecola

-nucleo

-atomo

-p , n

-e, γ , π

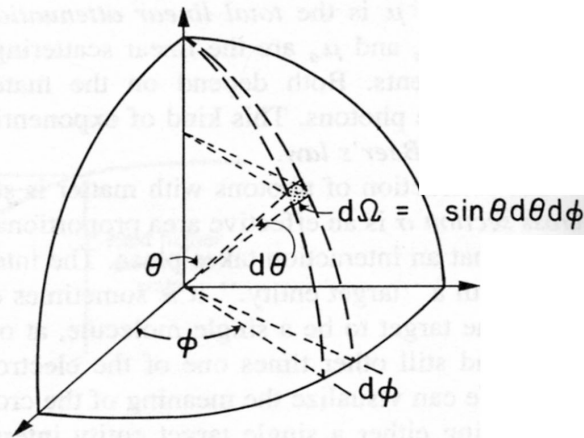
Sezione d'urto

Quindi:

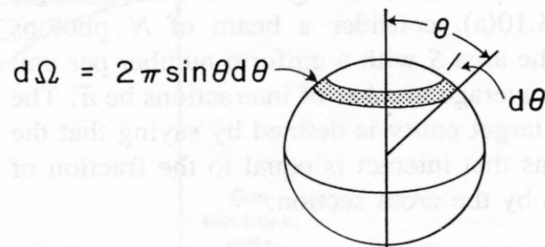
- ❖ n numero di interazioni per bersaglio
- ❖ $p = \sigma \Phi$ probabilità di interazione su di un bersaglio per una fluenza di particelle Φ
- ❖ se avvengono **più tipi di interazione** mutuamente esclusive:

$$\sigma = \sum_i \sigma_i = 1/\Phi \sum_i p_i$$

Sezione d'urto differenziale



(a)



(b)

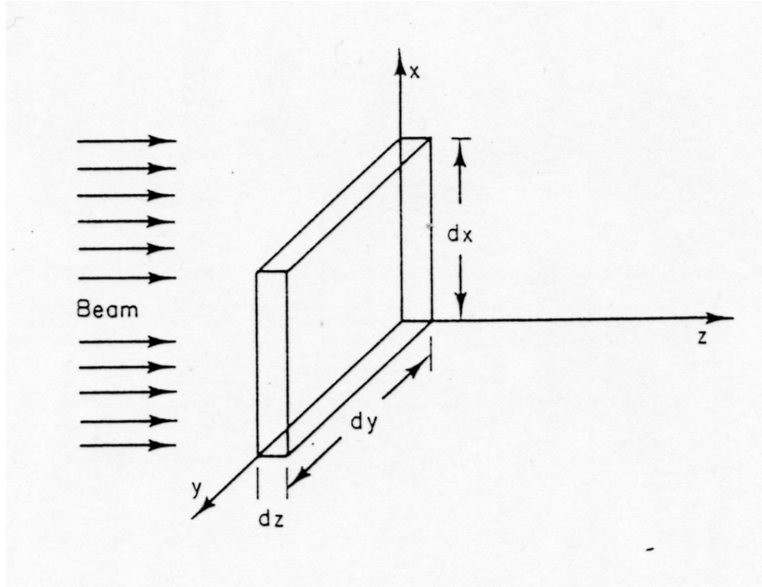
FIGURE 13.11. (a) A small solid angle $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ surrounds the direction defined by angles θ and ϕ . (b) The solid angle $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ results from integrating over ϕ .

❖ per particelle diffuse in una data direzione entro un angolo solido si definisce

la **sezione d'urto differenziale:**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left[\text{m}^2 \text{sr}^{-1} \right] \quad \text{o} \quad \sigma(\theta) d\Omega \left[\text{m}^2 \text{sr}^{-1} \right] \left[\text{sr} \right]$$

Numero di bersagli



Fascio di fluenza $\Phi(x,y)$ parallelo a z incide su **multi bersagli** nell'elemento di volume

$$dV = dx dy dz$$

T Numero di bersagli / dV

se ogni bersaglio interagisce indipendentemente ed identicamente con il fascio (stessa σ):

$$dn = \text{numero medio di interazioni in } dV \rightarrow \sigma \Phi T dx dy dz$$

= numero di bersagli x probabilità di interazione

$$n = \left[\int \Phi(x,y) dx dy \right] \sigma T dz$$

= $N \sigma T dz$ numero totale medio di interazioni in dz

Atomi, elettroni per unità di volume **T**

Il volume V di massa ρV contiene $\rho V/A$ moli e $N_A \rho V/A$ atomi

$$T = N_A \rho / A \text{ (atomi m}^{-3}\text{)} \quad \text{o} \quad T = Z N_A \rho / A \text{ (elettroni m}^{-3}\text{)}$$

Attenuazione di un fascio di fotoni

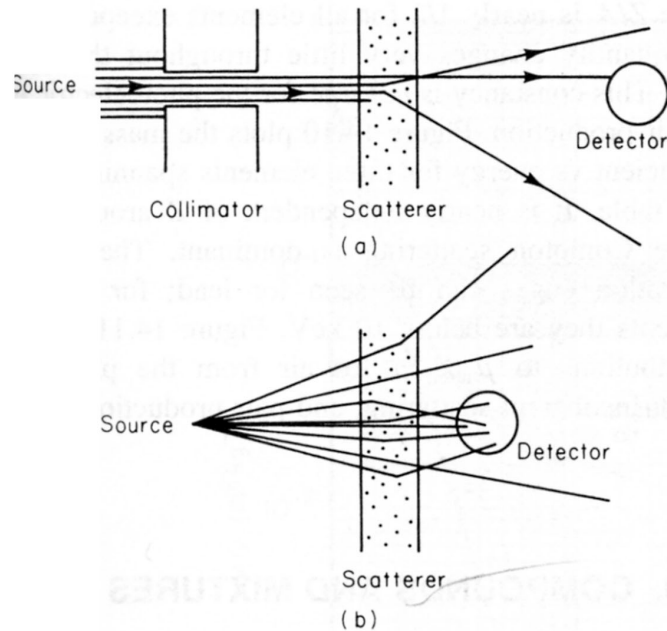


FIGURE 14.9. Measurements with (a) narrow-beam geometry and (b) broad-beam geometry.

Fascio **collimato** su un assorbitore di densità ρ .
Il rivelatore non è raggiunto da fotoni che sono stati assorbiti o deflessi: il fascio è **attenuato**

$$dN/N = -\rho (N_A / A)_{\text{atom}} \sigma_{\text{tot}} dz$$

attenuazione: include sia assorbimento
sia diffusione

$$ATOM \sigma_{\text{TOT}} = ATOM \sigma_{\text{PH}} + ATOM \sigma_{\text{C}} + ATOM \sigma_{\text{COH}} + ATOM \sigma_{\text{P}} \quad (E_{\gamma} < 10 \text{ MeV})$$

$$N(z) = N_0 e^{-\mu z} \quad \mu = \rho N_A / A ATOM \sigma_{\text{TOT}} [\text{m}^{-1}]$$

Coefficiente di attenuazione lineare

$$\mu = \rho N_A/A (\sigma_{\text{PH}} + \sigma_{\text{C}} + \sigma_{\text{COH}} + \sigma_{\text{P}}) = \tau + \sigma_{\text{C}} + \sigma_{\text{COH}} + \mathbf{k}$$

μ coefficiente di attenuazione lineare

$\lambda = 1 / \mu$ libero cammino medio

$$t_{1/2} = \frac{-\ln 1/2}{\mu} = \frac{\mathbf{0.69315}}{\mu} \text{ spessore emivalente SEV}$$

$$t_{1/10} = \frac{-\ln 1/10}{\mu} = \frac{\mathbf{2.3026}}{\mu} \text{ spessore decivalente SDV}$$

Un fascio che attraversa uno spessore $t = n$ SEV (n SDV) viene attenuato di un fattore 2^n (10^n)

SEV,SDV comunemente usate in radioprotezione.

λ - SEV - SDV

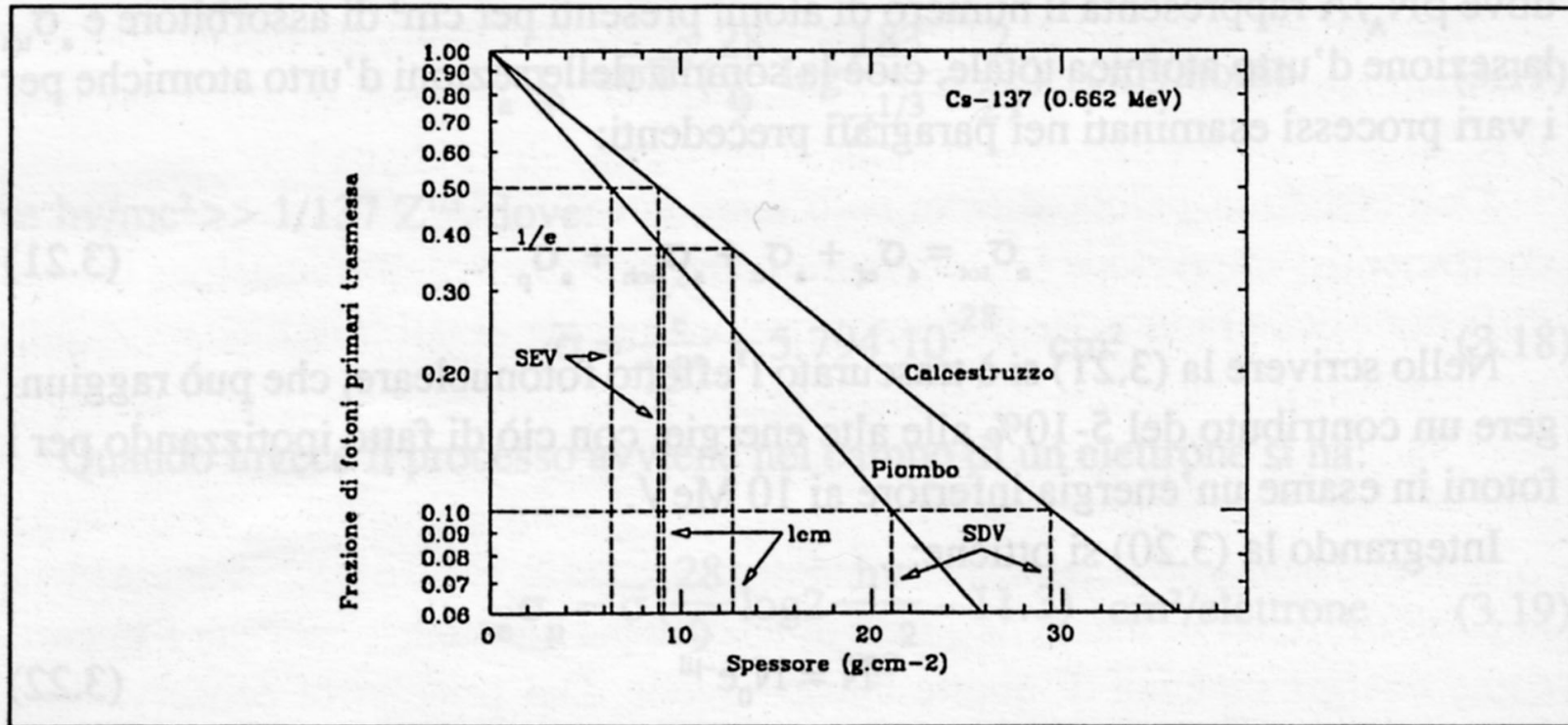


Figura 3.3. Attenuazione in calcestruzzo ordinario e in piombo dei raggi gamma del Cs-137 (0.662 MeV) in condizioni di buona geometria. Sono indicati il libero cammino medio (lcm), lo strato emivalente (SEV) e lo spessore decivalente (SDV) nei due mezzi.

Esempio

Per fotoni da 0.1 a 3 MeV in H₂O:

| E_γ (MeV) | $t_{1/2}$ (cm) |
|------------------|----------------|
| 0.1 | 4 |
| 0.5 | 7 |
| 1 | 10 |
| 3 | 18 |

Acqua: **T**essuto **E**quivalente (T.E.), di composizione assimilabile a quella dei tessuti biologici

per $E_\gamma = 0.1$ MeV $\frac{1}{2} N_0$ raggiunge 4cm, alcuni organi profondi

1 MeV tutti gli organi nel torace e nell'addome vengono irradiati.

Coefficiente di attenuazione massico

$\mu/\rho = N_A \sigma / A$ [$\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$, $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$] **non** dipende dalla densità e dell'assorbitore

Per l'attenuazione: $N = N_0 e^{-(\mu/\rho)\rho z}$ con $\mu/\rho = \tau/\rho + \sigma_C/\rho + \sigma_{\text{COH}}/\rho + k/\rho$

Effetto fotoelettrico: ${}_A\sigma_{\text{PH}} \cong Z^4 \rightarrow \tau/\rho = N_A \sigma_{\text{PH}}/A \propto Z^3$ ($A \cong Z$)

Effetto compton: ${}_A\sigma_C = \sigma_C Z \rightarrow \sigma_C/\rho = N_A \sigma_C Z/A \cong \frac{1}{2} N_A \sigma_C \propto \text{costante}$
se $Z/A \cong \frac{1}{2} \cong \text{cost.}$

Produzione di coppie: ${}_A k \propto Z^2 \rightarrow k/\rho \propto Z$

Unita' di misura μ , μ/ρ - Ex. 1

Per il C $A = 12.01 \times 10^{-3} \text{ Kg mol}^{-1}$

$$12.01 \text{ g mol}^{-1}$$

$$\sigma = 1.269 \text{ bn/atom} = 1.269 \times 10^{-28} \text{ m}^2/\text{atom}$$

$$1.296 \times 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{atom}$$

$$\rho = 2.000 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$2.000 \text{ g cm}^{-3}$$

$$\mu = \frac{(6.02 \times 10^{23} \text{ atom mol}^{-1})(2.000 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3})}{12.01 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}} = 12.7 \text{ m}^{-1}$$

$$12.01 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$$

$$\mu = \frac{(6.02 \times 10^{23} \text{ atom mol}^{-1})(2.000 \text{ g cm}^{-3})}{12.01 \text{ g mol}^{-1}} = 0.127 \text{ cm}^{-1}$$

$$12.01 \text{ g mol}^{-1}$$

Unita' di misura μ , μ/ρ - Ex. 1

$$\mu/\rho = \frac{12.7 \text{ m}^{-1}}{2.000 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}} = 6.35 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ S.I.}$$

$$\mu/\rho = \frac{0.127 \text{ cm}^{-1}}{2.000 \text{ g cm}^{-3}} = 6.35 \times 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \text{ c.g.s.}$$

$$\begin{aligned} \lambda = 1 / (\mu/\rho) = \rho/\mu &= 1 / 6.35 \times 10^{-2} \text{ g cm}^{-2} = 0.157 \times 10^2 \text{ g cm}^{-2} \\ &= 15.7 \text{ g cm}^{-2} \end{aligned}$$

μ , μ/ρ per materiali composti (chimici o agglomerati)

$n = N \sigma T dz \rightarrow N(\sum_i \sigma_i T_i) dz$: num. totale di interazioni in dz

Σ su tutti i componenti i di massa m_i

In $V \rightarrow M = \rho V$

$$w_i = m_i/M$$

numero totale di atomi della specie i in V

$$T_i = m_i N_A / A_i V = (w_i/A_i) \rho N_A$$

in un composto contenente a_i atomi di massa A_i : $w_i = a_i A_i / A_{\text{mol}}$

$$\begin{aligned} \Sigma \sigma_i T_i &= (\Sigma a_i \sigma_i / A_{\text{mol}}) \rho N_A && \text{numero molecole per unità di volume} \\ &= (\Sigma a_i \sigma_i) \rho N_A / A_{\text{mol}} && \text{sezione d'urto totale per la molecola} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \Sigma \sigma_i T_i = (\Sigma a_i \sigma_i) T$$

μ , μ/ρ per materiali composti (chimici o agglomerati)

Se ogni atomo del materiale interagisce indipendentemente (approssimazione valida per $E \gg E_{\text{legame}}$), per un bersaglio composto di più specie i :

$$\mu/\rho = \sum \omega_i \mu_i/\rho_i$$

$$\text{con } \omega_i = m_i / M = a_i A_i / A_{\text{mol}}$$

Coefficiente di trasferimento di energia massico

Misura la frazione di energia del fotone primario trasferita sotto forma di energia cinetica di particelle cariche.

Per N fotoni monocromatici su un bersaglio sottile dz

$$dE_{TR} = E N \mu_{TR} dz$$

$$\mu_{TR}/\rho = (1/\rho NE)(dE_{TR}/dz)$$

KERMA : Kinetic Energy Released in the Medium

$$K = dE_{TR}/dm$$

Per fotoni monocromatici di $E = h\nu$ su un'area S

$$NE = \Psi S$$

$$dm = \rho S dz$$

$$K = dE_{TR}/dm = \Psi S \mu_{TR} dz / \rho S dz = \mu_{TR}/\rho \Psi$$

Contributi a μ_{TR}

Per materiale di massa atomica A (unico elemento) f_i è la frazione media di energia del fotone trasferita nel processo i : fotoelettrico, compton, produzione di coppie ($\mu/\rho = N_A \sigma/A$):

$$\mu_{\text{TR}}/\rho = N_A/A \sum_i f_i \sigma_i = N_A/A (\tau f_\tau + \sigma_c f_c + k f_k)$$

$$f_\tau = 1 - \frac{\delta}{h\nu} ; \quad \delta \text{ energia media emessa per fluorescenza}$$

($\delta_{k,l} \cong w_k (E_b - E_l)$, w_k : *fluorescence yield*)

$$f_c = \frac{\overline{E_e}}{h\nu} ; \quad \overline{E_e} \text{ energia media dell'elettrone di rinculo}$$

$$f_k = 1 - \frac{2m_e c^2}{h\nu} ; \quad 2mc^2 \text{ energia di massa}$$

Coefficiente di assorbimento di energia

Le particelle cariche possono perdere energia per Bremsstrahlung, se ne tiene conto con il

coefficiente di assorbimento di energia massico:

$$\mu_{\text{EN}}/\rho = \mu_{\text{TR}}/\rho (1 - g)$$

g frazione di energia degli elettroni secondari convertita in fotoni nel mezzo.

E_e (degli elettroni secondari) è diversa per i vari processi **i**:

$$\mu_{\text{EN}}/\rho = (N_A/A) \sum_i f_i \sigma_i (1 - g_i)$$

$$D = \frac{dE_{\text{impartita}}}{dm} = K_c = \frac{\mu_{\text{en}}}{\rho} \Psi$$

per un fascio primario monocromatico di fotoni.

Relazione tra μ_{TR} e μ_{EN}

$$\frac{\mu_{\text{EN}}}{\mu_{\text{TR}}} \neq 1 \quad \text{per energie dei secondari} \cong mc^2, \text{ alti } Z$$

e.g.

| hν elemento | 0.5 Mev | 10 MeV |
|---|-------------|-------------|
| C | 1 | 0.96 |
| Pb | 0.97 | 0.74 |